Übungsblatt 1 (18. April 2017)

Aufgabe 1: 4 Punkte

Betrachen wir den VR $(\mathbb{R}^n, +, \cdot)$ über den Körper $(\mathbb{R}, +, \cdot)$. Für beliebige Elemente v und w aus \mathbb{R}^n seien folgende Abbildungen $\langle \cdot, \cdot \rangle$ definiert:

(a)
$$\langle v, w \rangle := v_1 \cdot w_1$$
,

(b)
$$\langle v, w \rangle := \sqrt{\sum_{i=1}^{n} v_i} \cdot \sqrt{\sum_{i=1}^{n} w_i},$$

(c)
$$\langle v, w \rangle := \max_{1 \le i \le n} (v_i \cdot w_i).$$

Welche der in (a), (b) und (c) angegebenen Abbildungen definiert ein SP und welche nicht? Beweisen Sie ihre Behauptungen.

Aufgabe 2: 6 Punkte

(a) Ist die Menge

$$L := \left\{ \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2 \mid \begin{array}{c} 8x_1 + 3x_2 \le 72 \\ -x_1 + x_2 \le 2 \\ x_1 > 0, \ x_2 > 0 \end{array} \right\}$$

konvex?

(b) Betrachten wir den Restriktionsbereich

$$M := \{ x \in \mathbb{R}^n \mid A \cdot x = b, x \ge 0 \}$$

mit

$$A = \begin{pmatrix} 2.2 & 1.6 & -2 & 1.8 & -1.5 & -0.6 & 3.6 \\ 1.8 & -0.8 & 1 & 2.2 & 1.8 & 3.4 & 4.4 \\ -1.4 & 0.3 & 1.7 & -3 & 2.2 & 0.7 & 2.3 \end{pmatrix}, b = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Geben Sie eine Basismatrix von A mit zulässigem Basispunkt, eine Basismatrix von A mit nicht zulässigem Basispunkt und eine 3×3 -Teilmatrix von A, die keine Basismatrix von A ist, an. Beweisen Sie ihre Behauptungen.

Abgabe: Dienstag, 25. April 2017, vor der Vorlesung