# DEVRE ANALİZ TEKNİKLERİ

## GİRİŞ

Bu zamana kadar kullandığımız Kirchoff'un kanunları ve Ohm kanunu devre problemlerini çözmek için gerekli ve yeterli olan eşitlikleri sağladılar. Fakat bu kanunları kullanarak şimdiye kadar izlediğimiz yöntemler daha az metodik ve algoritmiktir. Bu metotlarla herhangi bir devredeki akım ve gerilim hesabı oldukça kolaylaşmış olmaktadır.

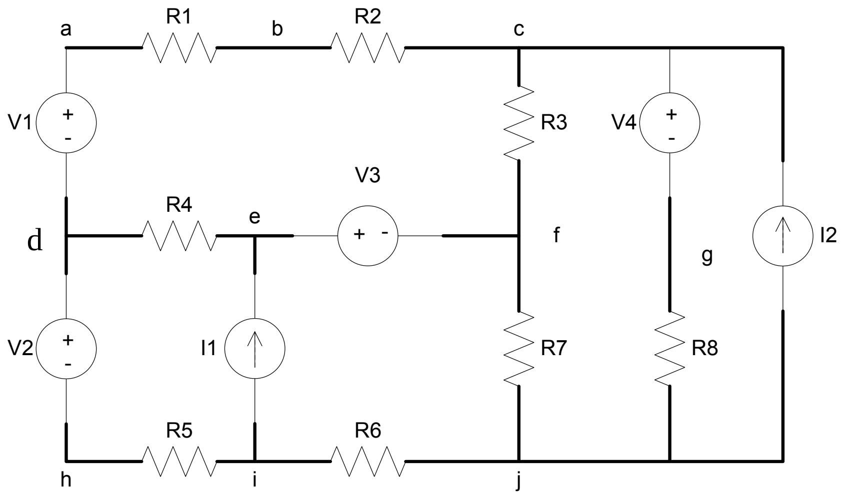
## DEVRE ANALİZİNDE SIKLIKLA KULLANILAN TERİMLER

Çözüm metotlarına girmeden önce, bu yöntemleri anlatırken kullanacağımız terimlerin ne manaya gediğini inceleyelim.

**Düğüm:** İki veya daha fazla devre elemanının uçlarının birleştiği noktalar düğüm olarak adlandırılır. Şekil.DT.1 için a, b, c, d, e, f, g, h, i, j noktalarının hepsi düğümdür.

**Temel Düğüm:** Üç veya daha fazla devre elemanın birleştiği düğüm temel düğüm olarak adlandırılır. Şekil.DT.1'deki düğümler içerisinde yalnızca c, d, e, f, i, j temel düğümdür.

**Yol:** Hiçbir devre elemanının iki defa olmamak üzere, temel devre elemanlarının yan yana olanları üzerinden gidilerek izlenen sıraya yol adı verilir. Şekil.DT.1'deki $V_2$, $R_4$, $i_1$, $R_6$ bir yol oluşturmaktadır. Yine $i_2$, $R_7$, $V_3$, de bir yol oluşturmaktadır.




Şekil.DT.1. Temel terimlerin incelenmesi için örnek devre

**Kol:** İki düğümü birleştiren yola kol adı verilir. Örneğin a ve b düğümünü birleştiren $R_1$ direnci bir kol oluşturmaktadır. Yine $V_4$ gerilim kaynağının olduğu yol, $i_2$ akım kaynağının olduğu yol bir koldur.

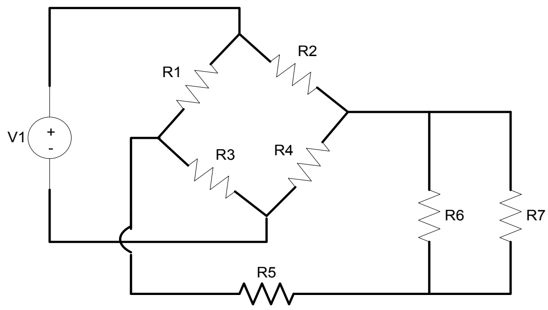
**Temel Kol:** Başka bir temel düğümden geçmeden iki temel düğümü birleştiren yola temel kol denir. Şekil.DT.1'deki $V_1$, $R_1$, $R_2$ yolu $i_2$ yolu, $V_4, R_8$ yolu, $R_3$ yolu, $R_6$ yolu, $i_1$ yolu, $R_4$ yolu ve $V_2$, $R_5$ yolu temel kol örnekleridir.

**Halka:** Bir düğümden başlayarak, yine aynı düğüme geri dönen yola halka ismi verilir. Şekil.DT.1' deki halka örnekleri ise aşağıdaki gibidir;

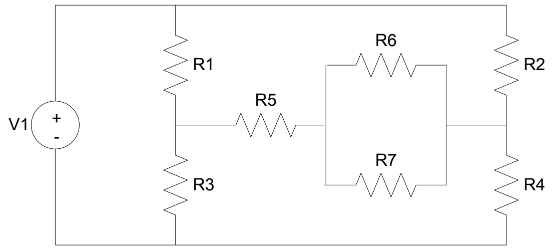
$R_3 - V_4 - R_8 - R_7$, $R_7 - R_6 - i_1 - V_3$, $V_2 - V_1 - R_1 - i_2 - R_6 - R_5$

**Çevre:** İçinde başka bir halka olmayan halkaya çevre adı verilir. Şekil DT.1. için $R_4 - V_1 - R_1 - R_2 - R_3 - V_3$ halkası, $V_2 - R_4 - i_1 - R_5$ halkası, $i_1 - V_3 - R_7 - R_6$ halkası, $R_7 - R_3 - V_4 - R_8$ halkası, $R_8 - V_4 - i_2$ halkası aynı zamanda birer çerçevedirler.

**Düzlemsel Devre:** Birbiri üzerinden atlama yapmadan bir düzlem üzerine (örneğin kağıda) çizilebilen devrelere düzlemsel devre ismi verilir. Üzerinden atlama yapılmış devreler illaki düzlemsel olmayan devre olmayabilirler. Bu devrelerin bir kısmı düzlemsel olarak çizilebilir. Örneğin şekil DT.2'deki devre, şekil DT.3'teki gibi tekrar çizilebilir.

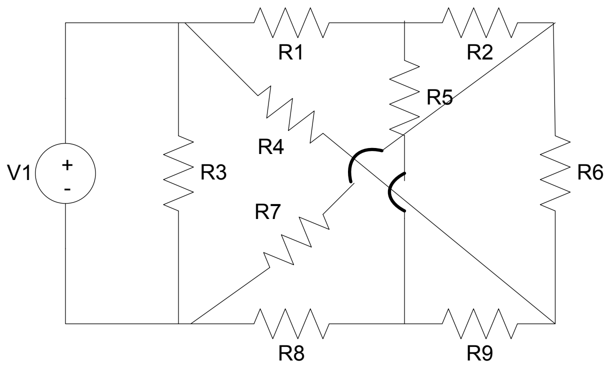



Şekil.DT.2 Örnek düzlemsel Devre




Şekil.DT.3. Şekil.DT.2'deki devrenin düzeltilmiş hali

Yine de bazı devreler vardır ki düzeltmeler sonucunda dahi atlamasız çizilmez. Bu durumdaki bir devreye düzlemsel olmayan devre adı verilir. Şekil DT.4'deki devre böyle bir devredir.




Şekil.DT.2 Düzlemsel Olmayan Devre

Göreceğimiz metotlar içerisinde çevre akımları yöntemi yalnızca düzlemsel devrelere uygulanabilirken, düğüm gerilimleri yöntemi hem düzlemsel hem düzlemsel olmayan devrelere uygulanabilir.

Düğüm gerilimleri yönteminde, her düğüme bir gerilim atanarak, Kirchoff'un akım kanunu vasıtasıyla denklemler elde edilir. Fakat bizim için gerekli olan ise temel düğüm sayısının bir eksiği kadar denklemdir. Yani Düğüm gerilimleri yönteminde toplam denklem sayısı;

$$ds_1 = n_e - 1$$

burada $n_e$, temel düğümlerin sayısıdır.

Çevre akımları yönteminde ise Kirchoff'un gerilim kanunu, toplam çevre sayısı dolayısıyla denklem sayısı $ds_2$ ise;

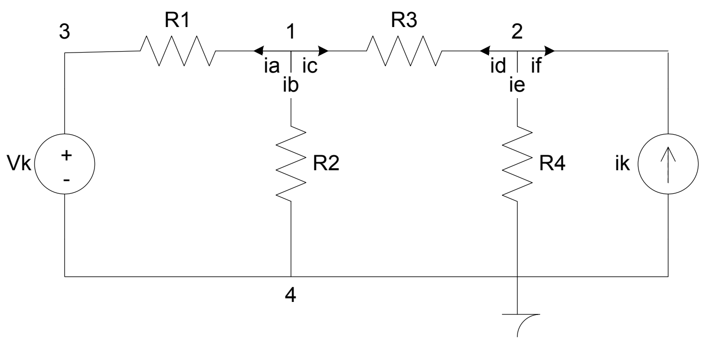
$$ds_2 = b_e - (n_e - 1)$$

formülünden hesaplanır. Burada be toplam temel kol sayısıdır.

**DÜĞÜM GERİLİMLERİ YÖNTEMİ**

Düğüm gerilimleri metodu temelde, temel düğümlere bir gerilim atanarak ve her düğüm için Kirchoff'un akım kanunun yazılmasını temel alan bir yöntemdir. Bu yöntemle bütün temel düğümlerdeki gerilimler hesaplanır. Bu değerler devrenin diğer noktaları için bir referans özelliği taşır. Bu değerler vasıtasıyla devrenin herhangi bir noktasından geçen akımı veya herhangi iki nokta arasındaki gerilimi hesap etmek mümkündür.

Aşağıdaki örnekle birlikte, düğüm gerilimleri yöntemi ile devre çözümünü inceleyeceğiz. Gerekli olan denklem sayısı $ds_1 = 3 - 1 = 2$.




Şekil.DT.5 Düğüm Gerilimleri Yöntemi İçin Örnek Devre

İlk olarak yapılacak iş devredeki düğümlerin tespitidir. Buradaki örnek için 1, 2, 3, ve 4 düğümdür. Fakat esas kullanacaklarımız ise temel düğümlerdir, yani 1, 2 ve 4 tür. Temel düğümlerin bir tanesi toprak düğümü, yani sıfır volt noktası olarak seçilir ve ( veya veya ) işaretleriyle gösterilir. Bu sıfır noktası olarak seçilen düğüm genellikle en çok devre elemanının bağlı olduğu düğüm olur. Bu kesin bir kural olmamakla beraber genel bir kabul olmuştur. Bazı durumlarda sıfır noktası diğer düğümler arasından seçilebilir. Bundan sonraki adım geriye kalan temel düğümlere gerilim atamak yani her bir düğümdeki gerilimlerin $V_1, V_2, ......, V_{n_e-1}$ gibi isimlendirilerek işaretlenmesidir. Burada bir 1 düğümü için $V_1$ ve 2 düğümü için $V_2$ işaretini kullanalım.

Bundan sonraki aşamada her bir işaretlenen düğüm için, sıfır noktası hariç Kirchoff'un akım kanunu yazılır. 1 düğümü için;

$$i_a + i_b + i_c = 0$$

Burada $i_a, i_b$ ve $i_c$ yönlerine dikkat edilerek ve Ohm kanunundan eşitlikler yazılır yani;

$$i_a = \frac{V_1 - V_k}{R_1},\ i_c = \frac{V_1 - V_2}{R_3} \text{ ve } i_b = \frac{V_1 - 0}{R_2}$$

$$\frac{V_1 - V_k}{R_1} + \frac{V_1}{R_2} + \frac{V_1 - V_2}{R_3} = 0$$

Görüldüğü üzere $i_a, R_i$'nin bulunduğu koldan geçen akımdır ve denklemi ona göre yazılmıştır. $i_b$ ve $i_c$ de ona göre yazılmış ve en sonunda ise en başta yazılan denklemde yerine konmuştur.

2 düğümü için denklemi yazalım.

$$i_d + i_e + i_f = 0$$

$i_d = \dfrac{V_2 - V_1}{R_3}$; yönü $i_c$'ye terstir, o yüzden bu şeklide yazılmıştır.

$i_e = \dfrac{V_2 - 0}{R_4}$ ve

$i_f = -i_k$ akım kaynağının yönü $i_f$'ye terstir.

Dolayısıyla ikinci denklem

$$\frac{V_2 - V_1}{R_3} + \frac{V_2}{R_4} - i_k = 0$$

şeklinde yazılabilir. Böylelikle iki bilinmeyenli iki denklem bulunmuş olur. Diğer değerler; R dirençler ve kaynak değerleri devrede verilmiş olmalıdır. İki bilinmeyenli iki denklem ise doğrusal cebir vasıtasıyla kolaylıkla çözülebilir. Aşağıda verilen örnekle durum daha açık bir şekilde anlaşılabilir.

**Örnek.DT.1:** Şekil.DT.5 teki devrede $R_1 = 8\ \Omega$ , $R_2 = 3\Omega$ , $R_3 = 4\Omega$ ve $R_4 = 12\Omega$ dur. $V_k = 20v$ ve $i_k = 5A$ ise, $R_4$ üzerinden geçen akımı hesap ediniz.

Sayısal değerleri yukarıda bulduğumuz denklemlerde yerine yazınız.

$$\frac{V_1 - 20}{8} + \frac{V_1}{3} + \frac{V_1 - V_2}{4} = 0 \qquad \Rightarrow \qquad 17V_1 - 6V_2 = 60x2$$

$$\frac{V_2 - V_1}{4} + \frac{V_2}{12} - 5 = 0 \qquad \Rightarrow \qquad -3V_1 + 4V_2 = 60x3$$

$$34V_1 - 12V_2 = 120$$

$$-9V_1 + 12V_2 = 180$$

$$25V_1 = 300$$

$$V_1 = \frac{300}{25} = 12v$$

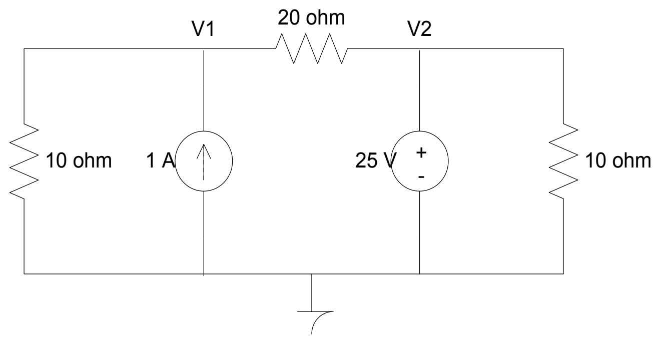
$$V_2 = \frac{60 + V_1}{4} = \frac{60 + 36}{4} = \frac{96}{4} = 24v$$

$$i_{R_4} = \frac{V_2}{R_4} = \frac{24}{12} = 2A$$

**DÜĞÜM GERİLİMLERİ YÖNTEMİNDE ÖZEL DURUMLAR**

Bağımlı kaynaklar düşünüldüğünde düğüm gerilimleri devrenin herhangi bir yerindeki gerilimin ve akımın hesap edilmesi için yeterli olduğundan bağımlı kaynakların olması durumu değiştirmez. Bağımlı kaynakların kontrolleri ise düğüm gerilimleri değişkenlerinden faydalanarak hesaplanır. Aşağıdaki örneği inceleyelim.

**Örnek.DT.2:** Aşağıdaki devrede işaretli düğüm gerilimlerini çözünüz.



Devreyi dikkatle incelediğimizde işaretli olan düğüm gerilimlerinin birinin daha çözüme başlamadan belli olduğunu görürüz. Bu $V_2$ dir. Görüldüğü üzere 25v'luk gerilim kaynağı $V_2$ 'nin düğümü ile toprak arasına bağlıdır. Dolayısıyla $V_2$ =25v olur.

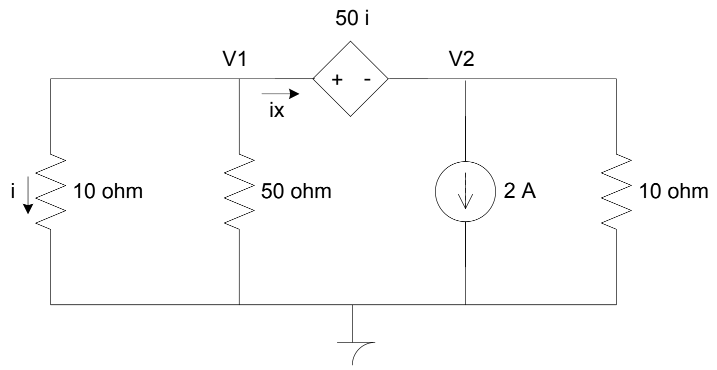
$V_1$ için:

$$\frac{V_1}{10} - 1 + \frac{V_1 - V_2}{20} = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{V_1}{10} - 1 + \frac{V_1 - 25}{20} = 0$$

$$2V_1 - 20 + V_1 - 25 = 0 \qquad V_1 = \frac{45}{3} \qquad V_1 = 15v$$

Eğer iki düğüm arasına bir gerilim kaynağı bağlanmış ise kollardan geçen akımı direk yazamayız. Fakat dolaylı yollardan düğüm gerilimlerini yazabiliriz. Bu yönteme süper düğüm yöntemi denir. Aşağıdaki örneği inceleyelim.

**Örnek.DT.3**




$V_1$ düğümü için

$$\frac{V_1}{10} + \frac{V_1}{50} + i_x = 0$$

$i_x$ : gerilim kaynağı üzerinden geçen akımı direk bilemediğimizden gerilim kaynağı üzerinden geçen bir akım tanımlandı:

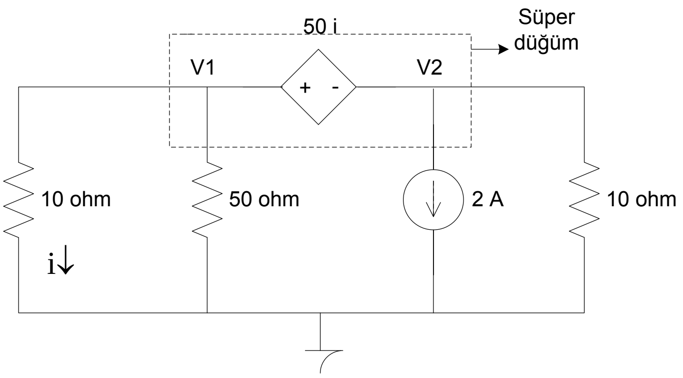
$V_2$ düğümü için

$$-i_x + 2 + \frac{V_2}{10} = 0$$

Bu iki denklemi toplarsak $i_x$ terimleri yok olur.

$$\frac{V_1}{10} + \frac{V_1}{50} + 2 + \frac{V_2}{10} = 0$$ elde edilir. (Denklem 1*)

Denklem (1*) kısaca yazabilmek için süper düğüm yöntemi adı verilen bir yöntem uygulanabilir.




Bu yöntem gerilim kaynaklarının arasına bağlı olduğu her düğüm için uygulanabilir. Eğer süper düğüm için Kirchoff'un akım kanununu yazarsak:

$$\frac{V_1}{10}+\frac{V_1}{50}+2+\frac{V_2}{10}=0$$

Denklem (1*)elde ederiz.

Fakat eksik olan bir denklem daha bulunmalıdır. Çünkü 2 bilinmeyenli denklemleri çözmek için en az iki adet denklem lazımdır. Bu ise kontrollü gerilim kaynağını yerine yazarak bulunur.

$$V_1-V_2=50i \Rightarrow i=\frac{V_1}{10} \Rightarrow V_1-V_2=50\frac{V_1}{10}$$

$$-4V_1-V_2=0$$

Böylece ikinci denklem elde edilmiş oldu. Denklemler çözülürse:

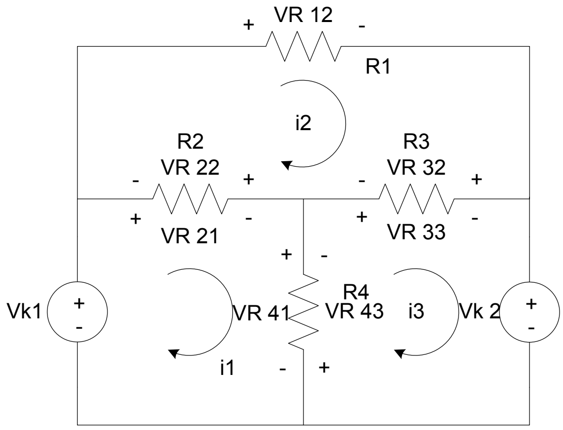
$$\begin{array}{ll} 5V_1+V_1+100+5V_2=0 & \qquad 6V_1+5V_2=-100 \\ -4V_1-V_2=0 \quad X(5) & \Rightarrow \quad -20V_1-5V_2=0 \\ \hline & \qquad -14V_1=-100 \end{array}$$

$$V_1=\frac{100}{4}=7.142v$$

$$V_2=-28.57v$$

**ÇEVRE AKIMLARI YÖNTEMİ**

Çevre akımları metodunda temel olan çevrelerin tespit edilerek çevreler içerisinde akımlar dolaştığının varsayılmasından ibarettir. Daha sonra çevre için Kirchoff'un gerilim kanunu yazılır. Sonuç olarak $b_e-(n_e-1)$ adet denklem elde edilir. Bu denklemlerle çevre akımları hesaplanır. Yine düğüm gerilimlerinde olduğu gibi çevre akımları devrenin herhangi bir yerindeki gerilim ve akımların hesaplanması için yeterlidir. Şekil.DT.6'yı ele alalım.




Şekil.DT.6 Çevre Akımları Yönteminin Uygulanması

Şekil.DT.6'daki devrede üç adet çevre olduğu görülmektedir. Devrede dört adette temel düğüm bulunmaktadır. Devrede altı adette temel kol vardır. Gerekli olan denklem sayısı $b_e=6$ ve $n_e=4$ için $b_e-(n_e-1)=6-(4-1)=7-4=3$'tür. Bu sayı ise çevre sayısına eşittir. Çevreler tespit edildikten sonra her çevre için çevre içinde dolanarak devresini tamamlayan çevre akımları tespit edilir. Bu akımların yönleri ya hepsi saat yönünde, ya da saat yönünün tersi yönde tespit edilir. Burada ve ilerde hep saat yönü tercih edilecektir. Bundan sonra ise çevre akımının yönü referans alınarak Kirchoff'un gerilim kanunu yazılır. $i_1$ halkası için bunu yazalım.

$$-V_{k_1}+V_{R_{21}}+V_{R_{41}}=0$$

Burada $V_{R_{21}}$ ve $V_{R_{41}}$, $i_1$ akımına göre pozitif kabul edilir.

$$-V_{k_1}+V_{21}+V_{R_{41}}=0$$

$V_{21}$ gerilimi bir sonraki aşama için dikkatle seçildi.

Eğer $V_{R_{21}}$ ve $V_{R_{41}}$, $i_1$ akımına göre seçilmişse denklemi yeniden yazarsak;

$$-V_{k_1}+(i_1-i_2)R_2+(i_1-i_3)R_4=0$$

$R_2$ üzerinden geçen akımın $(i_1-i_2)$ olduğuna ve $R_4$ üzerinden geçen akımın $(i_1-i_3)$ olduğuna ve kabul edilen referans gerilim yönlerine dikkat ediniz.

$i_2$ halkası için ise

$$+V_{R_{22}}+V_{R_{12}}+V_{R_{32}}=0$$

denklemi yazılıp, değerleri yerine konursa

$$R_2(i_2 - i_1) + R_1 i_2 + (i_2 - i_3)R_3 = 0$$

Burada $V_{R_{22}} = -V_{R_{21}}$ olduğuna ve bunların $i_1$ ve $i_2$ akım yönlerine göre alındığına dikkat ediniz.

$i_3$ halkası için ise

$$V_{R_{43}} + V_{R_{33}} + V_{R_{k2}} = 0 \Rightarrow R_4(i_3 - i_1) + R_3(i_3 - i_2) + V_{k2} = 0$$

Bu şekilde denklemler bulunmuş olur. Sonuç denklem sistemini çözerek elde edilir.

**Örnek.DT.4:** Şekil.DT.6'daki devrede $V_{k_1} = 35v,\ R_1 = 50\Omega,\ V_{k_2} = 25v,\ R_2 = 250\Omega,$ $R_3 = 50\Omega$ ve $R_4 = 25\Omega$ ise $i_1$, $i_2$ ve $i_3$ çevre akımları kaçtır?

Denklemlerde değerleri yerlerine yazalım.

$$-35 + (i_1 - i_2)250 + (i_1 - i_3)25 = 0 \Rightarrow 275i_1 - 250i_2 - 25i_3 = 35$$

$$250(i_2 - i_1) + 50i_2 + (i_2 - i_3)50 = 0 \Rightarrow -250i_1 - 350i_2 - 50i_3 = 0$$ (İkinci terim +350 olacak)

$$25(i_3 - i_1) + 50(i_3 - i_2) + 25 = 0 \Rightarrow -25i_1 - 50i_2 + 75i_3 = -25$$

Denklem sistemini çözelim

$$\Delta = \begin{vmatrix} 275 & -250 & -25 \\ -250 & 350 & -50 \\ -25 & -50 & 75 \end{vmatrix} = 1000000 = 10^6$$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 35 & -250 & -25 \\ 0 & 350 & -50 \\ -25 & -50 & 75 \end{vmatrix} = 300000 \qquad i_1 = \Delta_1 / \Delta = 0,3A$$

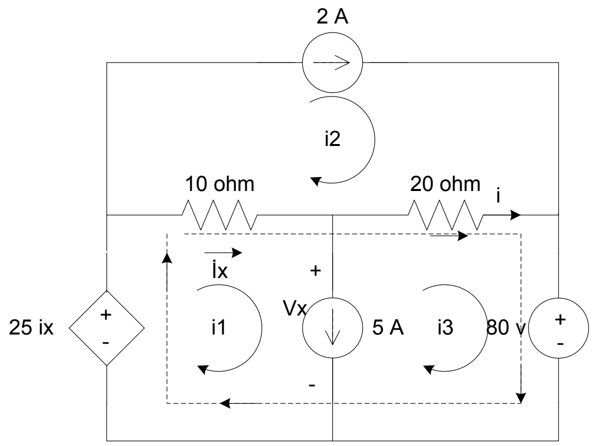
$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 275 & 35 & -25 \\ -250 & 0 & -50 \\ -25 & -25 & 75 \end{vmatrix} = 200000 \qquad i_2 = \Delta_2 / \Delta = 0,2A$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} 275 & -250 & 35 \\ -250 & 350 & 0 \\ -25 & -50 & -25 \end{vmatrix} = -100000 \qquad i_3 = \Delta_3 / \Delta = -0,1A$$

**ÇEVRE AKIMLARI YÖNTEMİNDE ÖZEL DURUMLAR**

Bağımlı kaynakların devrede bulunması çevre akımları yöntemini değiştirmez çünkü çevre akımları devrenin herhangi bir yerindeki gerilim ve akımını belirlediği için küçük değişikliklerle devre çözülebilir. Bunun için Örnek.DT.5'i inceleyelim.

**Örnek.DT.5:** Çevre akımları yöntemi kullanarak 20Ω'luk direnç üzerinden geçen akımı hesaplayınız.




Şekle bakıldığında iki adet akım kaynağı Kirchoff'un gerilim kanunu yazmak için bir problem oluşturur gibi gözükmektedir. Fakat dikkatli bir incelemeyle $i_2 = 2A$ olduğunu kolaylıkla bulabiliriz. Böylece bilinmeyen sayısı bir adet azılmış olur. $i_1$ halkası için denklemi yazalım. 5A lık akım kaynağı üzerindeki gerilime $V_x$ diyelim.

$$-25i_x + (i_1 + i_2)10 + V_x = 0$$

$i_3$ halkası için yazalım

$$-V_x + (i_3 + i_2)20 + 80 = 0$$

Bu iki denklemi toplarsak,

$$-25i_x + (i_1 + i_2)10 + (i_3 + i_2)20 + 80 = 0 \quad \text{elde edilir.}$$

Fakat bu denklem $V_x$ değerleri yazmadan da çizikli yol izlenerek de Kirchoff'un gerilim kanunundan yazılabilir. Böylece akım kaynağı kaldırılarak elde edilen çerçeveye süper çevre ismi verilir. Bu şekilde yazılan denklem bir denklemi yok ettiği için fazladan bir denklem daha yazmak gerekir. Bu ise akım kaynağının bağlı olduğu koldan geçen akımı yazarak bulunur.

$i_3 - i_2 = 5A$ (akım kaynağının yönü $i_1$ ile aynı yönde)

Denklemlerdeki fazladan bilinmeyen $i_x$ ise $i_1 - i_2$'ye eşittir.

Tüm değerler yerine yazılırsa;

$$-25(i_1-2)+10(i_1-2)+20(i_3-2)+80=0$$

$$-15i_1+20i_3+50-20-40+80=0$$

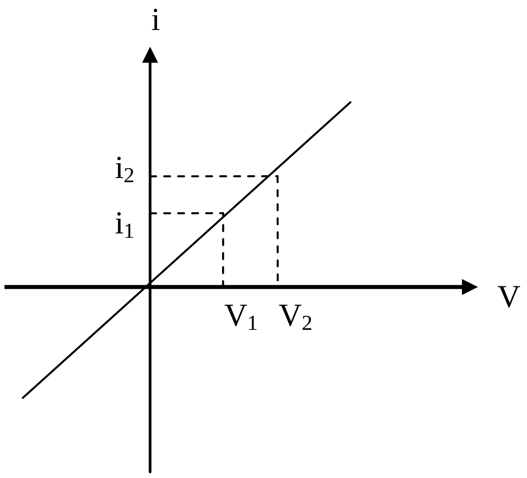
$$\begin{array}{ll} & -15i_1+20i_3=-70 \\ 15/ & i_1-i_3=5 \end{array} \Rightarrow \begin{array}{r} -15i_1+20i_3=-70 \\ 15i_1-15i_3=75 \\ \hline -5i_3=5 \end{array} \quad i_3=1A$$

$$i_1-i_3=5 \Rightarrow i_1-1=5 \Rightarrow i_1=6A$$

$$i_{20\Omega}=i_3-i_2=1-2=-1A$$

Düğüm gerilimleri yöntemi genelde çevre akımları yöntemine göre avantajlıdır. Fakat bazı durumlarda devre daha bilinmeyenli denklem sistemine dönüştürülebiliyorsa daha az bilinmeyenli denklem sistemi tercih edilir. Bu arada düzlemsel olmaya devrelere yalnızca düğüm gerilimlerinin uygulanabildiğini unutmayınız.

**OHM KANUNUN GRAFİKSEL İFADESİ ve**
**BAĞIMSIZ KAYNAKLARIN İÇ DİRENCİ**




Şekil.DT.11. Direncin akım-gerilim grafiği

Bir direnç üzerinden geçen akımın, gerilime olan grafiği çizilirse, bu Ohm kanununun grafiksel ifadesi olur. Grafik bir doğrudan oluşur ve eğimi direncin ters değerini verir. Bunun nasıl olduğunu görelim.

Bir doğrunun eğimi:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Şekil.DT.11'deki doğrunun eğimi ise

$$m = \frac{i_2 - i_1}{v_2 - v_1} \text{ olur}$$

eğer $v_1 = 0$ ise , $i_1 = 0$ olduğundan

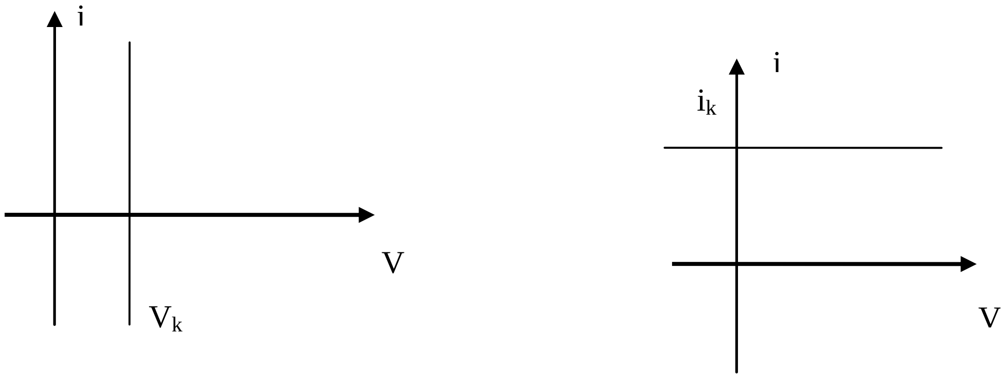
$$m = \frac{i_2 - 0}{v_2 - 0} = \frac{i_2}{v_2} = \frac{1}{R}$$

Bu ifade ise görüldüğü gibi Ohm Kanunudur. Aşağıda da görüldüğü gibi eğim direncin tersidir ya da eğim G Siemens cinsinden iletkenlik ifadesidir.

$$m = \frac{1}{R} \text{ ise}$$

$$R = \frac{v_2 - v_1}{i_2 - i_1} \text{ şeklinde yazılabilir.}$$

Şekil.DT.12'de akım ve gerilim kaynağının grafiği görülmektedir. Grafiklerin eğimlerinden faydalanarak akım ve gerilim kaynağının dirençlerini hesaplayalım.




Gerilim Kaynağının Grafiği Akım Kaynağının Grafiği

Şekil.DT.12 Gerilim ve Akım Kaynağının Gerilim Akım Grafikleri

Gerilim kaynağı için içi direnç hesabı:

$$R = \frac{v_2 - v_1}{i_2 - i_1} \quad \Rightarrow \quad v_2 - v_1 = v_k - v_k = 0$$

$$R = \frac{0}{i_2 - i_1} = 0\Omega$$

Akım kaynağı için iç direnç hesabı

$$R = \frac{v_2 - v_1}{i_2 - i_1} \quad \Rightarrow \quad i_2 - i_1 = i_k - i_k = 0$$

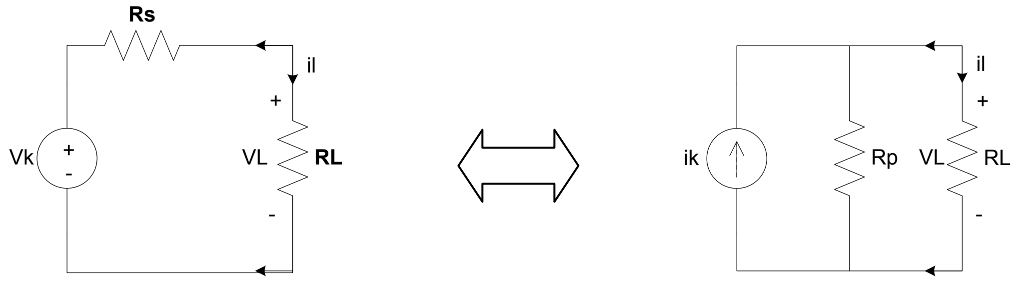
$$R = \frac{v_2 - v_1}{0} = \infty\Omega$$

Sonuç olarak gerilim kaynağının iç direnci sıfır, akım kaynağının iç direnci sonsuzdur.

**KAYNAK DÖNÜŞÜMÜ**

Bazı durumlarda Gerilim kaynağına seri bağlı direnç, akım kaynağına paralel bağlı bir dirence dönüştürüldüğünde devrede bazı sadeleşmeler olur. Eğer gerilim kaynağına seri bağlı direnci akım kaynağına paralel bağlı dirence dönüştürülebilecek bir yöntem bulunursa bu uygulanabilir.

Şekil.DT.7'deki dönüşümü yapabilmek için $R_L$ yük direnci üzerinden geçen akımların ve $R_L$ üzerinde düşen gerilimlerin eşit olması gerekir.




Soldaki devre için

$$i_L = \frac{V_k}{R_S + R_L} \quad \text{ve} \quad V_L = \frac{V_k . R_L}{R_S + R_L}$$

Sağdaki devre için

$$i_L = \frac{i_k . R_p}{R_P + R_L}$$

$R_L$=0 için $i_L = V_k / R_S$ ve $i_L = i_k$ olmalıdır.

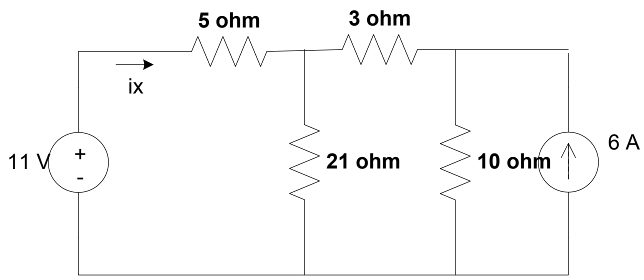
Dolayısıyla $i_k = V_k / R_S$ olur.

$R_L = \infty$ için $V_L = V_k$ ve $V_L = i_k . R_p$ olur.

Eğer $V_k$'yı ilk denkleminde yerine yazarsak; $i_k = i_k . R_p / R_S \Rightarrow R_p = R_S$

Sonuç olarak kaynak dönüşümü için gerekli formüller bulunmuş olur. Kaynak dönüşümler çift taraflıdır.

**Örnek.DT.6:**



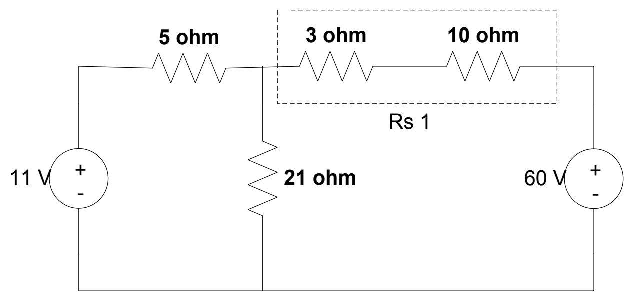

Kaynak dönüşümünü kullanarak $i_x$ akımını hesap ediniz. 11v'luk gerilim kaynağının güç üretip üretmediğini bulunuz.

**Not:** $i_x$ 5Ω'luk direnç üzerinden geçtiği için değerinin değişmemesi açısından direnç yerinden oynatılmaz. Yani sol taraftaki gerilim kaynağı seri direnç kombinasyonuna kesinlikle kaynak dönüşümü uygulanmaz. Aksi takdirde $i_x$ akımının değeri değişir. Hesaplama sonucu yanlış olur.

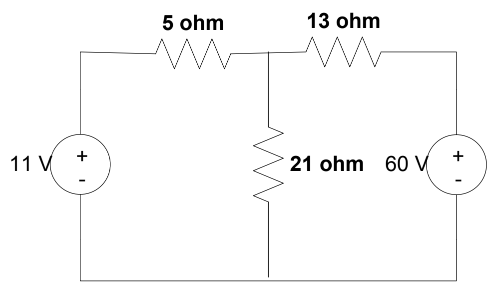
6A'lik 10Ω devre elemanlarına kaynak dönüşümünü uygulayalım.

$V_{k_1} = 6.10 = 60v \qquad R_S = 10\Omega$

Devreyi tekrar çizelim

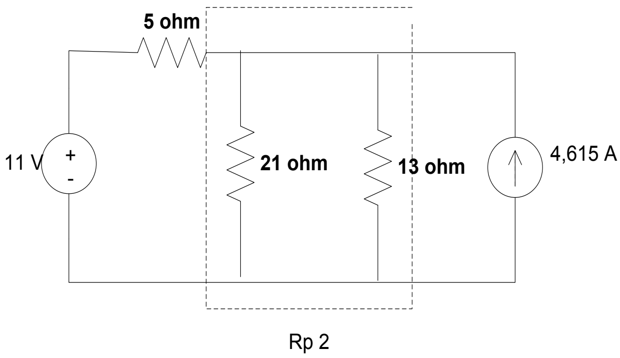



10Ω'luk ve 3Ω'luk dirençler seri hale gelir ve 13Ω'luk bir dirençle değiştirilebilir

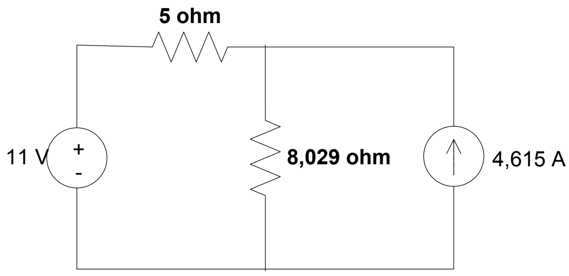



60v'luk gerilim kaynağı 13 Ω'luk dirence tekrar kaynak dönüşümü uygulayalım.

$i_{k_1} = 60v / 13\Omega = 4,615A \qquad R_{P_1} = 13\Omega$



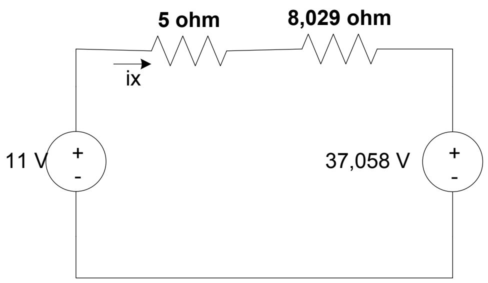

21 Ω ve 13 Ω'luk direnç paralel olduğundan: $R_{P_2} = \dfrac{21.13}{21+13} = 8,029$




4,615'lik akım kaynağı ve 8,029'luk dirence tekrar kaynak dönüşümünü uygularsak

$V_{k_2} = 4,615\ .\ 8,029 = 37,058v$

$R_{P_2} = 8,029\Omega$

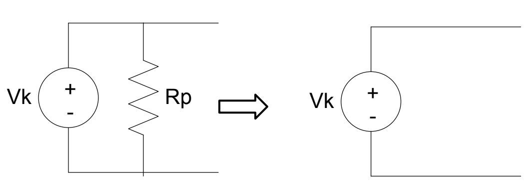



Devrenin bu haliyle $i_x$'i hesaplayalım.

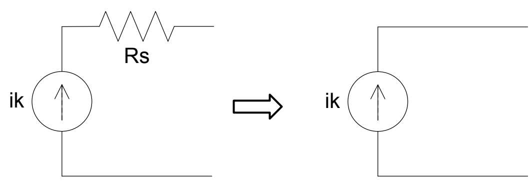
$$i_x = \frac{11-37,058}{5+8,029} = -2\ Amper$$

Dolayısıyla $i_x$ ters yöndedir. Bu durumda 11 v'luk gerilim kaynağı güç tüketir.

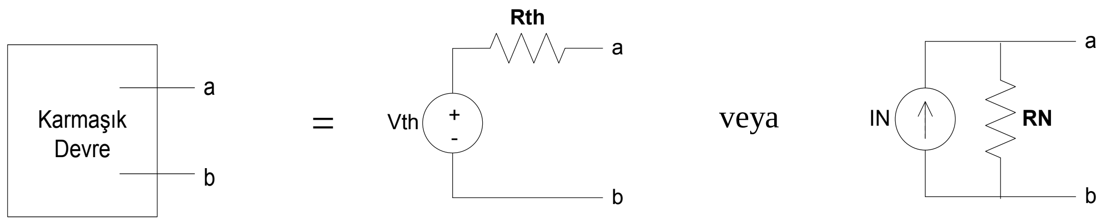
Gerilim kaynağına paralel direnç dönüştürülürken yalnızca gerilim kaynağı ve akım kaynağına seri direnç dönüştürülürken yalnızca akım kaynağı seçilir.




ve



## THEVENIN ve NORTON EŞDEĞER DEVRELERİ




İki Uçlu Karmaşık Devre Thevenin Eşdeğeri Norton Eşdeğeri

Herhangi bir devre, devre üzerinde belirlenmiş iki noktadan doğru bakıldığında bir gerilim kaynağı ve bir seri direnç olarak sadeleştirilebilir. Bu sadeleştirmeye Thevenin eşdeğeri'nin bulunması denir. Aynı şekilde bu sadeleştirme bir akım kaynağı ve buna paralel bağlı direnç olarak yapılırsa Norton eşdeğeri bulunmuş olur.

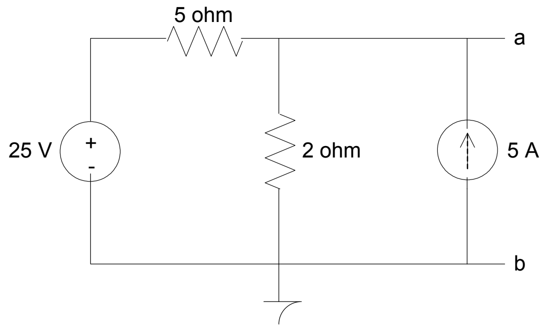
Bazı durumlarda devrenin içinden çok uçları arasındaki davranış ile ilgileniyorsak Thevenin ve Norton eşdeğeri sıkça kullanılır. Bunu yaparken uygulanan yöntem uçlar arasındaki gerilimi hesaplamaktan başlar. Bu uçlara herhangi bir şey bağlı değilken yapılan gerilim hesabı Thevenin eşdeğer gerilimini verir. Bu iki uç kısa devre edilerek kısa devre üzerinden geçen akım hesaplanırsa buna da Norton eşdeğer akımı denir. Bu belirlenen uçlara sırayla voltmetre ve ampermetre bağlanması gibidir.

Kaynak dönüşümünden,

$$V_{th} = I_N . R_N \text{ ve } I_N = V_{th} / R_{th} \Rightarrow R_N = R_{th}$$

değerleri hesap edilebilir. Thevenin ve Norton eşdeğerinin bulunmasını standart yöntemle aşağıdaki örnekle inceleyelim.

**<u>Örnek.DT.7:</u>** a ve b uçları arasındaki eşdeğer Thevenin devresinin bulunuz. (standart yöntemi kullanarak)




(Düzeltme: 5Ω'luk direnç 4Ω olacak)

a ve b uçları arasındaki gerilimi $V_1$ hesap ederek bulalım. Düğüm gerilimleri için $V_1$ yeterlidir ve $V_1 = V_{ab} = V_{th}$ dir.

$$\frac{V_1 - 25}{4} + \frac{V_1}{2} - 5 = 0 \quad \Rightarrow \quad V_1 - 25 + 2V_1 - 20 = 0$$

$$3V_1 = 45 \qquad V_1 = 45/3 \qquad V_1 = 45/3 = 15v = V_{th}$$

a ve b uçları kısa devre edildiğinde geçen akım ise

$$I_N = \frac{25v - 0}{4} + 5 = 6,25 + 5 = 11,25A$$

$$R_{th} = \frac{V_{th}}{I_N} = 1.333\Omega$$

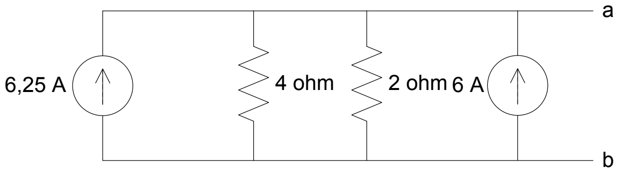
**Örnek.DT.8:** a ve b uçları arasındaki eşdeğer Norton devresini hesaplayınız.

$I_N = 11,25$ ve $R_N = R_{th} = 1,333\Omega$

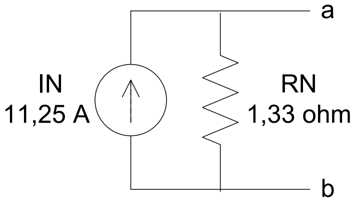
**Örnek.DT.9:** Kaynak dönüşümünü kullanarak a ve b uçları arasındaki Norton ve Thevenin eşdeğerini hesaplayınız.

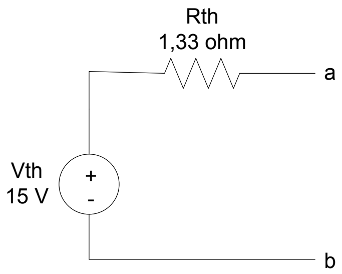
25v'luk gerilim kaynağı ile 4 Ω'luk direnci dönüştürelim.

$i_k = 25v / 4 = 6,25A$ ve $R_P = 4\Omega$




Bu devre akım kaynakları toplanarak ve 4 Ω ve 2 Ω'luk dirençlerin eşdeğerleri bulunarak hesaplanır.

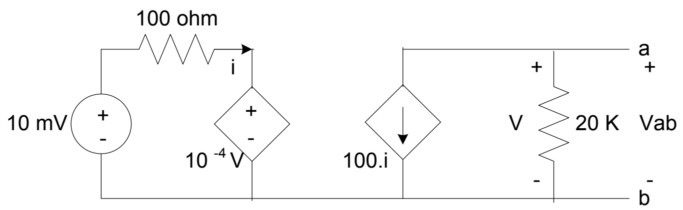



Bu devre zaten Norton eşdeğeridir. Thevenin eşdeğeri kaynak dönüşümünden $V_{th} = I_N - R_N = 15v$ ve $V_{th} = R_N = 1,33\Omega$

**Not:** Thevenin veya Norton eşdeğerini bulurken bazen kaynak dönüşümü kullanılamayabilir. Bu durumda standart yönteme geri dönülür.

**<u>Örnek.DT.10:</u>** Aşağıdaki transistorlu yükselteç, eşdeğerinin a ve b uçları arasındaki Thevenin eşdeğerini bulunuz.




(Düzeltme: 20K direnç 2K olarak düzeltilecek)

a ve b uçları açıkken $V_{ab} = -100.2Ki$ olur

$i$ ise $i = \dfrac{10mV - 10^{-4}v}{100}$ $\Rightarrow$ V bilinmediğinde v yerine yazılmalıdır.

$V = V_{ab}$ 'dir dolayısıyla yerine yazalım;

$$i = \frac{10mV - 10^{-4}v_{ab}}{100}$$

$i$ tekrar yerine konursa

$$Vab = -100.2K\frac{10mV - 10^{-4}v_{ab}}{100} = (-10mV + 10^{-4}v_{ab})2000$$

$$0.5v_{ab}\ x\ 10^{-3} = -10mV + 10^{-4}v_{ab} \quad (5v_{ab} - v_{ab})x10^{-4} = -10mV$$

$$4v_{ab} = \frac{-10\,x10^{-3}}{10^{-4}} = -100 \qquad v_{ab} = -25v = V_{th}$$

a ve b uçları kısa devre edilirse

$I_N = -100i$ olur. $i$ ise $i = \dfrac{10mV - 10^{-4}v}{100}$ $v = 0 = v_{ab}$ olduğundan

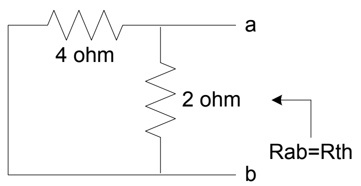
$$i = \frac{10mV}{100} = \frac{10\,x10^{-3}}{10^2} = 10^{-4} \quad \Rightarrow \quad I_N = -100.10^{-4} = 10^{-2}\,A$$

$$R_{th} = V_{th} / I_N = \frac{-25v}{-10^{-2}} = 2500\Omega$$

Bazı durumlarda $R_{th}$ direkt olarak hesaplanabilir. Bunun için şart ise devrenin tamamen direnç ve bağımsız kaynaklardan oluşması gerekir. Bu durumda gerilim kaynakları kısa devre ve akım kaynakları açık devre yapılarak devre yeniden çizilir ve eşdeğer devre direnci hesaplanır.

**Örnek.DT.11:** Örnek.DT.7'deki $R_{th}$ direncini gerilim kaynaklarını kısa devre ve akım kaynaklarını açık devre yaparak hesaplayınız.

Devreyi tekrar çizelim:(Gerilim kaynakları kısa, akım kaynakları açık)

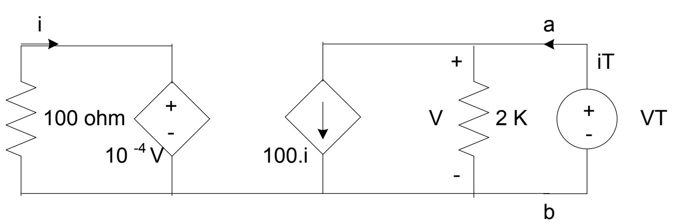



$$R_{ab} = \frac{4\Omega.2\Omega}{4\Omega + 2\Omega} = \frac{8}{6} = 1{,}333\Omega$$

Eğer devrede kontrollü kaynaklar varsa, yine bağımsız kaynaklar yukarıdaki gibi kısa devre ya da açık devre yapılır. Fakat bu işlem kontrollü kaynaklara uygulanmaz. Onun yerine a ve b uçları ara sıra test gerilimi uygulanır ve sonuç bu şekilde hesaplanır

**Örnek.DT.12:** Örnek.DT10'daki devrede $R_{th}$ direncini test gerilimi yöntemi ile bulunuz.

Girişteki bağımsız gerilim kaynağını kısa devre edelim.



$$R_{th} = \frac{V_T}{i_T} \qquad i_T = \frac{V_{ab}}{2K} + 100i \qquad i_T = \frac{V_T}{2K} + 100i$$

$i$ bu sefer şu şekilde hesaplanır.

$i = \frac{-10^{-4}}{100} v$ değerin negatif olduğuna dikkat ediniz. $V = V_T$ olduğundan

$i = \frac{-10^{-4}}{100} v_T$ yerine yazarsak

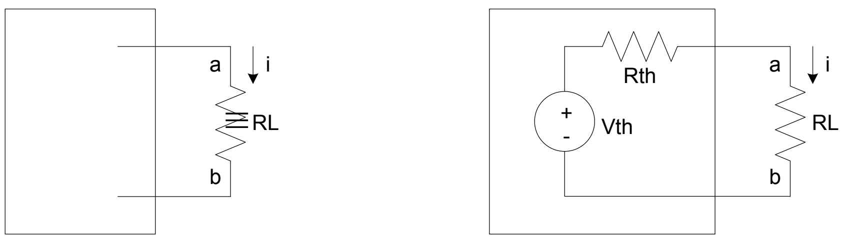
$$i_T = \left( \frac{1}{2K} + 100 \frac{(-10-4)}{100} \right) v_T$$

$$i_T = (0,5x10^{-3} - 10^{-4}) v_T \qquad vt = \frac{i_T}{4x10_{-4}}$$

$$R_{th} = \frac{V_T}{i_T} = \frac{i_T / 4x10^{-4}}{i_T} = \frac{10000}{4} = 2500\Omega$$

**MAKSİMUM GÜÇ TRANSFERİ**

Güç transferi olayı elektrik açısından iki şekilde incelenir. İlk kısım için öretilen gücün ne kadarının verimli bir şekilde transfer edildiğidir. Güç üretim istasyonlarından, yüke transfer edilen güç yüzdesi ne kadar büyükse o kadar verimlidir denir. İkincisi ise transfer edilen gücün büyüklüğüyle ilgilidir. Bu tip sistemlerde üretilen güç çok sınırlı ve küçük olduğundan üretilen gücün maksimum değeri yüke transfer edilmek ister. Bu durumda maksimum güç transferi kuralları uyarlanır. Herhangi bir devre Thevenin eşdeğeri olarak yazılabildiğinden karmaşık devre bir Thevenin eşdeğeri ile yer değiştirilir.




Şekil.DT.10 Maksimum Güç Transferi

Yük direnci üzerinde harcanan gücü yazarsak.

$$P_L = i^2.R_L = \left( \frac{V_{th}}{R_{th} + R_L} \right)^2 .R_L$$

Gücün $R_L$ 'ye göre türevini aldığımızda ve sıfıra eşitlediğimizde maksimum güç transferi için gerekli olan $R_L$ değerini hesaplayabiliriz.

$$\frac{d_P}{d_{RL}} = V_{th}^2 \left[ \frac{(R_{th} + R_L)^2 - R_L 2(R_{th} + R_L)}{(R_{th} + R_L)^4} \right] = 0$$

$V_{th}$ sıfır olamayacağından köşeli parantezin içi dolayısıyla;

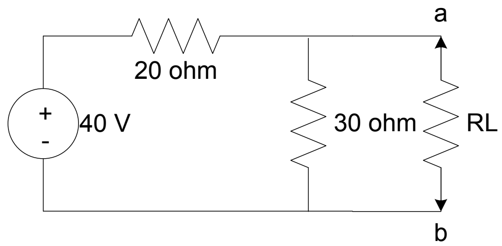
$$(R_{th} + R_L)^2 - R_L 2(R_{th} + R_L) = 0$$

$$R_{th}{}^2 + 2R_{th}R_L + R_L{}^2 - 2R_L R_{th} - 2R_L{}^2 = 0$$

$$R_{th}{}^2 - R_L{}^2 = 0 \quad \Rightarrow \quad R_{th}^2 = R_L^2 \quad \Rightarrow \quad R_{th} = R_L$$

Sonuç olarak $R_L$ yük direnci maksimum güç transferi için $R_{th}$ 'ye eşit olmalıdır.

**Örnek.DT.13:** Aşağıdaki devrede maksimum güç transferi için $R_L$ ne olmalıdır. $P_{R_L}$ ne olmalıdır ( $P_{\max}$ ) ve üretilen gücün ne kadarı yüke transfer edilmektedir.




$V_{ab} = V_{th}$ ( $R_L$ bağlı değilken)

$$V_{ab} = \frac{30.40}{30+20} = 24v$$

$$R_{th} = \frac{20.30}{30+20}$$ (40v'luk bir gerilim kaynağı kısa devre edilirse)

$$R_{th} = 12\Omega$$

Dolayısıyla maksimum güç transferi için $R_L = R_{th} = 12\Omega$ olmalıdır. $R_L$ devreye bağlı iken;

$$R_{P_L} = P_{\max} = \left( \frac{V_{th}}{R_{th} + R_L} \right)^2 .R_L = \left( \frac{24}{12+12} \right)^2 .12 = \left( \frac{24}{24} \right)^2 .12 = 12W$$

(Düzeltme: $R_{PL}$ yerine $P_{RL}$ olacak)

40v'luk gerilim kaynağınca üretilen güç ise: ( $R_L$ bağlı iken)

$$V_{ab} = \frac{R_L}{R_L + R_{th}}.V_{th} = 12volt \qquad \Rightarrow \quad i_{30\Omega} = \frac{V_{ab}}{30} = \frac{12}{30} = 0,4A$$

$$i_{R_L} = \frac{V_{ab}}{12} = \frac{12}{12} = 1A$$

Bu durumda kaynaktan çekilen akım $i = i_{20\Omega} = i_{30\Omega} + i_{R_L} = 1,4A$

Üretilen güç ise; $P_{ü} = v \cdot i = 40 \cdot 1,4 = 56\,\mathrm{W}$

Transfer edilen güç yüzdesi = $\% \frac{\mathrm{PL}}{\mathrm{Pü}} x100 = \% \frac{12\mathrm{W}}{56\mathrm{W}} x100 = \%21,43$

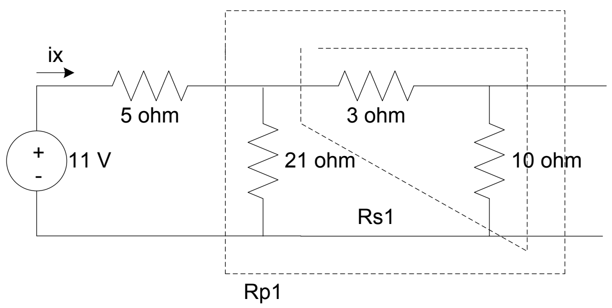
**SÜPERPOZİSYON YÖNTEMİ**

Bir doğrusal sistemde birden fazla kaynak tarafından besleniyorsa sistemin doğal tepkimesi her bir kaynak için diğer kaynaklar izole edilerek hesaplanan tepkilerin toplamına eşittir. Sistemin doğrusal olması yeterli şarttır.

Süperpozisyon yöntemine dönersek, devrenin çözümü için başta bir kaynak seçilir ve diğer bağımsız kaynaklar gerilim kaynağı ise iç direnci sıfır olduğundan kısa devre ve akım kaynağı ise iç direnci sonsuz olduğundan açık devre yapılır. Devre tek kaynak için çözülür. Daha sonra bir başka kaynağa geçilir. Çözüm bu kaynak içinde tekrarlanır. Bu işlem bütün kaynaklar için tekrarlanır. En son çözüm her bir kaynak için bulunan çözümlerin toplamıdır.

**Örnek.DT.14:** Örnek.DT.6'daki devrede $i_x$ ve 21Ω'uk direnç üzerinden geçen $i_{21}$ akımını süperpozisyon yöntemi ile çözünüz.

Adım1: Yalnızca 11v'luk gerilim kaynağı için;



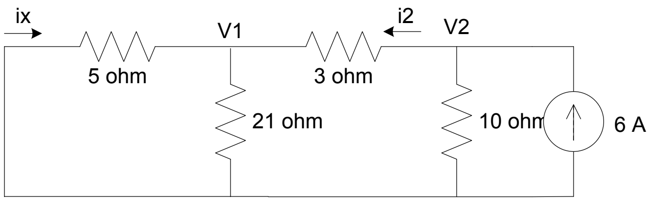
$$R_{S_1} = 3 + 10 = 13\Omega$$

$$R_{P1} = \frac{13 \cdot 21}{13 + 21} = 8{,}03\,\Omega$$

$$i_{x_1} = \frac{11v}{5 + R_{P_1}} = 0.844A$$

$$i_{211} = \frac{8,03}{5 + 8,03} \cdot \frac{11v}{21} = 0.322A$$

Adım 2: Yalnızca 6A'lik akım kaynağı için;




$$R_{P_1} = \frac{5.21}{5 + 21} = 4,038\Omega$$

$$R_{S_1} = 3 + R_{P_1} = 7,038\Omega$$

$$R_{P2} = \frac{10 \cdot R_{S1}}{10 + R_{S1}} = 4{,}131\,\Omega$$

$$V_2 = 6.R_{P_2} = 24,785v \quad \Rightarrow \qquad i_3 = \frac{V_2}{R_{S_1}} = 3,521A$$

$$V_1 = V_2 - i_3.3 = 24,785v - 3.3,521 = 14,22v$$

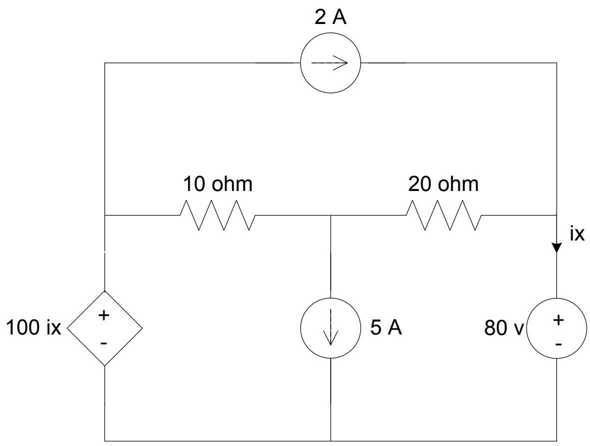
$$i_{x2} = -\frac{V_1}{5} = \frac{-14{,}22}{5} = -2.{,}8440\,\mathrm{A} \qquad\qquad i_{212} = \frac{V_1}{21} = 0,677A$$

En son olarak her adımda bulunan değerler toplanır.

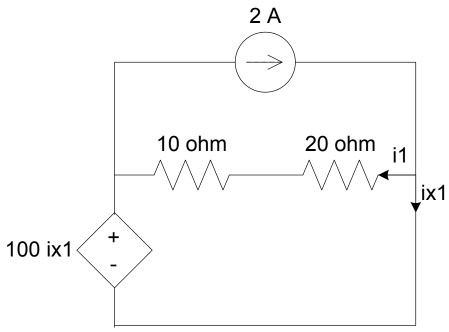
$$i_x = i_{x_1} + i_{x_2} = 0,844 - 2,844 = -2A \text{ ve}$$

$$i_{21} = i_{211} + i_{212} = 0{,}322 + 0{,}677 = 1\,\mathrm{A}$$

**Örnek.DT.15:** Aşağıdaki devrede $i_x$ akımını süper pozisyon yöntemi ile hesaplayınız.



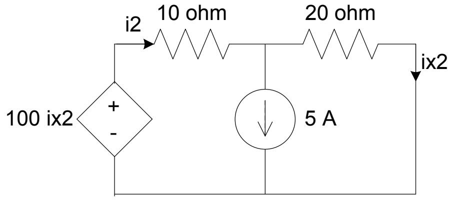

Adım 1: Yalnızca 2A'lik akım kaynağı için;




$$i_1 + i_{x_1} = 2A \quad \text{ve} \quad i = \frac{-100 i_{x_1}}{30} \quad -\frac{100 i_{x_1}}{30} + i_{x_1} = 2A$$

$$-100 i_{x_1} + 30 i_{x_1} = 60 \qquad i_{x_1} = \frac{60}{-70} = -0,857143A$$

Adım 2: Yalnızca 5A'lik akım kaynağı için;




$$i_2 = 5 + i_{x_2}$$

$$100 i_{x_2} = i_2 10 + 20 i_{x_2}$$

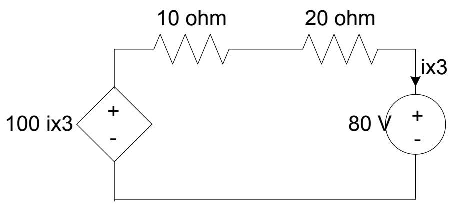
$$i_2 = \frac{80 i_{x_2}}{10}$$

$$5 + i_{x_2} = \frac{80 i_{x_2}}{10}$$

$$50 + 10 i_{x_2} = 80 i_{x_2}$$

$$i_x = \frac{50}{70} = 0,714A$$

Adım 3: Yalnızca 80 voltluk gerilim kaynağı için;




$$i_{x_3} = \frac{100 i_{x_3} - 80}{30}$$

$$30 i_{x_3} = 100 i_{x_3} - 80$$

$$i_{x_3} = \frac{80}{70} = 1,14A$$

$$i_x = i_{x_1} + i_{x_2} + i_{x_3} = 1 Amper$$

<u>**Not: Notların bazı bölümlerinde rakam ve işaret hataları var. O yüzden notların en son halini siteden indirin. Bunların düzeltilmesi bir hayli zaman alıyor ve bazıları gözden kaçıyor. Yenilendikçe yada fark edildikçe notlar güncellenecek.**</u>