NMIT1 - P10 ungerpet

Aufg2

a)

$$A = \begin{pmatrix} 8 & 5 & 2 \\ 5 & 9 & 1 \\ 4 & 2 & 7 \end{pmatrix}$$

Auf Diagonaldominanz prüfen

$$A_{0,0} > A_{0,1} + A_{0,2} \rightarrow 8 > 5 + 2$$

$$A_{1,1} > A_{1,0} + A_{1,2} \rightarrow 9 > 5 + 1$$

$$A_{2,2} > A_{2,0} + A_{2,1} \rightarrow 7 > 4 + 2$$

$\rightarrow$ Zeilensummenkriterium erfüllt$\rightarrow$ Gauss-Seidel konvergiert für A

b)

$$Ax = b; b = \begin{pmatrix} 19 \\ 5 \\ 34 \end{pmatrix}$$

$$A = L + D + R => L = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 5 & 0 & 0 \\ 4 & 2 & 0 \end{pmatrix}; D = \begin{pmatrix} 8 & 0 & 0 \\ 0 & 9 & 0 \\ 0 & 0 & 7 \end{pmatrix}; R = \begin{pmatrix} 0 & 5 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$x^{(n+1)} = -(D+L)^{-1} * Rx^{(n)} + (D+L)^{-1} * b$$

$$= -\begin{pmatrix} 1/8 & 0 & 0 \\ 1/5 & 1/9 & 0 \\ 1/4 & 1/2 & 1/7 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 0 & 5 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} * x^{(n)} + \begin{pmatrix} 1/8 & 0 & 0 \\ 1/5 & 1/9 & 0 \\ 1/4 & 1/2 & 1/7 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 19 \\ 5 \\ 34 \end{pmatrix}$$

i	0	1	2	3
$x^{(i)}$	$\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2,25 \\ -1,0278 \\ 3,8651 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2,0147 \\ 1,0134 \\ 3,9746 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2,0147 \\ -1.0054 \\ 3,9931 \end{pmatrix}$

(Siehe Unger_Peter_06_S10_Aufg2.m)

c)

$B = -D^{-1}(L+R)$

$||x^{(n)} - \tilde{x}|| \leq \frac{||B||}{||1-B||} * ||x^{(n)} - x^{(n-1)}||$

$\rightarrow abs. Fehler : 0.2547$

d)

$B = -D^{-1}(L+R)$

$tol = 10^{-4}$

$||x^{(n)} - \tilde{x}|| \leq \frac{||B||^n}{||1-B||} * ||x^{(1)} - x^{(0)}|| \leq tol$

$=> ||B||^n * ||x^{(1)} - x^{(0)}|| \leq 10^{-4} * (1 - ||B||) =$

$||B||^n \leq \frac{10^{-4}*(1-||B||)}{||x^{(1)}-x^{(0)}||} =$

$n * log(||B||) \leq log(\frac{10^{-4}*(1-||B||)}{||x^{(1)}-x^{(0)}||}) =$

$n \leq \frac{log(\frac{10^{-4}*(1-||B||)}{||x^{(1)}-x^{(0)}||})}{log(||B||)} =$

$n \leq 52,0692 \implies 53\ Schritte$

e)

Rechenweg wie d) - statt $||x^{(1)} - x^{(0)}|| \implies ||x^{(3)} - x^{(2)}||$ einsetzen.
$n \leq 35,4367 \implies 36\ Schritte$