

Aufg1

a)

$$\|x - \tilde{x}\|_{\infty} \leq \|A^{-1}\|_{\infty} * \|b - \tilde{b}\|$$

$$\|x - \tilde{x}\|_{\infty} \leq \left\| \begin{pmatrix} 20000 & 30000 & 10000 \\ 10000 & 17000 & 6000 \\ 2000 & 3000 & 2000 \end{pmatrix} \right\|_{\infty}^{-1} * \|b - \tilde{b}\|$$

$$\|x - \tilde{x}\|_{\infty} \leq 1,4 * 10^{-3} * 10^5$$

$$\|x - \tilde{x}\|_{\infty} \leq 140$$

$$\frac{\|x - \tilde{x}\|_{\infty}}{\|x\|_{\infty}} \leq \frac{\|A\|_{\infty} * \|A^{-1}\|_{\infty} * \|b - \tilde{b}\|_{\infty}}{\|b\|_{\infty}}$$

$$\frac{\|x - \tilde{x}\|_{\infty}}{\|x\|_{\infty}} \leq \frac{6 * 10^4 * 1,4 * 10^{-3} * 10^5}{5,2 * 10^6} = 1,615$$

$$\text{cond}(A) = \|A\|_{\infty} * \|A^{-1}\|_{\infty} = 1,615$$

b)

$$\sigma := \frac{\text{cond}(A) * \|A - \tilde{A}\|_{\infty}}{\|A\|_{\infty}} = 0,14$$

$$\frac{\|x - \tilde{x}\|_{\infty}}{\|x\|_{\infty}} \leq \frac{\text{cond}(A)}{\sigma} * \left(\frac{\|A - \tilde{A}\|_{\infty}}{\|A\|_{\infty}} + \frac{\|b - \tilde{b}\|_{\infty}}{\|b\|_{\infty}} \right)$$

$$\frac{\|x - \tilde{x}\|_{\infty}}{\|x\|_{\infty}} \leq 2,041$$

c)

$$x = \begin{pmatrix} 22 \\ 88 \\ 264 \end{pmatrix}$$

$$\tilde{x} = \begin{pmatrix} 7,383 \\ 58,766 \\ 395,553 \end{pmatrix}$$

$$\frac{\|x - \tilde{x}\|_{\infty}}{\|x\|_{\infty}} = \frac{131,553}{264} = 0.498$$