TEMEL DEVRE KAVRAMLARI VE KANUNLARI

GİRİŞ:

Devre analizi gerçek hayatta var olan fiziksel elemanların matematiksel olarak modellenerek gerçekte olması gereken sonuçların matematik analizi vasıtasıyla elde edilmesidir. Elektrik devresinin matematiksel modeline devre modeli ve devreyi oluşturan elemanların devre modelinde yer alan eşdeğerlerine ideal devre elemanı denir. İdeal devre elemanları kabul edilebilir sınırlar içerisinde gerçek devre elemanlarının davranışlarını modeller. Devre analizi ideal devre elemanlarının ve devre modelinin matematik kullanarak yapabileceği davranışları ve çıkabilecek sonuçların tahmin edilerek elde edilmesidir.

DEVRE ANALİZİNDE AKIM, GERİLİM ve GÜÇ

Gerilim ve akım devre analizinde en fazla kullanılan kavramlardır. Bunun en büyük sebepleri bu kavramların sayılarla ifadesi ve ölçülebilmesidir. Gerilim genelde birim elektrik yükünü elektrik alanı içerisinde bir noktadan başka bir noktaya götürürken yapılan iş olarak tanımlanır. Gerilim yaklaşık olarak bir potansiyel enerjiye denk gelir. Bu noktadan çıkarak gerilim;

$$v = \frac{dw}{dq} \text{ volt}$$

Burada w joule cinsinden enerji, q coulomb cinsinden yüktür. Elektrik akımı ise birim zamanda geçen elektrik yükü olarak adlandırılır. Elektrik akımının birimi amperdir ve aşağıdaki formülle yüke bağlanır.

$$i = \frac{dq}{dt} \text{ Amper}$$

Burada t saniye cinsinden zaman, q coulomb cinsinden yüktür. Her ne kadar yükler tek tek elektronlardan oluşuyorsa da ve bunlar ayrık yüklerse de milyonlarca elektronun hareketinden oluşan elektrik akımı devamlı bir değer gibi kabul edilir. Fiziksel sistemlerin çıkışı güç ve enerji birimleri cinsinden ifade edilir. Bu birimler güç için vat(watt) ve enerji için jul(joule) olarak kabul edilir Fiziksel bir sistemde güç enerjinin zamana olan türevidir ve söz ile birim zaman başına enerji değişimi gücü verir denir. Gücü enerjiye bağlayan formül aşağıdaki yazılır;

$$p = \frac{dw}{dt} \text{ vat (W)}$$

ile verilir. Yüklerin çıkışı ile ilgili güç formülü ise yukarıdaki formülün sağ tarafını dq ile çarparak ve bölerek bulunur. Bu şekilde yük birimi de formüle sokulur.

$$p = \frac{dw}{dt}\frac{dq}{dq} = \frac{dw}{dq}\frac{dq}{dt}$$

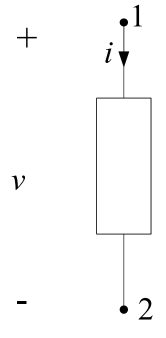
Yukarıdaki formüle dikkat edilirse fromülün sağ tarafındaki türev ifadelerinin sırasıyla gerilim ve akım ifadelerine karşılık olduğu görülebilir. Buradan sonuç olarak güç akım ve gerilim cinsinden;

$$p = vi \text{ vat}$$

formülüyle verilir. Burada önceki gibi v volt cinsinden potansiyel farkı ya da elektrik gerilimi ve i amper cinsinden akımdır. Buradan çıkarılacak en faydalı sonuç devrenin herhangi iki noktasına giren ve çıkan akım değerleri eşit ise ve söz konusu iki nokta arasındaki potansiyel farkından devrede harcanan gücü ve enerjiyi hesap etmemiz mümkündür.

TEMEL DEVRE ELEMANLARI

Temel Devre Elemanı



Şekil.TDK.1 Temel devre elemanı ve referans akım ve gerilim yönleri

Temel Devre Elemanı, elektrik devre kavramlarını açıklayabilmek için kullanılan bir çeşit devre elemanıdır. Temel devre elemanının iki ucu vardır. Yani devrenin diğer bölümlerine yalnızca iki noktadan bağlanabilir. Davranışı matematiksel olarak gerilim ve akım cinsinden ifade edilebilen ideal devre elemanı kendinden daha küçük bir parçaya bölünemez. Temel devre elemanının sembolü Şekil.TDK.1'de gösterilmiştir. Bu şekildeki elemanın üzerinde işaretlenmiş gerilim ve akım yönleri referans alınmalı ve aşağıdaki formüller de bu yönlere göre işlem yapılmalıdır.

Şekil.TDK.1'de sembolize edilmiş temel devre elemanına giren akımın yönü ve gerilim yönüne göre bu devre elemanı üzerinde harcanan güç normal güç formülü ile ifade edilir ve bu durum gerçekle uyuşuyorsa devre elemanı güç harcıyor denilir.

$$p = vi$$

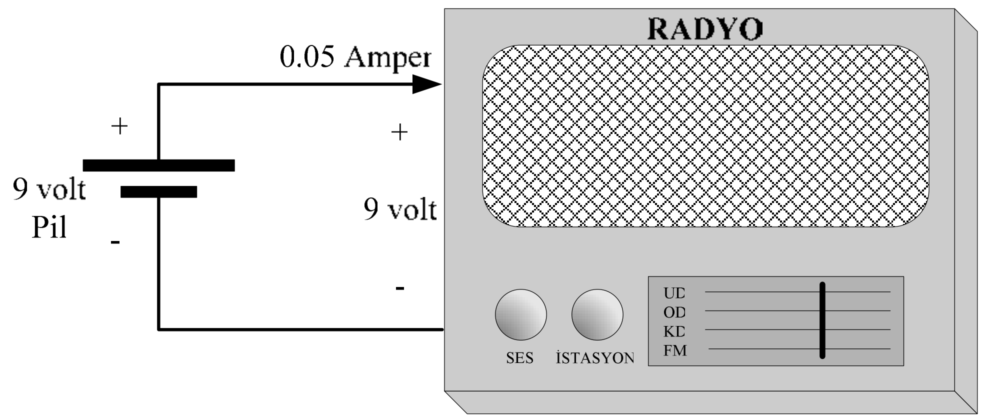
Kabul edilen yönlerden yalnızca bir tanesi yön değiştiriyorsa yani akım 2 no'lu terminalden giriyor ya da gerilim 2 no'lu terminalde pozitif 1 no'lu terminalde negatif ise güç formülündeki terimlerin işareti aşağıdaki gibi değişir.

$$p = v(-i) \text{ veya } p = (-v)i$$

Eğer hem gerilim hem akım yön değiştiriyorsa, bu durumda hem gerilim hem akım negatif olacağı için yine temel güç formülü kullanılır.

$$p = (-v)(-i) = vi$$

Bu formüllerle güç pozitif çıkarsa, devre elemanı güç harcıyor veya enerji depoluyor denir. Eğer negatif çıkarsa, devre elemanı güç üretiyor ya da depolanan enerjiyi harcıyor denir.



Şekil.TDK.2. Örnek.TDK.1 için radyo besleme devresi

Örnek.TDK.1. Şekil.TDK.2'de görülen devrede 9 voltluk pile bağlı radyonun çektiği akım ölçülmüş ve 0.05 Amper bulunmuştur. Eğer gerilim ve akım yönleri şekildeki gibi ise radyo kaç vatlık güç harcamaktadır/üretmektedir? 9 voltluk pil kaç vat'lık güç harcamaktadır/üretmektedir?

Çözüm:

Radyo için bakılırsa referans gerilim ve akımı kabul edilenle aynıdır. Formülde yerine koyarsak;

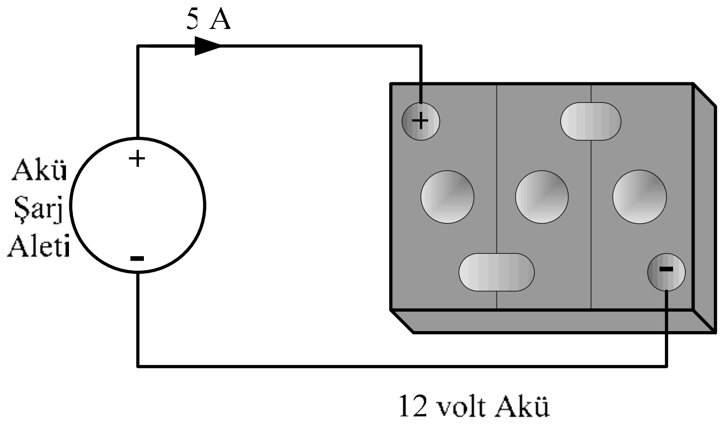
$$p = vi = 9\text{v} \times 0.05\text{A} = 0.45\text{W} = 450\text{mW}$$

Güç pozitif çıktığından güç harcanmaktadır.

Pil için güç formülünü hesaplarken dikkat edeceğimiz husus akım yönünün kabule göre ters olduğu ama gerilimin aynı olduğudur. Bu durumda güç formülünde akım negatif alınacaktır.

$$p = v(-i) = 9\text{v} \times (-0.05\text{A}) = -0.45\text{W} = -450\text{mW}$$

Çıkan sonuca göre pil negatif üç harcamaktadır yani güç üretmektedir.



Şekil.TDK.3. Örnek.TDK.2 için akü şarj devresi

Örnek.TDK.2. Şekil.TDK.3'de görülen devrede 12 voltluk bir akü, bir akü şarj edicisiyle şarj edilmektedir. Akü şarj aletinden çekilen akım 5 Amper olarak ölçülmüştür. Akünün harcadığı gücü ve üreticinin harcadığı gücü bulunuz.

Çözüm:

Akü için;

$$p = vi = 12\text{v} \times 5\text{A} = 60\,\text{W}$$

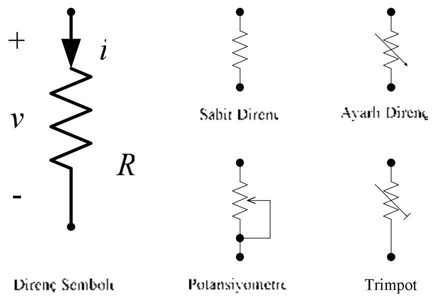
Akü bu duruma özel olarak güç harcayor görünmektedir. Fakat bildiğimiz gibi akü ve benzeri şarj olabilen cihazlar şarj edildikten sonra depolanan enerjiyi kullanmak üzere bir devreye bağlanabilir.

Şarj aleti için;

$p = v(-i) = 12\text{v} \times (-5\text{A}) = -60\text{W}$. Şarj aleti güç üretir

Direnç Kavramı ve Dirençler

Elektrik akımına gösterilen zorluk direnç olarak tanımlanır. Elektrik akımı elektron gibi yüklerden oluştuğu için direnç yüklerin materyal içindeki hareketine karşı gösterilen zorluktur. Bu davranışın modellenmesinden ortaya çıkan devre elemanına direnç adı verilir. Direncin sembolü Şekil.TDK.4'de gösterilmiştir. Dirençler genellikle *R* ile gösterilirler ve değerleri sembole yakın bir yere yazılırlar.



Şekil.TDK.4 Direnç referans akım ve gerilim yönleri ve sembolleri

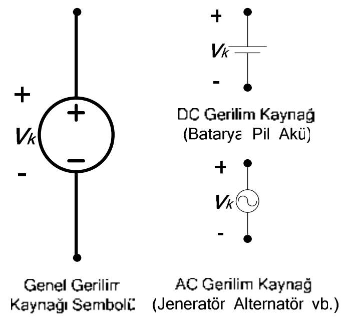
Elektrik direncinin temelinde hareket halindeki elektronların hareketliliği ve maddenin atomik yapısıyla ilgilidir. Bu yapıda hareket eden elektronların bir kısmı bu yapıda enerji kaybederler. Bu kaybedilen enerji, madde içerisinde ısıya dönüşerek yayılır. Dirençler ve gerçek hayattaki bütün elektriksel elemanlar ısı yayarlar.

Devre analizinde kullanılan dirençlerin doğrusal ve değerinin zamandan bağımsız olduğu düşünülür. Gerçek durumlara ise birçok direnç doğrusal olmadığı gibi değerleri de zamanla değişebilir. Dirençlerin elektrik enerjisini ısı enerjisine çevirmesi bazen istenmeyen bir durum olmasına rağmen bu özellik elektrik kaloriferlerinde, tost makinelerinde, elektrikli ocak ve fırınlarda v.b. kullanım alanı bulmaktadır. Direnç devre tasarımı ve analizinde en sık kullanılan ve karşılaşılan elemandır. Dirençli devrelerin analizi için bu yüzden çok çeşitli yöntemler geliştirilmiş ve kullanılmıştır.

Akım ve Gerilim Kaynakları

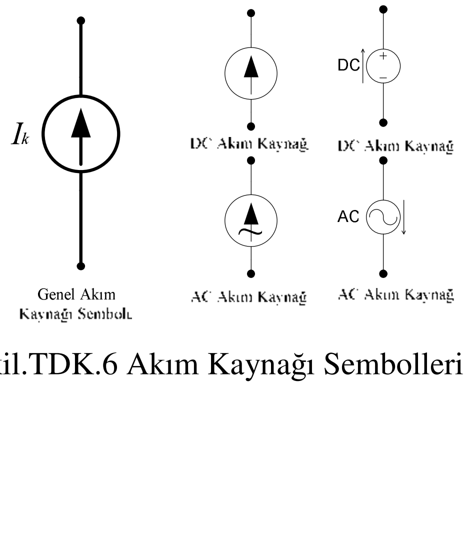
Akım ve Gerilim Kaynakları elektrik devrelerine enerji ve güç besleyen temel devre elemanlarıdır. Akım ve gerilim kaynakları olmadan devreye dışarıdan güç ve enerji beslenemez. Akım ve gerilim kaynakları çeşitli enerji şekillerini elektrik enerjisine çeviren cihazlardır. Örneğin mekanik enerjiyi elektrik enerjisine çeviren gerilim kaynakları dinamo veya jeneratör olarak adlandırılır. Kimyasal bağ enerjisini elektrik enerjisine çeviren aletler pil ya da akü olarak adlandırılır. Yine aynı şekilde güneş pilleri ışık enerjisini elektrik enerjisine çevirirler.

Gerilim kaynağı ya da ideal gerilim kaynağı üzerinden geçen akım ne olursa olsun, uçlarında tanımlı gerilim değeri olan devre elemanıdır. Gerilim kaynağı illaki devreye güç vermek zorunda değildir, devreden güç de çekebilir. Gerilim kaynağı üzerinden geçen akımın direkt tespiti imkansızdır. Ancak dolaylı yollardan tespit edilir. Gerilim kaynakları sembolleri Şekil.TDK.5'te gösterilmiştir.



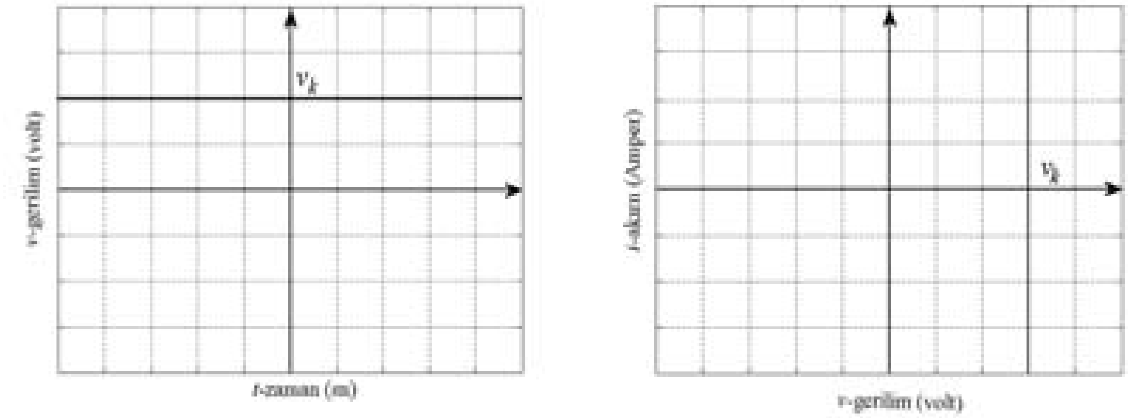
Şekil.TDK.5 Gerilim Kaynağı Sembolleri

İdeal akım kaynağı ya da akım kaynağı üzerinde düşen gerilim ne olursa olsun, üzerinden geçen akım tanımlı olan devre elemanıdır. Akım kaynağı illaki devreye güç vermek zorunda değildir, devreden güç de çekebilir. Akım kaynağı sembolü Şekil.TDK.6'da görülmektedir.

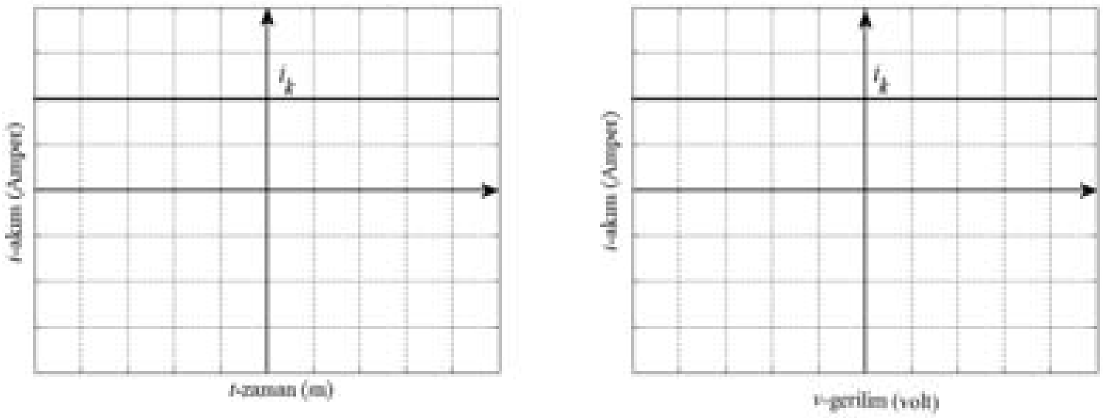


Şekil.TDK.6 Akım Kaynağı Sembolleri

DC gerilim ve akım kaynağı üzerinde sabit değer tanımlanmış kaynaklardır. Bunların değeri zamana bağlı olarak değişmez. Bu yüzden Doğru Akım (İngilizce'den Direct Current-DC) olarak adlandırılır. DC gerilim ve akım kaynağının zamana ve akım ve gerilime bağlı grafikleri Şekil.TDK.7'de verilmiştir.



DC gerilim kaynağı gerilim-zaman ve akım-gerilim grafiği

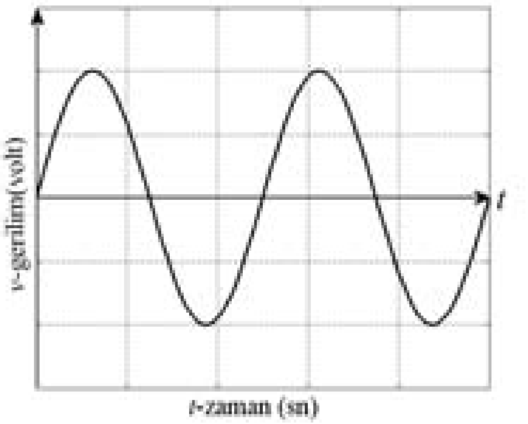


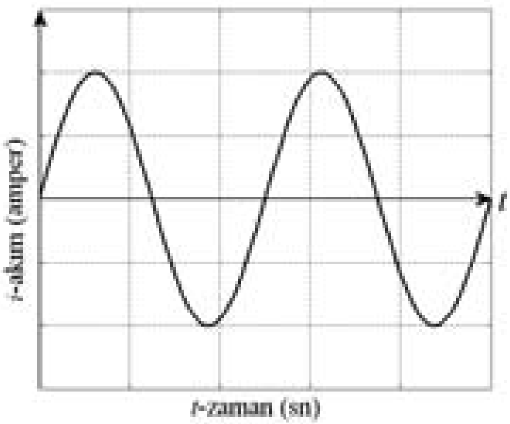
DC akım kaynağı akım-zaman ve akım-gerilim grafiği

Şekil.TDK.7 DC akım ve gerilim kaynakları grafikleri

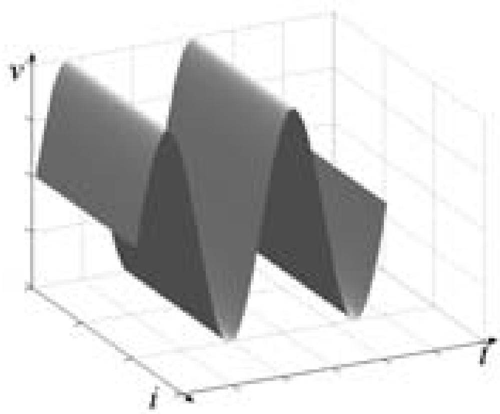
AC akım ve gerilim kaynakları üzerinde tanımlanmış değeri yalnızca zamana göre değişen kaynaklardır. Her türlü dalga fonksiyonuna sahip olabilirler, örneğin sinüs, kare, üçgen, testere dişi gibi. Ama genelde AC gerilim kaynağı denildiğinde sinüsoidal fonksiyon üreten kaynaklar düşünülür. Sinüsoidal fonksiyon yön değiştirebildiği için Alternatif Akım (İngilizce'den Alternating Current-AC) olarak adlandırılır. Alternatif akım ve gerilim kaynakları ile ilgili zaman-akım ve gerilim grafikleri Şekil.TDK.8'de verilmiştir.

Buraya kadar tanımlanmış kaynaklara bağımsız kaynaklar adı verilir. Bunlara ek olarak değerleri devrenin başka bir yerinden geçen akıma veya gerilime bağlı olan kaynaklar da vardır. Bu tip kaynaklara kontrollü kaynaklar denir ve genellikle eşkenar dörtgen ile sembolize edilirler. Sembolleri Şekil.TDK.9'da verilmiştir.



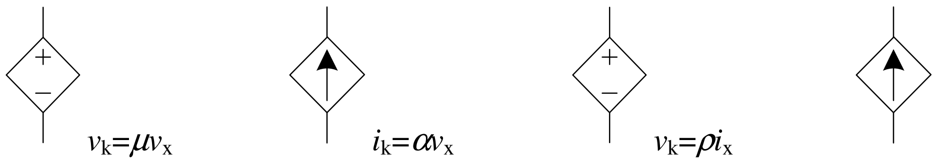


AC Gerilim kaynağı gerilim-zaman grafiği   AC Akım kaynağı akım-zaman grafiği



AC Gerilim kaynağı gerilim-akım-zaman grafiği

Şekil.TDK.8 AC akım ve gerilim kaynakları grafikleri



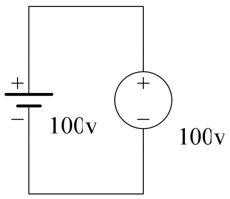
$v_k=\mu v_x$ | $i_k=\alpha v_x$ | $v_k=\rho i_x$ | $i_k=\beta i_x$

Gerilim Kontrollü Gerilim Kaynağı	Gerilim Kontrollü Akım Kaynağı	Akım Kontrollü Gerilim Kaynağı	Akım Kontrollü Akım Kaynağı

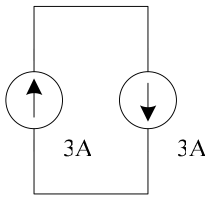
Şekil.TDK.9 Kontrollü akım ve gerilim kaynakları sembolleri

Örnek.TDK.3 Aşağıdaki bağlantıları inceleyerek ve ideal akım ve gerilim kaynağı tanımını kullanarak aşağıdaki bağlantıların mümkün olup olmadığını tartışınız.

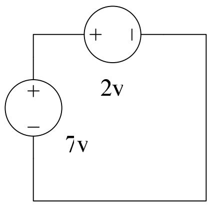
Çözüm:



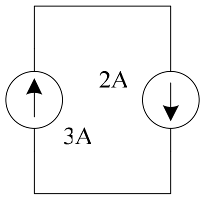
Mümkündür: Gerilim kaynaklarının her iki ucundaki potansiyel farkı birbirine eşit ve 100 volttur.



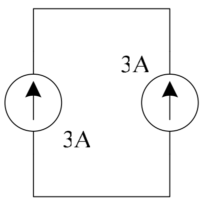
Mümkündür: Akım kaynaklarının her ikisini üzerinden geçen akımlar birbirine eşit ve 3 Amperdir.



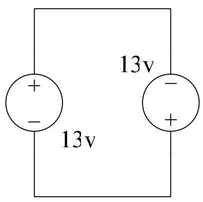
İmkânsız: Gerilim kaynaklarının her iki ucundaki potansiyel farkı birbirine eşit değildir. Bir kaynağın uçları arasındaki potansiyel fark diğeri tarafından başka bir değere zorlanmaktadır.



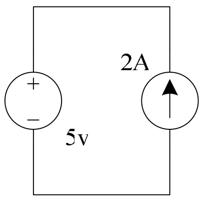
İmkânsız: Akım kaynaklarının her ikisinin üzerinden geçen akımlar birbirine eşit değildir. Bir kaynağın üzerinden geçen akım diğeri tarafından başka bir değere zorlanmaktadır.



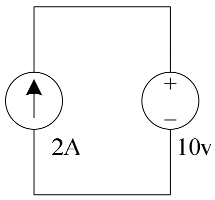
İmkânsız: Akım kaynaklarının her ikisinin üzerinden geçen akımlar birbirine eşit olsa bile bir kaynağın üzerinden geçen akım diğeri tarafından ters yönde geçmeye zorlanmaktadır.



İmkânsız: Gerilim kaynaklarının her ikisinin üzerinden oluşan potansiyel farkı birbirine eşit olsa bile bir kaynağın üzerindeki gerilim diğeri tarafından ters yönde olmaya zorlanmaktadır.



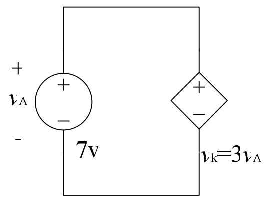
Mümkündür: Akım kaynağı ve gerilim kaynağı değer olarak birbirlerini zorlamamaktadırlar.



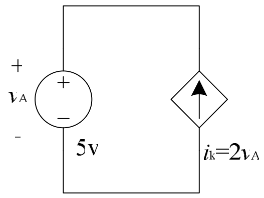
Mümkündür: Akım kaynağı ve gerilim kaynağı değer olarak birbirlerini zorlamamaktadırlar.

Örnek.TDK.4 Aşağıdaki bağlantıları inceleyerek ve kontrollü akım ve gerilim kaynağı tanımını kullanarak aşağıdaki bağlantıların mümkün olup olmadığını tartışınız.

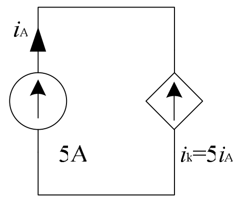
Çözüm:



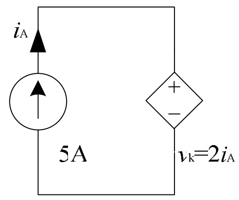
İmkânsız: Kontrollü gerilim kaynağının her iki ucundaki potansiyel farkı $v_k = 3v_A$=3x7 =21 v. Gerilim kaynaklarının her iki ucundaki potansiyel farkı birbirine eşit değildir. Bir kaynağın uçları arasındaki potansiyel fark diğeri tarafından başka bir değere zorlanmaktadır. Bu devrenin mümkün olabilmesi için μ=1 olmalıdır.



Mümkündür: Kontrollü akım kaynağından geçen akım $i_k = 2v_A$=2x5 =10 A. Akım kaynağı ve gerilim kaynağı değer olarak birbirlerini zorlamamaktadırlar.



İmkânsız: Kontrollü akım kaynağından geçen akım $i_k = 5i_A$=5x5 =25 A. İmkânsız: Akım kaynaklarının her ikisinin üzerinden geçen akımlar birbirine eşit değildir. Bir kaynağın üzerinden geçen akım diğeri tarafından başka bir değere zorlanmaktadır. Ek olarak bir kaynağın üzerinden geçen akım diğeri tarafından ters yönde geçmeye zorlanmaktadır. Bu devrenin mümkün olabilmesi için β=-1 olmalıdır.



Mümkündür: Kontrollü gerilim kaynağında oluşan potansiyel farkı $v_k = 2i_A$=2x5 =10 v. Akım kaynağı ve gerilim kaynağı değer olarak birbirlerini zorlamamaktadırlar.

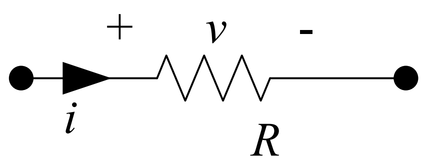
Ohm Kanunu

Bir direnç üzerinden geçen akımı, üzerinde düşen gerilim değerine bağlayan formüle Ohm kanunu adı verilir. Şekil.TDK.10'daki gibi akım ve gerilim yönleri tanımlanmış bir direnç için Ohm kanunu;

$$v = i \cdot R$$

formülüyle verilir. Burada v volt cinsinden gerilim, i amper cinsinden akım ve R Ω cinsinden dirençtir. Eğer herhangi bir şekilde akımın veya gerilimin yönü şekle göre ters ise sonuç negatif çıkar. Çıkan sonuç negatif ise akım veya gerilim yönünün ters olduğunu gösterir. Gerçek hayatta yandaki şekildeki kabul doğrudur. Tersi bir durum matematiksel olarak mümkün olsa bile, gerçek hayatta imkansızdır. Ohm kanunun diğer şekilleri aşağıdaki gibi yazılabilir. Bu eşitliklerde v volt cinsinden gerilim, i Amper cinsinden akım, R Ohm (Ω) cinsinden direnç ve G Siemens (S) cinsinden iletkenliktir.

Direnç Cinsinden Ohm Kanunu	$R = \frac{1}{G}$ Ω	$v = i \cdot R$ v	$i = \frac{v}{R}$ A	$R = \frac{v}{i}$ Ω
İletkenlik Cinsinden Ohm Kanunu	$G = \frac{1}{R}$ S	$i = v \cdot G$ A	$v = \frac{i}{G}$ v	$G = \frac{i}{v}$ S



Şekil.TDK.10. Bir direnç üzerindeki akım ve gerilim yönleri

Dirençlerde harcanan güç daima pozitiftir. Gerçek hayatta da bu böyledir. Referans yönlerine göre güç harcaması;

$$P = v \cdot i \Rightarrow P = i \cdot R \cdot i \Rightarrow P = i^2 R \text{ W}$$

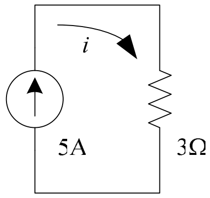
ya da

$$P = v \cdot i \Rightarrow P = v \cdot \frac{v}{R} \Rightarrow P = \frac{v^2}{R} \text{ W}$$

iletkenlik cinsinden güç;

$$P = \frac{i^2}{G} \text{ W veya } P = v^2 G \text{ W}$$

formülleriyle hesaplanır.



Şekil.TDK.11. Örnek.TDK.5 için devre

Örnek.TDK.5. Şekil.TDK11'de görülen devrede direnç üzerinde düşen gerilimi ve üzerinde harcanan gücü bulunuz. Gerilim yönünü tespit ediniz.

Çözüm:

Görüldüğü üzere devrede akım yönünü tayin eden bir adet elaman vardır. Bu eleman akım kaynağıdır. Buna göre geçen akım Şekil.TDK.11'de görüldüğü gibi olacaktır. Gerilim için Ohm kanunundan;

$$v = i \cdot R$$

$$v = i \cdot R = 5 \cdot 3 = 15 \ \text{v}$$

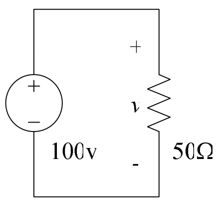
Güç için üç adet yol kullanarak hesap yapalım

$$P = v \cdot i = 5 \cdot 15 = 75 \ \text{W}$$

$$P = i^2 \cdot R = 5^2 \cdot 3 = 75 \ \text{W}$$

$$P = \frac{v^2}{R} = \frac{15^2}{3} = 75 \ \text{W}$$

Dirençler güç harcadığından gerilim yönü akımın girdiği terminal (+) olarak tespit edilir.



Şekil.TDK.12. Örnek.TDK.6 için devre

Örnek.TDK.6. Şekil.TDK12'de görülen devrede direnç üzerinden geçen akımı ve üzerinde harcanan gücü bulunuz. Akım yönünü tespit ediniz.

Çözüm:

Görüldüğü üzere devrede gerilim yönünü tayin eden bir adet eleman vardır. Bu eleman gerilim kaynağıdır. Buna göre oluşan potansiyel farkı Şekil.TDK.12'de görüldüğü gibi olacaktır. Akım için Ohm kanunundan;

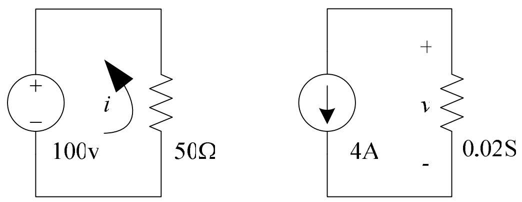
$$v = i \cdot R$$

$$i = \frac{v}{R} = \frac{100}{50} = 2 \text{ A}$$

Güç için hesap yapalım

$$P = \frac{v^2}{R} = \frac{100^2}{50} = 200 \text{ W}$$

Dirençler güç harcadığından akımın girdiği yön gerilimin (+) terminal çıktığı yön ise (-) terminali olarak tespit edilir.



Şekil.TDK.13. Örnek.TDK.7 için devreler

Örnek.TDK.7. Şekil.TDK13'de görülen devrelerde direnç üzerinden geçen akımı ve direnç üzerinde oluşan gücü bulunuz. Verilen akım ve gerilim yönlerinin doğru olup olmadığını tespit ediniz.

Çözüm:

Soldaki devre için direnç üzerinden geçen akım için Ohm kanunundan;

$$i = v \cdot G$$

$$i = 10 \cdot 0.05 = 0.5 \text{ A}$$

Akım ve gerilim yönlerine bakarak güç için hesap yapalım

$$P = i \cdot v = (-0.5) \cdot (10) = -5 \text{ W}$$

Dirençler güç harcamadığına göre sonuç negatif olamaz. Bu durumda akım ya da gerilim yönlerinden biri yanlıştır. Gerilimin yönü doğrudur çünkü gerilim yön referansını gerilim kaynağı zorlamaktadır. Bu durumda akımın yönü yanlış olmalıdır. Akımın yönü girdiği yön gerilimin (+) terminal çıktığı yön ise (-) terminali olacak şekilde yani şekildekinin tersi yönde olmalıdır. Yeni durum için güç;

$$P = i \cdot v = (+0.5) \cdot (10) = -5 \text{ W}$$

olmalıdır.

Sağdaki devre için direnç üzerindeki gerilim için Ohm kanunundan;

$$v = \frac{i}{G} = \frac{4}{0.02} = 200 \text{ v}$$

Akım ve gerilim yönlerine bakarak güç için hesap yapalım

$$P = i \cdot v = (-4) \cdot (+200) = -800 \text{ W}$$

Dirençler güç harcamadığına göre sonuç negatif olamaz. Bu durumda akım ya da gerilim yönlerinden biri yanlıştır. Burada akım yönü doğrudur çünkü akım yön referansını akım kaynağı zorlamaktadır. Bu durumda gerilimin yönü yanlış olmalıdır. Gerilimin yönü akımın girdiği yön (+) terminal çıktığı yön ise (-) terminal olacak şekilde yani şekildekinin tersi yönde olmalıdır. Yeni durum için güç;

$$P = i \cdot v = (-4) \cdot (-200) = 800 \text{ W}$$

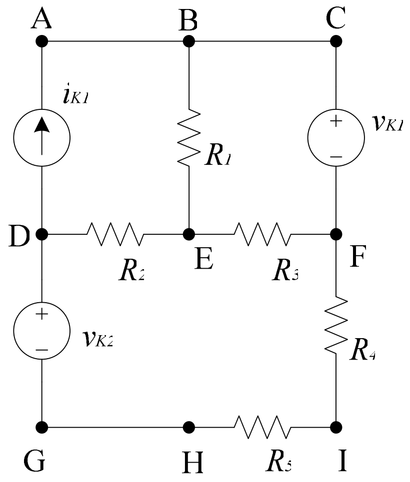
olmalıdır.

Kirchoff'un Akım ve Gerilim Kanunu

Ohm kanunu her ne kadar temel elektrik kanunu ise de Ohm kanunu devreden geçen akımların ve elemanların üzerinde düşen gerilimlerin bulunmasında yeterli olmaz. Bunların tespiti için ek olarak çeşitli kuralların bulunması gerekmektedir. Bu kurallar devre analizini basitleştirerek, gerekli eksik eşitlikleri bize sağlamalıdır. Bu kural ve kanunları bize sağlayan ise Kirchoff olmuş ve buna nispeten bu kanunlar Kirchoff'un kanunları olarak geçer.

Kirchoff'un Kanunlarını vermeden önce devre analizinde sıkça kullanılan düğüm ve halka, kapalı yol tanımlarının verilmesi ve kavranması lazımdır.

<u>Düğüm:</u> iki yada daha fazla devre elemanının terminalinin birleştiği noktadır. Düğümlerin devre analizi için tespiti gereklidir.
<u>Halka yada kapalı yol:</u> Herhangi bir düğümden başlayarak devre elemanları üzerinden ve düğümlerden yalnızca bir defa geçerek tekrar başlangıç düğümüne dönülüyorsa bu bir kapalı yol yada halka olarak adlandırılır.



Şekil.TDK.14. Örnek.TDK.8 için devre

Örnek.TDK.8. Şekil.TDK14'de görülen devredeki noktaların düğüm olup olmadığını tespit ediniz. Halka örnekleri veriniz.

Çözüm:

Düğümler:

1. Devre çizimine bakılırsa A, B ve C'nin elektriksel olarak aynı nokta oldukları görülmektedir. Yani bu noktalar arası bağlantı bir kısa devre ile yapılmaktadır. A, B ve C noktasına bağlı (bu noktalar aynı olduğundan) elemanlara bakarsak bunlar i_{K1}, v_{K1} ve R_1'dir. Bu nokta tanıma göre düğüm noktasıdır. A, B ve C noktaları bir düğümdür ve aynı düğümü temsil ederler.
2. Yine aynı şekilde G ve H noktaları da elektriksel olarak aynı nokta olup Bu noktalara v_{K2} ve R_5 direnci bağlı olduğundan bir düğümdürler.
3. D noktasına i_{K1}, v_{K2} ve R_2 bağlı olduğundan,
4. E noktasına R_1, R_2 ve R_3 bağlı olduğundan,
5. F noktasına v_{K1}, R_3 ve R_4 bağlı olduğundan,
6. I noktasına R_4, ve R_5 bağlı olduğundan bunların her biri bir düğümdür.

Toplam olarak düğüm sayısı 6 adettir.

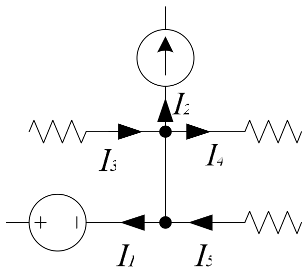
Halka örnekleri:

1. D düğümünden başlayarak, R_2, E düğümü, R_3, F düğümü, R_4, I düğümü, R_5, G-H düğümü, V_{K2} ve en son tekrar D düğümüne kadar izlenen yol bir halkadır.
2. A-B-C düğümünden başlayarak, R_1, E düğümü, R_2, D düğümü, I_{K1}, ve en son tekrar A-B-C

düğümüne kadar izlenen yol bir halkadır.

3. A-B-C düğümünden başlayarak, R_1, E düğümü, R_3, F düğümü, V_{K1}, A-B-C düğümü, R_1, E düğümü, R_2, D düğümü, I_{K1} ve en son tekrar A-B-C düğümüne kadar izlenen yol bir halka değildir.

Devredeki düğümler ve halkaların tespitinin yapılmasından sonra Kirchoff'un yasaları verilebilir. Kirchoff'un yasalarının ilki Kirchoff'un Akım Kanunu (KAK) olarak adlandırılır. Kirchoff'un Akım Kanununa göre "Bir devredeki herhangi bir düğümden çıkan akımların (düğüme giren akımların) toplamı sıfırdır." Burada dikkat edilecek husus KAK'ya göre çıkan(giren) akımların yönleridir. Akım düğümden çıkıyorsa pozitif (negatif) , düğüme giriyorsa negatif (pozitif) kabul edilir.



Şekil.TDK.15. Örnek.TDK.9 için devre

Örnek.TDK.9. Şekil.TDK15'de görülen düğüm için KAK eşitliğini yazınız

Çözüm: Çıkan akımlar için:

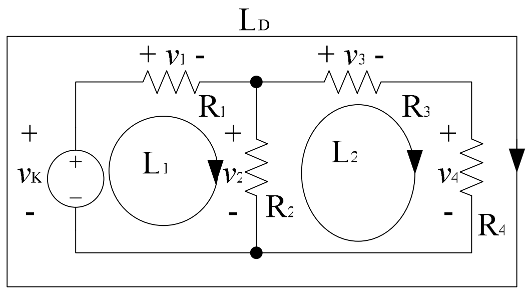
$$+I_1 + I_2 - I_3 + I_4 - I_5 = 0$$

Giren akımlar için:

$$-I_1 - I_2 + I_3 - I_4 + I_5 = 0$$

Yukarıdaki her iki eşitlikte aynıdır.

Kirchoff'un gerilim kanunu ise "Devredeki herhangi bir kapalı halkadaki devre elemanları üzerinde düşen gerilimlerin toplamı sıfırdır." ile ifade edilir. Yine dikkat edilecek husus başlangıç düğümünden itibaren izlenen tek yönlü yol üzerinde devre elemanları üzerinde düşen gerilimlerin yönleridir. Bu yön eğer giren uç negatif çıkan uç pozitif ise yani bir gerilim yükselmesi varsa pozitif, tam tersi durumda yani gerilim düşümü varsa negatif olarak tespit edilir. Fakat pratik sebeplerden dolayı bu yöntem bazen karışıklara sebep olduğundan takip edilen yol boyunca girilen uçların işaret ettiği işaret referans alınır. Yani eğer pozitif işaretli terminale giriliyorsa artı, negatif işaretli terminale giriliyorsa eksi alınır. Yukarıda bahsi geçen her iki yöntemde sonuç olarak aynı matematik denklemi verirler.



Şekil.TDK.16. Örnek.TDK.10 için devre

Örnek.TDK.10. Şekil.TDK16’de görülen devredeki halkalar için KGK denklemlerini yazınız.

Çözüm:

Soldaki iç halka L_1 için;

$$-V_K + V_1 + V_2 = 0$$

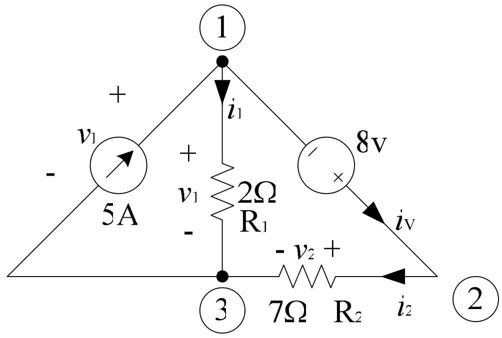
Sağdaki iç halka L_2 için;

$$-V_2 + V_3 + V_4 = 0$$

Dış halka L_D için;

$$-V_K + V_1 + V_3 + V_4 = 0$$

Kirchoff’un akım ve gerilim kanununun kullanılması ile devredeki bütün bilinmeyenler devre elemanlarının değerlerinden faydalanılarak ve Ohm kanunu ve devre elemanlarının akım gerilim ilişkisinden faydalanılarak kolayca hesaplanır. Ortaya çıkan denklemler doğrusal cebir gibi yöntemler kullanılarak çözülür. Devre basit ve bilinmeyen sayısı az ise yok etme yöntemi kullanılır.



Şekil.TDK.17. Örnek.TDK.11 için devre

Örnek.TDK.11. Şekil.TDK17'de görülen devrede dirençler üzerinden geçen i_1 ve i_2 akımları ile üzerlerinde düşen v_1 ve v_2 gerilimlerini hesaplayınız.

Çözüm: İlk önce KAK yazalım;

1 nolu düğüm için;

$$-5 + i_1 + i_V = 0$$

Bu denkleme (1) denklemi diyelim. 2 nolu düğüm için;

$$i_2 - i_V = 0 \Rightarrow i_2 = i_V$$

Bu denkleme (2) denklemi diyelim. 3 nolu düğüm için;

$$5 - i_1 - i_2 = 0$$

Bu denkleme (3) denklemi diyelim. Şu anda 3 bilinmeyenli 3 denklem elde edilmiştir. Bu sistem eğer denklemler birbirinden bağımsız ise çözülebilir. Ama bu denklemler birbirinden bağımsız değildir. Dikkat edilirse (2) den (1)'i çıkarılırsa (3) denklemi elde edilir. Aslında burada bizim işimize yarayacak tek bir denklem vardır ve bu denklem (3) denklemidir. (1) ve (2) denklemleri i_V yani gerilim kaynağı üzerinden geçen akım direkt tespit edilemediğinden bir işe yaramamaktadır. KAK yazarken her zaman öncelik gerilim kaynaklarının bağlı olmadığı düğümlere verilir.

Şimdi de KGK yazalım;

Soldaki halka için;

$$-v_I + v_1 = 0$$

Bu denkleme (4) denklemi diyelim. Sağdaki halka için;

$$-v_1 - 8 + v_2 = 0$$

Bu denkleme (5) denklemi diyelim. Dış halka için;

$-v_I - 8 + v_2 = 0$

Bu denkleme (6) denklemi diyelim. Yine 3 bilinmeyenli 3 denklem elde edilmiştir. Yukarıda olduğu gibi bu denklemlerde birbirinden bağımsız değildir. Dikkat edilirse (6)dan (4)'ü çıkarırsak (5) denklemi elde edilir. Aslında burada bizim işimize yarayacak tek bir denklem vardır ve bu denklem (5) denklemidir. (4) ve (6) denklemleri v_I yani akım kaynağı üzerinde oluşan gerilim direkt tespit edilemediğinden bir işe yaramamaktadır. KGK yazarken her zaman öncelik akım kaynaklarının bağlı <u>olmadığı</u> halkalara verilir. Sonuç olarak 4 bilinmeyenleri 2 denklem elde edilir. Denklem sayısı en az bilinmeyen sayısı kadar olmalıdır. Geri kalan iki denklem yazılırken Ohm kanundan faydalanılır.

$v_1 = 2i_1$ (7)

$v_2 = 7i_2$ (8)

Ohm kanunundan faydalanarak denklem yazarken devre üzerinde işaretli gerilim ve akımların direnç referansına uyduğuna dikkat edilmelidir. Yani akım artı işaretli uçtan girip eksi işaretli uçtan çıkmalıdır. (7) ve (8)i (5) denkleminde yerine koyarsak;

$-2i_1 - 8 + 7i_2 = 0$ (9)

elde ederiz. (3) denklemini 7 ile çarpıp (9) ile toplayalım

$$\begin{array}{r} 35 - 7i_1 - 7i_2 = 0 \\ -2i_1 - 8 + 7i_2 = 0 \\ \hline 27 - 9i_1 = 0 \end{array}$$

Buradan

$-9i_1 = -27 \Rightarrow i_1 = 3\,\text{A}$

Bulunan değeri (3)te yerine koyalım.

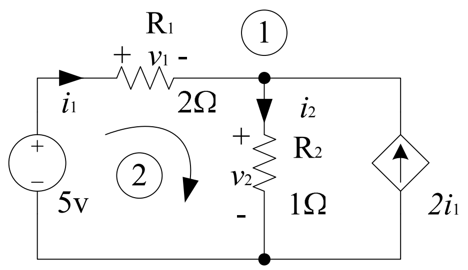
$5 - 3 - i_2 = 0 \Rightarrow i_2 = 2\,\text{A}$

olarak bulunur. Gerilimler v_1 ve v_2 için Ohm kanunundan yani (7) ve (8) denklemlerinden;

$v_1 = 2i_1 = 2 \cdot 3 = 6\ \text{v}$

$v_2 = 7i_2 = 7 \cdot 2 = 14\ \text{v}$

olarak bulunur.



Şekil.TDK.18. Örnek.TDK.12 için devre

Örnek.TDK.12. Şekil.TDK18'de görülen devrede dirençler üzerinden geçen i_1 ve i_2 akımları ile üzerlerinde düşen v_1 ve v_2 gerilimlerini hesaplayınız.

Çözüm: İlk önce KAK gerilim kaynağının bağlı olmadığı düğüm için yazalım. Akım kontrollü akım kaynağından geçen akımın i_1'in 2 katı olduğuna dikkat ederek ve bu değeri yerine yazarak;

$$-i_1 + i_2 - 2i_1 = 0$$

KGK akım kaynağının olmadığı 2 halkası için yazalım.

$$-5 + v_1 + v_2 = 0$$

Geri kalan iki denklem için Ohm kanundan faydalanalım.

$$v_1 = 2i_1$$

$$v_2 = 1i_2$$

v_1 ve v_2'yi yerine yazalım.

$$-5 + 2i_1 + i_2 = 0$$

Denklemlerde i_2'yi yok etmek için ilk denklemi -1 ile çarpıp son denklem ile toplayalım;

$$\begin{array}{r} +3i_1 - i_2 = 0 \\ \underline{-5 + 2i_1 + i_2 = 0} \\ -5 + 5i_1 = 0 \end{array}$$

Buradan

$$i_1 = 1\ \text{A ve}\ 3 \cdot 1 - i_2 = 0 \Rightarrow i_2 = 3\ \text{A}$$

olarak bulunur. Gerilimler v_1 ve v_2 için Ohm kanunundan;

$$v_1 = 2i_1 = 2 \cdot 1 = 2\ \text{ v}$$

$$v_2 = 1i_2 = 1 \cdot 3 = 3\ \text{ v}$$

olarak bulunur.

DEVRE ANALİZ TEKNİKLERİ

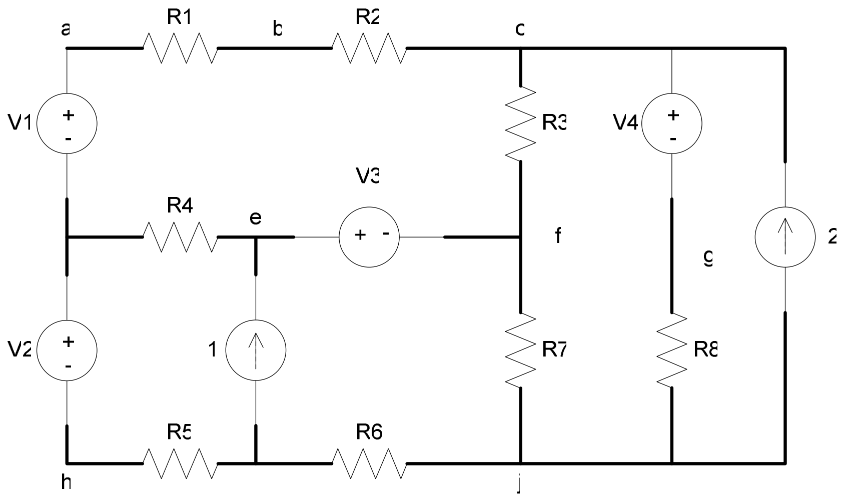
Bu zamana kadar kullandığımız Kirchoffun kanunları ve Ohm kanunu devre problemlerini çözmek için gerekli ve yeterli olan eşitlikleri sağladılar. Fakat bu kanunları kullanarak şimdiye kadar izlediğimiz yöntemler biraz daha metodik ve algoritmiktir. Bu metodlarla herhangi bir devredeki akım ve gerilim hesabı oldukça kolaylaşmış olmaktadır.

Çözüm metotlarına girmeden önce, bu yöntemleri anlatırken kullanacağımız terimlerin ne manaya gediğini inceleyelim.

Düğüm: İki veya daha fazla devre elemanının uçlarının birleştiği noktalar düğüm olarak adlandırılır. Şekil.DT.1 için a, b, c, d, e, f, g, h, i, j noktalarının hepsi düğümdür.

Temel Düğüm: Üç veya daha fazla devre elemanın birleştiği düğüm temel düğüm olarak adlandırılır. Şekil.DT.1'deki düğümler içerisinde yalnızca c, d, e, f, i, j temel düğümdür.

Yol: Hiçbir devre elemanının iki defa olmamak üzere, temel devre elemanlarının yan yana olanları üzerinden gidilerek izlenen sıraya yol adı verilir. Şekil.DT.1'deki V_2, R_4, i_1, R_6 bir yol oluşturmaktadır. Yine i_2, R_7, V_3, de bir yol oluşturmaktadır.



Şekil.DT.1. Temel terimlerin incelenmesi için örnek devre

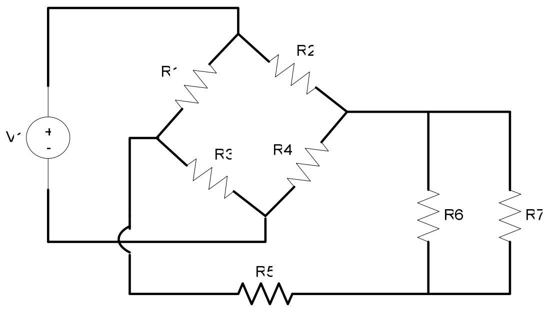
Kol: İki düğümü birleştiren yola kol adı verilir. Örneğin a ve b düğümünü birleştiren R_1 direnci bir kol oluşturmaktadır. Yine V_4 gerilim kaynağının olduğu yol, i_2 akım kaynağının olduğu yol bir koldur.

Temel Kol: Başka bir temel düğümden geçmeden iki temel düğümü birleştiren yola temel kol denir. Şekil.DT.1'deki V_1, R_1, R_2 yolu i_2 yolu, V_4, R_8 yolu, R_3 yolu, R_6 yolu, i_1 i1 yolu, R_4 yolu ve V_2, R_5 yolu temel kol örnekleridir.

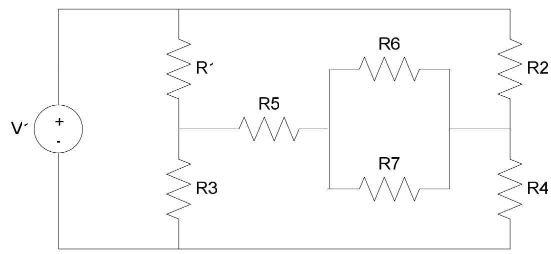
Halka: Bir düğümden başlayarak, yine aynı düğüme geri dönen yola halka ismi verilir. Şekil.DT.1' deki halka örnekleri ise aşağıdaki gibidir;
$R_3 - V_4 - R_8 - R_7$, $R_7 - R_6 - i_1 - V_3$, $V_2 - V_1 - R_1 - i_2 - R_6 - R_5$

Çevre: İçinde başka bir halka olmayan halkaya çevre adı verilir. Şekil DT.1. için $R_4 - V_1 - R_1 - R_2 - R_3 - V_3$ halkası, $V_2 - R_4 - i_1 - R_5$ halkası, $i_1 - V_3 - R_7 - R_6$ halkası, $R_7 - R_3 - V_4 - R_8$ halkası, $R_8 - V_4 - i_2$ halkası aynı zamanda birer çerçevedirler.

Düzlemsel Devre: Birbiri üzerinden atlama yapmadan bir düzlem üzerine (örneğin kağıda) çizilebilen devrelere düzlemsel devre ismi verilir. Üzerinden atlama yapılmış devreler illaki düzlemsel olmayan devre olmayabilirler. Bu devrelerin bir kısmı düzlemsel olarak çizilebilir. Örneğin şekil DT.2'deki devre, şekil DT.3'teki gibi tekrar çizilebilir.

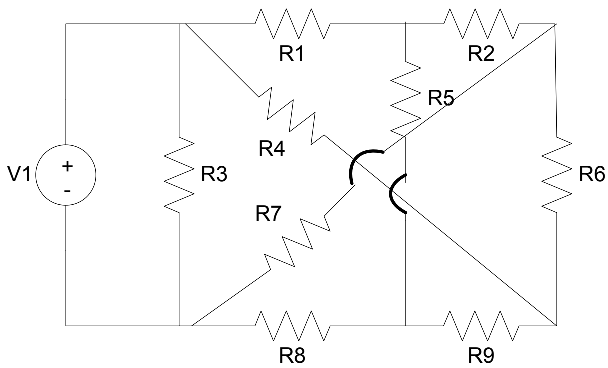


Şekil.DT.2 Örnek düzlemsel Devre



Şekil.DT.3. Şekil.DT.2'deki devrenin düzeltilmiş hali

Yine de bazı devreler vardır ki düzeltmeler sonucunda dahi atlamasız çizilmez. Bu durumdaki bir devreye düzlemsel olmayan devre adı verilir. Şekil DT.4'deki devre böyle bir devredir.



Şekil.DT.2 Düzlemsel Olmayan Devre

Göreceğimiz metodlar içerisinde çevre akımları yöntemi yalnızca düzlemsel devrelere uygulanabilirken, düğüm gerilimleri yöntemi hem düzlemsel hem düzlemsel olmayan devrelere uygulanabilir.

Düğüm gerilimleri yönteminde, her düğüme bir gerilim atanarak, Kirchoffun akım kanunu vasıtasıyla denklemler elde edilir. Fakat bizim için gerekli olan ise temel düğüm sayısının bir eksiği kadar denklemdir. Yani Düğüm gerilimleri yönteminde toplam denklem sayısı;

$$ds_1 = n_e - 1$$

burada n_e, temel düğümlerin sayısıdır.

Çevre akımları yönteminde ise Kirchoff'un gerilim kanunu, toplam çevre sayısı dolayısıyla denklem sayısı ds_2 ise;

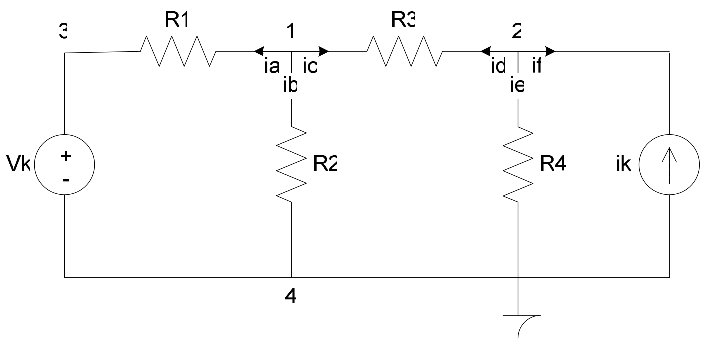
$$ds_2 = b_e - (n_e - 1)$$

formülünden hesaplanır. Burada be toplam temel kol sayısıdır.

<u>Düğüm Gerilimleri Metodu</u>

Düğüm gerilimleri metodu temelde, temel düğümlere bir gerilim atanarak ve her düğüm için Kirchoff'un akım kanunun yazılmasını temel alan bir yöntemdir. Bu yöntemle bütün temel düğümlerdeki gerilimler hesaplanır. Bu değerler devrenin diğer noktaları için bir referans özelliği taşır. Bu değerler vasıtasıyla devrenin herhangi bir noktasından geçen akımı veya herhangi iki nokta arasındaki gerilimi hesap etmek mümkündür.

Aşağıdaki örnekle birlikte, düğüm gerilimleri yöntemi ile devre çözümünü inceleyeceğiz. Gerekli olan denklem sayası $ds_1 = 3 - 1 = 2$.



Şekil.DT.5 Düğüm Gerilimleri Yöntemi İçin Örnek Devre

İlk olarak yapılacak iş devredeki düğümlerin tespitidir. Buradaki örnek için 1, 2, 3, ve 4 düğümdür. Fakat esas kullanacaklarımız ise temel düğümlerdir, yani 1, 2 ve 4 tür. Temel düğümlerin bir tanesi toprak düğümü, yani sıfır volt noktası olarak seçilir ve (veya veya) işaretleriyle gösterilir. Bu sıfır noktası olarak seçilen düğüm genellikle en çok devre elemanının bağlı olduğu düğüm olur. Bu kesin bir kural olmamakla beraber genel bir kabul olmuştur. Bazı durumlarda sıfır noktası diğer düğümler arasından seçilebilir. Bundan sonraki adım geriye kalan temel düğümlere gerilim atamak yani her bir düğümdeki gerilimleri $V_1, V_2, ..., V_{n_e - 1}$ gibi işaretlenir. Burada bir 1 düğümü için V_1 ve 2 düğümü için V_2 işaretini kullanalım.

Bundan sonraki aşamada her bir işaretlenen düğüm için, sıfır noktası hariç Kirchoffun akım kanunu yazılır. 1 düğümü için;

$$i_a + i_b + i_c = 0$$

Burada i_a, i_b ve i_c yönlerine dikkat edilerek ve Ohm kanunundan eşitlikler yazılır yani;

$$i_a = \frac{V_1 - V_k}{R_1}, \; i_c = \frac{V_1 - V_2}{R_3} \text{ ve } i_b = \frac{V_1 - 0}{R_2}$$

$$\frac{V_1 - V_k}{R_1} + \frac{V_1}{R_2} + \frac{V_1 - V_2}{R_3} = 0$$

Görüldüğü üzere i_a, R_i'nin bulunduğu koldan geçen akımdır ve denklemi ona göre yazılmıştır. i_b ve i_c de ona göre yazılmış ve en sonunda ise en başta yazılan denklemde yerine konmuştur.

2 düğümü için denklemi yazalım.

$i_d + i_e + i_f = 0$

$i_d = \dfrac{V_2 - V_1}{R_3}$; yönü i_c'ye terstir, o yüzden bu şeklide yazılmıştır.

$i_e = \dfrac{V_2 - 0}{R_4}$ ve $i_f = -i_k$ akım kaynağının yönü i_f'ye terstir.

Dolayısıyla ikinci denklem

$$\frac{V_2 - V_1}{R_3} + \frac{V_2}{R_4} - i_k = 0$$

şeklinde yazılabilir. Böylelikle iki bilinmeyenli iki denklem bulunmuş olur. Diğer değerler; R dirençler ve kaynak değerleri devrede verilmiş olmalıdır. İki bilinmeyenli iki denklem ise doğrusal cebir vasıtasıyla kolaylıkla çözülebilir. Aşağıda verilen örnekle durum daha açık bir şekilde anlaşılabilir.

Örnek.DT.1: Şekil.DT.5 teki devrede R_1=8 Ω , R_2=3Ω , $R_3 = 4\Omega$ ve $R_4 = 12\Omega$ dur. $V_k = 20v$ ve $i_k = 5A$ ise, R_4 üzerinden geçen akımı hesap ediniz.

Sayısal değerleri yukarıda bulduğumuz denklemlerde yerine yazınız.

$$\frac{V_1 - 20}{8} + \frac{V_1}{3} + \frac{V_1 - V_2}{4} = 0 \qquad \Rightarrow \qquad 17V_1 - 6V_2 = 60x2$$

$$\frac{V_2 - V_1}{4} + \frac{V_2}{12} - 5 = 0 \qquad \Rightarrow \qquad -3V_1 + 4V_2 = 60x3$$

$$34V_1 - 12V_2 = 120$$

$$-9V_1 + 12V_2 = 180$$

$$25V_1 = 300$$

$$V_1 = \frac{300}{25} = 12v$$

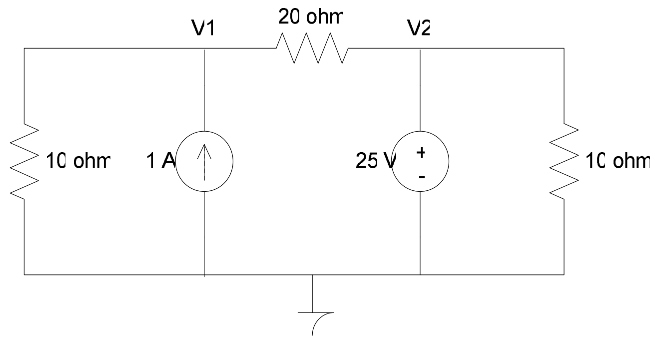
$$V_2 = \frac{60 + V_1}{4} = \frac{60 + 36}{4} = \frac{96}{4} = 24v$$

$$i_{R_4} = \frac{V_2}{R_4} = \frac{24}{12} = 2A$$

Düğüm Gerilimleri Yöntemi Özel Durumlar

Bağımlı Kaynaklar: Düğüm gerilimleri yönteminde, düğüm gerilimleri devrenin herhangi bir yerindeki gerilimin ve akımın hesap edilmesi için yeterlidir. Bu yüzden bağımlı kaynakların olması durumu değiştirmez. Bağımlı kaynakların kontrolleri ise düğüm gerilimleri değişkenlerinden faydalanarak hesaplanır. Aşağıdaki örneği inceleyelim.

Örnek.DT.2: Aşağıdaki devrede işaretli düğüm gerilimlerini çözünüz.



Devreyi dikkatle incelediğimizde işaretli olan düğüm gerilimlerinin birinin daha çözüme başlamadan belli olduğunu görürüz. Bu V_2 dir. Görüldüğü üzere 25v'luk gerilim kaynağı V_2'nin düğümü ile toprak arasına bağlıdır. Dolayısıyla V_2=25v olur.

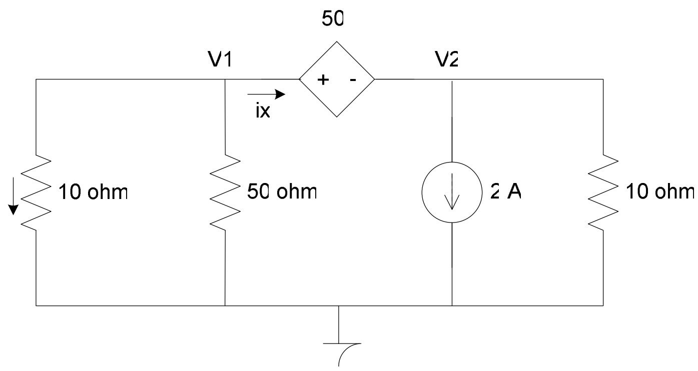
V_1 için:

$$\frac{V_1}{10}-1+\frac{V_1-V_2}{20}=0 \quad \Rightarrow \quad \frac{V_1}{10}-1+\frac{V_1-25}{20}=0$$

$$2V_1-20+V_1-25=0 \qquad V_1=\frac{45}{3} \qquad V_1=15v$$

<u>Süper Düğüm:</u> Eğer iki düğüm arasına bir gerilim kaynağı bağlanmış ise kollardan geçen akımı direk yazamayız. Fakat dolaylı yollardan düğüm gerilimlerini yazabiliriz. Aşağıdaki örneği inceleyelim.

<u>Örnek.DT.3</u>



$$\frac{V_1}{10}+\frac{V_1}{50}+i_x=0$$

i_x: gerilim kaynağı üzerinden geçen akımı direk bilemediğimizden gerilim kaynağı üzerinden geçen bir akım tanımlandı:

V_1 düğümü için

V_2 düğümü için

$$-i_x+2+\frac{V_2}{10}=0$$

Bu iki denklemi toplarsak i_x terimleri yok olur.

$\frac{V_1}{10}+\frac{V_1}{50}+2+\frac{V_2}{10}=0$ elde edilir. (Denklem 1*)

Fakat eksik olan bir denklem daha bulunmalıdır. Çünkü 2 bilinmeyenli denklemleri çözmek için en az iki adet denklem lazımdır. Bu ise kontrollü gerilim kaynağını yerine yazarak bulunur.

$$V_1-V_2=50i \Rightarrow i=\frac{V_1}{10} \Rightarrow V_1-V_2=50\frac{V_1}{10}$$

$$-4V_1-V_2=0$$

Böylece ikinci denklem elde edilmiş oldu. Denklemler çözülürse:

$$\begin{aligned} &5V_1 + V_1 + 100 + 5V_2 = 0 \\ &-4V_1 - V_2 = 0 \quad X(5) \end{aligned} \quad \Rightarrow \quad \begin{aligned} &6V_1 + 5V_2 = -100 \\ &\underline{-20V_1 - 5V_2 = 0} \\ &\quad -14V_1 = -100 \end{aligned}$$

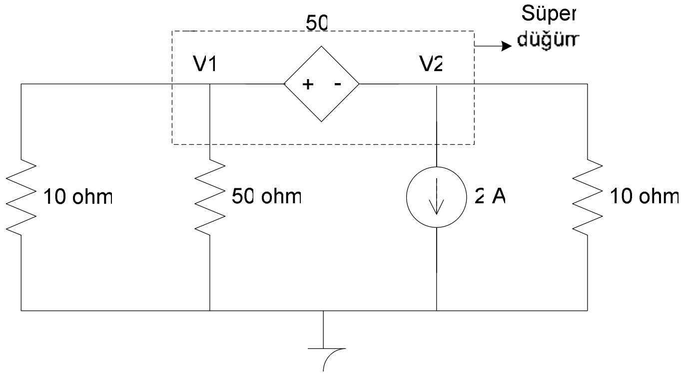
$$V_1 = \frac{100}{4} = 7.142v$$

$$V_2 = -28.57v$$

Denklem (1*) kısaca yazabilmek için süper düğüm yöntemi adı verilen bir yöntem uygulanabilir. Bu yöntem gerilim kaynaklarının arasına bağlı olduğu her düğüm için uygulanabilir. Eğer süper düğüm için Kirchoff'un akım kanununu yazarsak:

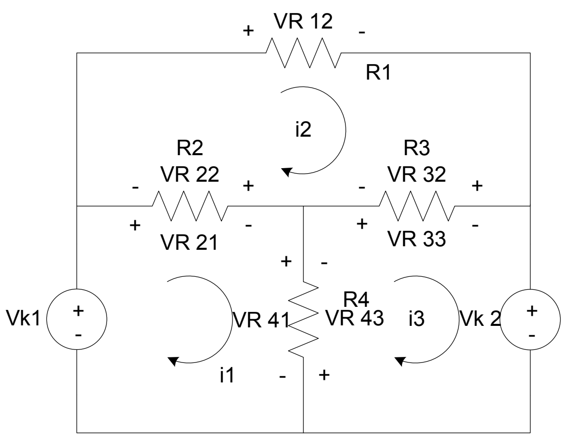
$$\frac{V_1}{10} + \frac{V_1}{50} + 2 + \frac{V_2}{10} = 0$$

Denklem (1*)elde ederiz.



Çevre Akımları Metodu

Çevre akımları metodunda temel olan çevrelerin tespit edilerek çevreler içerisinde akımlar dolaştığının varsayılmasından ibarettir. Daha sonra çevre için Kirchoff'un gerilim kanunu yazılır. Sonuç olarak $b_e - (n_e - 1)$ adet denklem elde edilir. Bu denklemlerle çevre akımları hesaplanır. Yine düğüm gerilimlerinde olduğu gibi çevre akımları devrenin herhangi bir yerindeki gerilim ve akımların hesaplanması için yeterlidir. Şekil.DT.6'yı ele alalım.



Şekil.DT.6 Çevre Akımları Yönteminin Uygulanması

Şekil.DT.6'daki devrede üç adet çevre olduğu görülmektedir. Devrede dört adette temel düğüm bulunmaktadır. Devrede altı adette temel kol vardır. Gerekli olan denklem sayısı $b_e = 6$ ve $n_e = 4$ için $b_e - (n_e - 1) = 6 - (4 - 1) = 7 - 4 = 3$'tür. Bu sayı ise çevre sayısına eşittir. Çevreler tespit edildikten sonra her çevre için çevre içinde dolanarak devresini tamamlayan çevre akımları tespit edilir. Bu akımların yönleri ya hepsi saat yönünde, ya da saat yönünün tersi yönde tespit edilir. Burada ve ilerde hep saat yönü tercih edilecektir. Bundan sonra ise çevre akımının yönü referans alınarak Kirchoff'un gerilim kanunu yazılır. i_1 halkası için bunu yazalım.

$-V_{k_1} + V_{R_{21}} + V_{R_{41}} = 0$ Burada $V_{R_{21}}$ ve $V_{R_{41}}$, i_1 akımına göre pozitif kabul edilir.

$-V_{k_1} + V_{21} + V_{R_{41}} = 0$ V_{21} gerilimi bir sonraki aşama için dikkatle seçildi.

Eğer $V_{R_{21}}$ ve $V_{R_{41}}$, i_1 akımına göre seçilmişse denklemi yeniden yazarsak;

$-V_{k_1} + (i_1 - i_2)R_2 + (i_1 - i_3)R_4 = 0$

R_2 üzerinden geçen akımın $(i_1 - i_2)$ olduğuna ve R_4 üzerinden geçen akımın $(i_1 - i_3)$ olduğuna ve kabul edilen referans gerilim yönlerine dikkat ediniz.

i_2 halkası için ise

$+V_{R_{22}} + V_{R_{12}} + V_{R_{32}} = 0$

denklemi yazılıp, değerleri yerine konursa

$R_2(i_2 - i_1) + R_1 i_2 + (i_2 - i_3)R_3 = 0$

Burada $V_{R_{22}} = -V_{R_{21}}$ olduğuna ve bunların i_1 ve i_2 akım yönlerine göre alındığına dikkat ediniz.

i_3 halkası için ise

$V_{R_{43}} + V_{R_{33}} + V_{R_{k2}} = 0 \Rightarrow R_4(i_3 - i_1) + R_3(i_3 - i_2) + V_{k2} = 0$

Bu şekilde denklemler bulunmuş olur. Sonuç denklem sistemini çözerek elde edilir.

<u>**Örnek.DT.4:**</u> Şekil.DT.6'daki devrede $V_{k_1} = 35v,\ R_1 = 50\Omega,\ V_{k_2} = 25v,\ R_2 = 250\Omega,$ $R_3 = 50\Omega$ ve $R_4 = 25\Omega$ ise i_1, i_2 ve i_3 çevre akımları kaçtır?

Denklemlerde değerleri yerlerine yazalım.

$$-35 + (i_1 - i_2)250 + (i_1 - i_3)25 = 0 \Rightarrow 275i_1 - 250i_2 - 25i_3 = 35$$
$$250(i_2 - i_1) + 50i_2 + (i_2 - i_3)50 = 0 \Rightarrow -250i_1 - 350i_2 - 50i_3 = 0$$
$$25(i_3 - i_1) + 50(i_3 - i_2) + 25 = 0 \Rightarrow -25i_1 - 50i_2 + 75i_3 = -25$$

Denklem sistemini çözelim

$$\Delta = \begin{vmatrix} 275 & -250 & -25 \\ -250 & 350 & -50 \\ -25 & -50 & 75 \end{vmatrix} = 1000000 = 10^6$$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 35 & -250 & -25 \\ 0 & 350 & -50 \\ -25 & -50 & 75 \end{vmatrix} = 300000 \qquad i_1 = \Delta_1 / \Delta = 0,3A$$

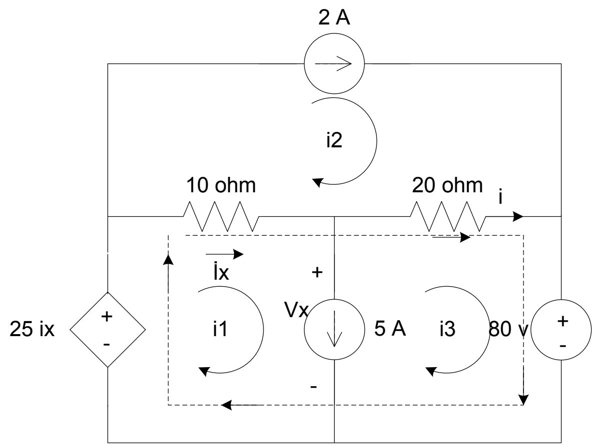
$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 275 & 35 & -25 \\ -250 & 0 & -50 \\ -25 & -25 & 75 \end{vmatrix} = 200000 \qquad i_2 = \Delta_2 / \Delta = 0,2A$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} 275 & -250 & 35 \\ -250 & 350 & 0 \\ -25 & -50 & -25 \end{vmatrix} = -100000 \qquad i_3 = \Delta_3 / \Delta = -0,1A$$

Çevre Akımları Yöntemi Özel Durumlar

Bağımlı kaynakların devrede bulunması çevre akımları yöntemini değiştirmez çünkü çevre akımları devrenin herhangibir yerindeki gerilim ve akımını belirlediği için küçük değişikliklerle devre çözülebilir. Bunun için Örnek.DT.5'i inceleyelim.

Örnek.DT.5: Çevre akımları yöntemi kullanarak 20Ω'luk direnç üzerinden geçen akımı hesaplayınız.



Şekle bakıldığında iki adet akım kaynağı Kirchoff'un gerilim kanunu yazmak için bir problem oluşturur gibi gözükmektedir. Fakat dikkatli bir incelemeyle $i_2 = 2A$ olduğunu kolaylıkla bulabiliriz. Böylece bilinmeyen sayısı bir adet azılmış olur. i_1 halkası için denklemi yazalım. 5A lık akım kaynağı üzerindeki gerilime V_x diyelim.

$-25i_x + (i_1 + i_2)10 + V_x = 0$

i_3 halkası için yazalım

$-V_x + (i_3 + i_2)20 + 80 = 0$

Bu iki denklemi toplarsak,

$-25i_x + (i_1 + i_2)10 + (i_3 + i_2)20 + 80 = 0$ elde edilir.

Fakat bu denklem V_x değerleri yazmadan da çizikli yol izlenerek de Kirchoff'un gerilim kanunundan yazılabilir. Böylece akım kaynağı kaldırılarak elde edilen çerçeveye süper çevre ismi verilir. Bu şekilde yazılan denklem bir denklemi yok ettiği için fazladan bir denklem daha yazmak gerekir. Bu ise akım kaynağının bağlı olduğu koldan geçen akımı yazarak bulunur.

$i_3 - i_2 = 5A$ (akım kaynağının yönü i_1 ile aynı yönde)

Denklemlerdeki fazladan bilinmeyen i_x ise $i_1 - i_2$'ye eşittir.

Tüm değerler yerine yazılırsa;

$-25(i_1 - 2) + 10(i_1 - 2) + 20(i_3 - 2) + 80 = 0$

$-15i_1 + 20i_3 + 50 - 20 - 40 + 80 = 0$

$$\begin{aligned} & -15i_1 + 20i_3 = -70 \\ 15/ \quad & i_1 - i_3 = 5 \end{aligned} \quad \Rightarrow \quad \begin{aligned} -15i_1 + 20i_3 &= -70 \\ 15i_1 - 15i_3 &= 75 \\ \hline -5i_3 &= 5 \quad i_3 = 1A \end{aligned}$$

$$i_1 - i_3 = 5 \Rightarrow i_1 - 1 = 5 \Rightarrow i_1 = 6A$$

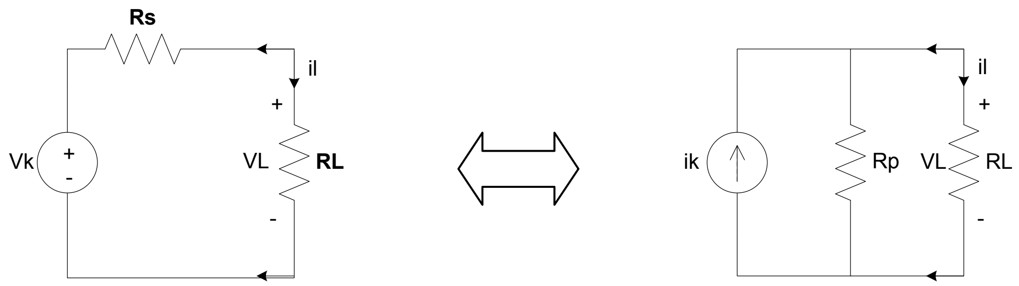
$$i_{20\Omega} = i_3 - i_2 = 1 - 2 = -1A$$

Düğüm gerilimleri yöntemi genelde çevre akımları yöntemine göre avantajlıdır. Fakat bazı durumlarda devre daha bilinmeyenli denklem sistemine dönüştürülebiliyorsa daha az bilinmeyenli denklem sistemi tercih edilir. Bu arada düzlemsel olmaya devrelere yalnızca düğüm gerilimlerinin uygulanabildiğini unutmayınız.

Kaynak Dönüşümü

Bazı durumlarda Gerilim kaynağına seri bağlı direnç, akım kaynağına paralel bağlı bir dirence dönüştürüldüğünde devrede bazı sadeleşmeler olur. Eğer gerilim kaynağına seri bağlı direnci akım kaynağına paralel bağlı dirence dönüştürülebilecek bir yöntem bulunursa bu uygulanabilir.

Şekil.DT.7'deki dönüşümü yapabilmek için R_L yük direnci üzerinden geçen akımların ve R_L üzerinde düşen gerilimlerin eşit olması gerekir.



Soldaki devre için

$$i_L = \frac{V_k}{R_S + R_L} \quad \text{ve} \quad V_L = \frac{V_k.R_L}{R_S + R_L}$$

Sağdaki devre için

$$i_L = \frac{i_k.R_p}{R_P + R_L}$$

R_L=0 için $i_L = V_k / R_S$ ve $i_L = i_k$ olmalıdır.

Dolayısıyla $i_k = V_k / R_S$ olur.

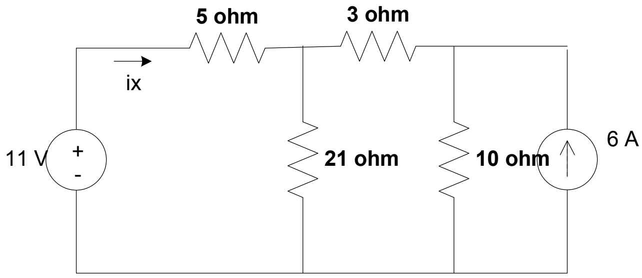
$R_L = \infty$ için $V_L = V_k$ ve $V_L = i_k.R_p$ olur.

Eğer V_k'yı ilk denkleminde yerine yazarsak;

$i_k = i_k.R_p / R_S \;\Rightarrow\; R_p = R_S$

Sonuç olarak kaynak dönüşümü için gerekli formüller bulunmuş olur. Kaynak dönüşümler çift taraflıdır.

Örnek.DT.6:



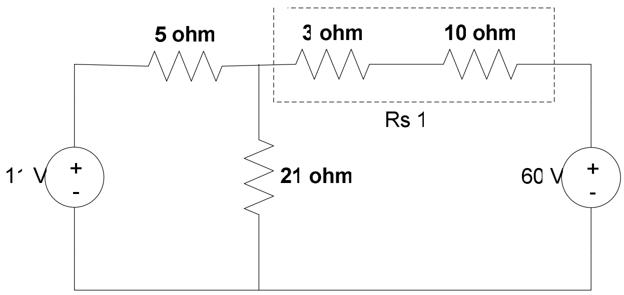
Kaynak dönüşümünü kullanarak i_x akımını hesap ediniz. 11v'luk gerilim kaynağının güç üretip üretmediğini bulunuz

6A'lik 10Ω devre elemanlarına kaynak dönüşümünü uygulayalım.

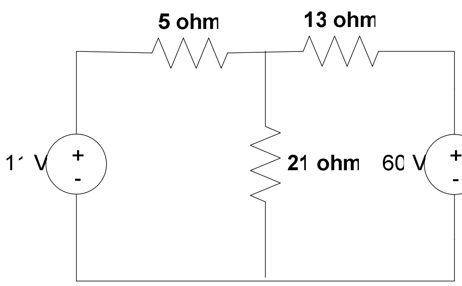
$V_{k_1} = 6.10 = 60v \qquad R_S = 10\Omega$

Devreyi tekrar çizelim

.

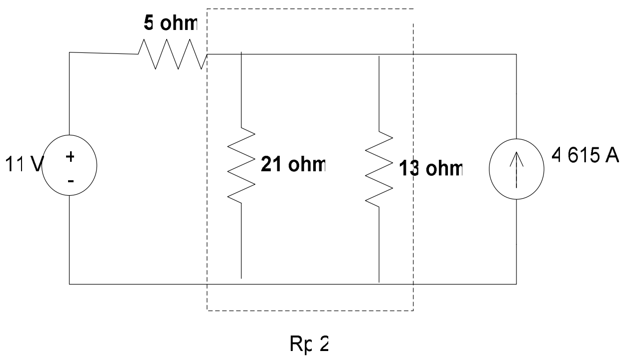


10Ω'luk ve 3Ω'luk dirençler seri hale gelir ve 13Ω'luk bir dirençle değiştirilebilir

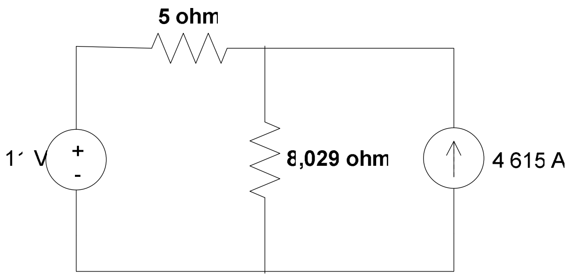


60v'luk gerilim kaynağı 13 Ω'luk dirence tekrar kaynak dönüşümü uygulayalım.

$i_{k_1} = 60v/13\Omega = 4,615A \qquad R_{P_1} = 13\Omega$



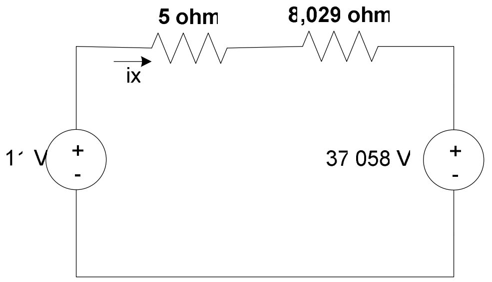
21 Ω ve 13 Ω'luk direnç paralel olduğundan: $R_{P_2} = \dfrac{21.13}{21+13} = 8,029$



4,615’lik akım kaynağı ve 8,029’luk dirence tekrar kaynak dönüşümünü uygularsak

$$V_{k_2} = 4,615\ .\ 8,029 = 37,058v$$

$$R_{P_2} = 8,029\Omega$$

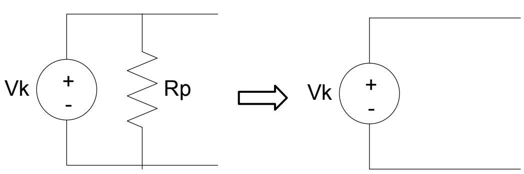


Devrenin bu haliyle i_x’i hesaplayalım.

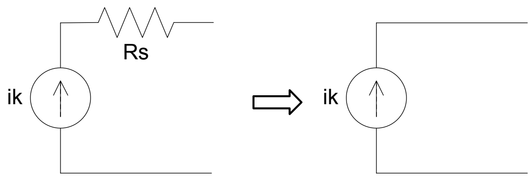
$$i_x = \frac{11-37,058}{5+8,029} = -2\ Amper$$

Dolayısıyla i_x ters yöndedir. Bu durumda 11 v’luk gerilim kaynağı güç tüketir.

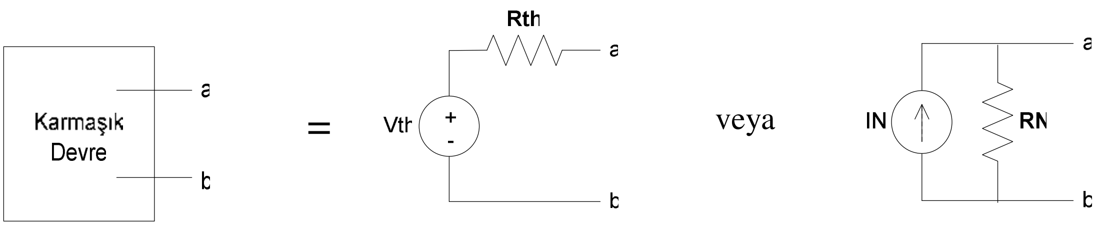
Gerilim kaynağına paralel direnç dönüştürülürken yalnızca gerilim kaynağı ve akım kaynağına seri direnç dönüştürülürken yalnızca akım kaynağı seçilir.



ve



Thevenin ve Norton Eşdeğer Devreleri



İki Uçlu Karmaşık Devre Thevenin Eşdeğeri Norton Eşdeğeri

Herhangi bir devre, devre üzerinde belirlenmiş iki noktadan doğru bakıldığında bir gerilim kaynağı ve bir seri direnç olarak sadeleştirilebilir. Bu sadeleştirmeye Thevenin eşdeğeri’nin bulunması denir. Aynı şekilde bu sadeleştirme bir akım kaynağı ve buna paralel bağlı direnç olarak yapılırsa Norton eşdeğeri bulunmuş olur.

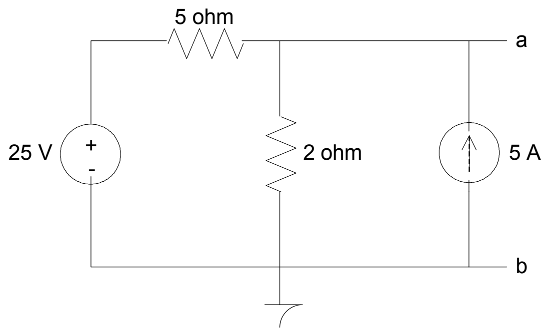
Bazı durumlarda devrenin içinden çok uçları arasındaki davranış ile ilgileniyorsak Thevenin ve Norton eşdeğeri sıkça kullanılır. Bunu yaparken uygulanan yöntem uçlar arasındaki gerilimi hesaplamaktan başlar. Bu uçlara herhangi bir şey bağlı değilken yapılan gerilim hesabı Thevenin eşdeğer gerilimini verir. Bu iki uç kısa devre edilerek kısa devre üzerinden geçen akım hesaplanırsa buna da Norton eşdeğer akımı denir. Bu belirlenen uçlara sırayla voltmetre ve ampermetre bağlanması gibidir.

Kaynak dönüşümünden,

$V_{th} = I_N.R_N$ ve $I_N = V_{th} / R_{th} \;\; \Rightarrow \;\; R_N = R_{th}$

değerleri hesap edilebilir. Thevenin ve Norton eşdeğerinin bulunmasını standart yöntemle aşağıdaki örnekle inceleyelim.

Örnek.DT.7: a ve b uçları arasındaki eşdeğer Thevenin devresinin bulunuz. (standart yöntemi kullanarak)



a ve b uçları arasındaki gerilimi V_1 hesap ederek bulalım. Düğüm gerilimleri için V_1 yeterlidir ve $V_1 = V_{ab} = V_{th}$ dir.

$$\frac{V_1 - 25}{4} + \frac{V_1}{2} - 5 = 0 \qquad \Rightarrow \qquad V_1 - 25 + 2V_1 - 20 = 0$$

$$3V_1 = 45 \qquad V_1 = 45/3 \qquad V_1 = 45/3 = 15v = V_{th}$$

a ve b uçları kısa devre edildiğinde geçen akım ise

$$I_N = \frac{25v - 0}{4} + 5 = 6,25 + 5 = 11,25A$$

$$R_{th} = \frac{V_{th}}{I_N} = 1.333\Omega$$

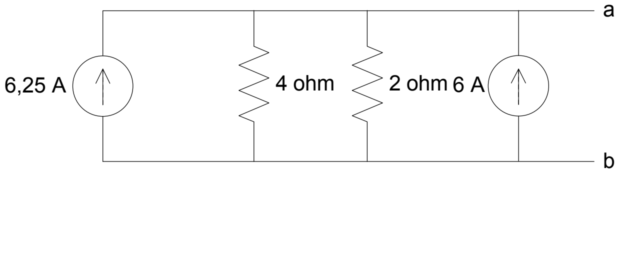
Örnek.DT.8: a ve b uçları arasındaki eşdeğer Norton devresini hesaplayınız.

$I_N = 11,25$ ve $R_N = R_{th} = 1,333\Omega$

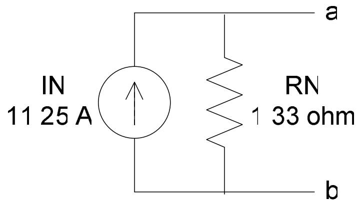
Örnek.DT.9: Kaynak dönüşümünü kullanarak a ve b uçları arasındaki Norton ve Thevenin eşdeğerini hesaplayınız.

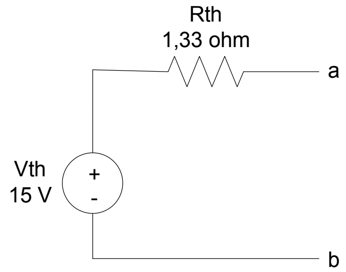
25v'luk gerilim kaynağı ile 4 Ω'luk direnci dönüştürelim.

$i_k = 25v / 4 = 6,25A$ ve $R_P = 4\Omega$



Bu devre akım kaynakları toplanarak ve 4 Ω ve 2 Ω'luk dirençlerin eşdeğerleri bulunarak hesaplanır.

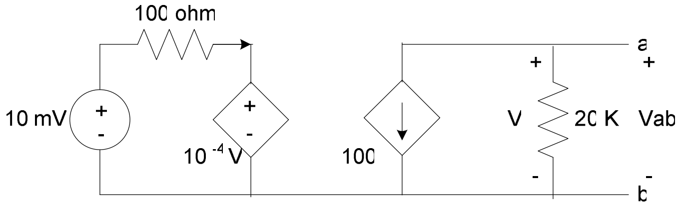




Bu devre zaten Norton eşdeğeridir. Thevenin eşdeğeri kaynak dönüşümünden
$V_{th} = I_N - R_N = 15v$ ve $V_{th} = R_N = 1,33\Omega$

Not: Thevenin veya Norton eşdeğerini bulurken bazen kaynak dönüşümü kullanılamayabilir. Bu durumda standart yönteme geri dönülür.

Örnek.DT.10: Aşağıdaki transistörlü yükselteç, eşdeğerinin a ve b uçları arasındaki Thevenin eşdeğerini bulunuz.



a ve b uçları açıkken $V_{ab} = -100.2Ki$ olur

i ise $i = \dfrac{10mV - 10^{-4}v}{100}$ $\Rightarrow$ V bilinmediğinde v yerine yazılmalıdır.

$V = V_{ab}$'dir dolayısıyla yerine yazalım;

$$i = \frac{10mV - 10^{-4}v_{ab}}{100}$$

i tekrar yerine konursa

$$Vab = -100.2K\frac{10mV - 10^{-4}v_{ab}}{100} = (-10mV + 10^{-4}v_{ab})2000$$

$$0.5v_{ab}\ x\ 10^{-3} = -10mV + 10^{-4}v_{ab} \quad (5v_{ab} - v_{ab})x10^{-4} = -10mV$$

$$4v_{ab} = \frac{-10\,x10^{-3}}{10^{-4}} = -100 \qquad v_{ab} = -25v = V_{th}$$

a ve b uçları kısa devre edilirse

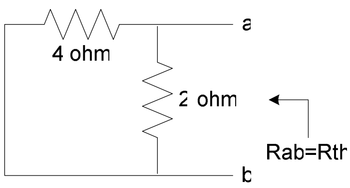
$I_N = -100i$ olur. i ise $i = \dfrac{10mV - 10^{-4}v}{100}$ $\quad v = 0 = v_{ab}$ olduğundan

$$i = \frac{10mV}{100} = \frac{10\,x10^{-3}}{10^2} = 10^{-4} \quad \Rightarrow \quad I_N = -100.10^{-4} = 10^{-2}A$$

$$R_{th} = V_{th} / I_N = \frac{-25v}{-10^{-2}} = 2500\Omega$$

Bazı durumlarda R_{th} direkt olarak hesaplanabilir. Bunun için şart ise devrenin tamamen direç ve bağımsız kaynaklardan oluşması gerekir. Bu durumda gerilim kaynakları kısa devre ve akım kaynakları açık devre yapılarak devre yeniden çizilir ve eşdeğer devre direnci hesaplanır.

Örnek.DT.11: Örnek.DT.7'deki R_{th} direncini gerilim kaynaklarını kısa devre ve akım kaynaklarını açık devre yaparak hesaplayınız.
Devreyi tekrar çizelim:(Gerilim kaynakları kısa, akım kaynakları açık)

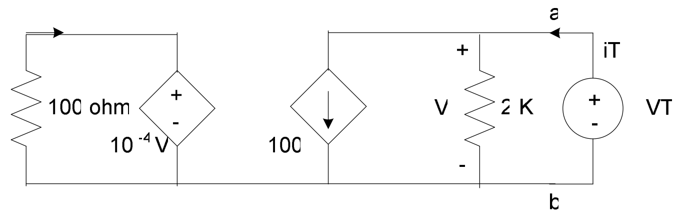


$$R_{ab} = \frac{4\Omega . 2\Omega}{4\Omega + 2\Omega} = \frac{8}{6} = 1,333\Omega$$

Eğer devrede kontrollü kaynaklar varsa, yine bağımsız kaynaklar yukarıdaki gibi kısa devre ya da açık devre yapılır. Fakat bu işlem kontrollü kaynaklara uygulanmaz. Onun yerine a ve b uçları ara sıra test gerilimi uygulanır ve sonuç bu şekilde hesaplanır

Örnek.DT.12: Örnek.DT10'daki devrede R_{th} direncini test gerilimi yöntemi ile bulunuz.

Girişteki bağımsız gerilim kaynağını kısa devre edelim.



$$R_{th} = \frac{V_T}{i_T} \qquad i_T = \frac{V_{ab}}{2K} + 100i \qquad i_T = \frac{V_T}{2K} + 100i$$

i bu sefer şu şekilde hesaplanır.

$i = \frac{-10^{-4}}{100} v$ değerin negatif olduğuna dikkat ediniz. $V = V_T$ olduğundan

$i = \frac{-10^{-4}}{100} v_T$ yerine yazarsak

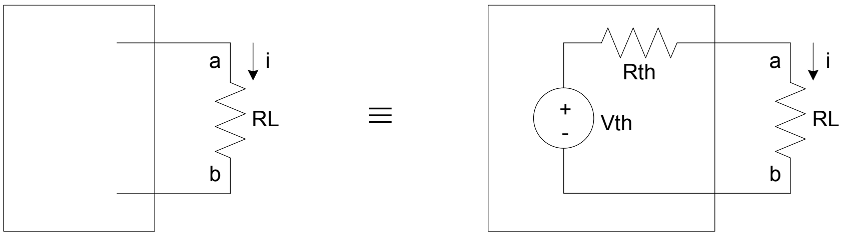
$$i_T = \left(\frac{1}{2K} + 100 \frac{(-10-4)}{100} \right) v_T$$

$$i_T = (0,5x10^{-3} - 10^{-4}) v_T \qquad vt = \frac{i_T}{4x10_{-4}}$$

$$R_{th} = \frac{V_T}{i_T} = \frac{i_T / 4x10^{-4}}{i_T} = \frac{10000}{4} = 2500\Omega$$

Maksimum Güç Transferi

Güç transferi olayı elektrik açısından iki şekilde incelenir. İlk kısım için öretilen gücün ne kadarının verimli bir şekilde transfer edildiğidir. Güç üretim istasyonlarından, yüke transfer edilen güç yüzdesi ne kadar büyükse o kadar verimlidir denir. İkincisi ise transfer edilen gücün büyüklüğüyle ilgilidir. Bu tip sistemlerde üretilen güç çok sınırlı ve küçük olduğundan üretilen gücün maksimum değeri yüke transfer edilmek ister. Bu durumda maksimum güç transferi kuralları uyarlanır. Herhangi bir devre Thevenin eşdeğeri olarak yazılabildiğinden karmaşık devre bir Thevenin eşdeğeri ile yer değiştirilir.



Şekil.DT.10 Maksimum Güç Transferi

Yük direnci üzerinde harcanan gücü yazarsak.

$$P_L = i^2.R_L = \left(\frac{V_{th}}{R_{th}+R_L}\right)^2.R_L$$

Gücün R_L'ye göre türevini aldığımızda ve sıfıra eşitlediğimizde maksimum güç transferi için gerekli olan R_L değerini hesaplayabiliriz.

$$\frac{d_P}{d_{RL}} = V_{th}^2\left[\frac{(R_{th}+R_L)^2 - R_L 2(R_{th}+R_L)}{(R_{th}+R_L)^4}\right] = 0$$

V_{th} sıfır olamayacağından köşeli parantezin içi dolayısıyla;

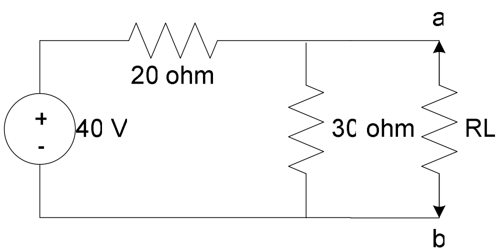
$$(R_{th}+R_L)^2 - R_L 2(R_{th}+R_L) = 0$$

$$R_{th}{}^2 + 2R_{th}R_L + R_L{}^2 - 2R_LR_{th} - 2R_L{}^2 = 0$$

$$R_{th}{}^2 - R_L{}^2 = 0 \quad \Rightarrow \quad R_{th}^2 = R_L^2 \quad \Rightarrow \quad R_{th} = R_L$$

Sonuç olarak R_L yük direnci maksimum güç transferi için R_{th}'ye eşit olmalıdır.

<u>Örnek.DT.13:</u> Aşağıdaki devrede maksimum güç transferi için R_L ne olmalıdır. P_{R_L} ne olmalıdır ($P_{\max}$) ve üretilen gücün ne kadarı yüke transfer edilmektedir.



$V_{ab} = V_{th}$ (R_L bağlı değilken)

$$V_{ab} = \frac{30.40}{30+20} = 24v$$

$R_{th} = \dfrac{20.30}{30+20}$ (40v'luk bir gerilim kaynağı kısa devre edilirse)

$$R_{th} = 12\Omega$$

Dolayısıyla maksimum güç transferi için $R_L = R_{th} = 12\Omega$ olmalıdır. R_L devreye bağlı iken;

$$R_{P_L} = P_{max} = \left(\frac{V_{th}}{R_{th}+R_L}\right)^2 .R_L = \left(\frac{24}{12+12}\right)^2 .12 = \left(\frac{24}{24}\right)^2 .12 = 12W$$

40v'luk gerilim kaynağınca üretilen güç ise: (R_L bağlı iken)

$$V_{ab} = \frac{R_L}{R_L + R_{th}}.V_{th} = 12volt \qquad \Rightarrow \quad i_{30\Omega} = \frac{V_{ab}}{30} = \frac{12}{30} = 0,4A$$

$$i_{R_L} = \frac{V_{ab}}{12} = \frac{12}{12} = 1A$$

Bu durumda kaynaktan çekilen akım $i = i_{20\Omega} = i_{30\Omega} + i_{R_L} = 1,4A$

Üretilen güç ise $P_{ü} = v.i = 40v.1A = 56W$

Transfer edilen güç yüzdesi = $\% \frac{\text{PL}}{\text{Pü}} x100 = \% \frac{\text{12W}}{\text{56W}} x100 = \%21,43$

Süperpozisyon Metodu

Bir doğrusal sistemde birden fazla kaynak tarafından besleniyorsa sistemin doğal tepkimesi her bir kaynak için diğer kaynaklar izole edilerek hesaplanan tepkilerin toplamına eşittir. Sistemin doğrusal olması yeterli şarttır.

Ohm Kanunu; grafiksel ifade ve bağımsız kaynakların iç direnci

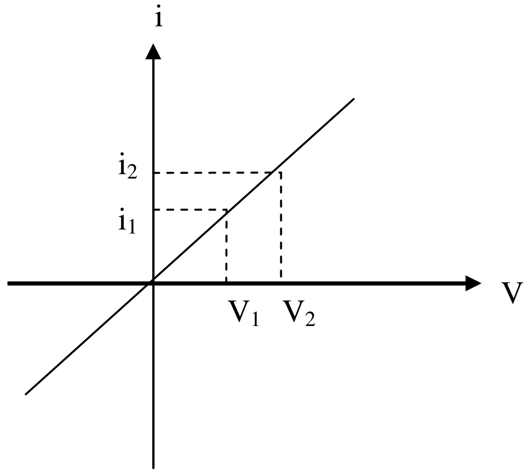
Bir direnç üzerinden geçen akımın, gerilime olan grafiği çizilirse, bu Ohm kanununun grafiksel ifadesi olur. Grafik bir doğrudan oluşur ve eğimi direncin ters değerini verir. Bunun nasıl olduğunu görelim.

Bir doğrunun eğimi: $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

Şekil.DT.11'deki doğrunun eğimi ise $m = \frac{i_2 - i_1}{v_2 - v_1}$ olur

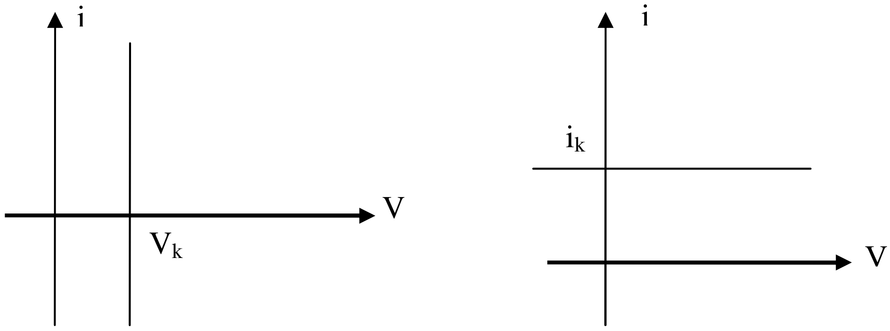
eğer $v_1 = 0$ ise , $i_1 = 0$ olduğundan $m = \frac{i_2 - 0}{v_2 - 0} = \frac{i_2}{v_2} = \frac{1}{R}$

$m = \frac{1}{R}$ ise $R = \frac{v_2 - v_1}{i_2 - i_1}$ şeklinde yazılabilir.



Şekil.DT.11. Direncin akım-gerilim grafiği

Şekil.DT.12'de akım ve gerilim kaynağının grafiği görülmektedir. Grafiklerin eğimlerinden faydalanarak akım ve gerilim kaynağının dirençlerini hesaplayalım.



Gerilim Kaynağının Grafiği Akım Kaynağının Grafiği

Şekil.DT.12 Gerilim ve Akım Kaynağının Gerilim Akım Grafikleri

Gerilim kaynağı için içi direnç hesabı:

$$R = \frac{v_2 - v_1}{i_2 - i_1} \quad \Rightarrow \quad v_2 - v_1 = v_k - v_k = 0$$

$$R = \frac{0}{i_2 - i_1} = 0\Omega$$

Akım kaynağı için iç direnç hesabı

$$R = \frac{v_2 - v_1}{i_2 - i_1} \quad \Rightarrow \quad i_2 - i_1 = i_k - i_k = 0$$

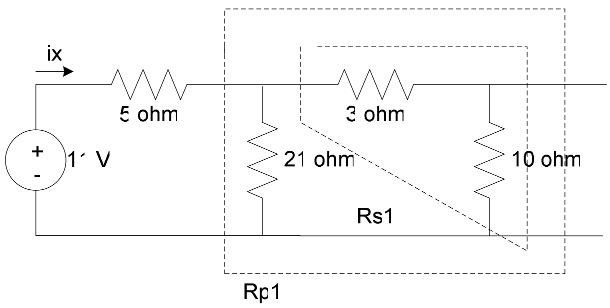
$$R = \frac{v_2 - v_1}{0} = \infty\Omega$$

Sonuç olarak gerilim kaynağının iç direnci sıfır, akım kaynağının iç direnci sonsuzdur.

Tekrar süperpozisyon yöntemine dönersek, devrenin çözümü için başta bir kaynak seçilir ve diğer bağımsız kaynaklar gerilim kaynağı ise iç direnci sıfır olduğundan kısa devre ve akım kaynağı ise iç direnci sonsuz olduğundan açık devre yapılır. Devre tek kaynak için çözülür. Daha sonra bir başka kaynağa geçilir. Çözüm bu kaynak içinde tekrarlanır. Bu işlem bütün kaynaklar için tekrarlanır. En son çözüm her bir kaynak için bulunan çözümlerin toplamıdır.

<u>Örnek.DT.14:</u> Örnek.DT.6'daki devreyi ve 21Ω'uk direnç üzerinden geçen i akımı süperpozisyon yöntemi ile çözünüz.

Yalnızca 11v'luk gerilim kaynağı için;



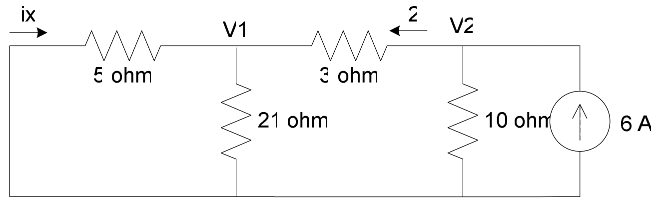
$$R_{S_1} = 3 + 10 = 13\Omega$$

$$R_{P_1} = \frac{|3.2|}{|3+2|} = 8,03\Omega$$

$$i_{x_1} = \frac{11v}{5 + R_{P_1}} = 0.844A$$

$$i_{211} = \frac{8,03}{5+8,03} \cdot \frac{11v}{21} = 0.322A$$

Yalnızca 6A'lik akım kaynağı için;



$$R_{P_1} = \frac{5.21}{5+21} = 4,038\Omega$$
$$R_{S_1} = 3 + R_{P_1} = 7,038\Omega$$
$$R_{P_2} = 4,131\Omega$$

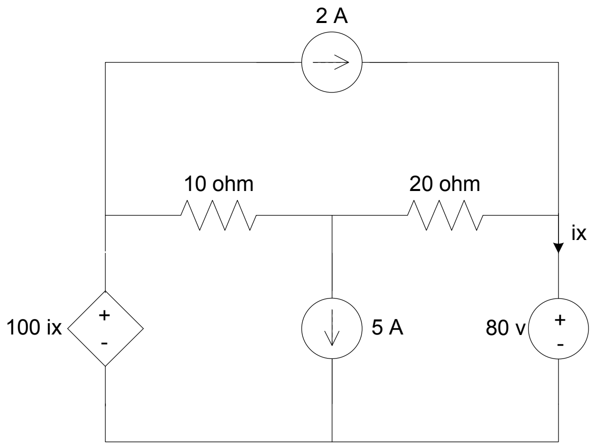
$$V_2 = 6.R_{P_2} = 24,785v \quad \Rightarrow \quad i_3 = \frac{V_2}{R_{S_1}} = 3,521A$$

$$V_1 = V_2 - i_3.3 = 24,785v - 3.3,521 = 14,22v$$

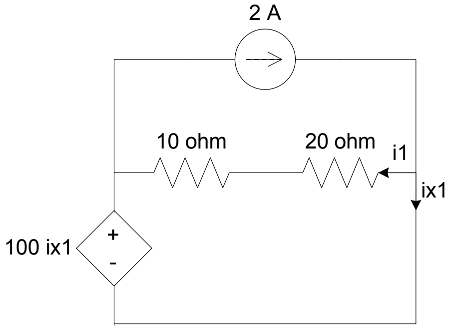
$$i_{x_2} = -\frac{V_1}{5} = \frac{-14,22}{5} = -2,844 = -2A \qquad i_{212} = \frac{V_1}{21} = 0,677A$$

$$i_x = i_{x_1} + i_{x_2} = 0,844 - 2,844 = -2A \text{ ve } i_{21} = i_{211} + i_{212} = 0,0{*}{*}A$$

Örnek.DT.15: Aşağıdaki devrede i_x akımını süper pozisyon yöntemi ile hesaplayınız.



Yalnızca 2A'lik akım kaynağı için;

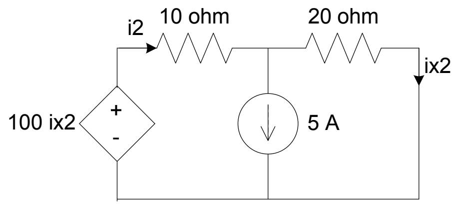


$$i_1 + i_{x_1} = 2A \text{ ve } i = \frac{-100 i_{x_1}}{30} - \frac{100 i_{x_1}}{30} + i_{x_1} = 2A$$

$$-100 i_{x_1} + 30 i_{x_1} = 60$$

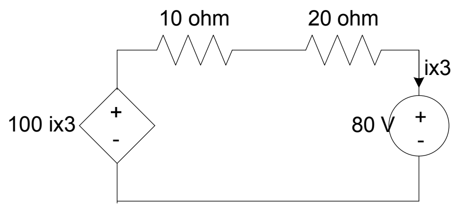
$$i_{x_1} = \frac{60}{-70} = -0,857143A$$

Yalnızca 5A'lik akım kaynağı için;



$$i_2 = 5 + i_{x_2}$$
$$100 i_{x_2} = i_2 10 + 20 i_{x_2}$$
$$i_2 = \frac{80 i_{x_2}}{10}$$
$$5 + i_{x_2} = \frac{80 i_{x_2}}{10}$$
$$50 + 10 i_{x_2} = 80 i_{x_2}$$
$$i_x = \frac{50}{70} = 0,714A$$

Yalnızca 80 voltluk gerilim kaynağı için;



$$i_{x_3} = \frac{100 i_{x_3} - 80}{30}$$
$$30 i_{x_3} = 100 i_{x_3} - 80$$
$$i_{x_3} = \frac{80}{70} = 1,14A$$
$$i_x = i_{x_1} + i_{x_2} + i_{x_3} = 1\,Amper$$