Ankara Üniversitesi
Mühendislik Fakültesi, Fizik Mühendisliği Bölümü

FZM207

Temel Elektronik-I

Doç. Dr. Hüseyin Sarı

2. Bölüm: Dirençli Devreler

İçerik

- Temel Yasaların Doğrudan Uygulanışı
- Kaynak Gösterimi ve Dönüşümü
- Düğüm Noktası Gerilim Yöntemi
- İlmek Akım Yöntemi
- Bağımlı Kaynaklı Devrelerde Düğüm Noktası ve İlmek Denklemleri
- Devre İndirgenmesi
- Üst-Üste Binme İlkesi
- Thevenin Teoremi

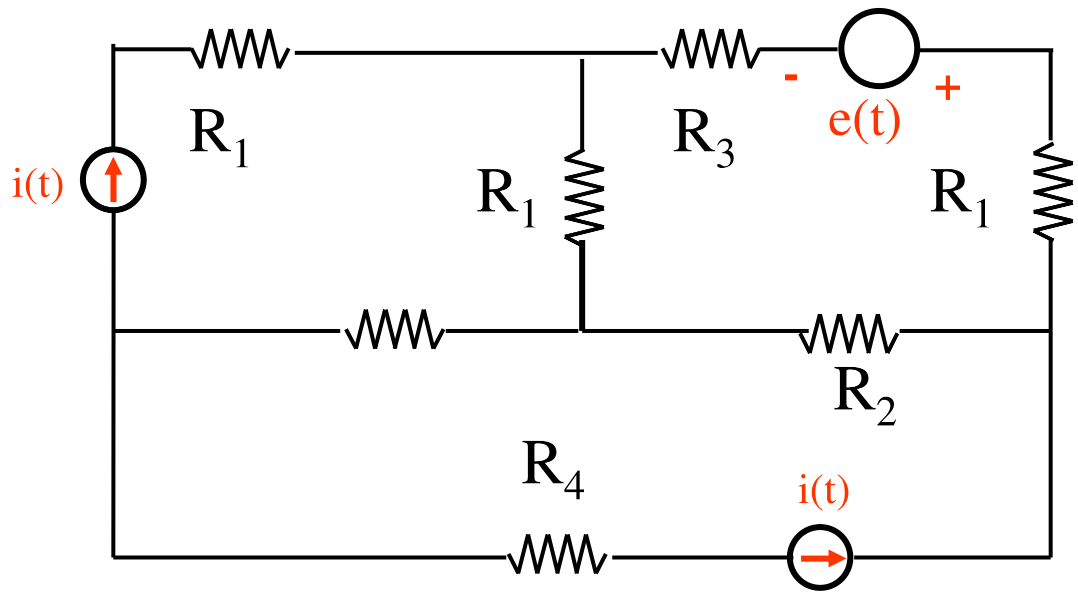
Bu derste,

- Dirençli devrelerin çözümlemesi yapılacak,
- Devre çözümlemesi için sistematik yöntemler geliştirilecek,
    - Temel yasaların doğrudan uygulanışı,
    - Gerilim yöntemi,
    - Akım yöntemi
- Kaynak dönüşümü,
- Thevenin ve Norton teoremleri

öğrenilmiş olacak.

Temel Yasaların Doğrudan Uygulanışı

- En genel biçimde bir elektrik devresi, uyarmayı sağlayan bir ya da daha fazla kaynak ile çok sayıda ilmek ve çok sayıda kavşaktan oluşur.



- *Bilinen nicelikler* çoğu kez gerilim kaynağı gerilimi ve akım kaynağı akımları olacaktır.

- *Bilinmeyen nicelikler* ise gerilim kaynaklarının akımları, akım kaynaklarının gerilimleri ve devre öğelerindeki (direnç) gerilim ve akımlar olacaktır.

Temel Yasaların Doğrudan Uygulanışı

Bilinmeyen niceliklerin bulunması için kullanılan denklemler:

- Kirchhoff Akım Yasası (KAY) denklemleri,
- Kirchhoff Gerilim Yasası (KGY) denklemleri,
- Öğelerin Gerilim-Akım (Ohm Yasası) bağıntıları

olmak üzere üç sınıfta toplanabilir.

Bu bağımsız denklemlerin toplam sayısı bilinmeyen niceliklerin sayısına eşit olmak zorundadır.

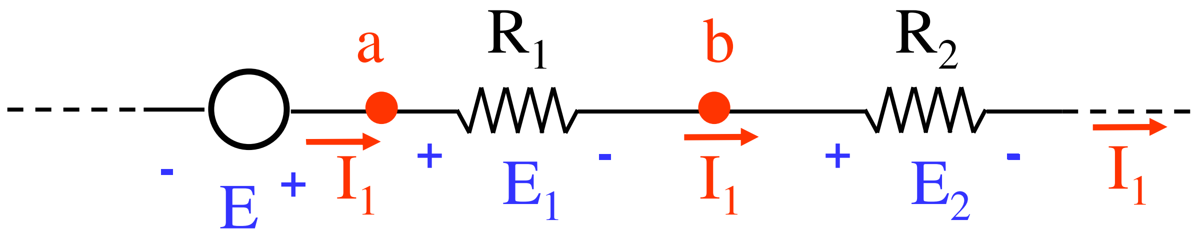
Her sınıfta, aşağıda belirlenen sayılar kadar bağımsız denklem bulunur:

1. Öğelere özgü bağımsız Gerilim-Akım denklemlerinin sayısı öğelerin sayısına eşittir
2. Bağımsız KAY denklemlerinin sayısı kavşakların sayısından bir eksiğine eşittir.
3. Bağımsız KGY denklemlerinin sayısı bağımsız ilmeklerin sayısına eşittir (*Bağımsız bir ilmek, öteki denklemlerde bulunmayan en azından bir gerilimi içeren bir KGY denklemi olan bir ilmektir*)

Devre Analizlerinde İzlenecek Yol

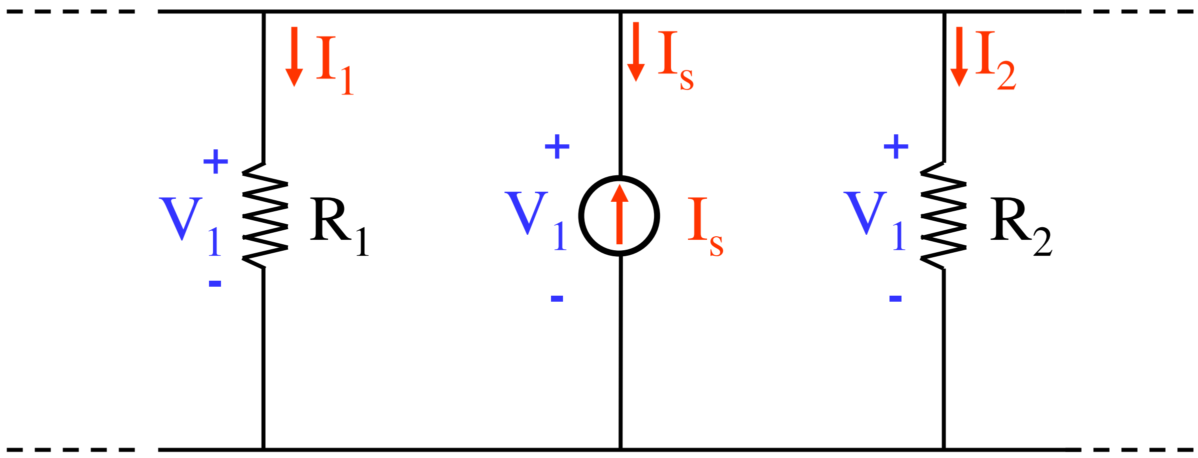
Değişkenlerin belirlenmesini kolaylaştıran iki devre biçimi vardır:

Seri Bağlı Devre



Ortak Akım
(I_1)

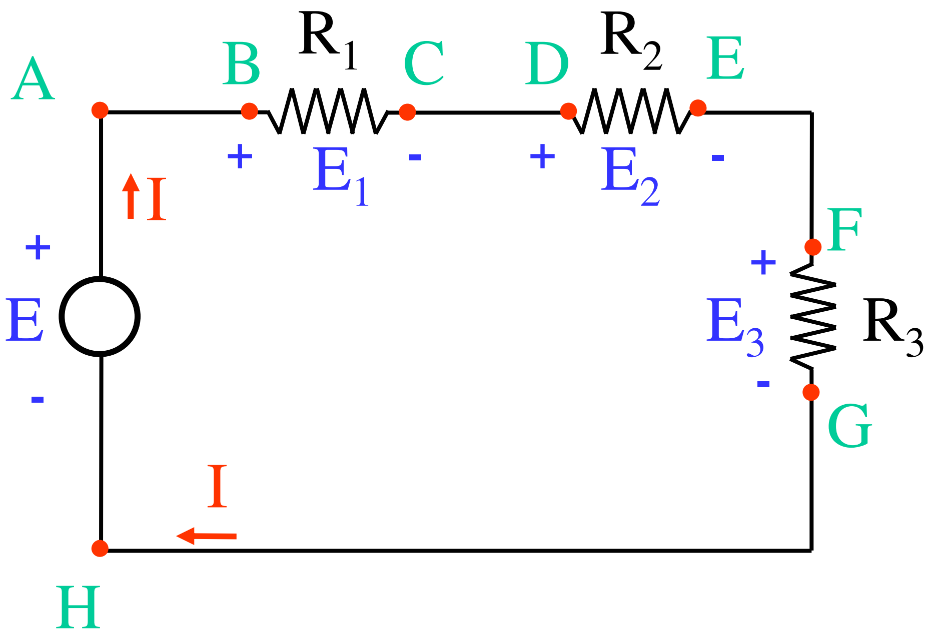
Paralel Bağlı Devre

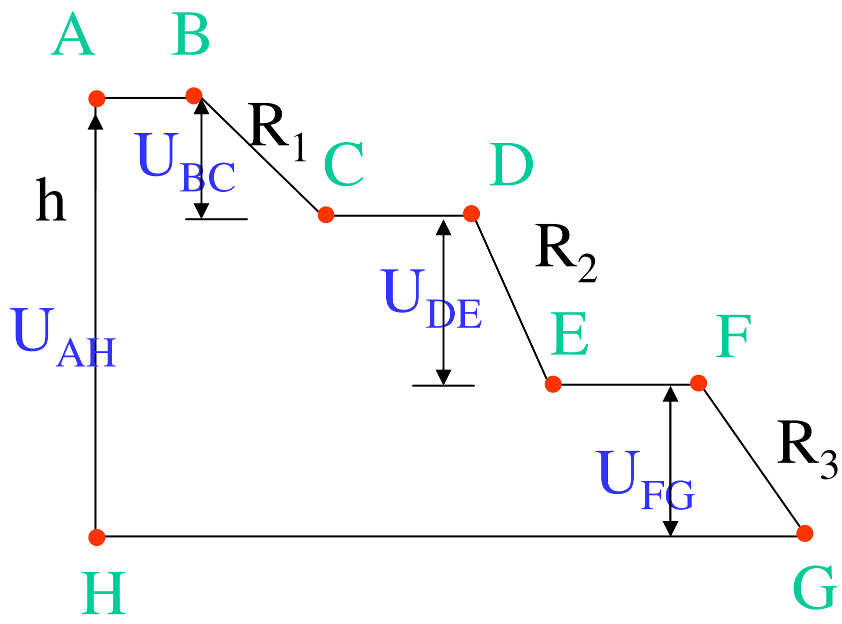


Ortak Gerilim
(V_1)

Devre'nin Mekanik Eşdeğeri

Devre akım ve gerilim-Mekanik eşdeğer





$$+E - E_1 - E_2 - E_3 = 0$$

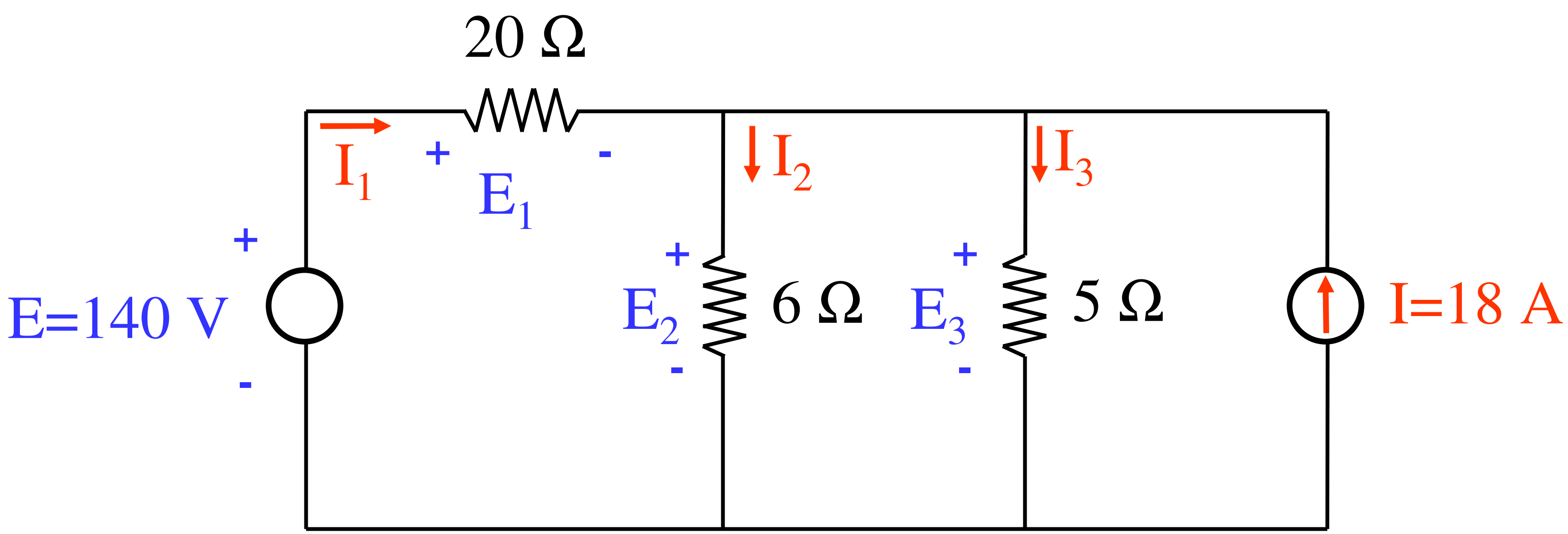
$$E = E_1 + E_2 + E_3$$

$$U_{AH} = U_{BC} + U_{DE} + U_{FG}$$

Potansiyel Enerji

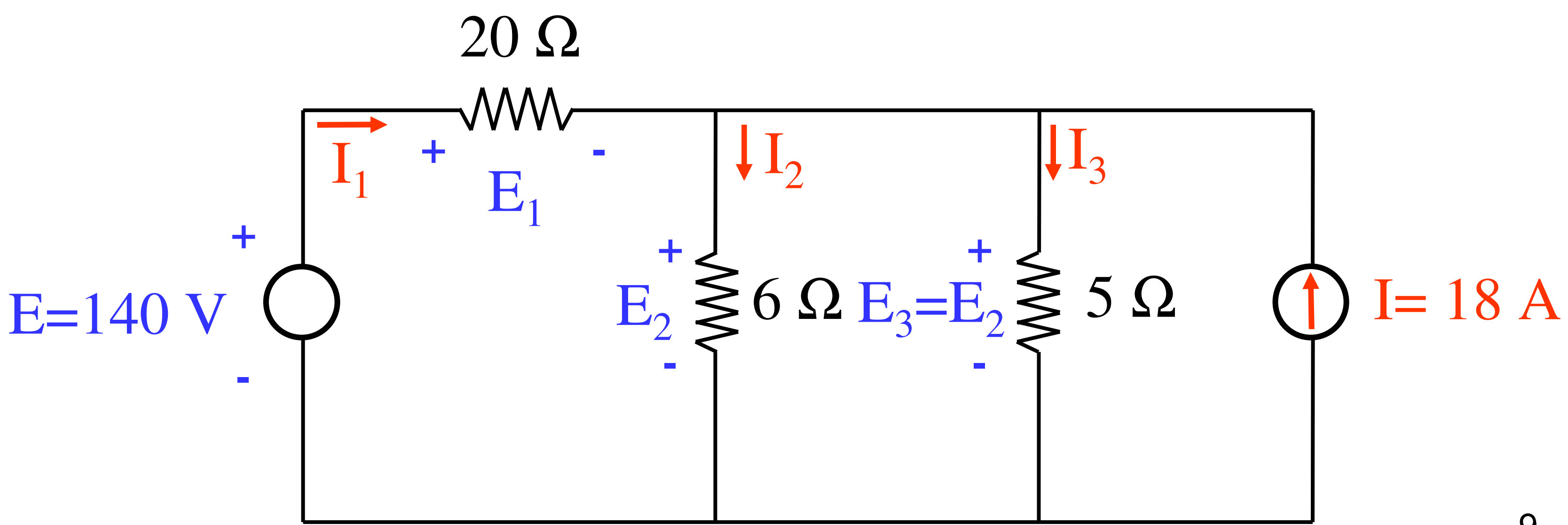
$$U = mgh$$

Örnek 2.1: Aşağıdaki devredeki bilinmeyen gerilimleri (E_1, E_2 ve E_3) ve akımları (I_1, I_2 ve I_3) bulunuz. Ayrıca, kaynakların devreye verdiği gücün dirençlerin soğurduğu güce eşit olduğunu gösteren bir güç dengesi yazınız.



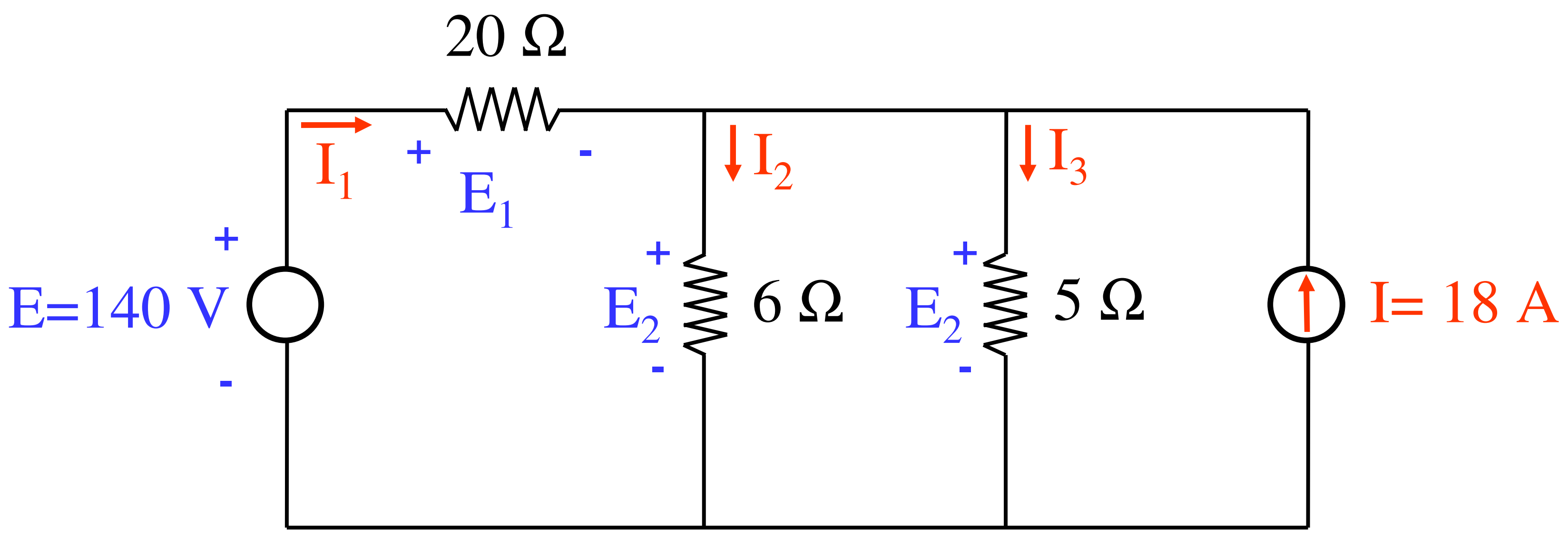
Çözüm: Çözüm için ilk yapılacaklar bilinmeyen gerilimler ve akımlar için referans yönlerinin belirlenmesidir.

- 140 V'luk kaynak ve 20 Ω'luk direnç seri bağlı olduklarından her ikisinden de I_1 akımı geçer. Dolayısı ile E_1 geriliminin yönü şekildeki gibidir (akımın girdiği nokta pozitif, çıktığı nokta ise negatif)
- 6 ve 5 Ω'luk dirençler ve 18 A'lik akım kaynağı paralel bağlıdır, dolayısı ile bunlar ortak bir E gerilimi görürler. Buna göre I_2 ve I_3 akımları aşağıdaki gibi belirlenir.

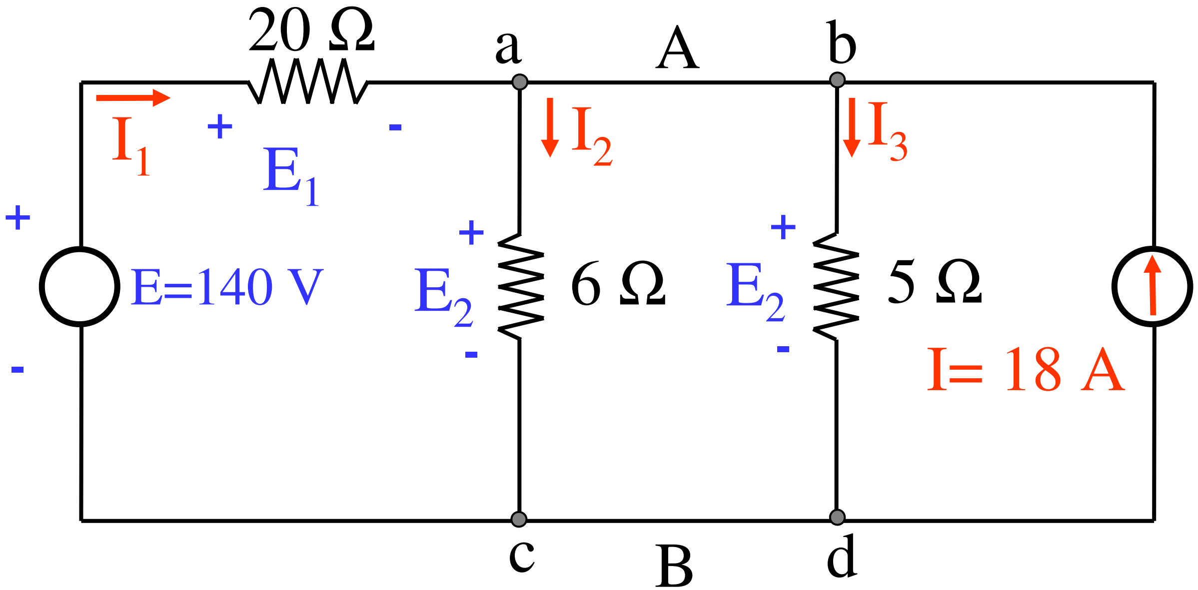


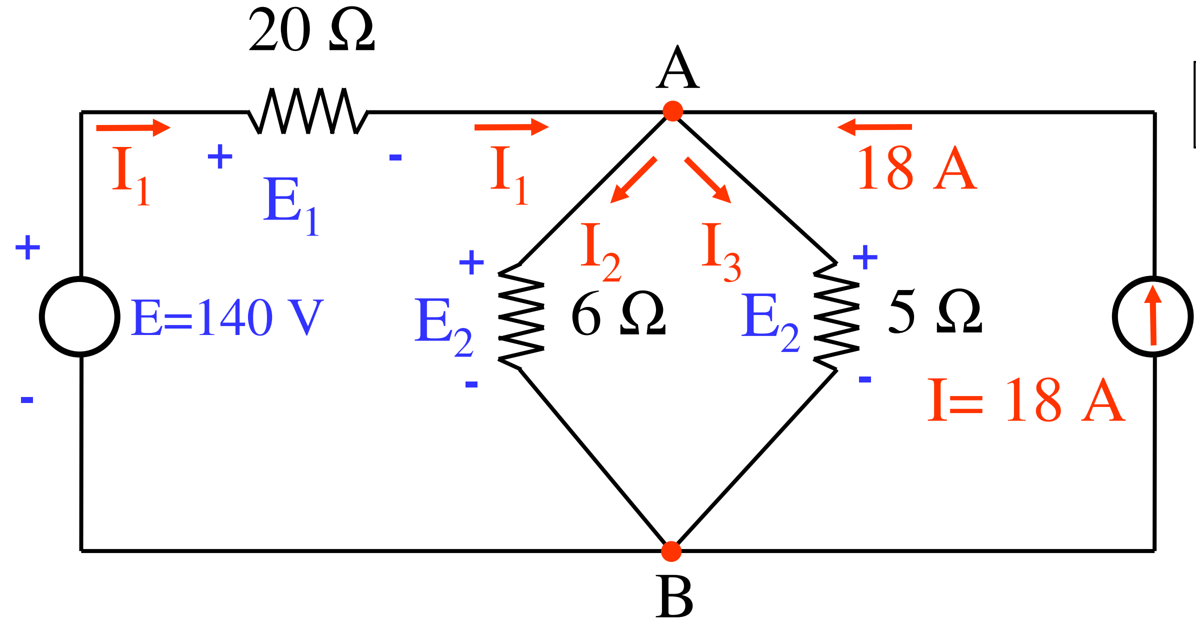
1. Adım: Birinci Grup denklemler, öğelerin Gerilim-Akım bağıntılarıdır. Devrede 3 adet direnç olduğundan, 3 adet Ohm yasası denklemi yazılabilir:

20 Ω'luk direnç:	$E_1 = 20I_1$ 1
6 Ω'luk direnç:	$E_2 = 6I_2$ 2
5 Ω'luk direnç:	$E_3 = 5I_3$ 3



2. Adım: KAY denklemleri yazılır. Kavşakların sayısı 4 tane (a, b, c ve d) görünmesine <u>rağmen aslında iki</u> tanedir (A (ab) ve B (cd)).





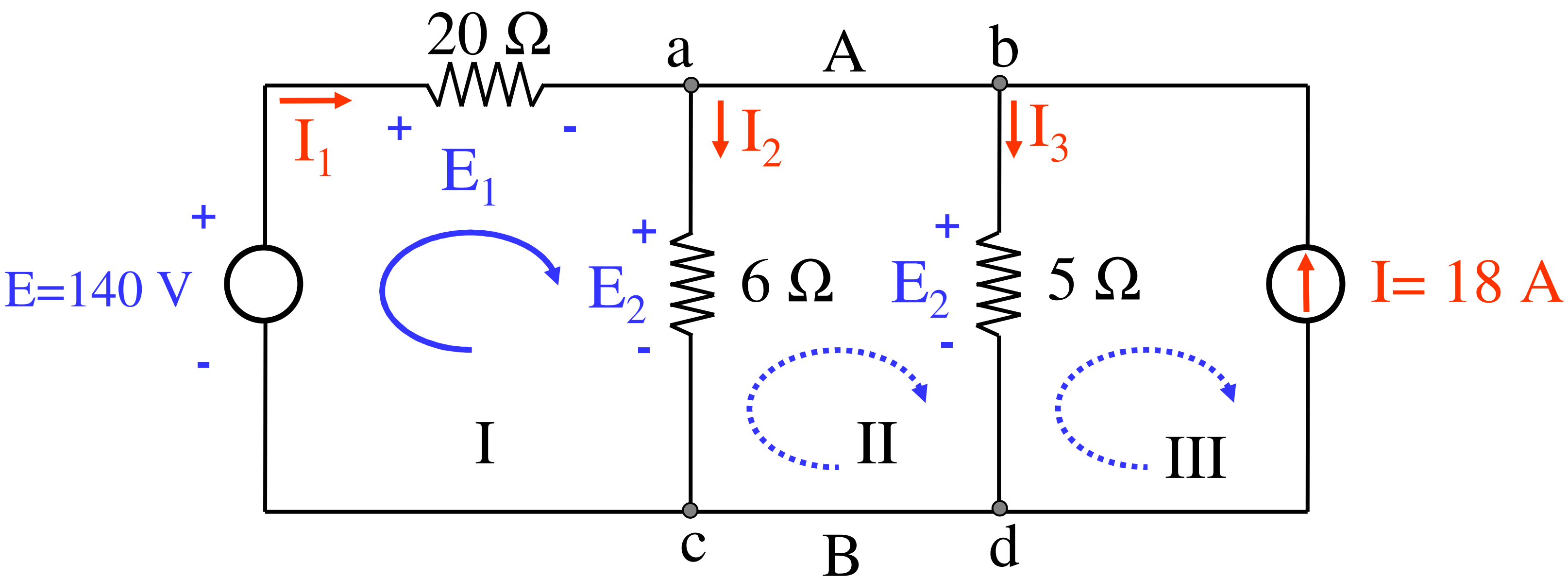
A noktası KAY denklemi:

$$I_1 - I_2 - I_3 + 18 = 0$$

..... 4

B noktası KAY denklemi, A ile aynı olacaktır (*Bağımsız kavşakların sayısı kavşak sayısından bir eksiktir*)

3. Adım: KGY denklemleri yazılır. Devredeki tek bağımsız ilmek soldaki ilmektir (Diğer ilmekler (II ve III) aynı bilinmeyeni vereceği için bağımsız değillerdir)



KGY denklemleri (I):

$$140 - E_1 - E_2 = 0 \quad \ldots\ldots 5$$

KGY denklemleri (II):

$$+E_2 - E_2 = 0$$

KGY denklemleri (III):

$$+E_2 - E_2 = 0$$

Aynı!
(II ve III ilmek bağımsız ilmek değildir!)

Yukarıdaki beş denklemin ortak çözümleri herhangi bir yöntemle bulunabilir.

Ohm Yasası (R_1) $E_1 = 20I_1$ 1

Ohm Yasası (R_2) $E_2 = 6I_2$ 2

Ohm Yasası (R_3) $E_3 = 5I_3$ 3

A noktası KAY denklemleri: $I_1 - I_2 - I_3 + 18 = 0$ 4

A noktası KGY denklemleri: $140 - E_1 - E_2 = 0$ 5

Genellikle ya akım ya da gerilim değişkenleri yok etmek amacı ile ya KAY ya da KGY denklemlerinde yerlerine konurlar (4. denklemde 1-2-3 denklemleri):

$$\frac{1}{20}E_1 - \frac{1}{6}E_2 - \frac{1}{5}E_2 + 18 = 0 \quad ..... 6$$

Denklem 5 ve 6'dan

$$\begin{aligned} E_1 + \quad E_2 &= 140 \\ -3E_1 + 22E_2 &= 1080 \end{aligned} \Rightarrow$$

E_1=80 V; **E_2=60 V** bulunur.

Akım denklemlerinden (1-3), akımlar **I_1= 4 A**, **I_2=10 A** ve **I_3= 12 A** bulunur.

Güç Dengesi aşağıdaki şekilde hesaplanabilir:

Devreye Verilen Güç

Gerilim Kaynağı: $P=E.I=(140\ V).(4\ A) =$ 560 W
Akım Kaynağı: $P=E.I=(60\ V).(18\ A) =$ 1080 W

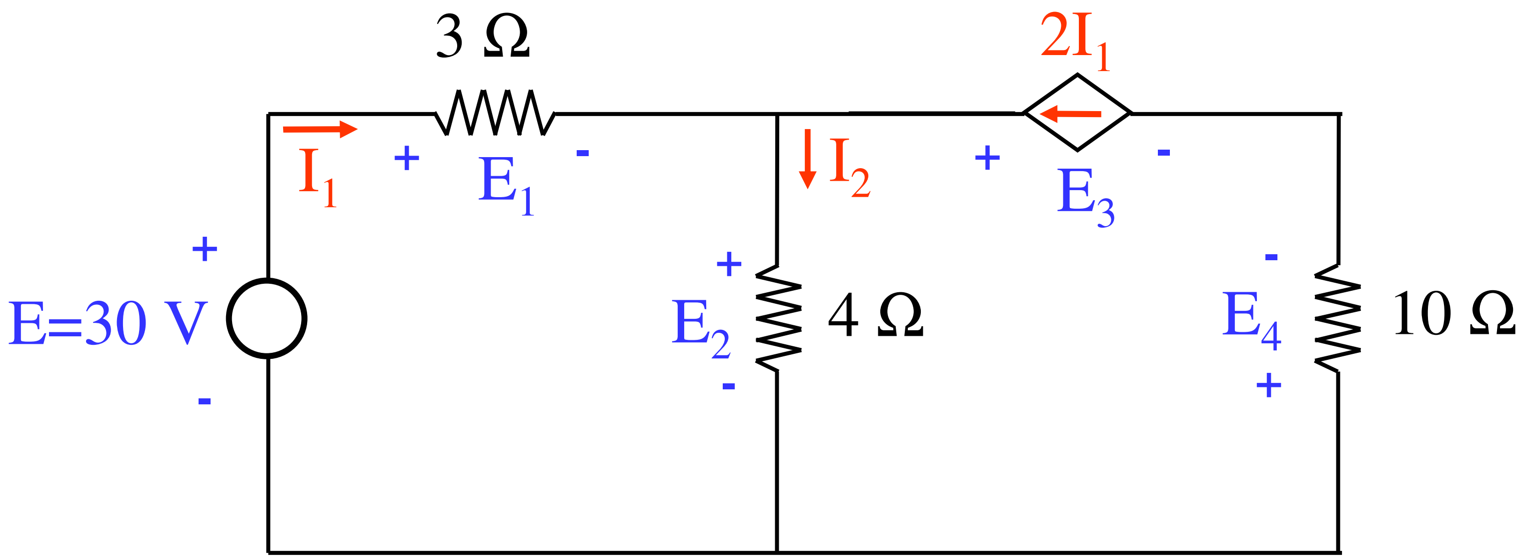
Toplam: 1640 W

Devreden Alınan Güç

5 Ω'luk Direnç: $P=RI^2=(5\ \Omega).(12\ A)^2 =$ 720 W
6 Ω'luk Direnç: $P=RI^2=(6\ \Omega).(10\ A)^2 =$ 600 W
20 Ω'luk Direnç: $P=RI^2=(20\ \Omega).(4\ A)^2 =$ 320 W

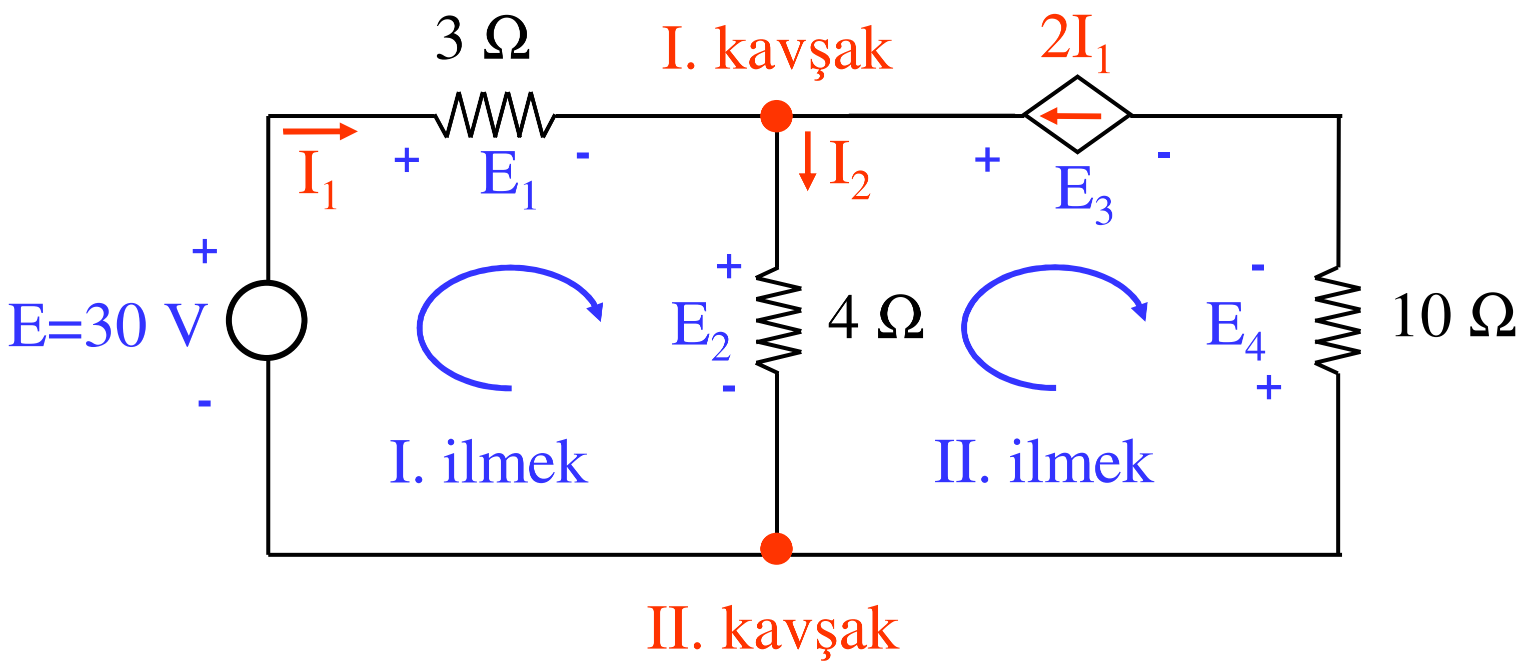
Toplam: 1640 W

Örnek 2.2: Aşağıdaki devre, soldaki ilmekte 30 V sabit gerilim kaynağı ve sağdaki ilmekte ise akıma bağlı bir akım kaynağı içermektedir. Bilinmeyen gerilimleri (E_1 ve E_2) ve akımları (I_1, I_2 ve I_3) bulunuz.



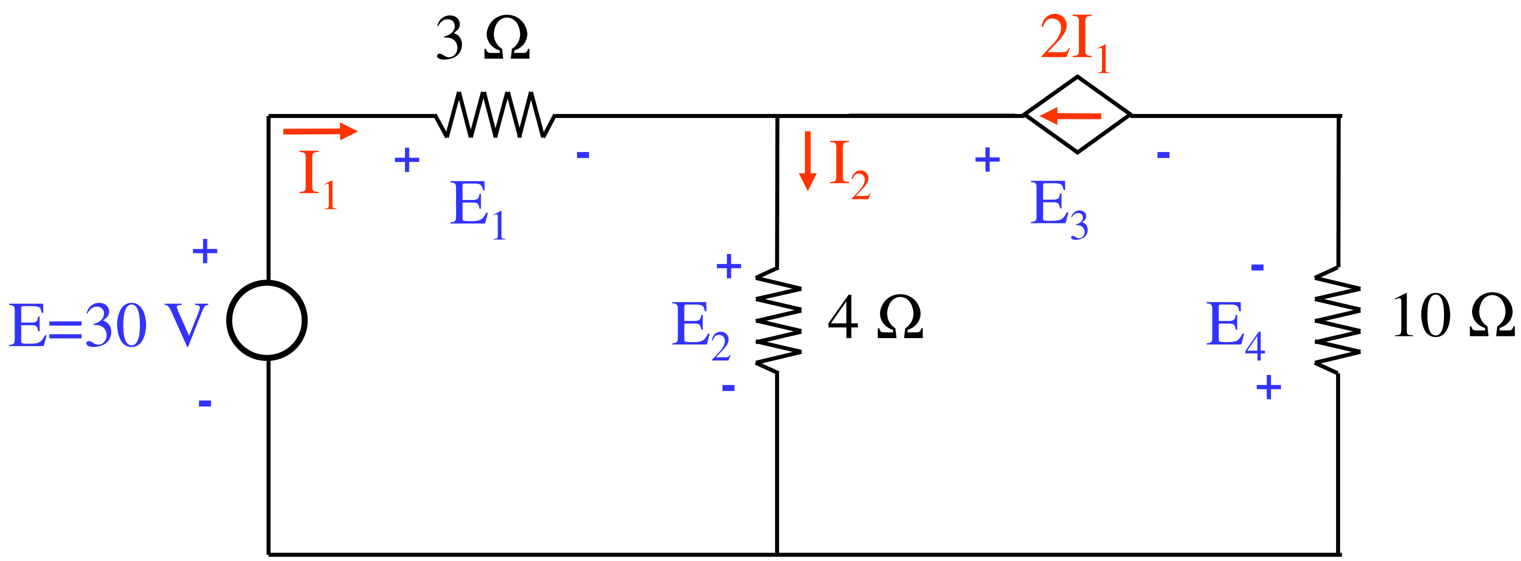
Çözüm: Çözüm için ilk adım bilinmeyen gerilimler ve akımlar için referans yönlerinin belirlenmesidir.

- Devrede 3 direnç, iki kavşak ve iki bağımsız ilmek bulunmaktadır.
- 3 Ohm yasası denklemi, bir KAY ve iki KGY denklemi yazılabilir.
- Şimdilik I_1 ve $2I_1$ akımları bilinmeyen olduğu halde referans yönlerini aşağıdaki gibi alabiliriz.

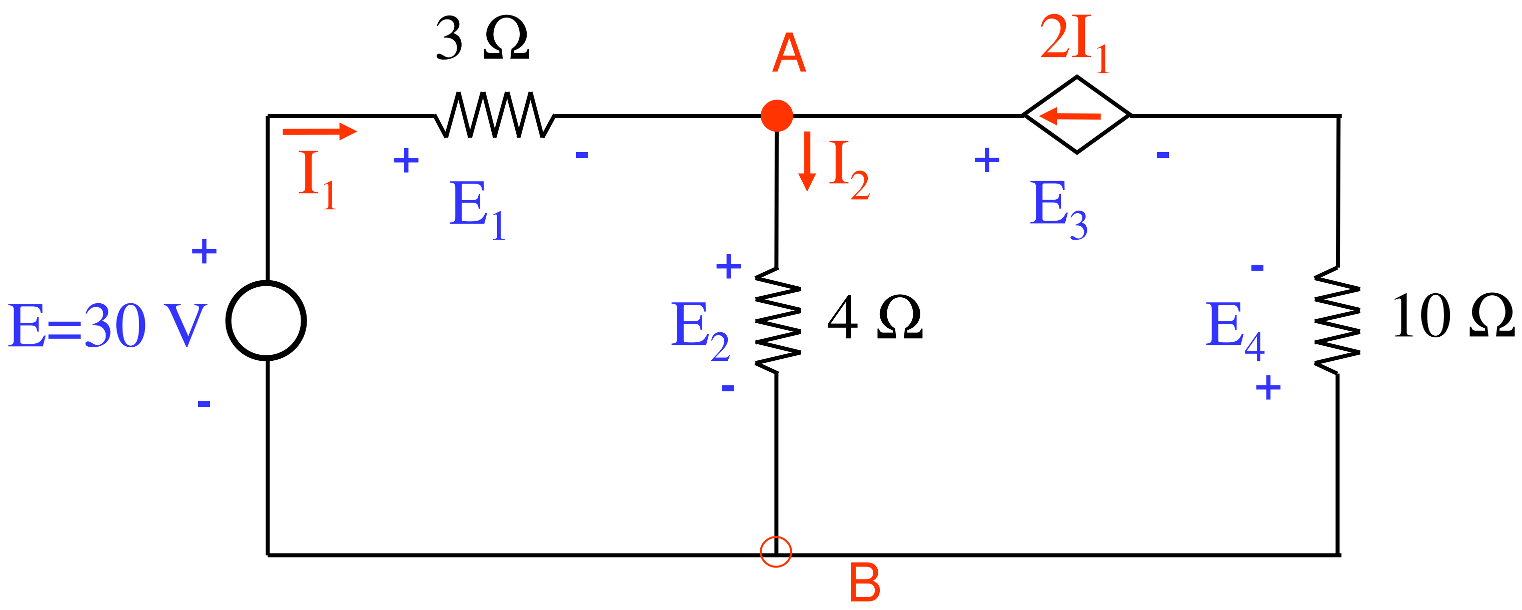


1. Adım: Birinci Grup denklemler, 3 adet Ohm yasası denklemi vardır:

Ohm Yasası (R_1)	$E_1 = 3I_1$ 1
Ohm Yasası (R_2)	$E_2 = 4I_2$ 2
Ohm Yasası (R_3)	$E_4 = 20(I_1)$ 3



2. Adım: KAY denklemleri yazılır. Bağımsız kavşakların sayısı birdir (A kavşağı)

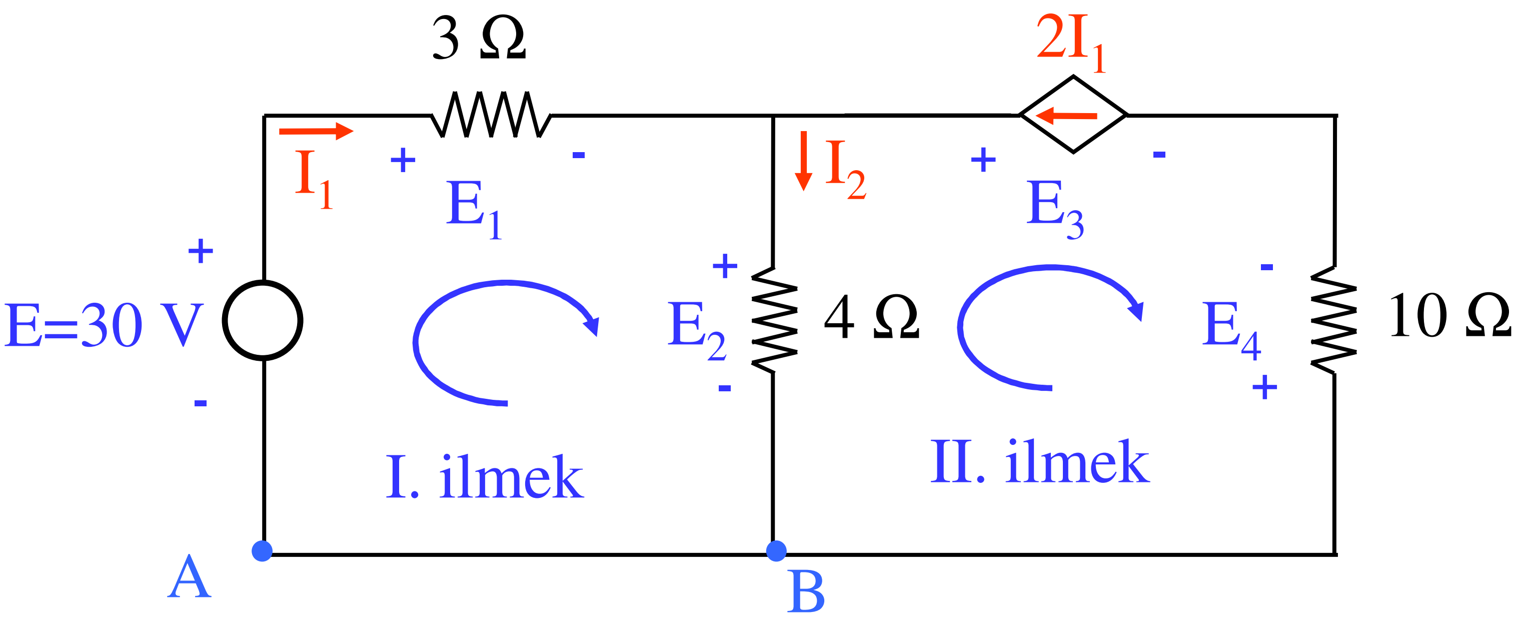


A noktası KAY denklemleri: $I_1 - I_2 + 2I_1 = 0$ 4

B noktası KAY denklemleri: $-I_1 + I_2 - 2I_1 = 0$ ..... 4'

4 ve 4' nolu denklemler aynı!

3. Adım: KGY denklemleri yazılır. I ve II ilmekleri çevresinde yazılan KGY



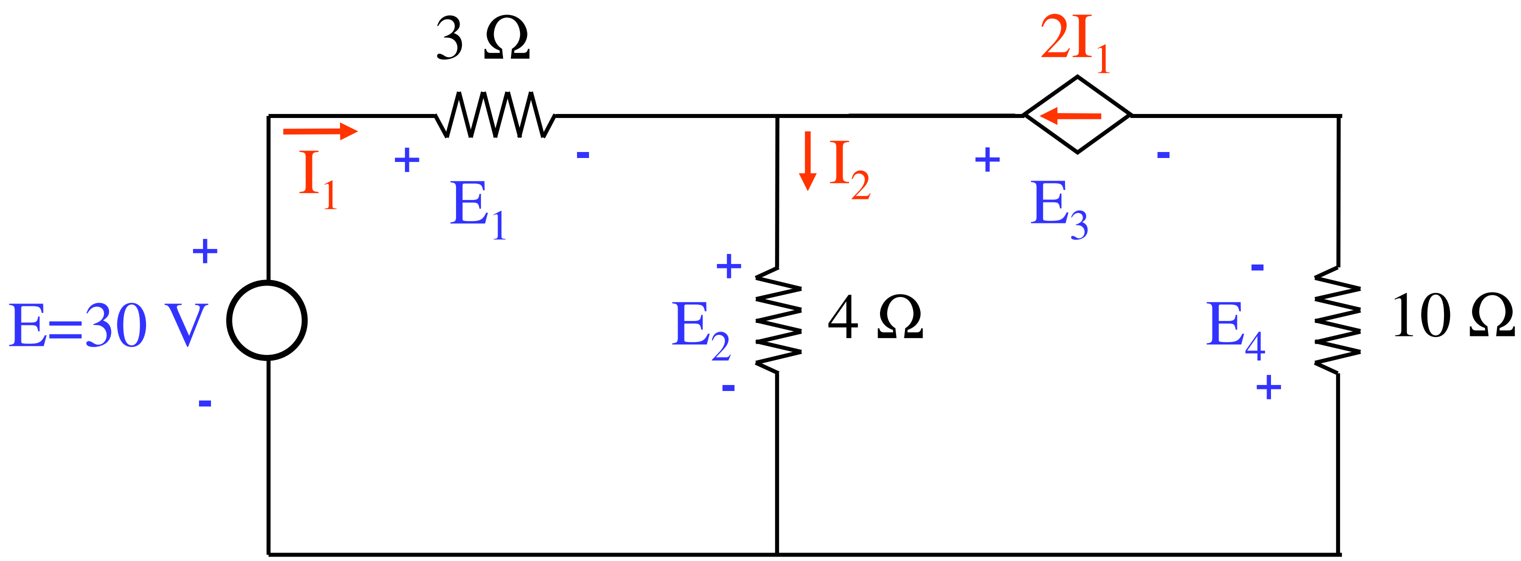
I. ilmek KGY denklemi: (A'dan başlayıp A noktasına gelindiğinde)	$30 - E_1 - E_2 = 0$ 5
II. ilmek KGY denklemi: (B'den başlayıp B noktasına gelindiğinde)	$E_2 - E_3 + E_4 = 0$ 6

Yukarıdaki beş denklemin ortak çözümleri herhangi bir yöntemle bulunabilir.

Akım denklemlerinden (1-3), akımlar **I_1= 2 A**, **$2I_1$=4A** ve **I_2= 6 A** olarak bulunur.

Denklem 5 ve 6'dan

E_2=24 V
E_3=64 V
E_4=40 V bulunur.

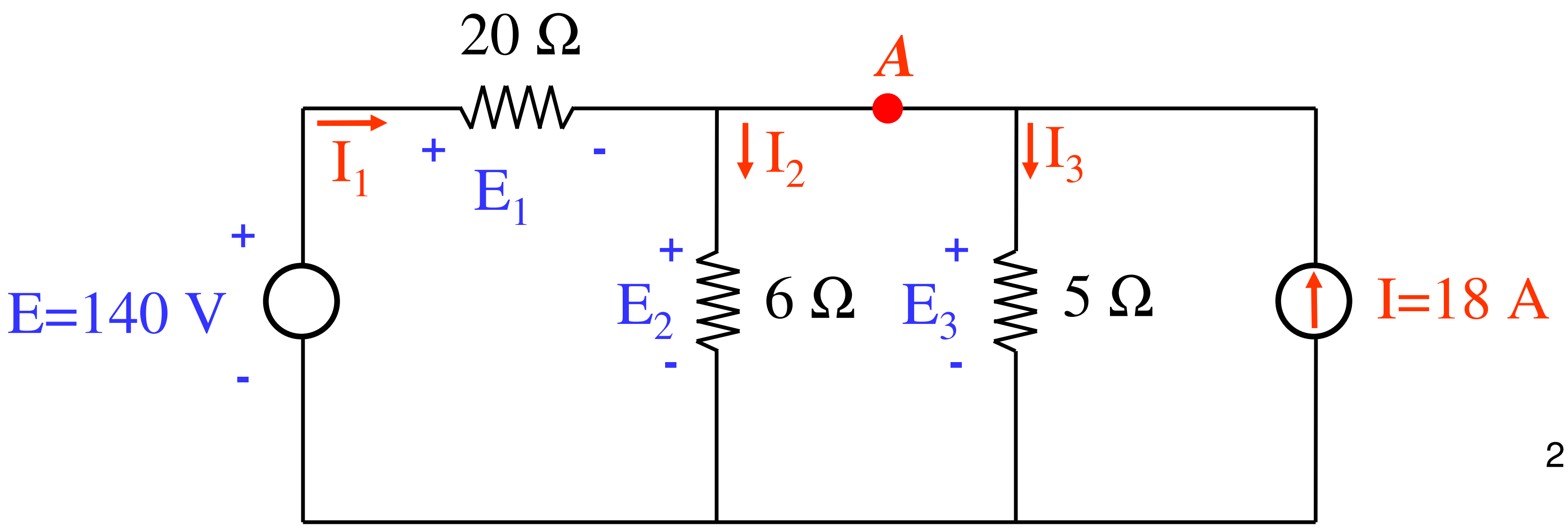


Yorum: Örnek 2-1 ve Örnek 2-2, en kolay ve açık bir biçimde doğrudan uygulama yönteminin uygulanışını göstermektedir.

Sonuçta elde edilen denklem sistemi iki yalınlaştırma ile daha derli toplu yapılabilir.

1- Akım değişkeninin gerilim değişkeni cinsinden tanımlanması (ya da tersi) böyle bir yalınlaştırma Ohm yasasının açık bir biçimde yazılması gereksinimi duyulmadan yazılmasını sağlayacaktır. A kavşağı için KAY kullanılarak:

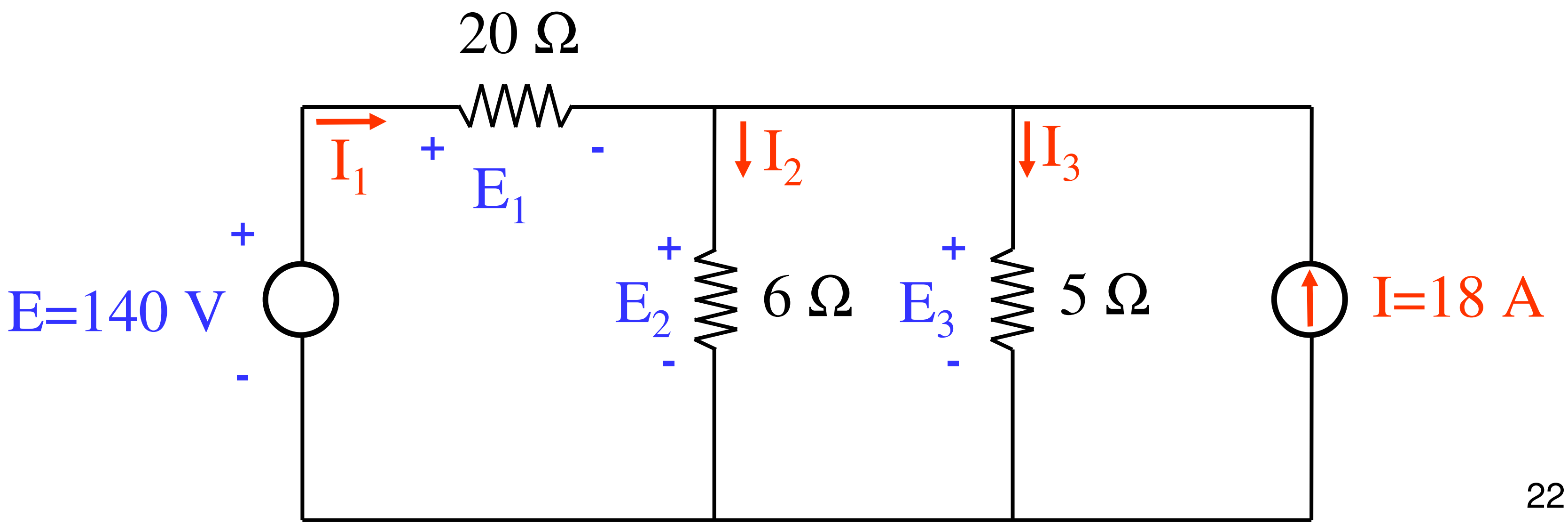
$$I_1 - I_2 - I_3 + 18 = 0 \quad ..... 4 \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{20}E_1 - \frac{1}{6}E_2 - \frac{1}{5}E_2 + 18 = 0 \quad ..... 6$$



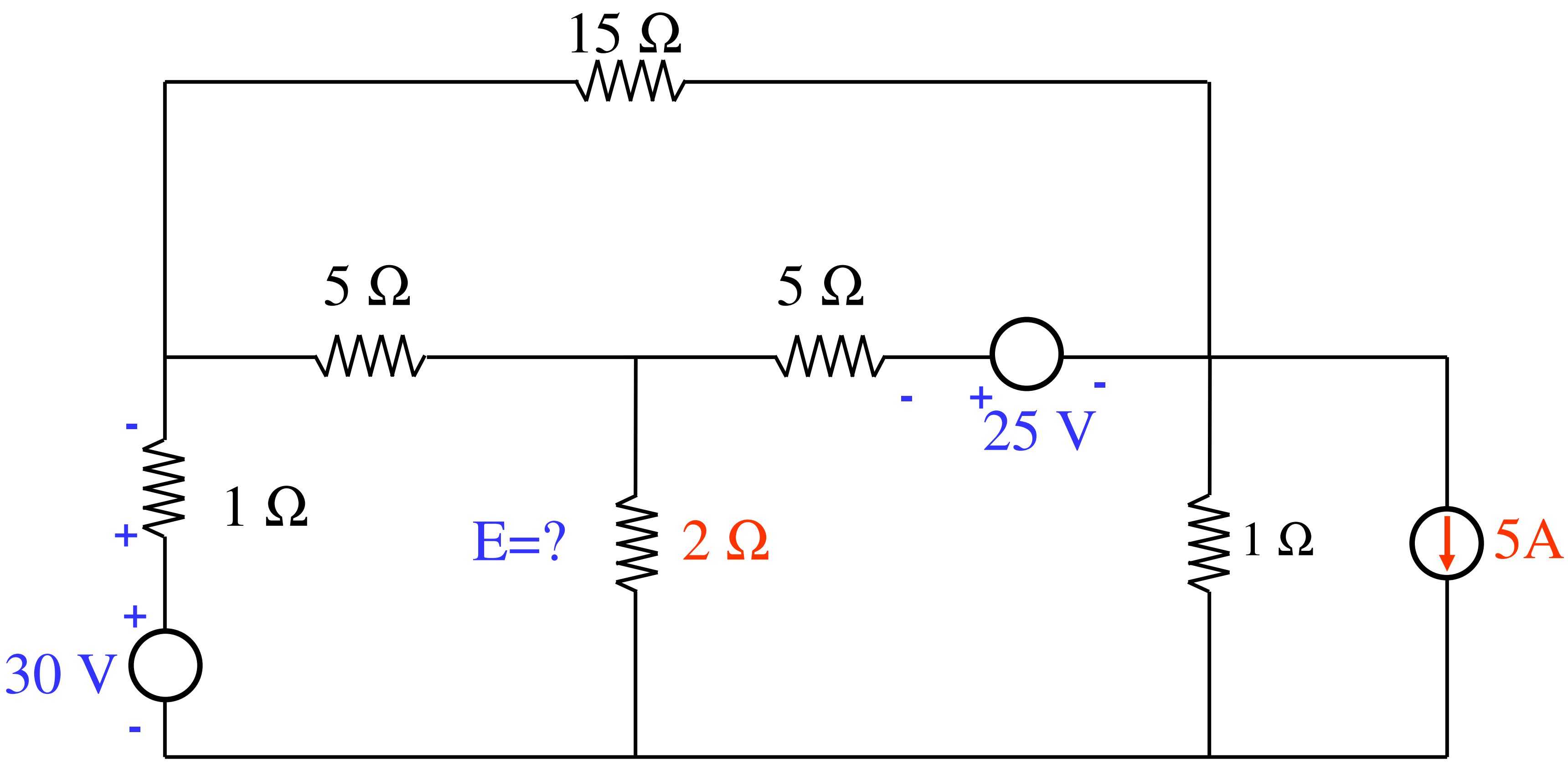
İkinci yalınlaştırmada, değişkenleri daha önceden seçilen öteki değişkenler cinsinden seçerek ya KAY denklemlerini ya da KGY denklemlerini yazma gereksiniminden kurtulunur.

1- Akım değişkeninin gerilim değişkeni cinsinden tanımlanması (ya da tersi) böyle bir yalınlaştırma Ohm yasasının açık bir biçimde yazılması gereksinimi duyulmadan yazılmasını sağlayacaktır. Örneğin, Örnek 2-1'de E_1 gerilimi 140-E_2 dir (KGY'ndan).

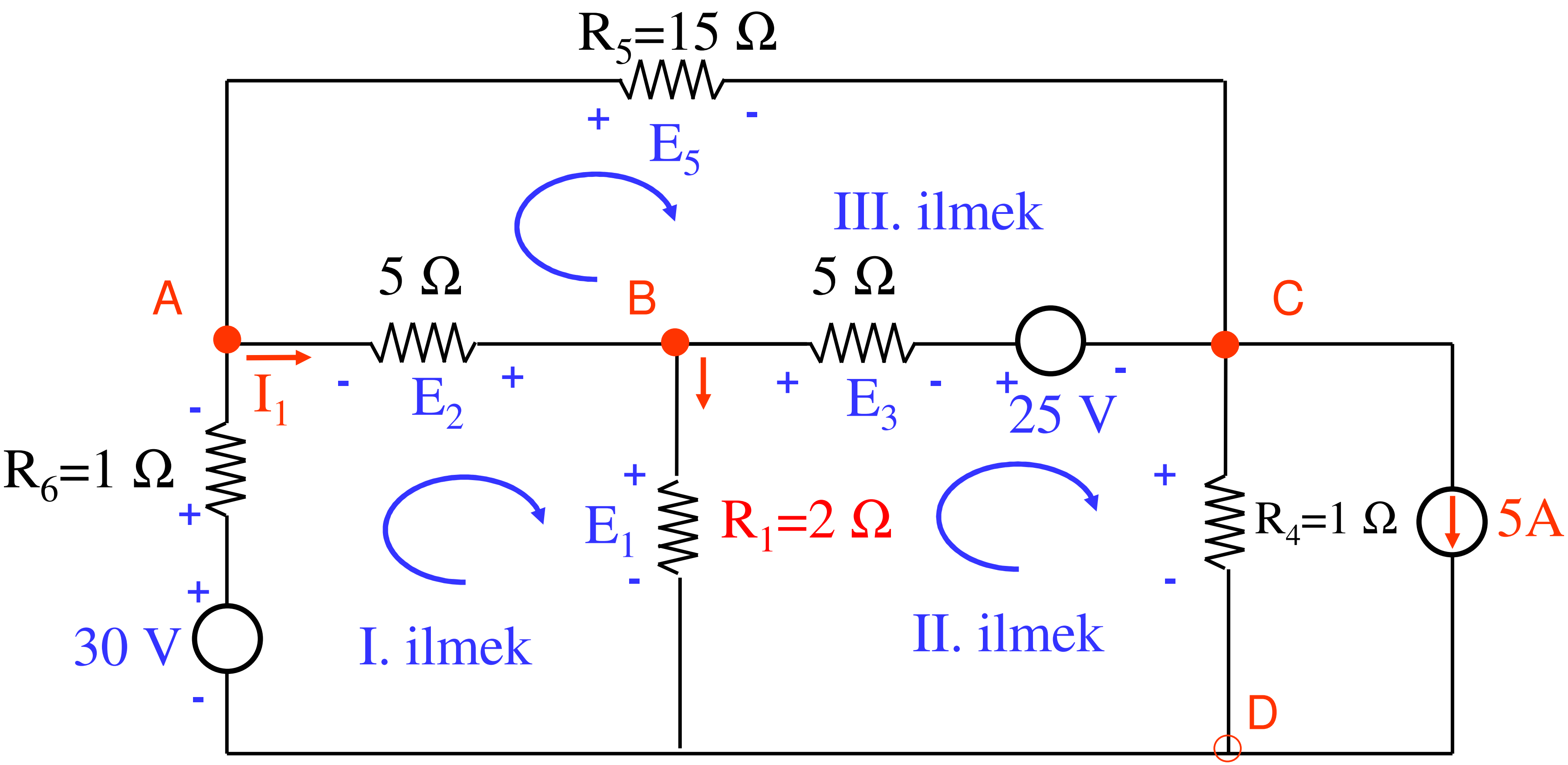
$$\frac{1}{20}(140 - E_2) + \frac{1}{6}E_2 + \frac{1}{5}E_2 + 18 = 0$$



Örnek 2.3: Aşağıdaki devrede, 2 Ω'luk direncin uçları arasındaki gerilimi bulunuz. Çözümü kolaylaştırmak için tüm akımları gerilim değişkenleri cinsinden belirtin ve değişkenleri seçerken KGY denklemlerini kullanın.

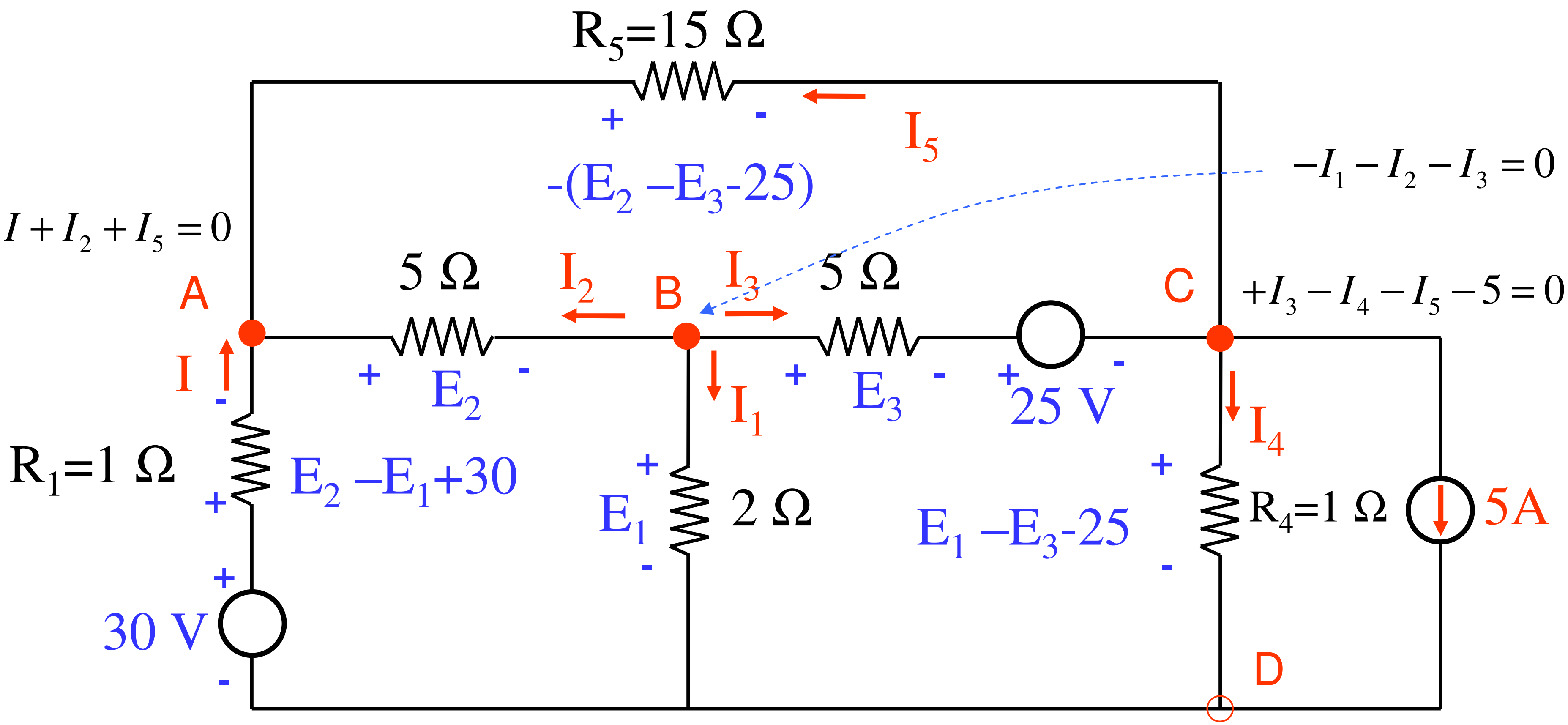


2 Ω'luk direnç üzerindeki gerilim istendiğinden bunu E_1 ile, diğer bilinmeyenleri de E_2 ve E_3 il gösterelim. Diğer gerilimler bu gerilimler cinsinden ifade edilebilir.



R_6 in uçları arasındaki gerilim (I. ilmek KGY):	$+E_2 - E_1 + 30$	 1
R_4 in uçları arasındaki gerilim (II. ilmek KGY):	$+E_1 - E_3 - 25$	 2
R_5 in uçları arasındaki gerilim (III. ilmek KGY):	$+E_2 - E_3 - 25$	 3

2. Adım: Kavşaklardaki akımları yazması gerekir. 4 kavşak vardır, bu nedenle 3 bağımsız denklem yazılabilir.



A noktası KAY denklemleri: $\frac{1}{1}(E_2 - E_1 + 30) + \frac{1}{5}E_2 + \frac{1}{15}(E_2 - E_3 - 25) = 0$ 4

B noktası KAY denklemleri: $-\frac{1}{5}E_2 - \frac{1}{2}E_1 - \frac{1}{5}E_3 = 0$ 5

C noktası KAY denklemleri: $-\frac{1}{15}(E_2 - E_3 - 25) + \frac{1}{5}E_3 - \frac{1}{1}(E_1 - E_3 - 25) - 5 = 0$ 6

Denklemlerin hepsi sistemin ortak paydası (30) ile çarpılırsa denklemler

$$-30E_1+38E_2-2E_3=-850$$
$$-15E_1-6E_2-6E_3=0$$
$$-30E_1-2E_2+38E_3=-650$$

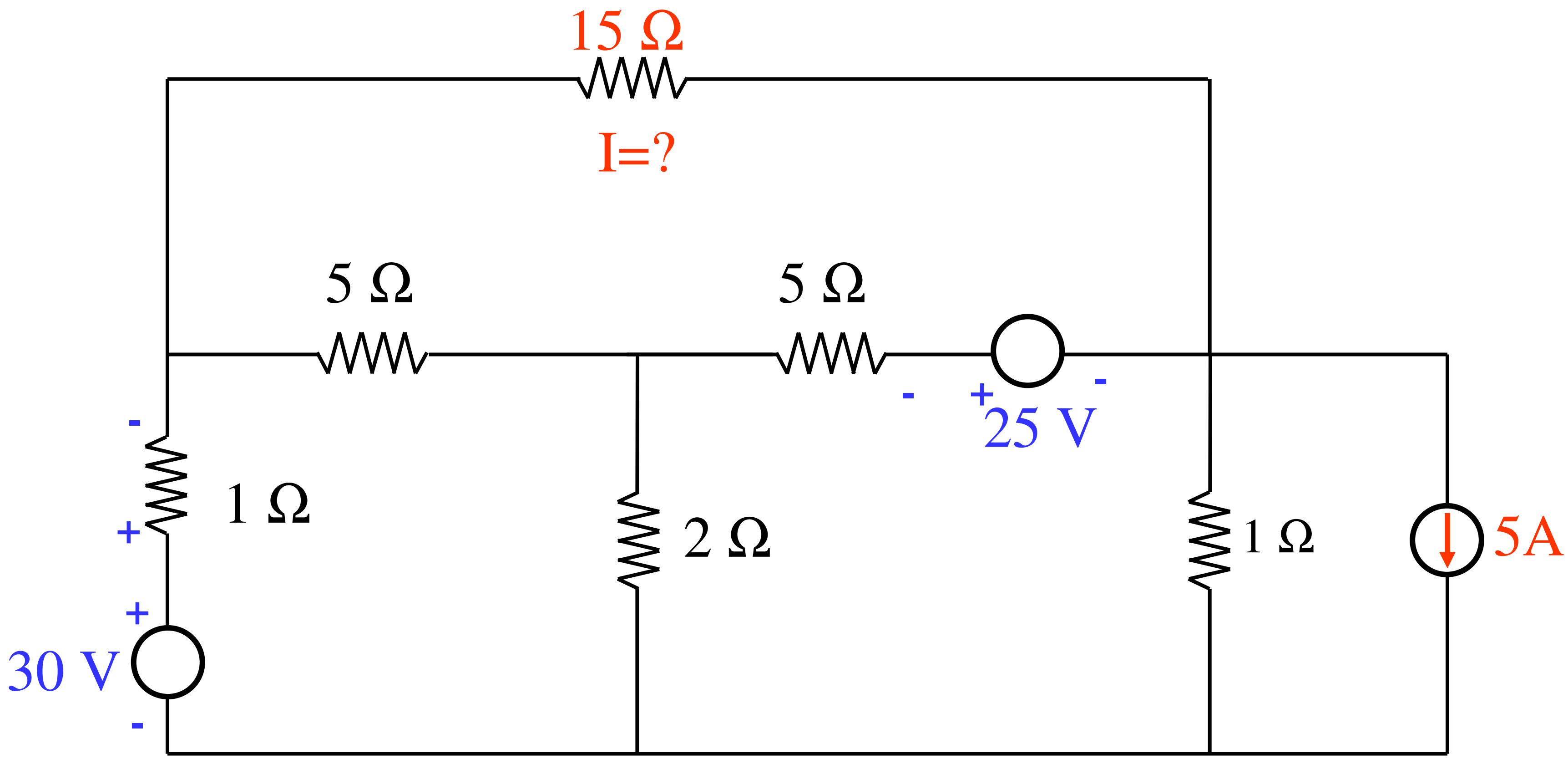
Çok değişkenli denklemlerin ortak çözümü determinantların ve Cramer kuralının kullanılması ile yapılabilir:

$$\begin{aligned} a_{11}x_1+a_{12}x_2+a_{13}x_3&=b_1\\ a_{21}x_1+a_{22}x_2+a_{23}x_3&=b_2\\ a_{31}x_1+a_{32}x_2+a_{33}x_3&=b_3 \end{aligned} \Rightarrow x_1=\frac{\begin{vmatrix} b_1 & a_{12} & a_{13}\\ b_2 & a_{22} & a_{23}\\ b_3 & a_{32} & a_{33}\end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13}\\ a_{21} & a_{22} & a_{23}\\ a_{31} & a_{32} & a_{33}\end{vmatrix}}\quad x_2=\frac{\begin{vmatrix} a_{11} & b_1 & a_{13}\\ a_{21} & b_2 & a_{23}\\ a_{31} & b_3 & a_{33}\end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13}\\ a_{21} & a_{22} & a_{23}\\ a_{31} & a_{32} & a_{33}\end{vmatrix}}\quad x_3=\frac{\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & b_1\\ a_{21} & a_{22} & b_2\\ a_{31} & a_{32} & b_3\end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13}\\ a_{21} & a_{22} & a_{23}\\ a_{31} & a_{32} & a_{33}\end{vmatrix}}$$

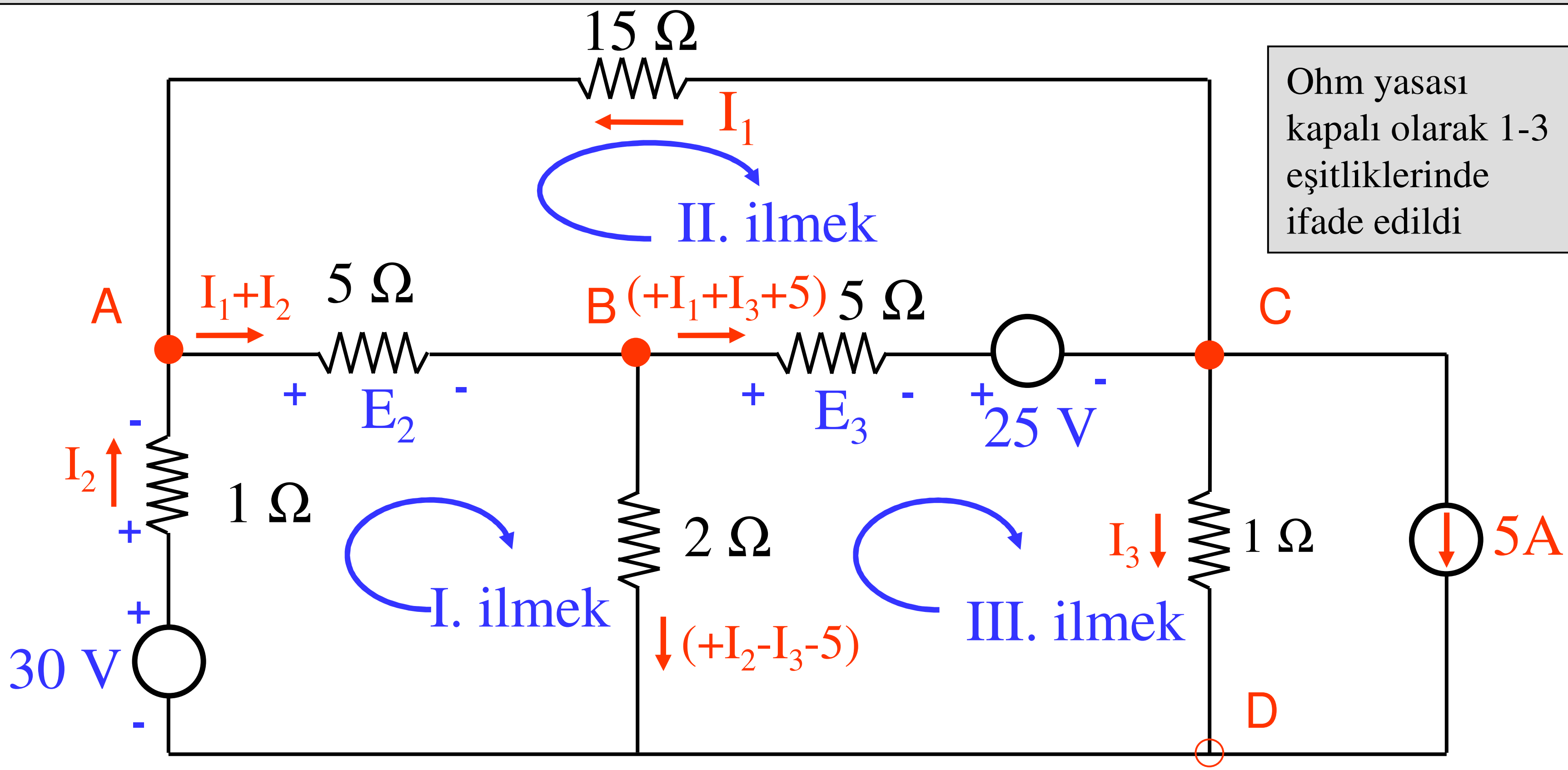
E_1 gerilimi:

$$E_1=\frac{\begin{vmatrix} -850 & 38 & -2\\ 0 & -6 & -6\\ -650 & -2 & 38\end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} -30 & 38 & -2\\ -15 & -6 & -6\\ -30 & -2 & 38\end{vmatrix}}=\frac{-360000}{-36000}=10\ V$$

Örnek 2.4: Aşağıdaki devrede, 15 Ω'luk dirençten geçen akımı hesaplayınız. Çözümü kolaylaştırmak için tüm gerilimleri akım değişkenleri cinsinden belirtin ve değişkenleri seçerken KAY denklemlerini kullanın.



Çözüm: Tüm gerilimleri akım değişkenleri cinsinden ifade edelim ve değişkenlerin seçiminde KAY denklemlerini kullanalım. Önce akımları tanımlayalım I_1, I_2 ve I_3 . Öteki dirençler KAY denklemlerinden bulunabilir.



Ohm yasası kapalı olarak 1-3 eşitliklerinde ifade edildi

İlmek I: $+30 - E^{1\Omega} - E_2 - E^{2\Omega} = 0$	$-30 + 1I_2 + 5(I_1 + I_2) + 2(I_2 - I_3 - 5) = 0$	 1
İlmek II: $+E^{15\Omega} + 25 + E^{5\Omega} + E^{5\Omega} = 0$	$-15I_1 - 25 - 5(I_1 + I_2 + 5) - 5(I_1 + I_2) = 0$	 2
İlmek III: $+E^{2\Omega} - E^{5\Omega} - 25 - E^{1\Omega} = 0$	$-2(I_2 - I_3 - 5) + 5(I_1 + I_3 + 5) + 25 + I_3 = 0$	 3

Akımları veren denklem sistemi (üç denklem üç bilinmeyen)

$$5I_1 + 8I_2 - 3I_3 = 40$$
$$-25I_1 - 5I_2 - 5I_3 = 50$$
$$5I_1 - 2I_2 + 8I_3 = -60$$

A noktası KAY denklemleri:

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 = b_1$$
$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 = b_2$$
$$a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 = b_3$$

$$x_1 = \frac{\begin{vmatrix} b_1 & a_{12} & a_{13} \\ b_2 & a_{22} & a_{23} \\ b_3 & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}}$$

Cramer Kuralından I_1 akımı:

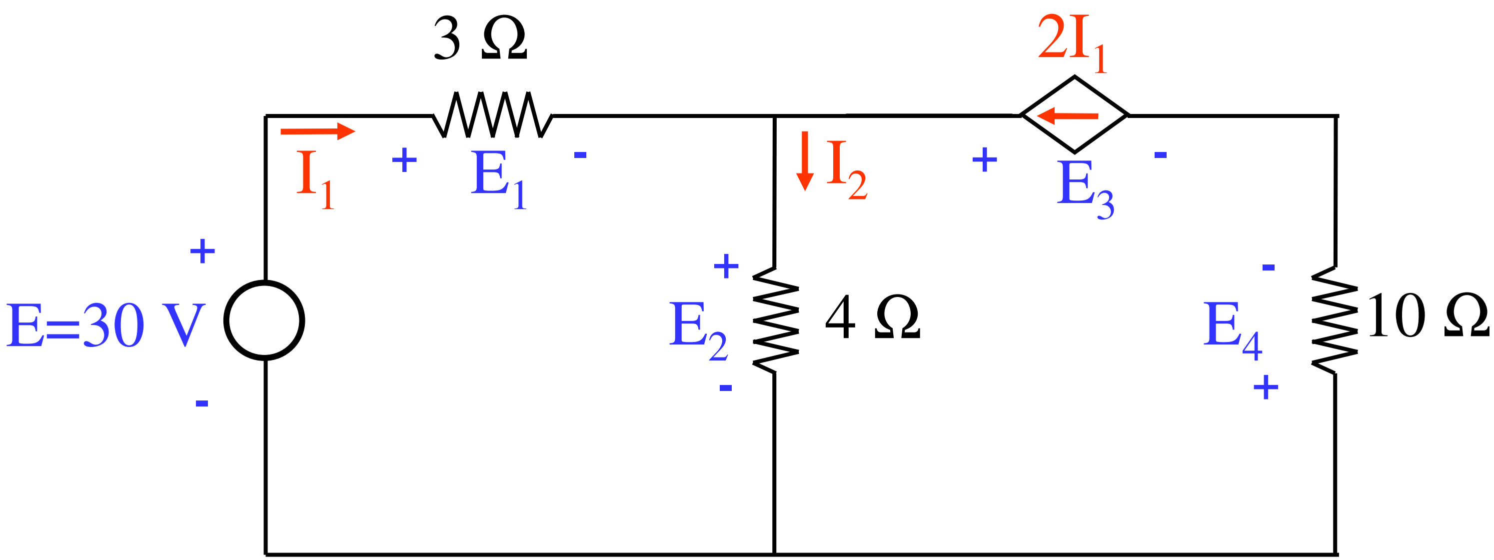
$$I_1 = \frac{\begin{vmatrix} 40 & 8 & -2 \\ 50 & -5 & -5 \\ -60 & -2 & 8 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 5 & 8 & -2 \\ -25 & -5 & -5 \\ 5 & -2 & 8 \end{vmatrix}} = \frac{-2000}{1000} = -2\ A$$

Eksi işaret, I_1 akımının seçilen yönün tersi yönde olduğunu söylüyor.

Akım denklemlerinden (1-3), akımlar **I_1= 2 A**, **$2I_1$=4A** ve **I_2= 6 A** bulunur.

Denklem 5 ve 6'dan

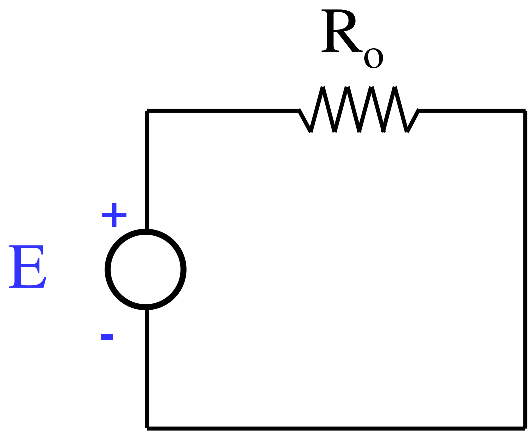
E_2=24 V
E_3=60 V
E_4=40 V bulunur.

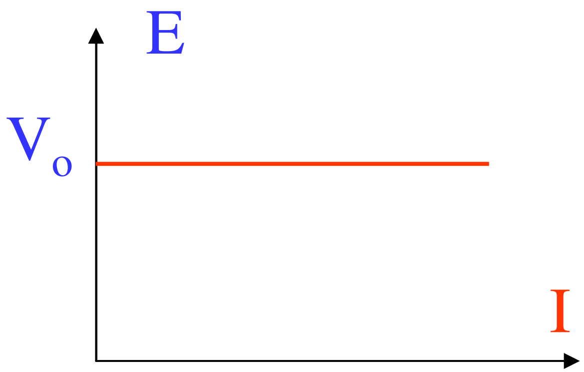


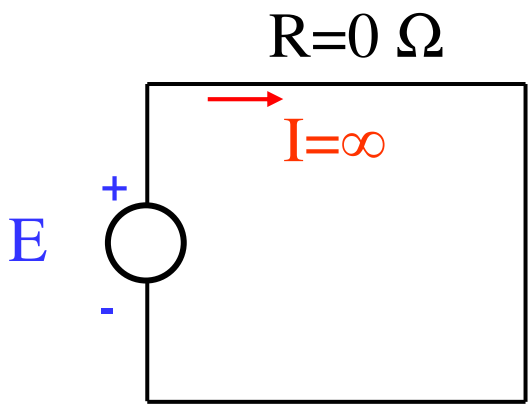
Kaynak Gösterimi ve Dönüşümü

Kullanılan kaynaklar ideale yaklaşabilir fakat hiçbir zaman ideal olmaz!

İdeal Kaynak







Gerçekçi değil!

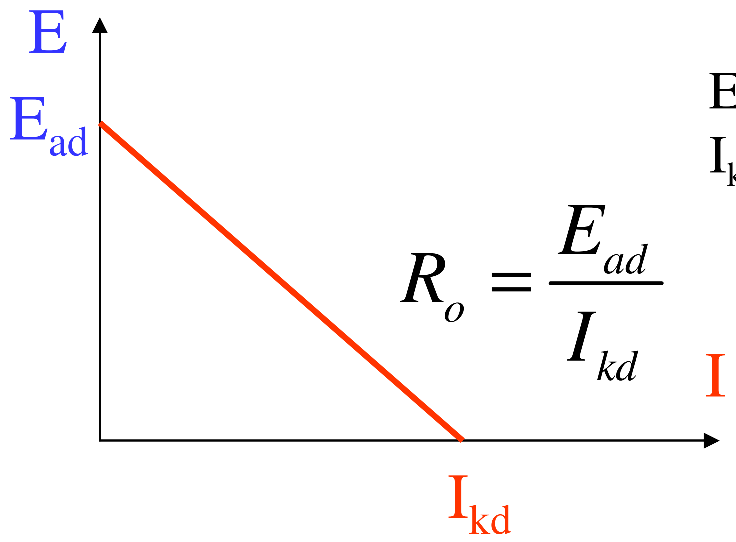
İdeal gerilim kaynağı, yük (R_o) sıfır olsa da gerilimi sabit tutmaya çalışır ki bu gerçekçi değildir. Çünkü iki uç arasında bir yandan sabit gerilim (ideal) bir yandan da kısa devre olduğu için sıfır gerilim yaratılmaya çalışılır.

$$E = R_o I$$

$$R_o \to 0 \qquad E = sbt = 0.\infty$$

Kaynak Gösterimi ve Dönüşümü

Gerçek bir güç kaynağının I-V eğrisi



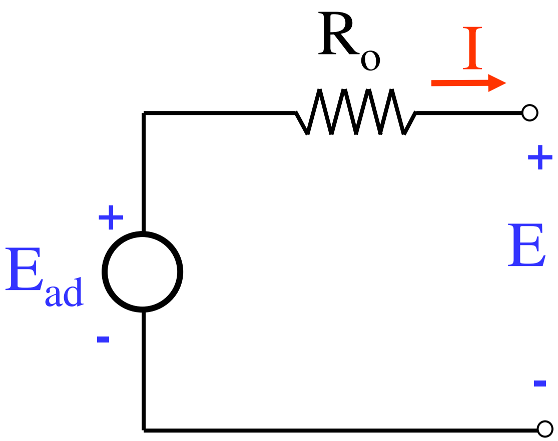
$$R_o = \frac{E_{ad}}{I_{kd}}$$

E_{ad}= Açık Devre Gerilimi

I_{kd}= Kapalı Devre Akımı

Yukarıdaki I-V grafiğinde doğrunun denklemi $E = E_{ad} - R_o I$

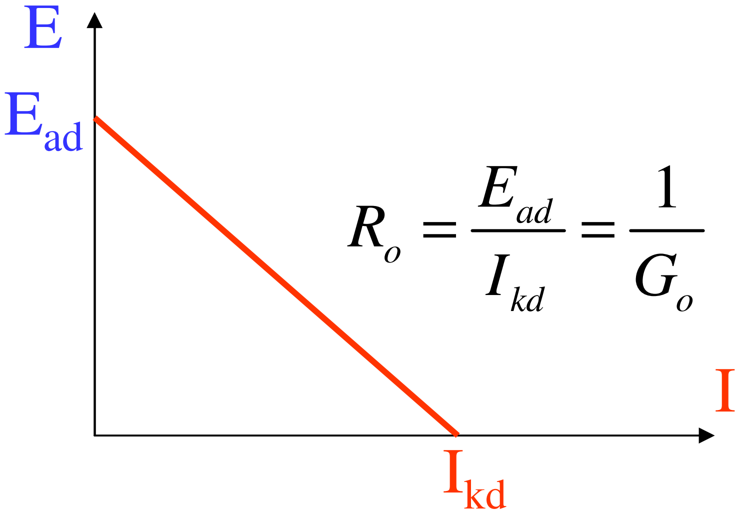
Bu ifadenin eşdeğer devresi



$$+E_{ad} - R_o I = E \quad ..... \; 1$$

Kaynak Gösterimi ve Dönüşümü

Gerçek bir güç kaynağının I-V eğrisi

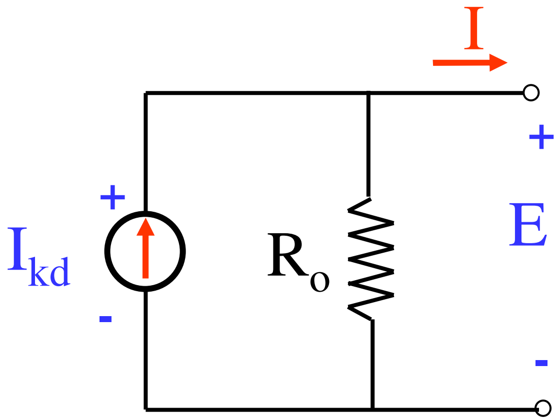


$$R_o = \frac{E_{ad}}{I_{kd}} = \frac{1}{G_o}$$

E_{ad}= Açık Devre Gerilimi
I_{kd}= Kapalı Devre Akımı

Yukarıdaki I-V grafiğinde doğrunun (Akım cinsinden) ifadesi $$I = I_{kd} - \frac{1}{R_o} E$$

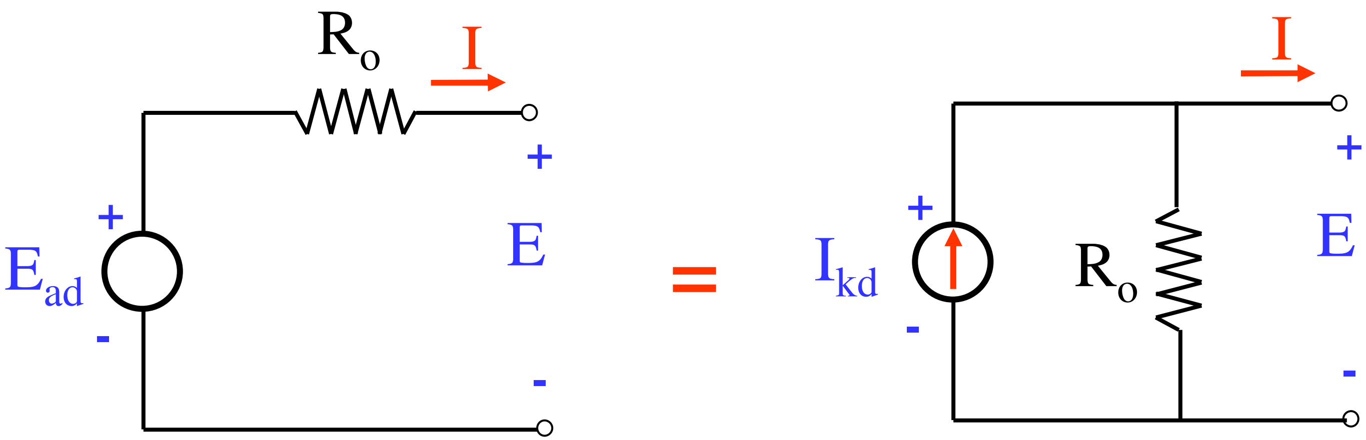
Bu ifadenin eşdeğer devresi



$$I = I_{kd} - \frac{1}{R_o} E \quad \ldots\ldots 2$$

Kaynak Gösterimi ve Dönüşümü

Devrelerin her ikisinin de aynı fiziksel kaynağı gösterdiğinden çıkış ucu grafiği (I-V) özdeştir ve biri diğerini temsil etmek üzere kullanılabilir.



Gerlim kaynağı

$$E = E_{ad} - R_o I$$

Akım kaynağı

$$I = I_{kd} - \frac{1}{R_o} E = I_{kd} - G_o E$$

Kaynak Gösterimi ve Dönüşümü

Herhangi bir Gerilim Kaynağı gösterimini Akım Kaynağı gösterimine dönüştürmek için

Akım kaynağı

$$I = I_{kd} - \frac{1}{R_o} E = I_{kd} - G_o E \qquad I = \frac{E_{ad}}{R_o} - \frac{E}{R_o}$$

Eğer $I_{kd} = \dfrac{E_{ad}}{R_o}$ *ve* $G_o = \dfrac{1}{R_o}$ Olursa yukarıdaki devrelerin I-E grafiklerine özdeş olduğu görülür.

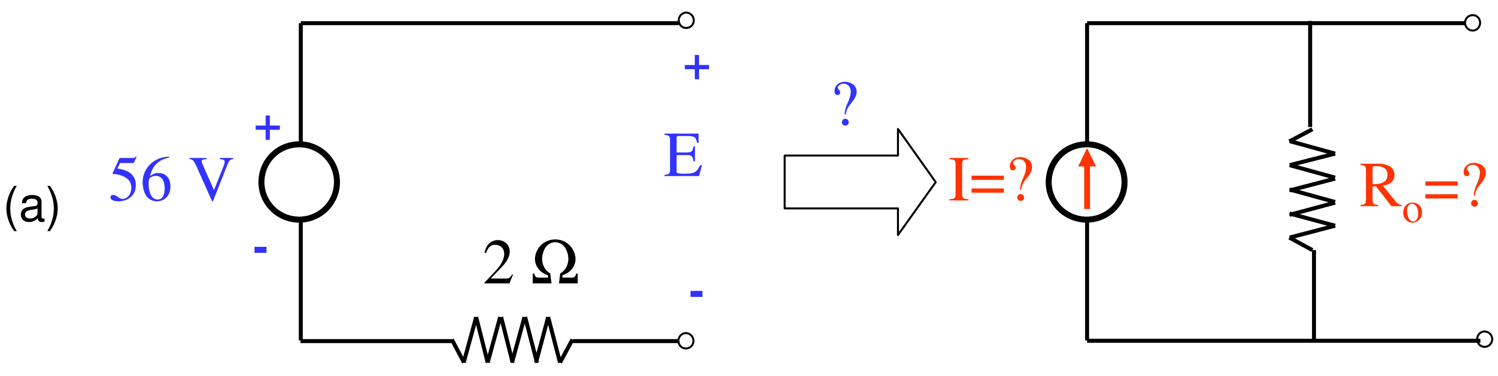
Gerilim kaynağı

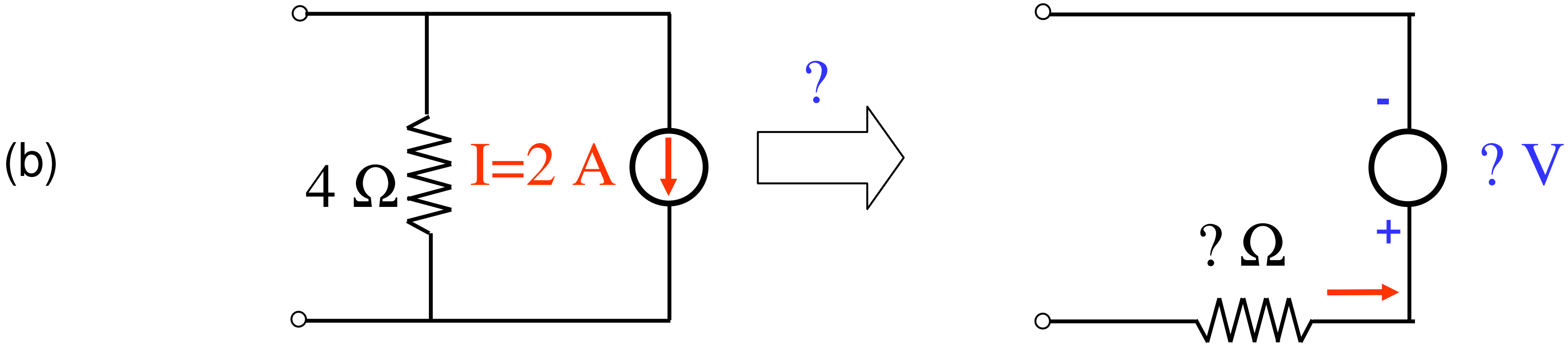
Herhangi bir Akım Kaynağı gösterimini Gerilim Kaynağı gösterimine dönüştürmek için

$$E = \frac{I_{kd}}{G_o} - \frac{I}{G_o}$$

Eğer $E_{ad} = \dfrac{E_{kd}}{G_o}$ *ve* $R_o = \dfrac{1}{G_o}$ olursa yukarıdaki devrelerin I-E grafiklerine özdeş olduğu görülür.

Örnek 2.5: Aşağıdaki gerilim kaynağı gösterimini eşdeğer bir akım kaynağı gösterimine (a), akım kaynağı gösterimini eşdeğer bir gerilim kaynağı gösterimine dönüştürünüz (b).





Çözüm: (a)

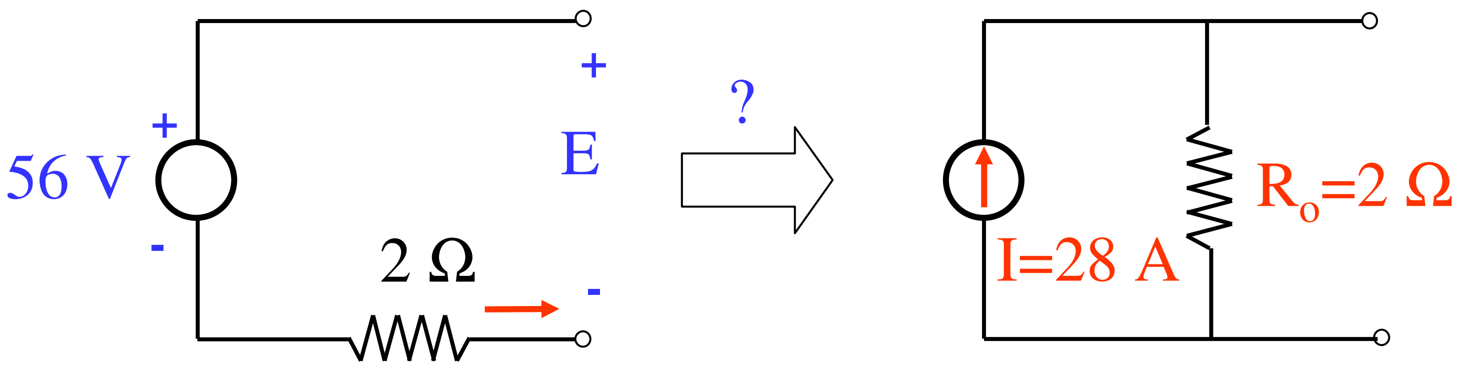
$E_{ad}=56$ V $R_o=2\ \Omega$

$$E_{ad}=R_o I_{kd} \Rightarrow (56\ V)=(2\ \Omega)I_{kd}$$

$$\Downarrow$$

$$I_{kd}=28\,A$$

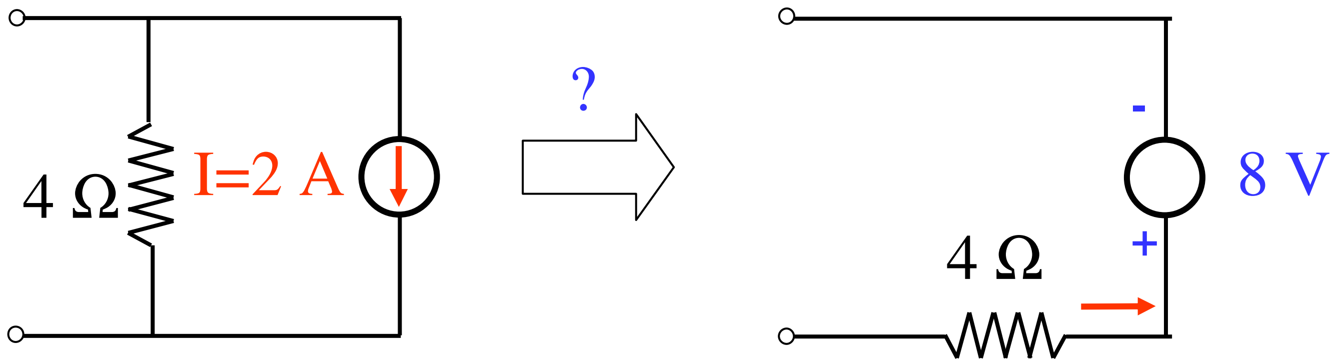
$$G_o=\frac{1}{R_o}=\frac{1}{2\Omega}=0.5\,mho$$



Çözüm: (b) $I_{ad}=2\ A$ $R_o=4\ \Omega$

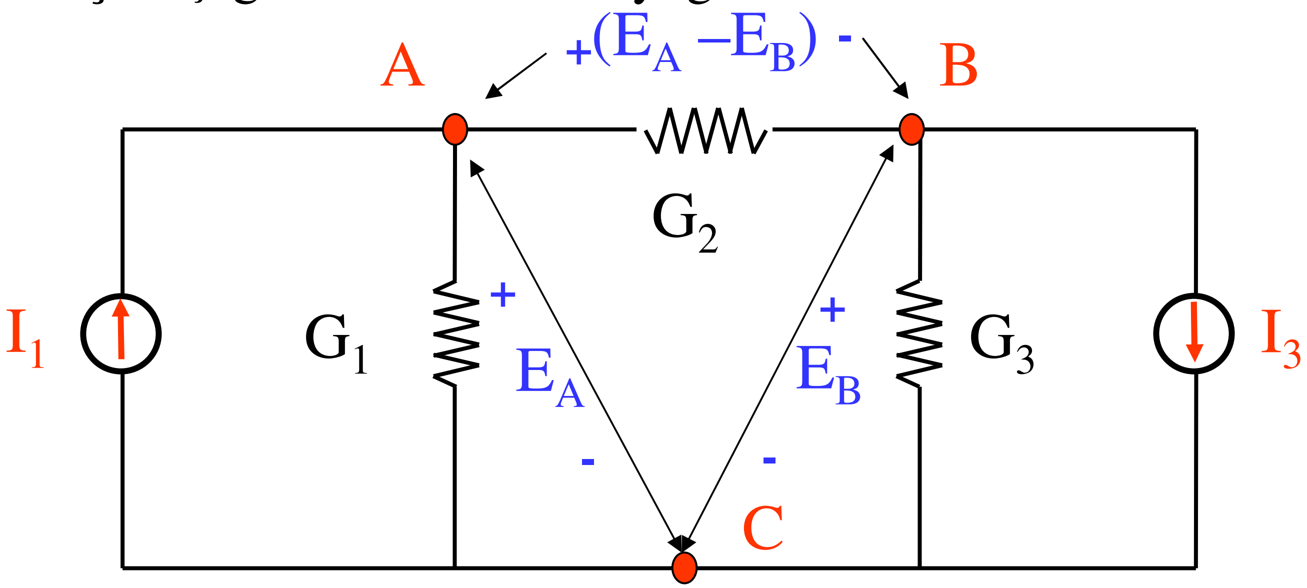
$$E_{ad}=R_o I_{kd} \Longrightarrow E_{ad}=(4\ \Omega)(2A)=8\,V$$

$$G_o=\frac{1}{R_o}=\frac{1}{4\ \Omega}=0,25\,mho$$



Düğüm Noktası Gerilim Yöntemi

Devre çözümünde **Düğüm Noktası Gerilim Yöntemi**, Kirchhoff gerilim yasası denklemlerinin açık olmayan bir biçimde devre şeması üzerine yazılmasını ve böylece yalnız Kirchhoff akım yasası denklemlerinin çözülmesini gerektiren bir yöntemdir.
Bu yöntemde belli noktalar için gerilimler tanımlanır.
Yöntemi anlamak için aşağıdaki örnek devreyi göz önünde bulunduralım. A ve B



- İki bilinmeyen gerilim E_A ve E_B seçilmiştir. E_A gerilimi C düğüm noktasından A düğüm noktasına doğru bir gerilim artışı, benzer biçimde E_B, C düğüm noktasından B düğüm noktasına doğru bir gerilim artışı olarak seçilmiştir. Bilinmeyen gerilimler C düğüm noktasından başlayarak ölçüldüğü için C noktasına referans düğüm noktası denir.

Düğüm Noktası Gerilim Yöntemi

B düğüm noktasından A düğüm noktasına doğru olan gerilim artışı devredeki bilinmeyen üçüncü gerilimdir, bu gerilim Kirchhoff gerilim yasası denkleminden bulunur.

$$E_{AB} = E_A - E_B$$

Devredeki üç tane düğüm noktası vardır. Öyleyse bağımsız iki Kirchhoff akım yasası yazmak olanaklıdır.

A düğüm noktası için KGY $\quad E_A G_1 + (E_A - E_B) G_2 = I_1$

B düğüm noktası için KGY $\quad E_B G_3 - (E_A - E_B) G_2 = -I_3$

Düzenlenirse

$$E_A (G_1 + G_2) - E_B G_2 = I_1$$

$$-E_A G_2 - E_B (G_2 + G_3) = -I_3$$

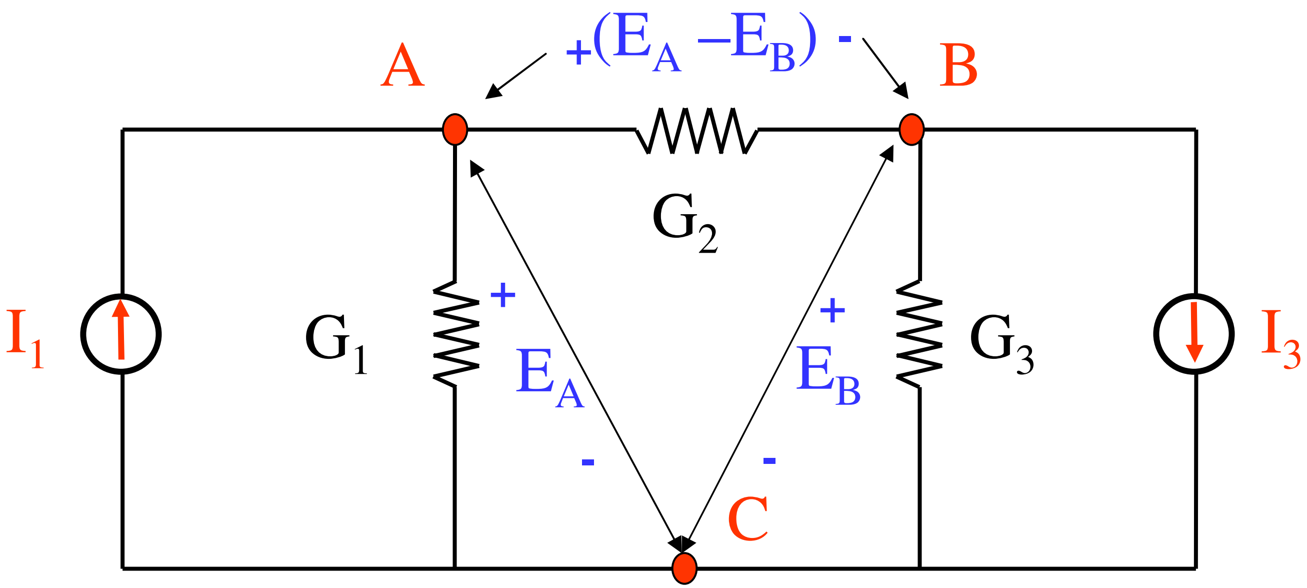
A noktası $$E_A(G_1+G_2)-E_BG_2=I_1$$

B noktası $$-E_AG_2-E_B(G_2+G_3)=-I_3$$

E_A'nın katsayısı, A düğüm noktasına bağlanan iletkenlerin pozitif toplamı, E_B'nin katsayısı A ve B düğüm noktaları arasına bağlanan iletkenlerin negatif toplamı ve eşitliğin sağ tarafı A düğüm noktasına giren akım kaynaklarının toplamıdır.

Benzer bir sistematik, B noktası için de geçerlidir.

E_B'nın katsayısı, B düğüm noktasına bağlanan iletkenlerin pozitif toplamı, E_A'nin katsayısı A ve B düğüm noktaları arasına bağlanan iletkenlerin negatif toplamı ve eşitliğin sağ tarafı B düğüm noktasına giren akım kaynaklarının toplamıdır.



Denklemlerdeki bu düzen akım yasası denklemlerinden ve gerilim değişkeni seçiliş biçiminden kaynaklanır. Bu kurala ***Düğüm-Gerilim Yöntemi*** denir.

Bu yönteme göre yapılacak işler sırası ile

1. Adım: Devredeki seri dirençli ideal gerilim kaynakları ile gösterilen her kaynak paralel iletkenlikli akım kaynağı gösterimine dönüştürülmeli ve devre yeni gösterime göre yeniden çizilmelidir.

2. Adım: Keyfi bir referans düğüm noktası seçilir, bu nokta R (eferans) olsun. Devredeki öteki düğüm noktalarına A, B, …., N harfleri verilir ve bilinmeyen gerilimleri E_A, E_B, …, E_N, R noktasından A, B vs. noktalarına doğru gerilim artışları olarak seçilirler.

3. Adım: Düğüm noktası (akım-yasası) denklemleri sırasıyla A, B,…., N düğüm noktaları için yazılırlar.

$$
\begin{aligned}
A: &\quad G_{AA}E_A - G_{AB}E_B - \ldots - G_{AN}E_N = I_A \\
B: &\quad -G_{AB}E_A - G_{BB}E_B - \ldots - G_{BN}E_N = I_B \\
C: &\quad -G_{AN}E_A - G_{BN}E_B - \ldots - G_{NN}E_N = I_N
\end{aligned}
$$

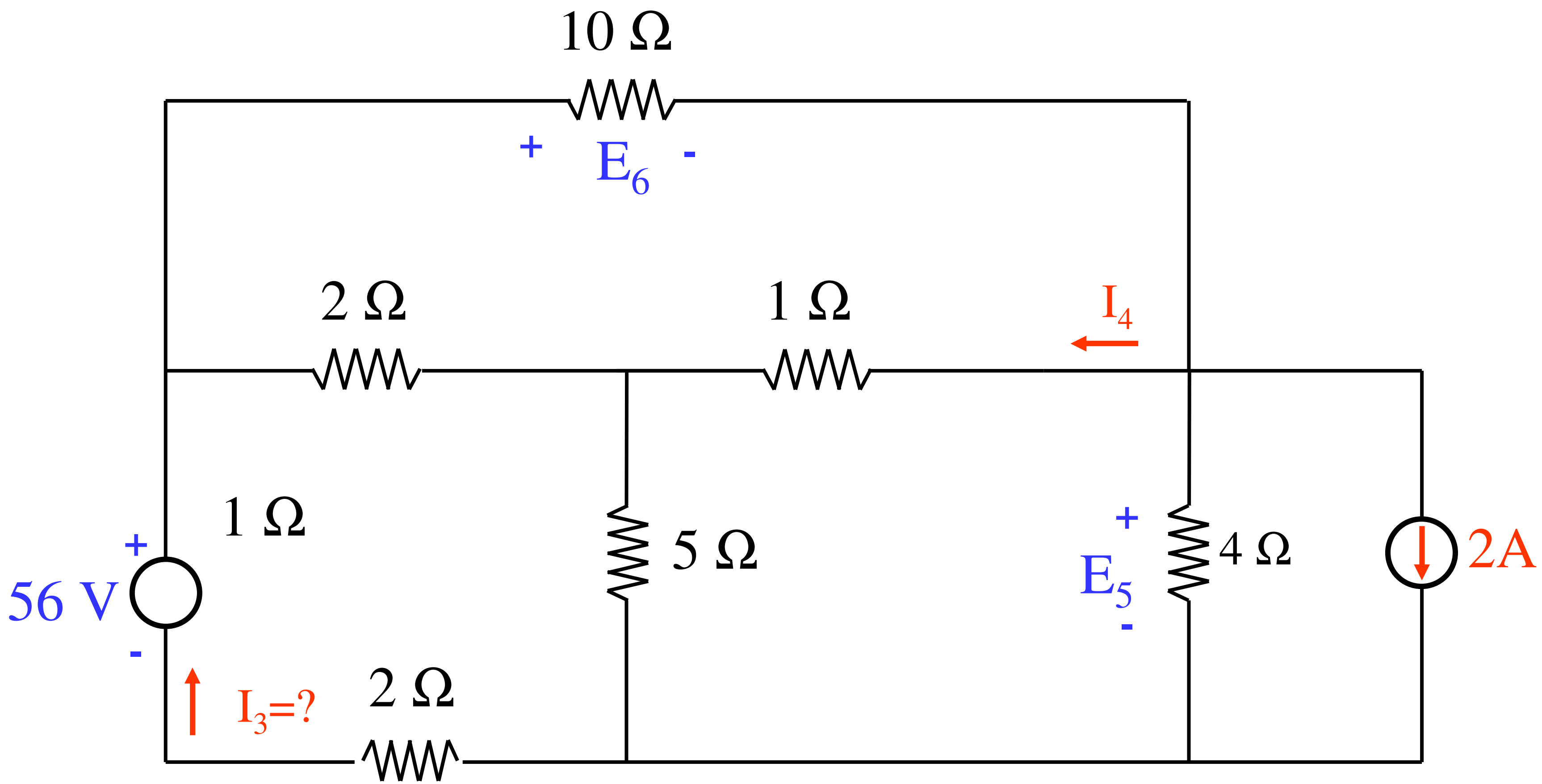
G_{XX}: X düğüm noktasına bağlanan iletkenlerin tümünün toplamı noktası

G_{XY}: X ve Y düğüm noktaları arasına bağlanan iletkenlerin tümünün toplamı

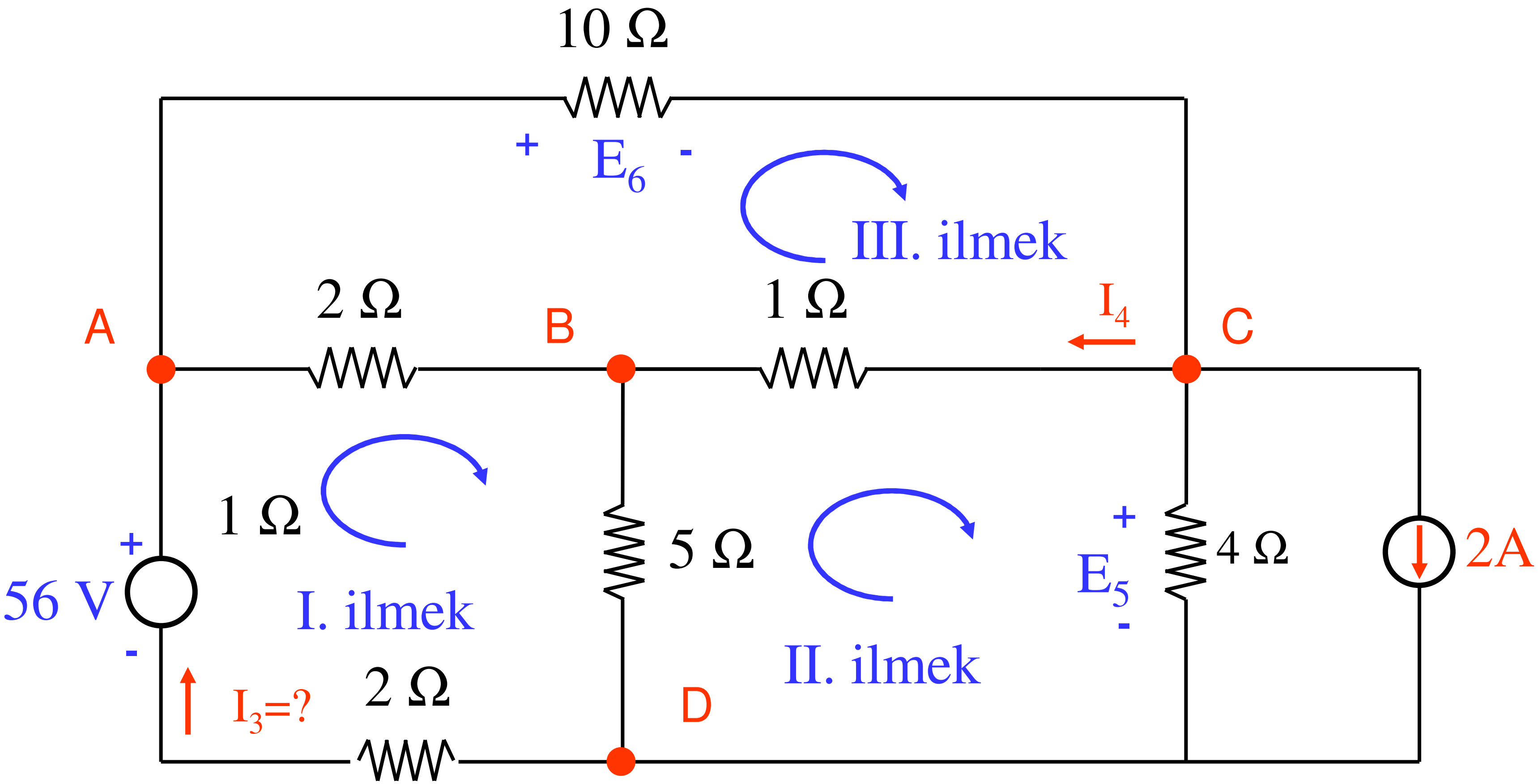
I_X: X düğüm noktasına giren (ya da gelen) akım kaynaklarının toplamı

4. Adım: İstenen düğüm noktası gerilimlerini elde etmek üzere denklemler çözülür. Devredeki öteki gerilimler ve devre akımları, Kirchhoff gerilim yasasının ve Ohm yasasının uygulanması ile bulunabilir.

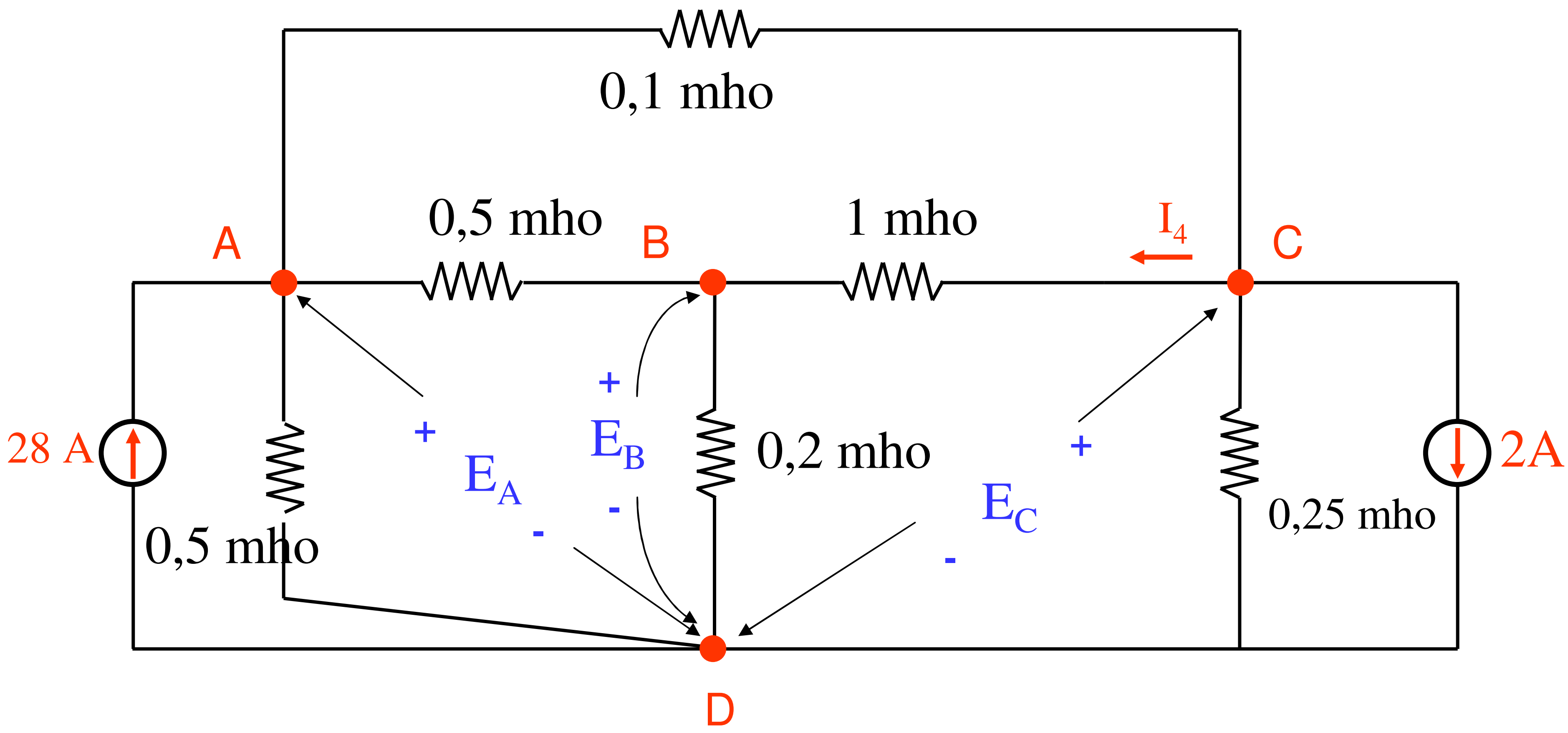
Örnek 2.6: Düğüm noktası gerilimi yöntemi kullanarak aşağıda verilen devredeki gerilimleri bulunuz. Ayrıca I_3 akımını da hesaplayınız.



Çözüm: Önce eşdeğer düğüm noktalarını ve ilmekleri tanımlayalım. D düğüm noktası referans noktası olarak belirlenebilir.



Daha sonra eşdeğer akım kaynağını bulalım. A ve D düğüm noktaları arasına bağlanan 56 V, 2 Ω kaynağı, akım kaynağı ve ona paralel bir iletkene (1/R) dönüştürerek devreyi yeniden çizmemiz gerekir.



Düğüm noktaları için akım ifadeleri

$$A: \quad (0,5+0,5+0,1)E_A-(0,5)E_B-(0,1)E_C=28$$

$$B: \quad -(0,5)E_A+(0,5+0,2+1,0)E_B-(1,0)E_C=0$$

$$C: \quad -(0,1)E_A-(1,0)E_B+(0,1+1,0+0,25)E_C=-2$$

Eşitlikler düzenlenirse

$$1,1E_A - 0,5E_B - 0,1E_C = 28$$

$$-0,5E_A + 1,7E_B - 0,1E_C = 0$$

$$0,1E_A - 1,0E_B + 1,35E_C = -2$$

Elde edilir. Bu denklem sistemi determinant yöntemi ile çözülürse

$$E_A = 36\ V \quad E_B = 20\ V \qquad E_C = 16\ V$$

Üç düğüm noktası geriliminin bilinmesi devredeki öteki gerilimlerin ve akımların bulunmasını olanaklı kılar.

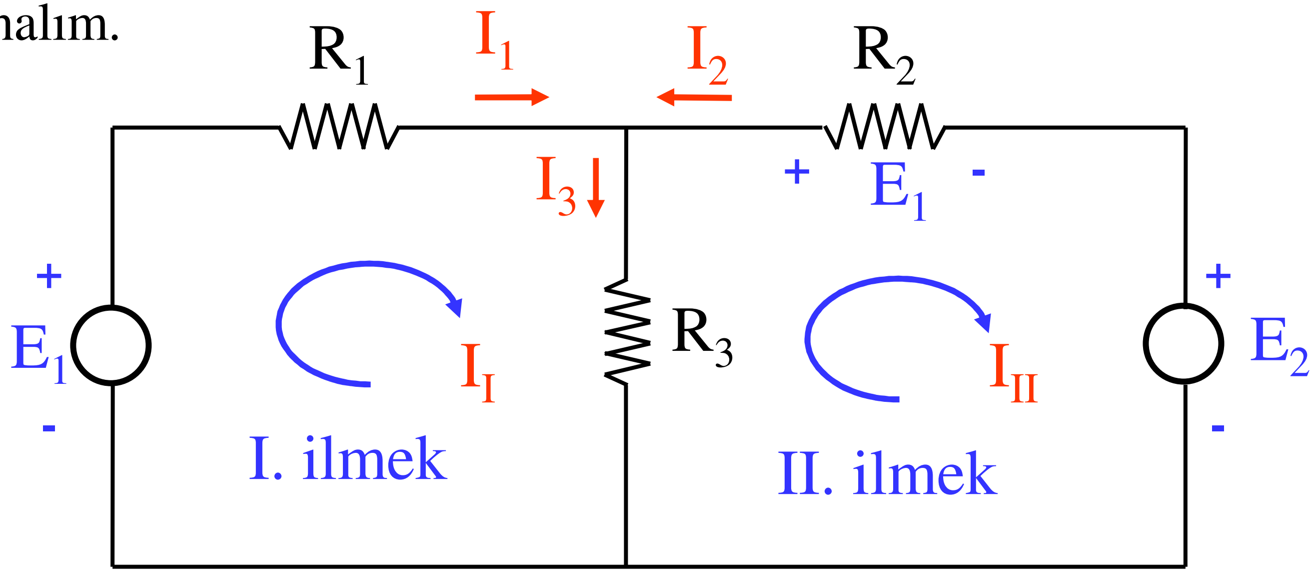
$$E_6 = E_A - E_C = 36\ V - 16\ V = 20\ V$$

I_3 akımı, A noktasından D noktasına kadarki gerilimlerin her iki devrede de aynı olması gerektiği düşünülerek hesaplanabilir.

$$56\ A - 2I_3 = E_A = 36\ V \Rightarrow I_3 = 10\ A$$

İlmek Akım Yöntemi

Devre çözümünde İlmek Akım Yöntemi, devre problemlerini çözmenin başka bir yoludur. Kirchhoff akım yasası denklemlerinin açık olmayan bir biçimde devre şeması üzerine yazılmasını ve böylece yalnız Kirchhoff gerilim yasası denklemlerinin çözülmesini gerektiren bir yöntemdir. Bu yöntemde ilmeklerde dolanan akımlar seçilir (ilmek akımları). Bu yöntemi anlamak için aşağıdaki devreyi kullanalım.



- İlmek Akımı yönteminde, devredeki ilmeklerde bilinmeyen akımların varlığı düşünülür. (Düğüm noktası gerilim yönteminde de bilinmeyen gerilim E_A ve E_B seçilmişti). I. ilmekteki I_I akımı ilmeği oluşturan tüm öğelerde (R_1 ve R_2 ve E_1) bulunmaktadır. benzer biçimde I_{II} akımı, II. ilmeği oluşturan tüm öğelerde (R_2, R_3 ve E_2) vardır.

İlmek Akım Yöntemi

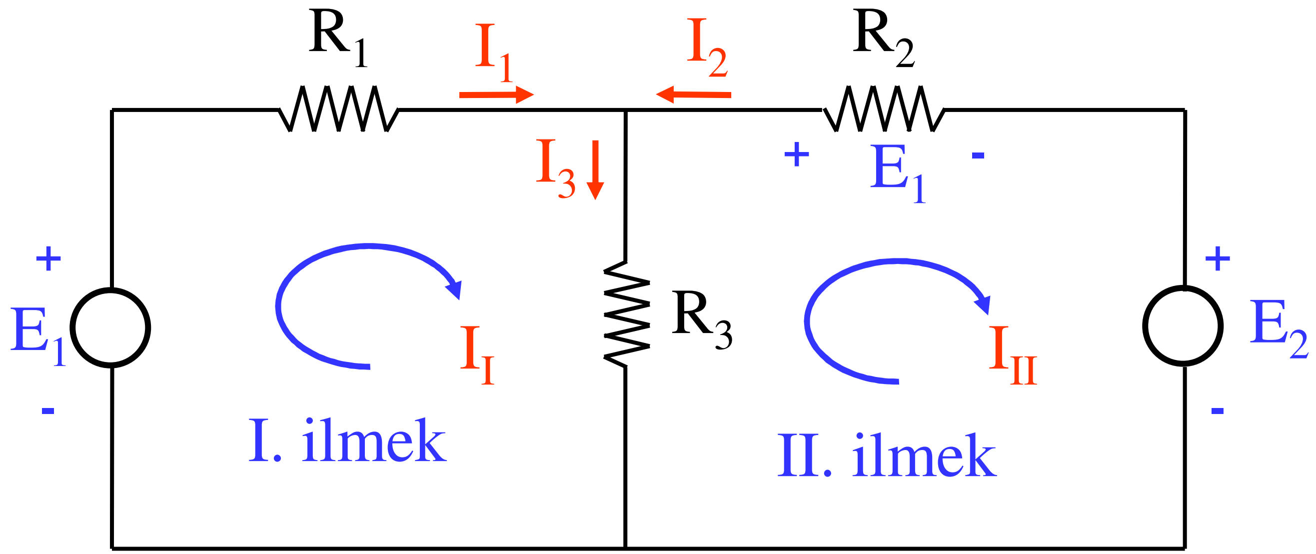
- İlmek Akımı yönteminde, tüm akımlar aynı yönde seçilir (Burada saat yönü alınmıştır). Akımların aynı yönde seçilmesi elde edilen denklemlerin bir matris biçiminde kolayca yazılabilmesine olanak sağlar.
- İkinci özellik ilmek akımları daha önce kullanılan öğe akımları cinsinden kolayca ifade edilebilirler, örneğin

$$I_1 = I_I, \qquad I_2 = -I_{II} \qquad ve \qquad I_3 = I_I - I_{II}$$

Eğer Kirchhoff gerilim yasası denklemleri I ve II ilmeklerin çevresinde yazılırsa

$$R_1 I_I + R_3 (I_I - I_{II}) = E_1 \qquad \text{I. İlmek}$$

$$-R_3 (I_I - I_{II}) + R_2 I_{II} = -E_2 \qquad \text{II. İlmek}$$



İlmek Akım Yöntemi

Denklemler yeniden düzenlenirse

$$I_I(R_1 + R_3) - I_{II}R_3 = E_1 \qquad \text{I. İlmek}$$

$$-I_I R_3 + I_{II}(R_2 + R_3) + = -E_2 \qquad \text{II. İlmek}$$

Yukarıdaki denklemler, düğüm noktası gerilimi yöntemine göre yazılan denklemler gibi benzer bir düzen gösterirler. I. ilmek çevresinde yazılan I_I akımının katsayısı, I. ilmeği oluşturan dirençlerin pozitif toplamı, ikinci ilmek akımı I_{II}'nin katsayısı ise 1. ve 2. ilmeklerinin ortak dirençlerinin negatif toplamı ve denklemin sağ tarafı devrede saat yönünde alınan gerilim kaynağı artışlarının toplamıdır. II. ilmek çevresinde yazılan denklem için benzer yorumlar yapılabilir.

Denklemlerdeki bu düzen gerilim yasası denklemlerinden ve akım değişkeni seçiliş biçiminden kaynaklanır. Bu kurala İlmek Akımı Yöntemi denir.

Bu yönteme göre yapılacak işler sırası ile

1. Adım: Devredeki paralel dirençli ideal akım kaynakları ile gösterilen her kaynak seri bağlı ideal gerilim kaynağı gösterimine dönüştürülmeli ve devre yeni gösterime göre yeniden çizilmelidir.

2. Adım: İlmek seçimi, seçilen bir ilmek içerisinde başka bir ilmek bulunmayacak biçimde yapılır ve ilmek akımları saat yönünde seçilir. Bu seçim öğe akımlarının elde edilmesini sağlar, bu akımlar ya ilmek akımları ya da iki ilmek akımı arasındaki cebirsel farktan oluşur.

3. Adım: İlmek (gerilim-yasası) denklemleri sırasıyla I, II, III, …., N ilmekleri için yazılırsa

$$I: \qquad R_{I,I} I_I - R_{I,II} I_{II} - \ldots - R_{I,N} I_N = E_I$$

$$II: \quad -R_{I,II} I_I + R_{II,II} I_{II} - \ldots - R_{II,N} I_N = E_{II}$$

.

.

$$N: \quad -R_{I,N} I_I - R_{II,N} I_{II} - \ldots + R_{N,N} I_N = E_N$$

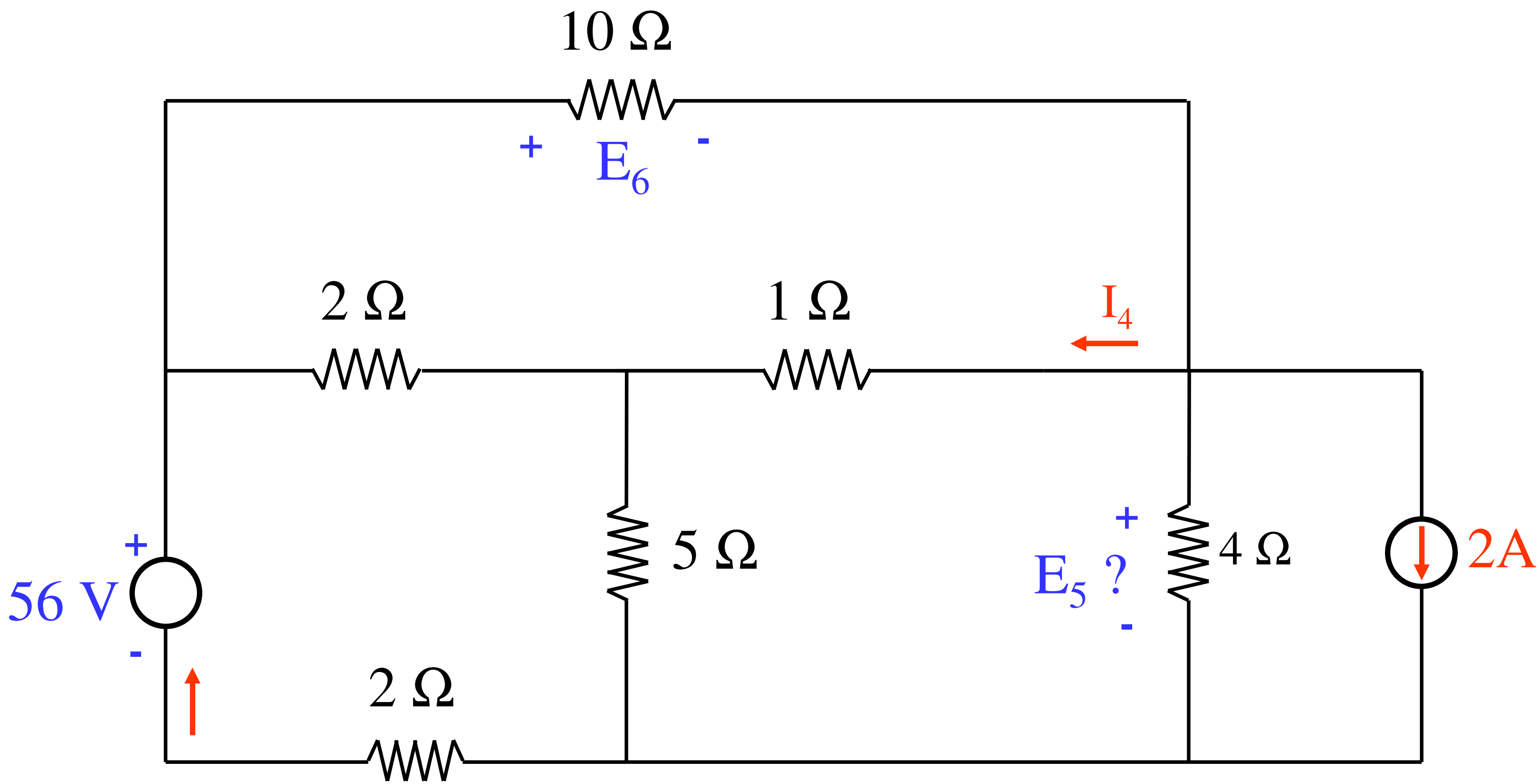
R_{XX}: X ilmeğini oluşturan tüm dirençlerin toplamı

R_{XY}: X ve Y ilmeklerinin her ikisine de ortak olan tüm dirençlerin toplamı

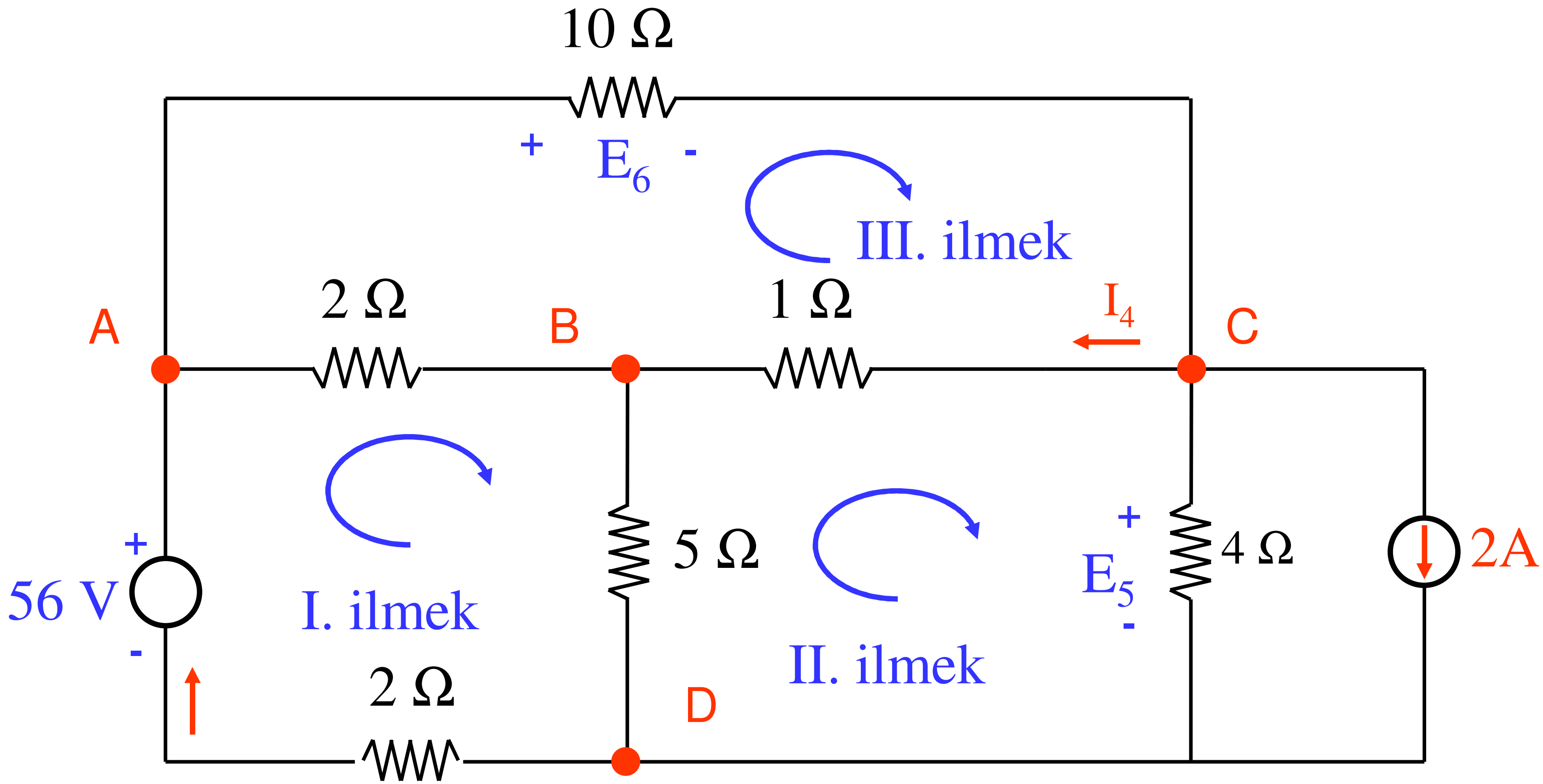
E_X: Saat yönünde alındığında X ilmeğindeki kaynak gerilimi artışlarının toplamı

4. Adım: İstenen ilmek akımları denklemlerin ortak çözümünden bulunur. Devredeki öteki akımlar ve devre gerilimleri, Kirchhoff akım yasasının ve Ohm yasasının uygulanması ile bulunabilir.

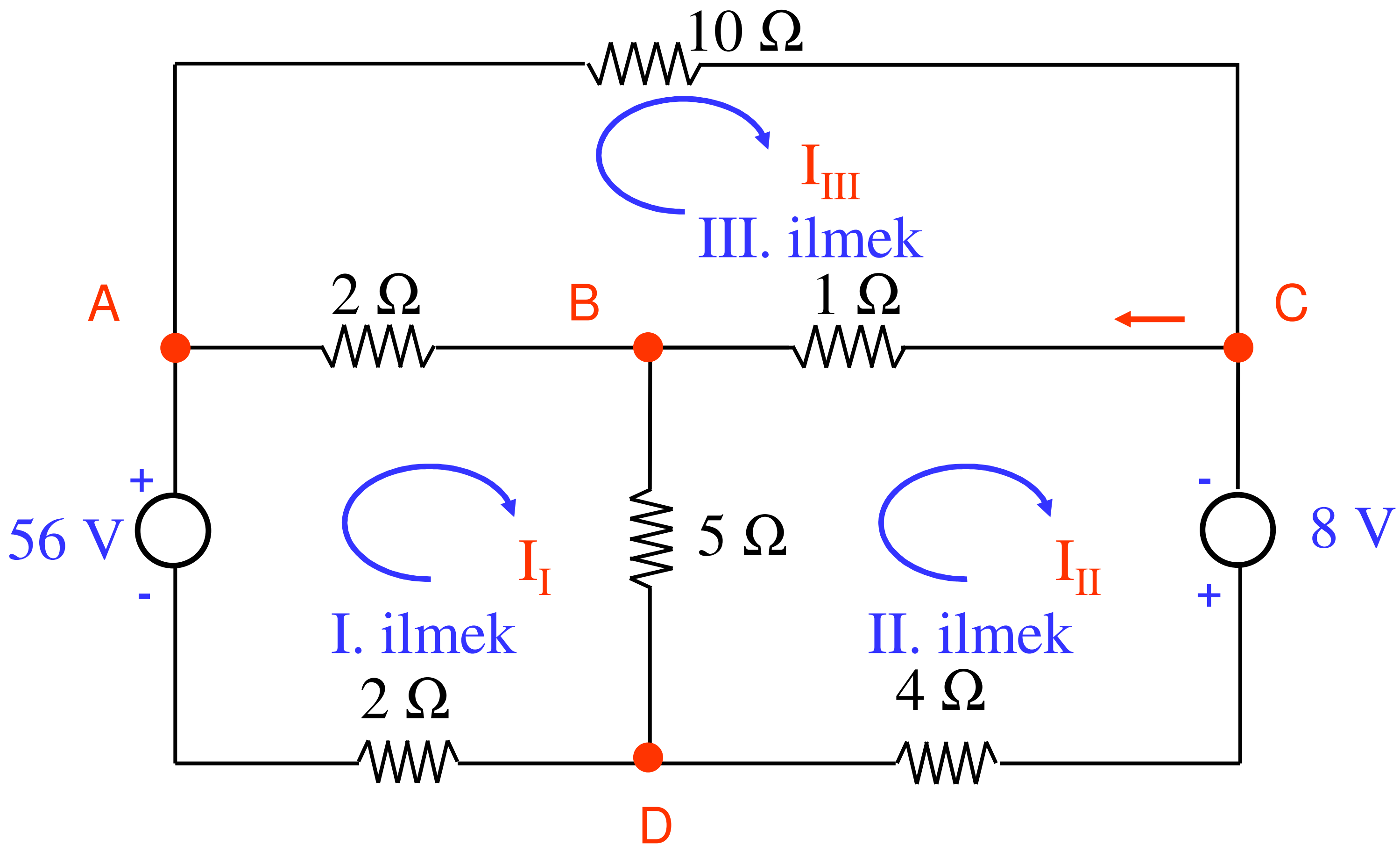
Örnek 2.7: İlmek akım yöntemi kullanarak aşağıda verilen devredeki akımları bulunuz. Ayrıca E_5 gerilimini de hesaplayınız.



Çözüm: Önce ilmekleri tanımlayalım.



Daha sonra 2 A akım kaynağının eşdeğer gerilim kaynağını bulalım. A ve D düğüm noktaları arasına bağlanan 56 V, 2 Ω kaynağı, akım kaynağı ve ona paralel bir iletkene (1/R) dönüştürerek devreyi yeniden çizmemiz gerekir.



Kirchhoff gerilim yasaları

$$I: \quad I_I(2+5+2) - I_{II}(5) - I_{III}(2) = 56$$

$$II: \quad -I_I(5) + I_{II}(5+1+4) - I_{III}(1) = 8$$

$$III: \quad -I_I(2) - I_{II}(1) + I_{III}(2+1+10) = 0$$

Eşitlikler düzenlenirse

$$I: \quad 9I_I - 5I_{II} - 2I_{III} = 56$$

$$II: \; -5I_I + 10I_{II} - I_{III} = 8$$

$$III: -2I_I - I_{II} + 13I_{III} = 0$$

Bu üç denklemin ortak çözümü

$$I_I = 10 \;A \,;\, I_{II} = 6 \;A \;\;;\;\; I_{III} = 2 \;\; A$$

Üç ilmek akımının bilinmesi devredeki öteki akımların bulunmasını olanaklı kılar.

$$I_4 = I_{III} - I_{II} = 2 \;\; A - 6 \;\; A = -4 \;\; A$$

E_3 gerilimi, D düğüm noktasından C düğüm noktasına doğru ölçülen gerilim artışıdır. Bu değer

$$E_5 = (4)I_{II} - 8 = (4)(6) - 8 = 16 \;\; V$$

Bağımlı Kaynaklı Devrelerde Düğüm Noktası ve İlmek Denklemleri

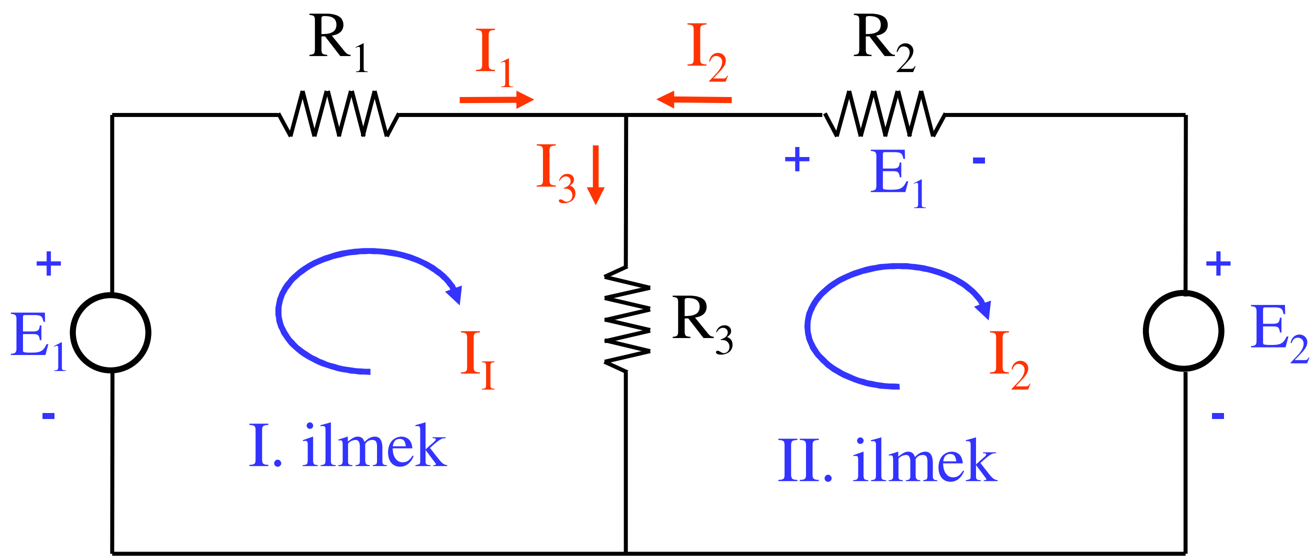
- İlmek Akımı yönteminde, tüm akımlar aynı yönde seçilir (Burada saat yönü alınmıştır) Akımların aynı yönde seçilmesi elde edilen denklemlerin bir matris biçiminde kolayca yazılabilmesine olanak sağlar.
- İkinci özellik ilmek akımları daha önce kullanılan öğe akımları cinsinden kolayca ifade edilebilirler, örneğin

$$I_1 = I_I \;, I_2 = -I_{II} \;\; ve \;\; I_3 = I_I - I_{II}$$

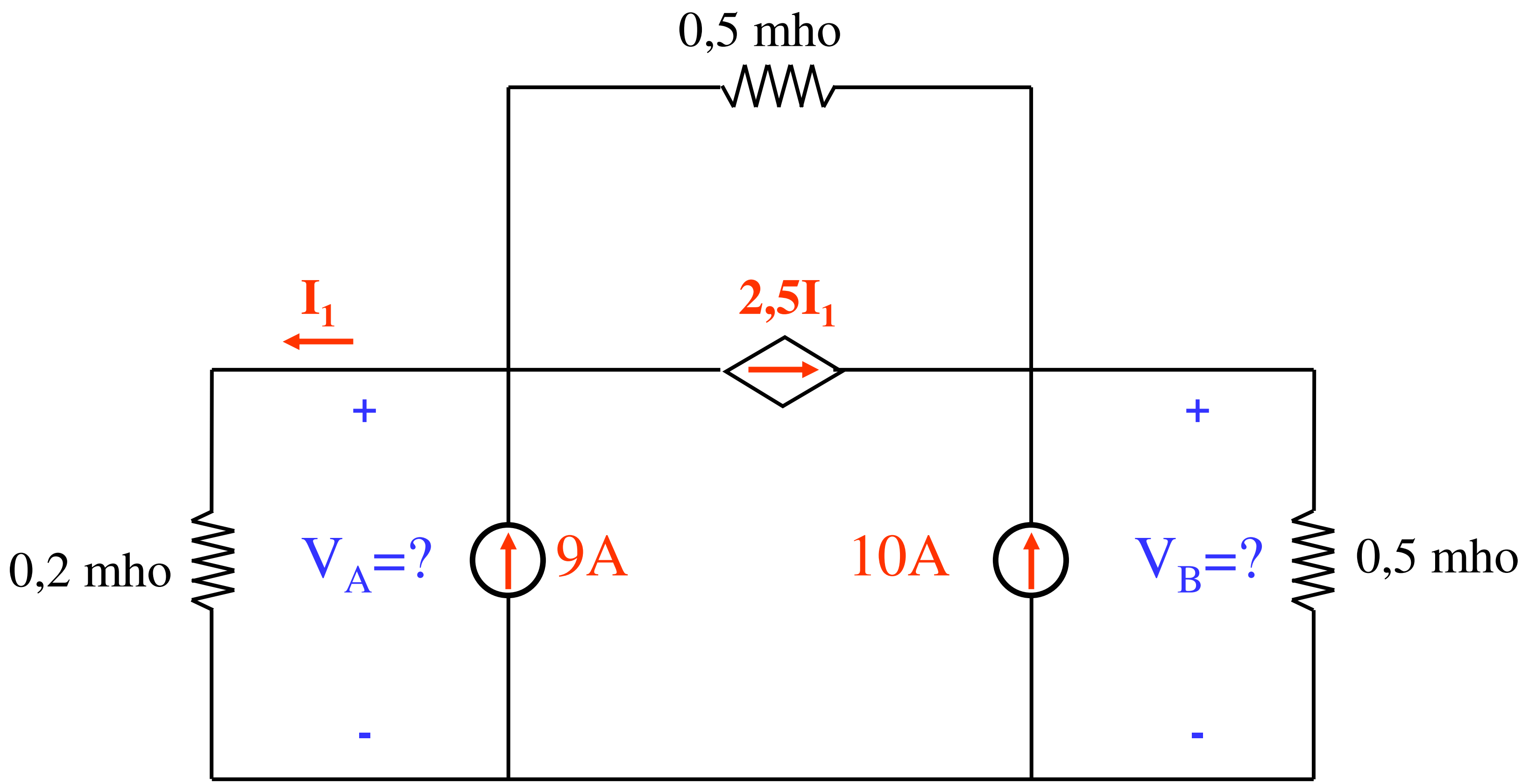
Eğer Kirchhoff gerilim yasası denklemleri I ve II ilmekleri çevresinde yazılırsa

$$R_1 I_I + R_3 (I_I - I_{II}) = E_1 \qquad \text{I. İlmek}$$

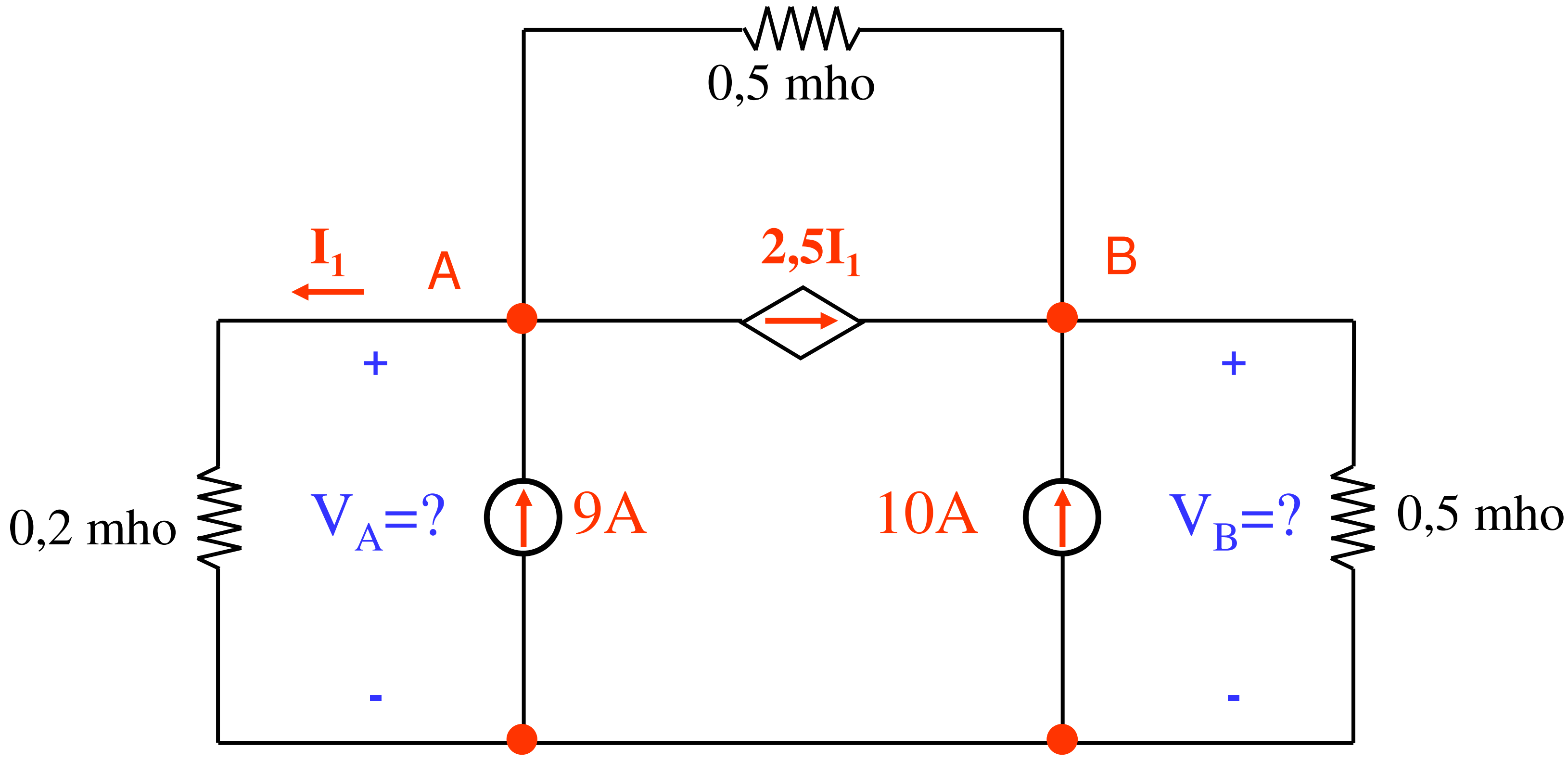
$$-R_3 (I_I - I_{II}) + R_2 I_{II} = -E_2 \qquad \text{II. İlmek}$$



Örnek 2.8: Aşağıdaki devrede V_A ve V_B gerilimlerini bulunuz.



Çözüm: Düğüm noktası gerilimi kullanılacaktır. Bağımlı kaynak önce bağımsız kaynak gibi düşünerek KAY denklemi yazılacak



A düğüm noktası $(0,2+0,5)V_A - 0,5V_B = 9 - 2,5I_1$

B düğüm noktası $-0,5V_B + (0,5+0,5)V_A = 10 + 2,5I_1$

Bağımlı kaynak için bağlayıcı denklem $I_1 = 0,2V_A$

Eşitlikler düzenlenirse

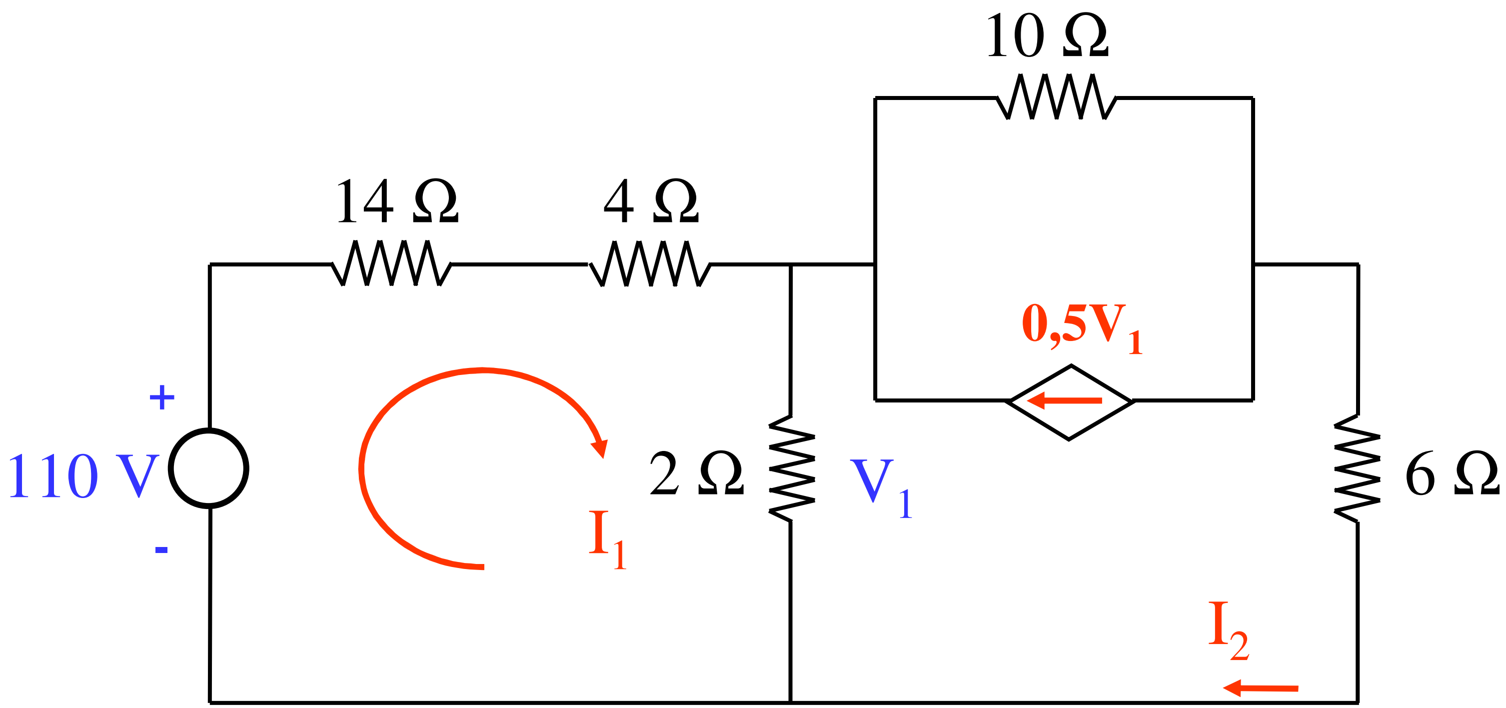
$$1,2V_A - 0,5V_B = 9$$

$$0,5V_A - 1,0V_B = 10$$

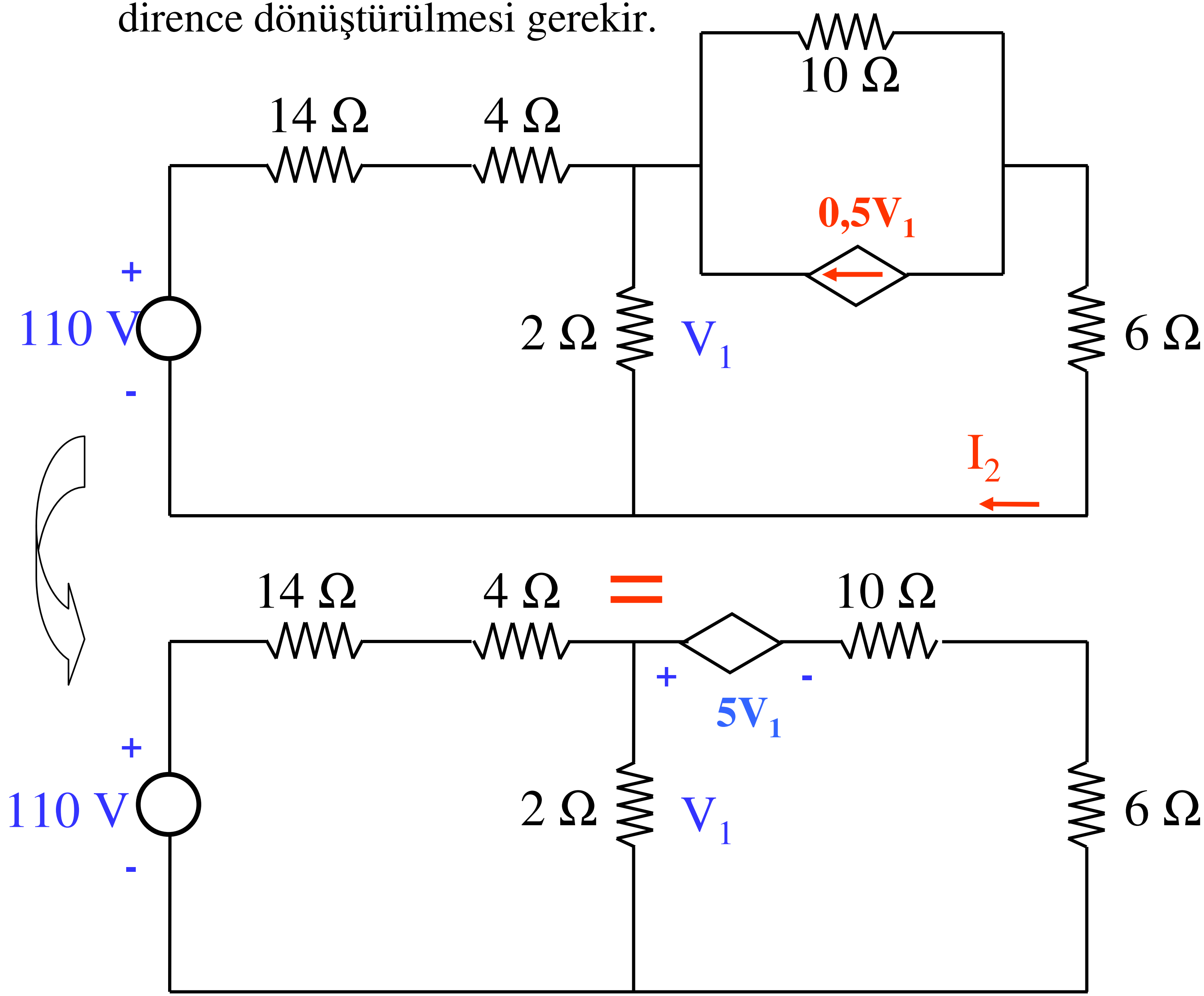
Denklemlerin ortak çözümünden

$$V_A = 20 \ \ V \qquad\qquad V_B = 30 \ \ V$$

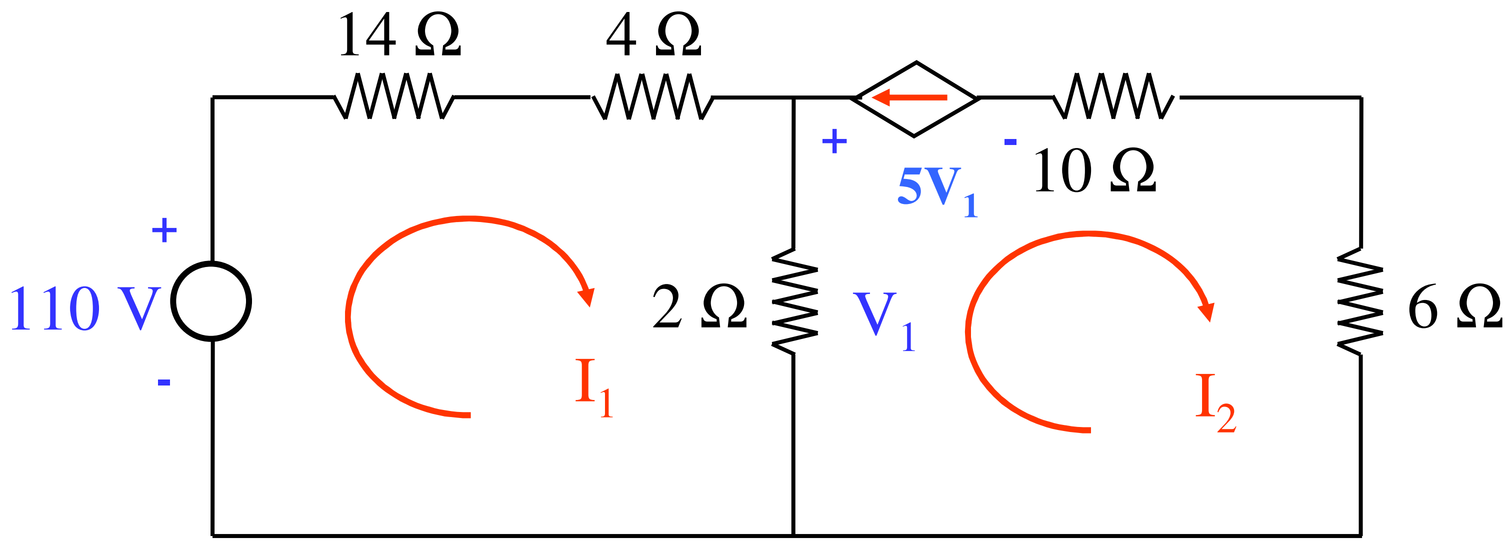
Örnek 2.9: Aşağıdaki devrede I_1 ve I_2 akımlarını bulunuz.



Çözüm: İlmek akım yöntemi kullanılacaktır. Önce gerilime bağlı akım kaynağı ve onun paralel direncinin gerilime bağlı bir gerilim kaynağı ve seri dirence dönüştürülmesi gerekir.



Çözüm: İlmekler için



1. ilmek $$(14+4+2)I_1 - 2I_2 = 110$$

2. ilmek $$-2I_1 + (2+10+6)I_2 = -5V_1$$

V_1 ile I_1 ve I_2 değişkenleri arsındaki bağıntı $$V_1 = (I_1 - I_2)(2)$$

Eşitlikler düzenlenirse

$$20I_1 - 2I_2 = 110$$
$$8I_1 + 8I_2 = 0$$

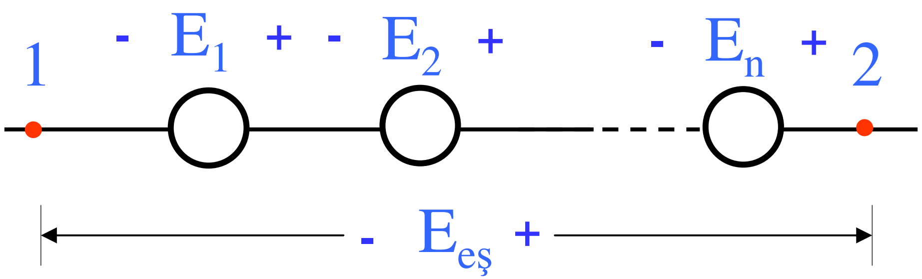
Denklemlerin ortak çözümünden

$$I_1 = 5 \ \ A \qquad\qquad I_2 = -5 \ \ A$$

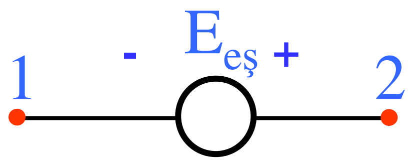
Devre İndirgenmesi

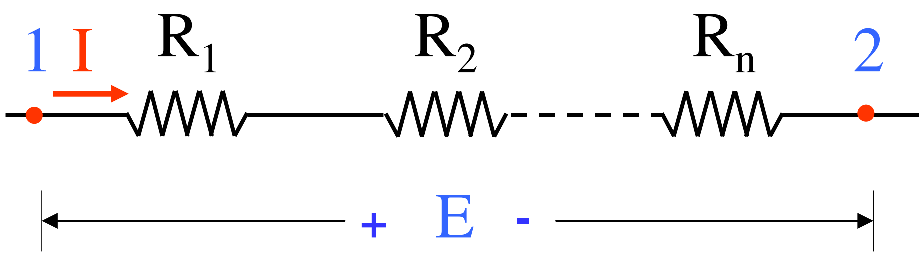
Devre karmaşıklığını azaltmada kullanılan yöntemlerden biri devre indirgenmesidir.

İndirgenecek devre, kaynaklar veya devre elemanlarını içerebilir.



$$E_{eş\,değer} = E_1 + E_2 + E_3 + \ldots.. + E_n$$

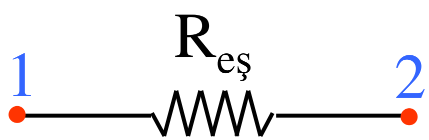




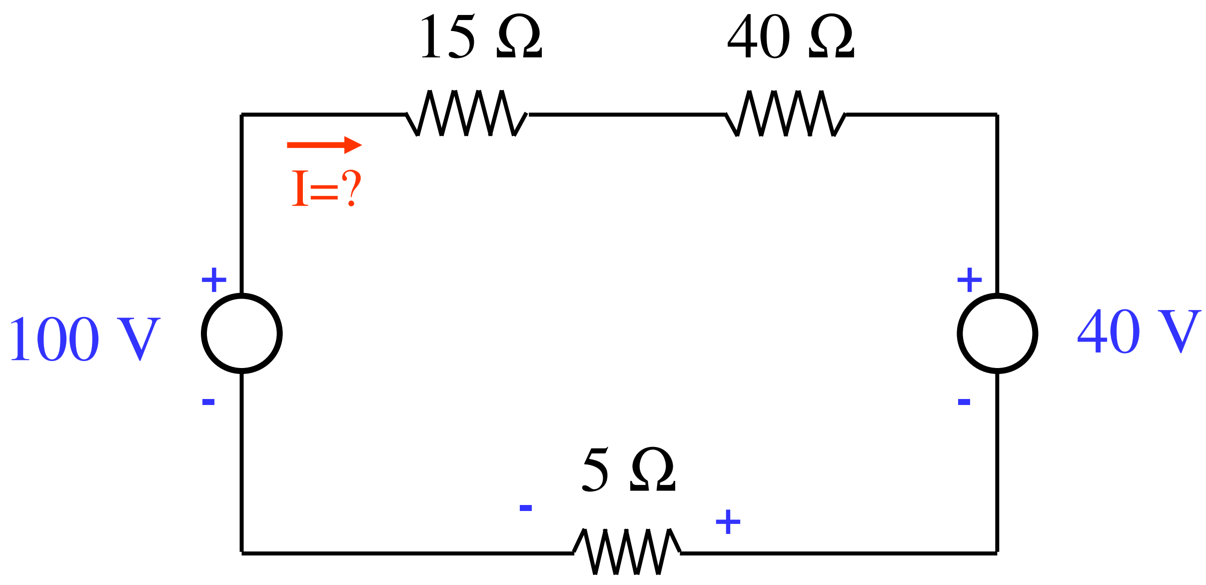
$$E = IR_1 + IR_2 + IR_3 + \ldots.. + IR_n$$

$$E = I(R_1 + R_2 + R_3 + \ldots.. + R_n) = IR_{eş}$$

$$R_{eş\,değer} \equiv R_1 + R_2 + R_3 + \ldots.. + R_n$$



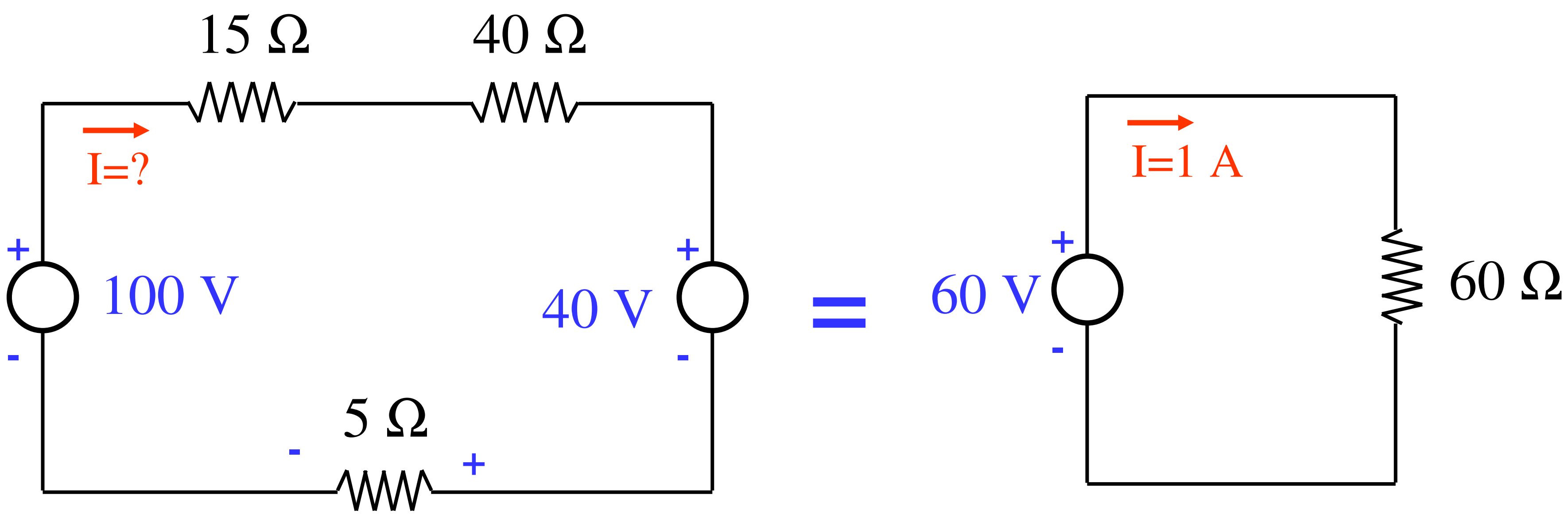
Örnek 2.10: Aşağıdaki devrede I akımını bulunuz.



Çözüm:

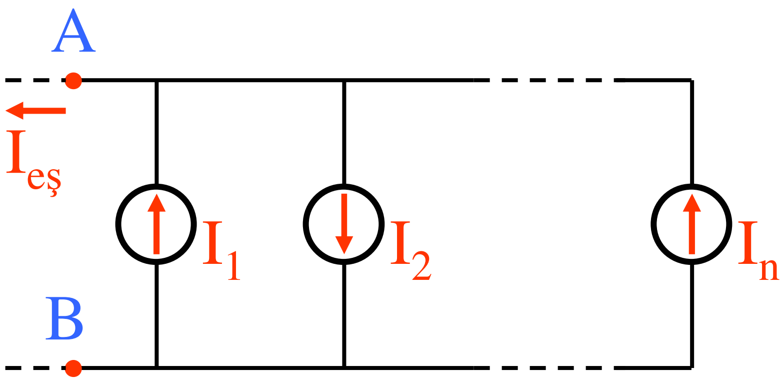
Eşdeğer gerilim kaynağı $E_{eş} = 100V - 40V = 60V$

Eşdeğer direnç $R_{eş} = 15 + 40 + 5 = 60\ \Omega$

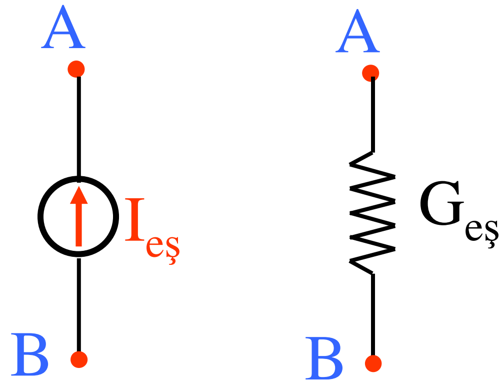


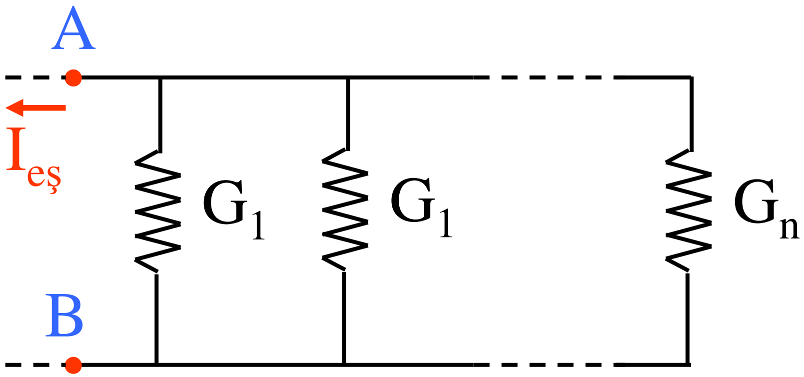
Bir başka bağlanış şekli paralel bağlantıdır. Devre eleman ve kaynaklar paralel bağlanış biçimleri aşağıda gösterilmiştir.

Paralel bağlantılı devrelerde ortak nicelik gerilimdir.



$$I_{eş\deg er} = I_1 + I_2 + I_3 + \ldots.. + I_n$$





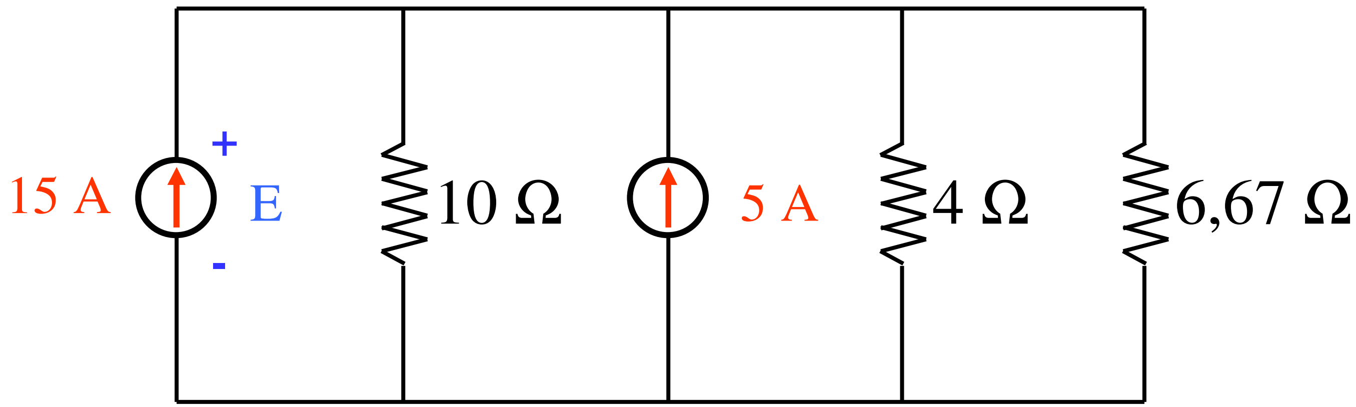
$$I = EG_1 + EG_2 + EG_3 + \ldots.. + EG_n$$

$$I = E(G_1 + G_2 + G_3 + \ldots.. + G_n)$$

$$G_{eş\deg er} \equiv G_1 + G_2 + G_3 + \ldots.. + G_n$$

$$G_{eş\deg er} = \frac{1}{R_{eş}} \equiv \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \ldots.. + \frac{1}{R_n}$$

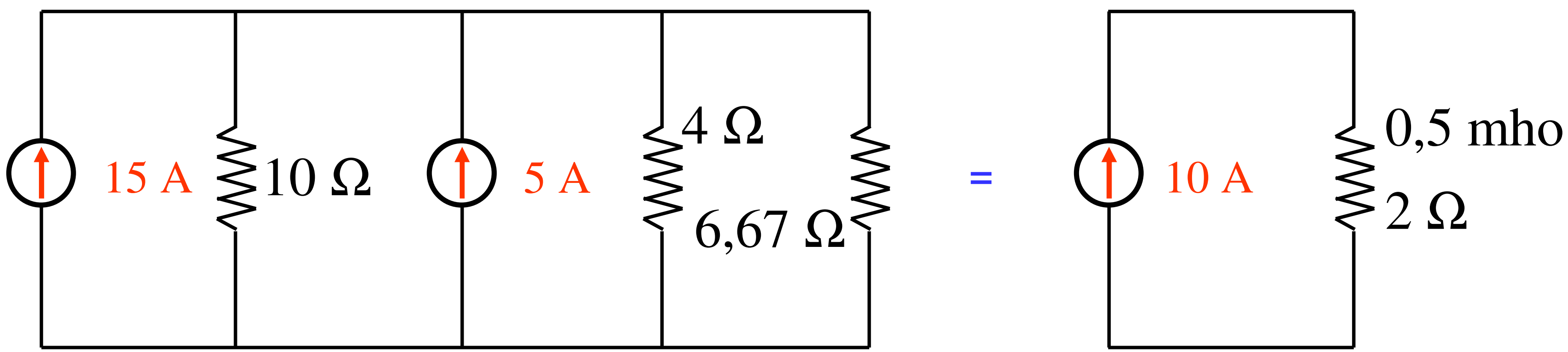
Örnek 2.11: Aşağıdaki paralel devrenin uçları arasındaki gerilimi bulunuz.



Çözüm:

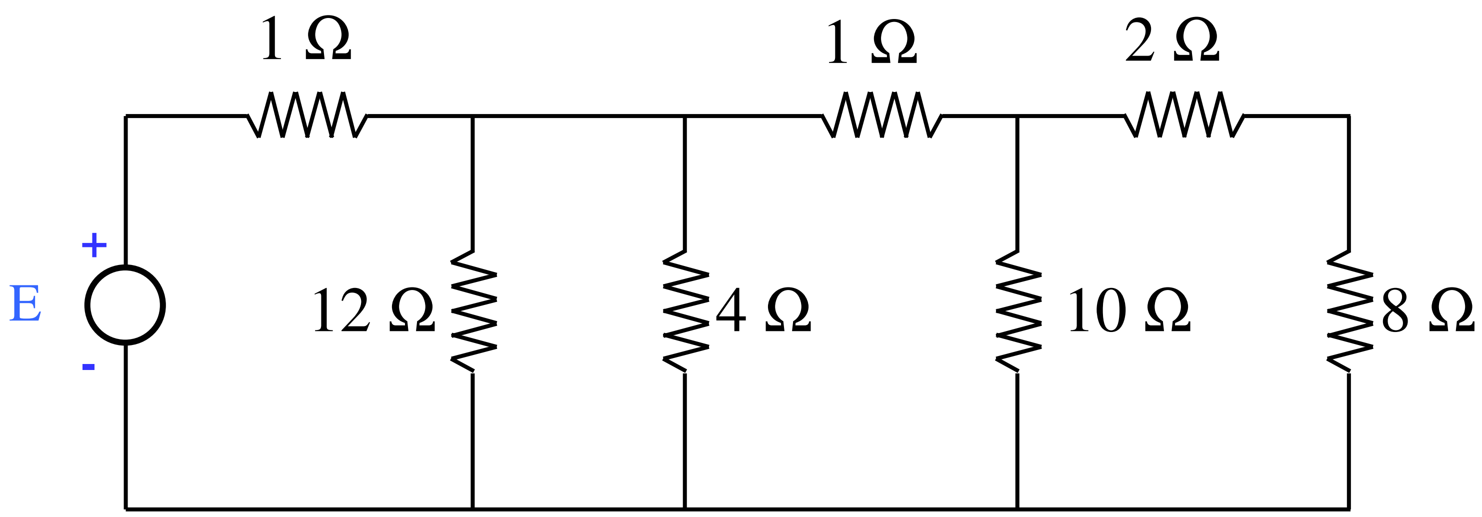
Eşdeğer akım kaynağı $I_{eş} = 15A - 5A = 10A$

Eşdeğer direnç $G_{eş} = \frac{1}{10} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6,67} = 0,5\,mho \Rightarrow R_{eş} = 2\,\Omega$

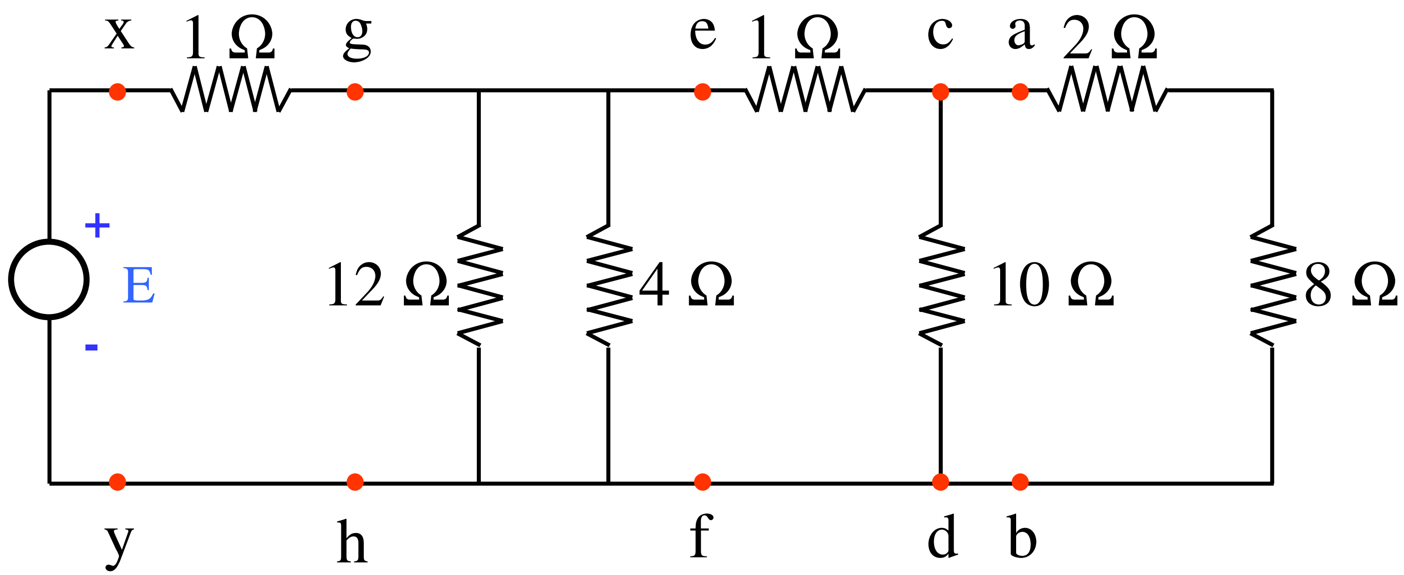


E gerilimi $E = (10A)(2\,\Omega) = 20V$

Örnek 2.12: Aşağıdaki devrede yük ve besleyiciden oluşan devre kesimini bir tek eşdeğer direnç ile yer değiştirilmesi önerilmektedir. Gerekli direnç değerini bulunuz.

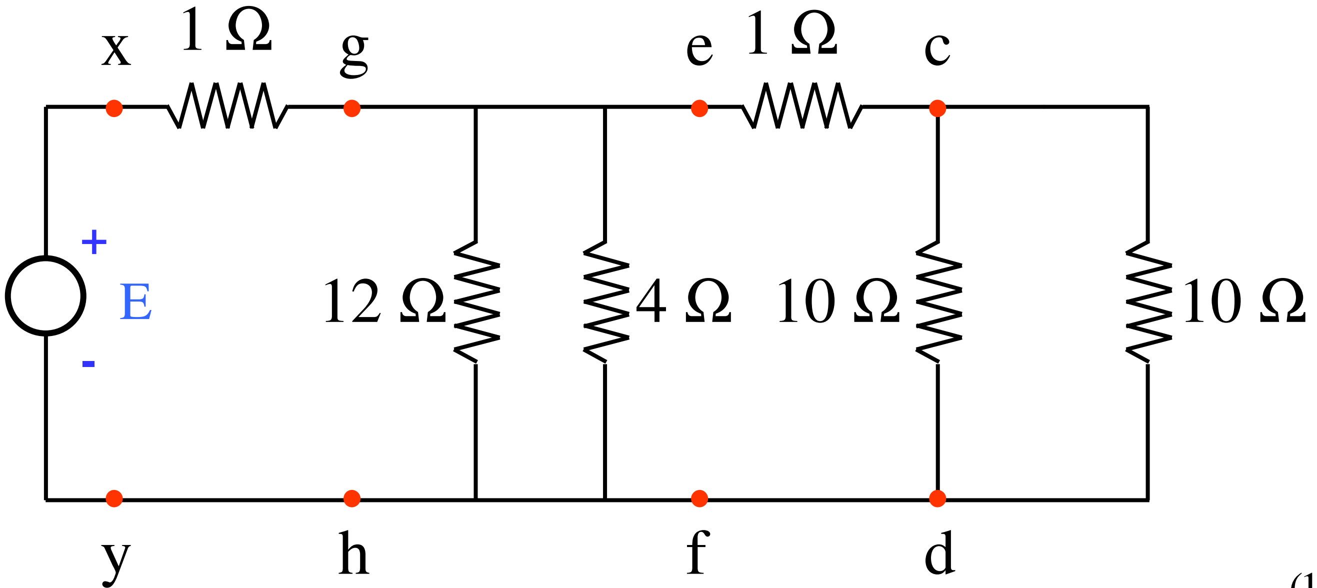


Çözüm: Devre indirgeme yöntemini uygularken devrenin kaynaktan en uzakta olan noktasından başlayıp ve kaynağa doğru giderek dirençler birleştirilir

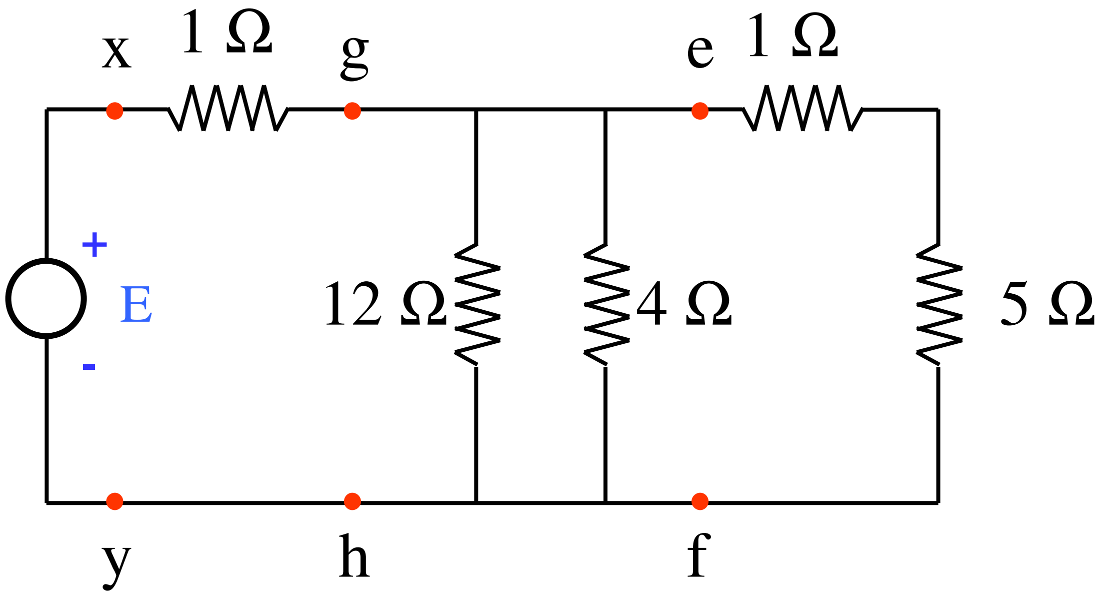


a-b noktası arasında kalan 2 ve 8 Ω'luk dirençler seri bağlıdır.

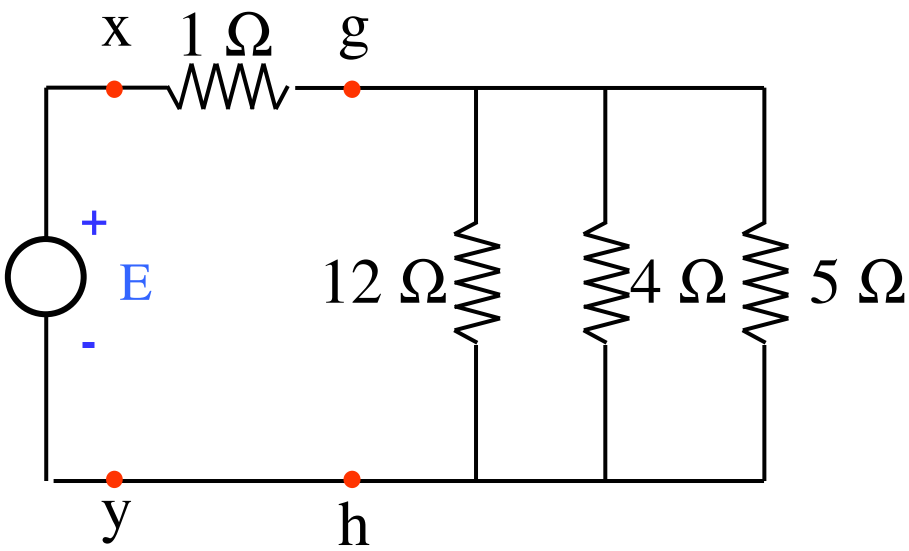
$$R_{ab} = 2\,\Omega + 8\,\Omega = 10\,\Omega$$



c-d noktası arasında kalan 10 ve 10 Ω'luk dirençler paralel bağlıdır. $R_{cd} = \frac{(10\Omega)(10\Omega)}{10\Omega + 10\Omega} = 5\,\Omega$

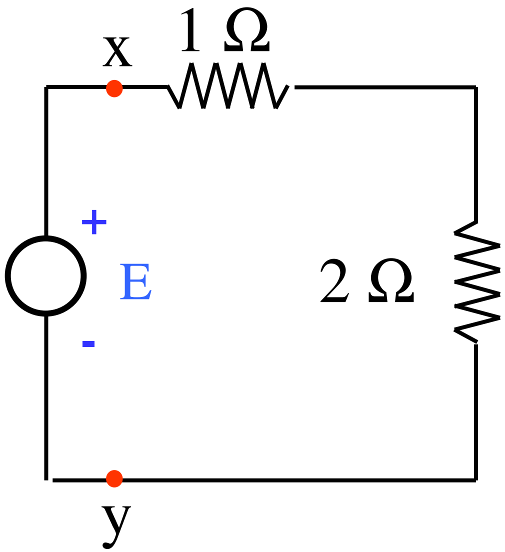


e-f noktası arasında kalan 5 ve 1 Ω'luk dirençler seri bağlıdır. $R_{ef} = 5\,\Omega + 1\Omega = 6\,\Omega$

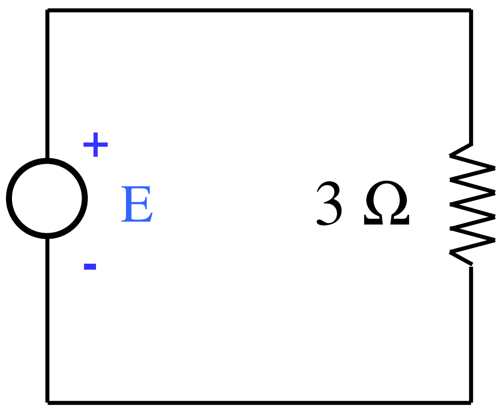


g-h noktası arasında kalan dirençler paralel bağlıdır.

$$\frac{1}{R_{gh}} = \frac{1}{6\,\Omega} + \frac{1}{4\,\Omega} + \frac{1}{12\,\Omega} = \frac{1}{2\,\Omega} \Rightarrow R_{gh} = 2\,\Omega$$

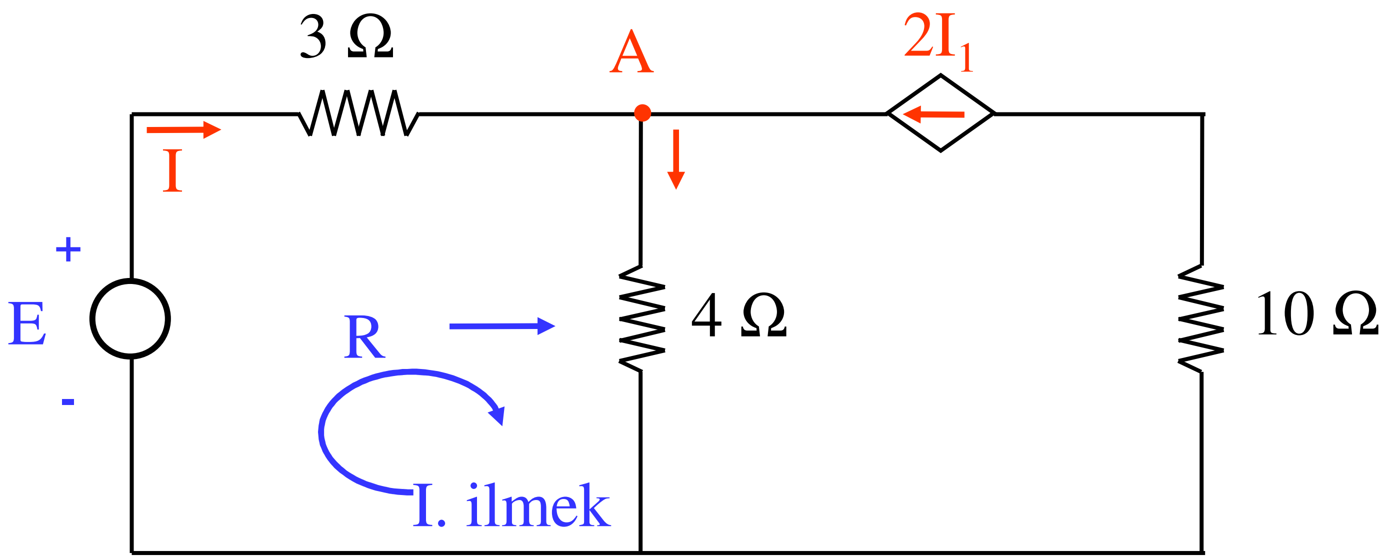


x-y noktası arasında kalan 2 ve 1 Ω'luk dirençler seri bağlıdır.



$$R_{xy} = 2\,\Omega + 1\Omega = 3\,\Omega$$

Örnek 2.13: Aşağıdaki devrede, R giriş direncini bulunuz.



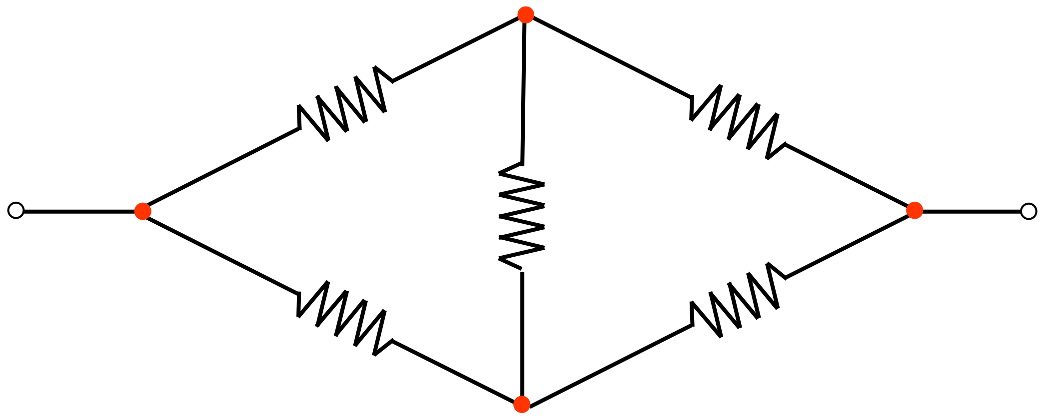
Çözüm: A noktasındaki KAY denkleminden I_3 akımı $I_3 = I + 2I = 3I$

Soldaki ilmek çevresinde yazılan KGY denklemi $E = 3I + 4(3I) = 15I$

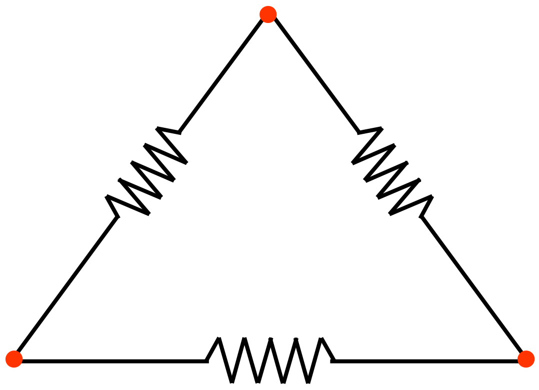
Direnç $R = \dfrac{E}{I} = 15\ \Omega$

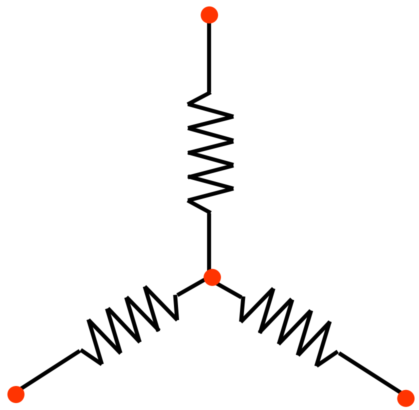
Y-Δ Dönüşümü

Sadece seri ve paralel birleştirmelerle çözümlenemeyen belli devreler de vardır. Bu dönüşümler çoğu kez Y−Δ dönüşümlerinin kullanılması ile çözümlenebilir. Örneğin aşağıdaki devre ne tam olarak seri ne de tam olarak paralel değildir.



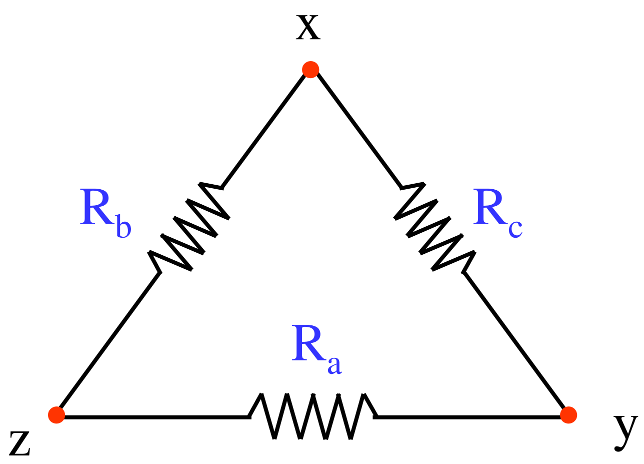
Bu dönüşüm Y şeklinde bağlı üç direncin Δ şeklinde bağlanmasına olanak sağlar.



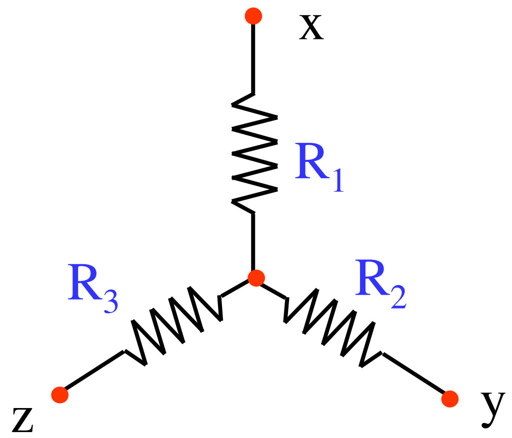


Y-Δ Dönüşümü

Bu dönüşüm Y şeklinde bağlı üç direncin Δ şeklinde bağlanmasına olanak sağlar.



$\leftrightarrow$



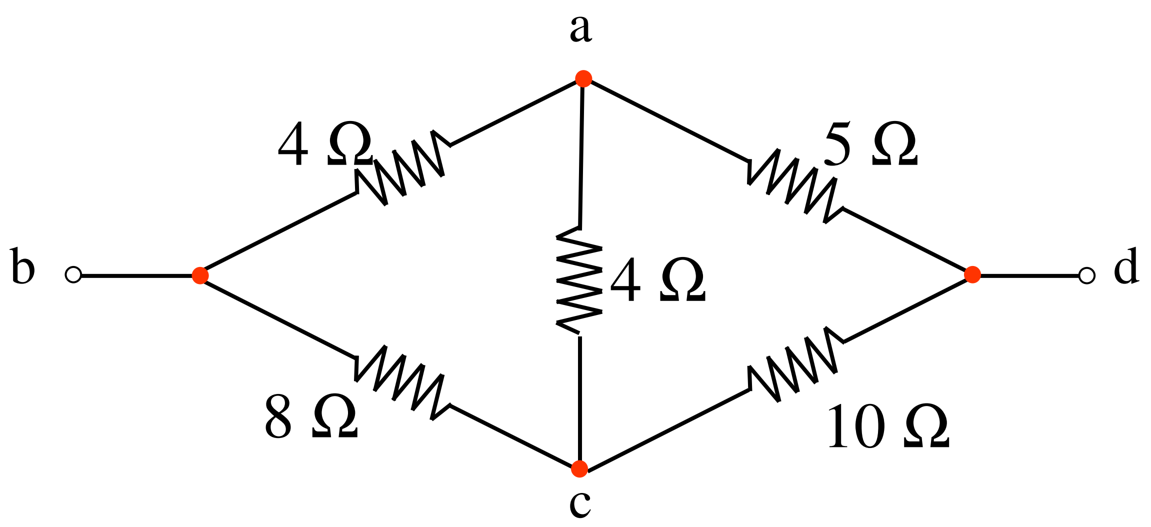
$$R_{xy} = R_1 + R_2 = \frac{R_c(R_a + R_b)}{(R_a + R_b) + R_c}$$

$$R_a = \frac{R_1R_2 + R_2R_3 + R_3R_1}{R_1} \qquad R_1 = \frac{R_bR_c}{R_a + R_b + R_c}$$

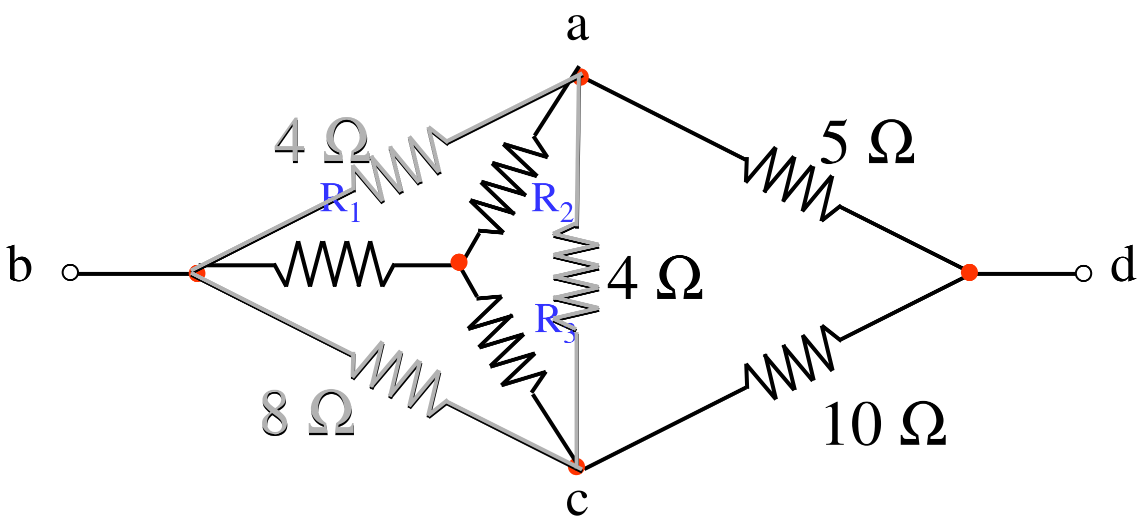
$$R_b = \frac{R_1R_2 + R_2R_3 + R_3R_1}{R_2} \quad \leftrightarrow \quad R_2 = \frac{R_aR_c}{R_a + R_b + R_c}$$

$$R_c = \frac{R_1R_2 + R_2R_3 + R_3R_1}{R_3} \qquad R_3 = \frac{R_aR_b}{R_a + R_b + R_c}$$

Örnek 2.14: Aşağıdaki b-d bağlantı noktaları arasındaki devreyi tutabilecek tek eşdeğer direnci bulunuz.



Çözüm: Devrede a-b-c noktası arasındaki Δ-direnç, Δ -> Y dönüşümü ile Y dirence dönüştürülürse, yeni dirençler (R_1, R_2 ve R_3)



R_a=4 Ω, R_b =8 Ω, R_c=4 Ω

$$R_1 = \frac{R_b R_c}{R_a + R_b + R_c}$$

$$R_2 = \frac{R_a R_c}{R_a + R_b + R_c}$$

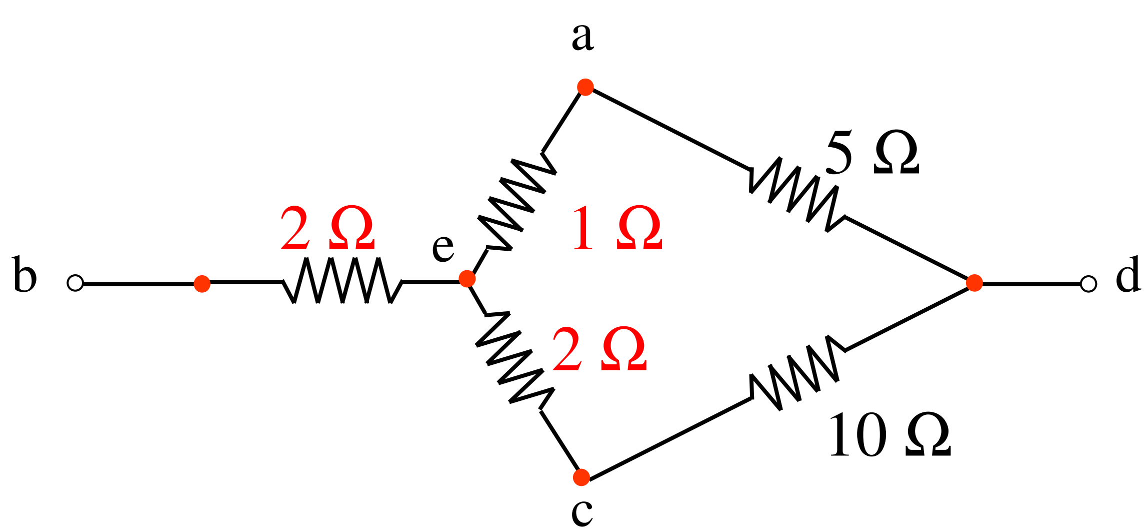
$$R_3 = \frac{R_a R_b}{R_a + R_b + R_c}$$

$$R_1 = \frac{(8\ \Omega)(4\ \Omega)}{4\ \Omega + 4\ \Omega + 8\ \Omega} = 2\ \Omega$$

$$R_2 = \frac{(4\ \Omega)(4\ \Omega)}{4\ \Omega + 4\ \Omega + 8\ \Omega} = 1\ \Omega$$

$$R_3 = \frac{(4\ \Omega)(8\ \Omega)}{4\ \Omega + 4\ \Omega + 8\ \Omega} = 2\ \Omega$$

Dönüşümle birlikte yeni devre ve seri paralel bağlantılarla yalınlaştırılabilir hale gelir.



$$R_{ead} = 1\,\Omega + 5\,\Omega = 6\,\Omega$$

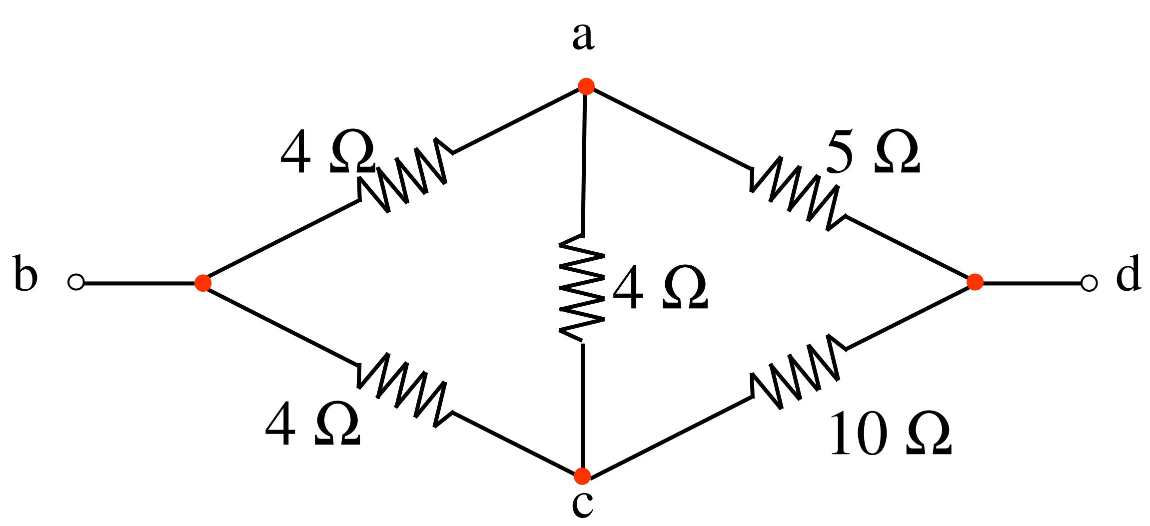
$$R_{ecd} = 2\,\Omega + 10\,\Omega = 12\,\Omega$$

$$R_{ed} = \frac{(6\,\Omega)(12\,\Omega)}{6\,\Omega + 12\,\Omega} = 4\,\Omega$$

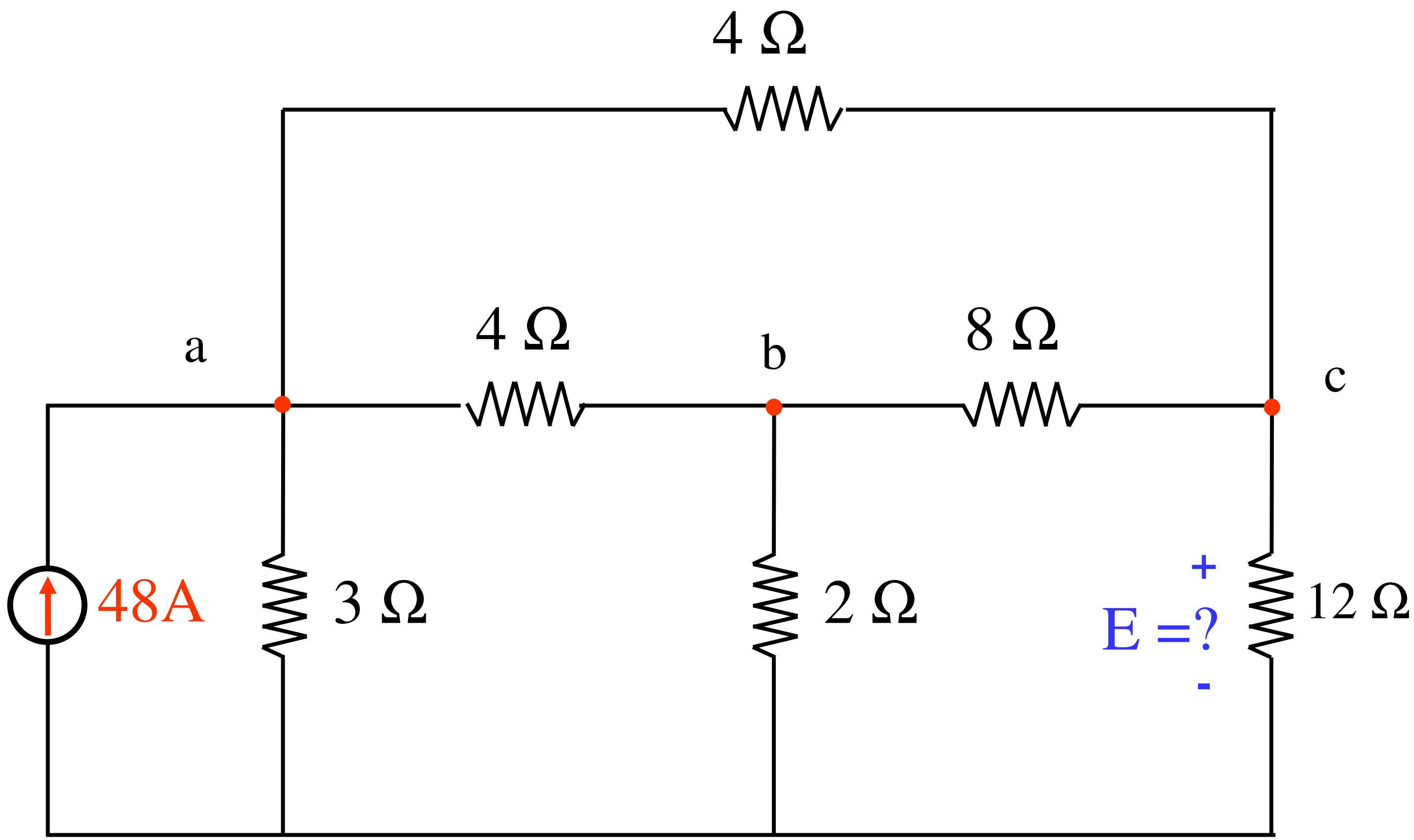
$$R_{bd} = 2\,\Omega + 4\,\Omega = 6\,\Omega$$

Ödev: (a) Aşağıdaki b-d bağlantı noktaları arasındaki devrenin tutabilecek tek eşdeğer direnci, acd dirençlerinin oluşturduğu Δ’ şeklini Y şeklinde yazarak bulunuz.

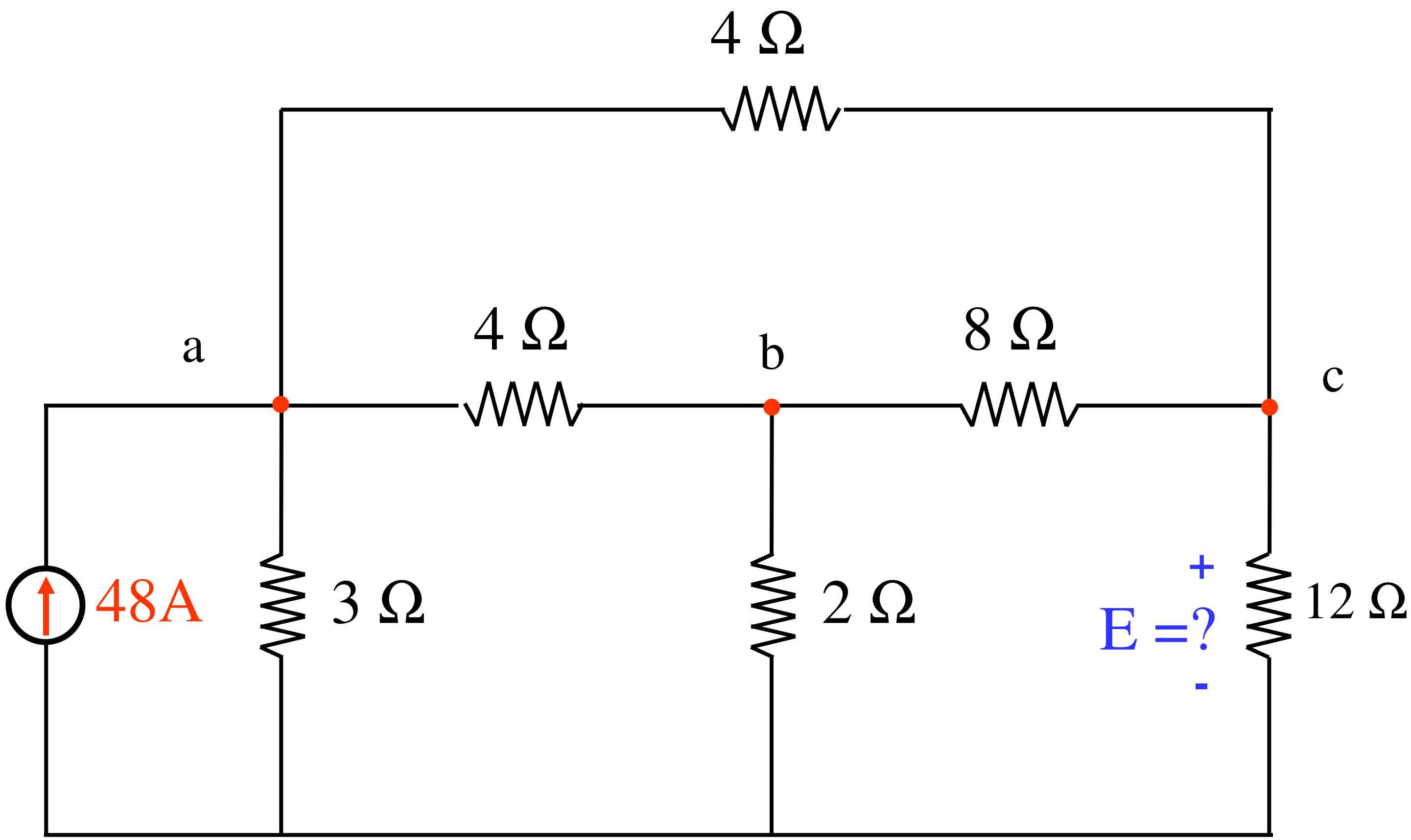
(b) bcd Y şeklini, Δ şekline dönüştürerek bd arasındaki eşdeğer direnci bulunuz.

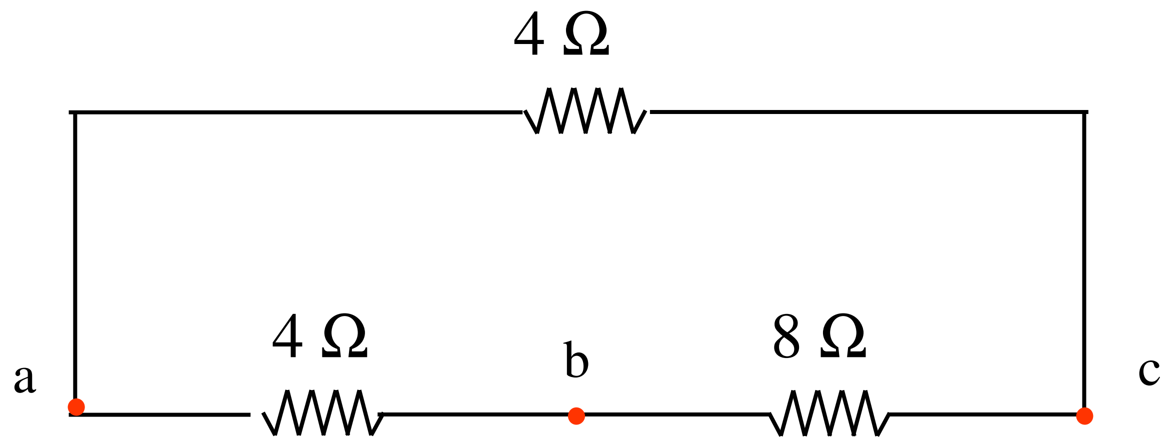


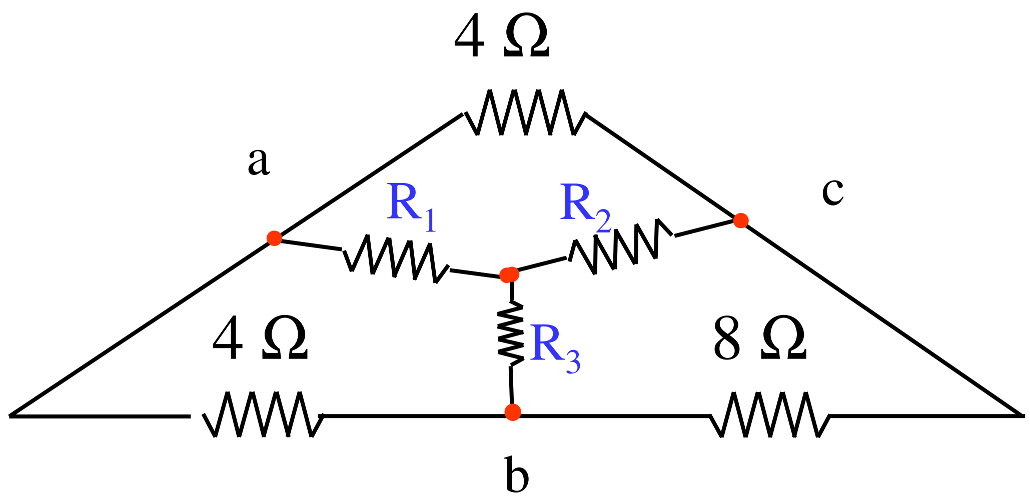
Örnek 2.15: Devre indirgeme yöntemini kullanarak aşağıdaki devredeki E gerilimini bulunuz.

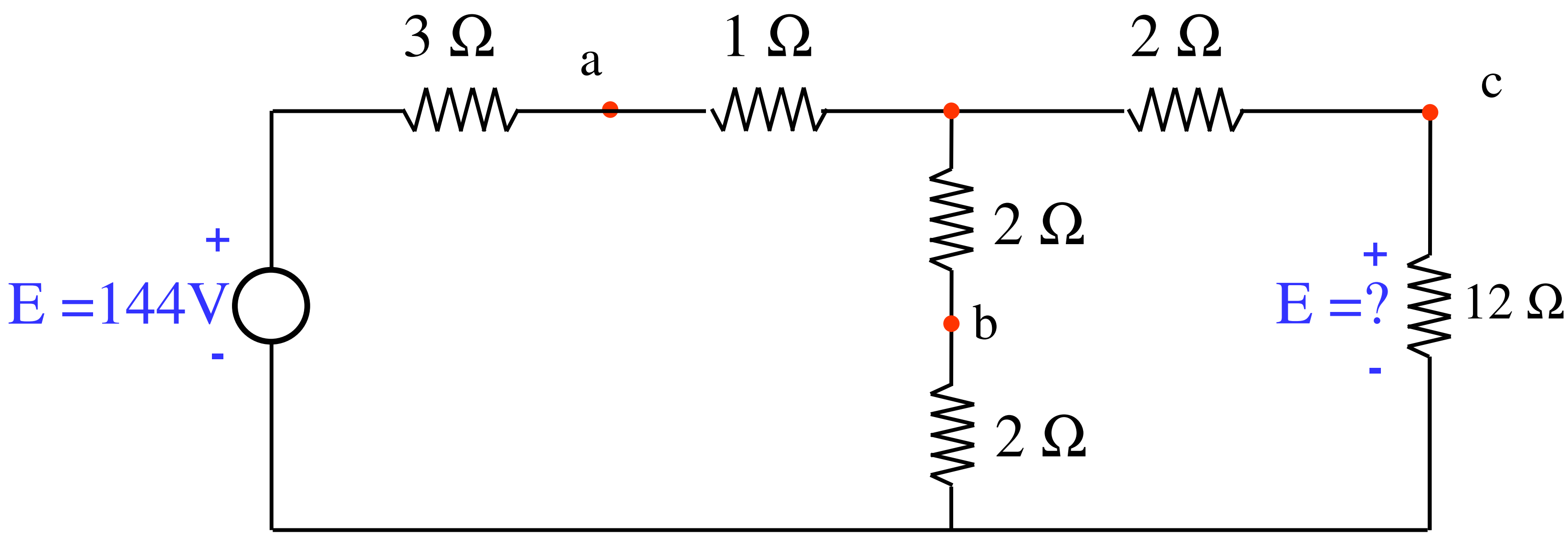


Çözüm: a, b ve c kavşaklarının oluşturduğu üç-direnç Δ-devresi gibidir. Δ-devresinin Y eşdeğeri ile yer değiştirilmesi ve sonrasında 48 A ve 3 Ω direncin gerilim kaynağına dönüşümü ile yapılabilir.

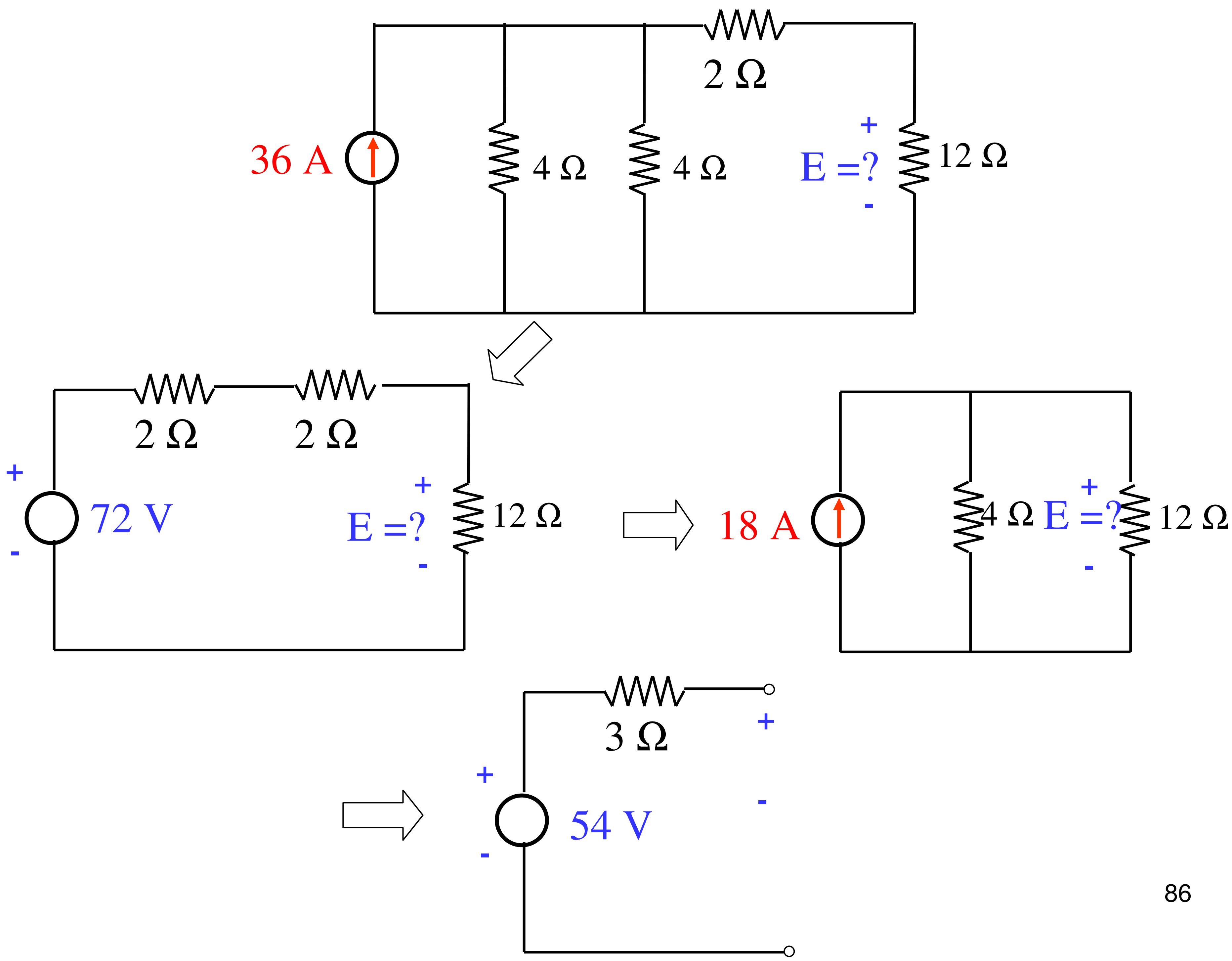



4 Ω
a
4 Ω
b
8 Ω
c


4 Ω
a
R_1
R_2
c
4 Ω
R_3
8 Ω
b



3 Ω
a
1 Ω
2 Ω
c
+
E =144V
-
2 Ω
b
2 Ω
+
E =?
-
12 Ω



2 Ω
36 A
4 Ω
4 Ω
+
E =?
-
12 Ω
2 Ω
2 Ω
+
72 V
-
+
E =?
-
12 Ω
18 A
4 Ω
+
E =?
-
12 Ω
3 Ω
+
54 V
-
+
-

Üst Üste Binme İlkesi

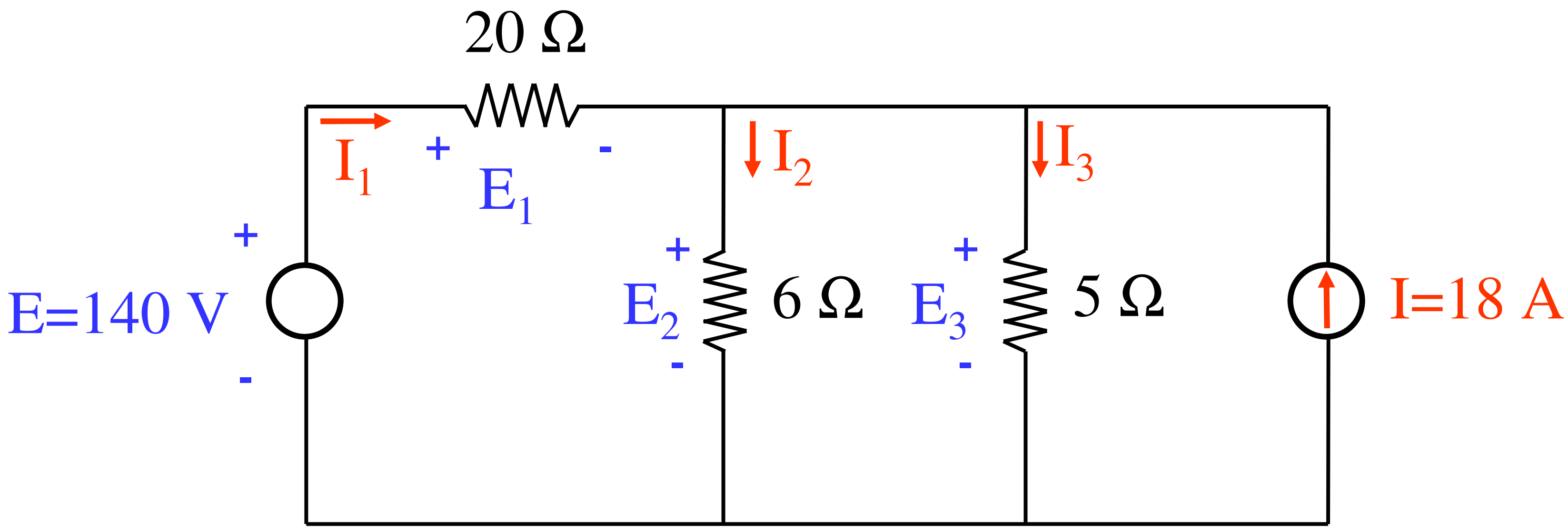
Eğer bir devrede birden çok kaynak varsa, her devre elemanının geriliminin ve akımın bir çok bileşenin toplamından oluştuğu düşünülebilir.

Bir çok kaynağın birlikte uygulanması ile herhangi bir kolda oluşan akım ya da gerilim her bir kaynağın ayrı ayrı etkisi ile o kolda üretilen akımların ya da gerilimlerin cebirsel toplamıdır.

Bu ilke, herhangi bir dirençten geçen akımın doğrudan gerilimle orantılı olması gerçeğinden doğar.

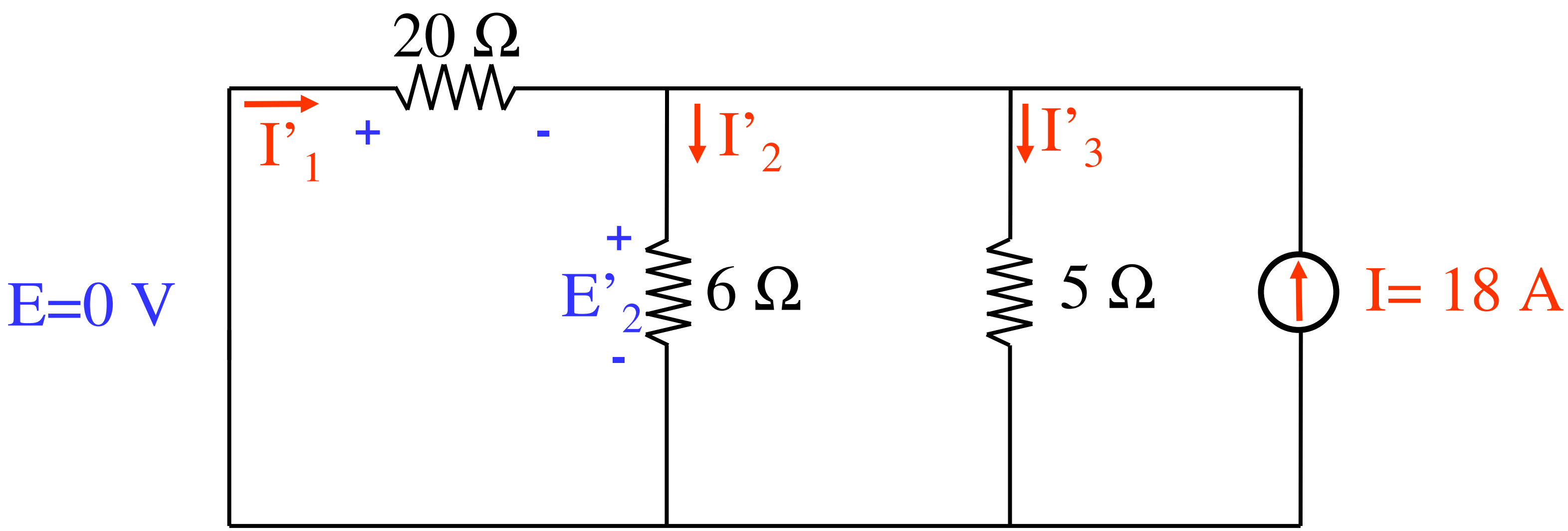
$$f(x_1) + f(x_1) = f(x_1 + x_2)$$

Örnek 2.16: Aşağıdaki devrede üst üste binme ilkesini kullanarak I_1, I_2 ve I_3 akımlarını bulunuz (Bu problem Örnek 2.1'de temel yasaların doğrudan uygulanması ile çözülmüştü).



Çözüm: Önce 140 V'luk kaynağın etkisi yokmuş gibi düşünülerek (sıfır kabul edilerek) akımlar bulunacak, daha sonra 18 A'lik akım akım kaynağının etkisi yokmuş gibi (açık devre kabul edilerek) akımlar bulunarak cebirsel toplam alınacaktır.

1-140 V'luk kaynağın etkisi yokmuş gibi düşünelim (sıfır kabul edilerek). Düğüm gerilimi yöntemi kullanılarak istenilen akımları bulalım.



$$E_2'.\left(\frac{1}{20}+\frac{1}{6}+\frac{1}{5}\right)=18 \quad \Rightarrow$$

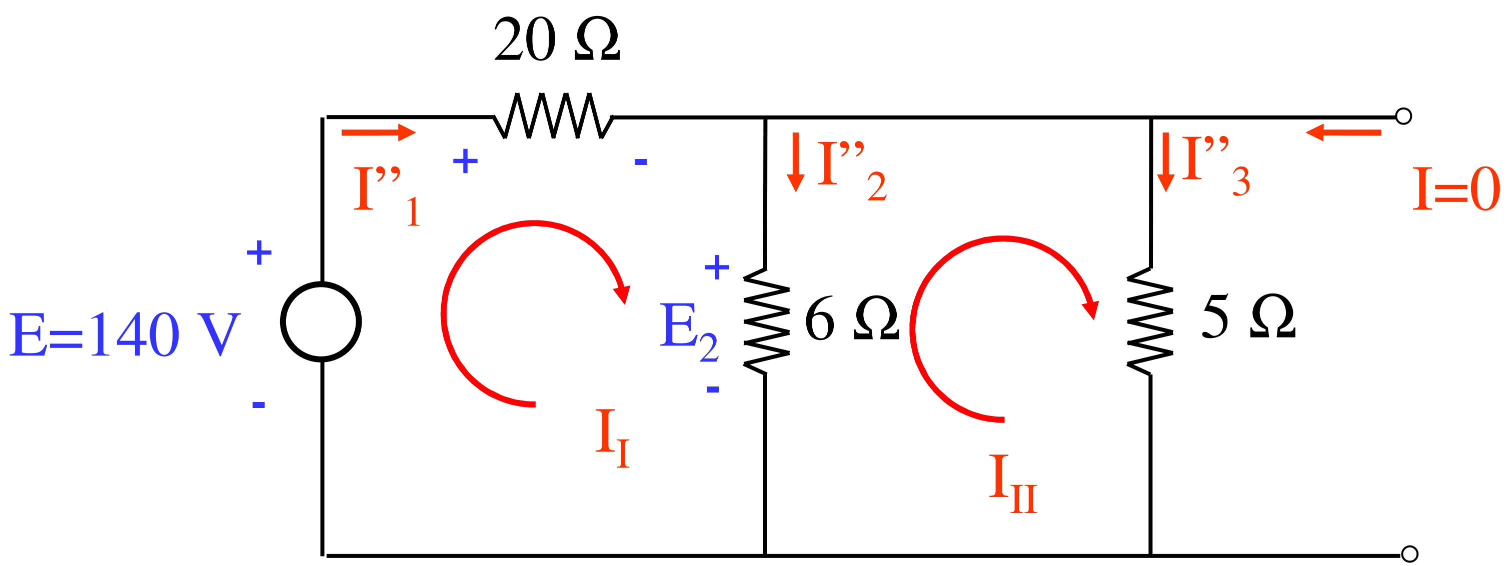
$$E_2' = 43,2\,V$$

$$I_1' = -43,2\,V/20 = -2,16\,A$$

$$I_2' = 43,2\,V/6 = 7,20\,A$$

$$I_3' = 43,2\,V/5 = 8,64\,A$$

2- 18 A'lik akım akım kaynağının etkisi yokmuş gibi (açık devre kabul edilerek) kabul ederek akımları bulalım. Akımları bulmak için ilmek akımları I ve II ile göstererek akım yasası denklemi cebirsel toplam alınacaktır.



$$26I_I - 6I_{II} = 140$$
$$-6I_I + 11I_{II} = 0$$

⇨

$$I_I = 6{,}16 \ A \qquad I_{II} = 3{,}36 \ A$$
$$I_1'' = I_I = 6{,}16 \ A$$
$$I_2'' = I_I - I_{II} = 2{,}80 \ A$$
$$I_3'' = I_{II} = 3{,}36 \ A$$

Kaynakların her ikisinin aynı anda uygulanması ile elde edilen akımlar, yukarıda bulunan bileşenlerin toplamı olacaktır.

$$I_1 = I_1' + I_1'' = -2,16 + 6,16 = 4,00\ A$$

$$I_2 = I_2' + I_2'' = 7,20 + 2,80 = 10,00\ A$$

$$I_3 = I_3' + I_3'' = 8,64 + 3,36 = 12,00\ A$$

Daha önce Örnek 2.1'de bulunan ve temel yasaların uygulanması ile elde dilen akımlar ile aynıdır.

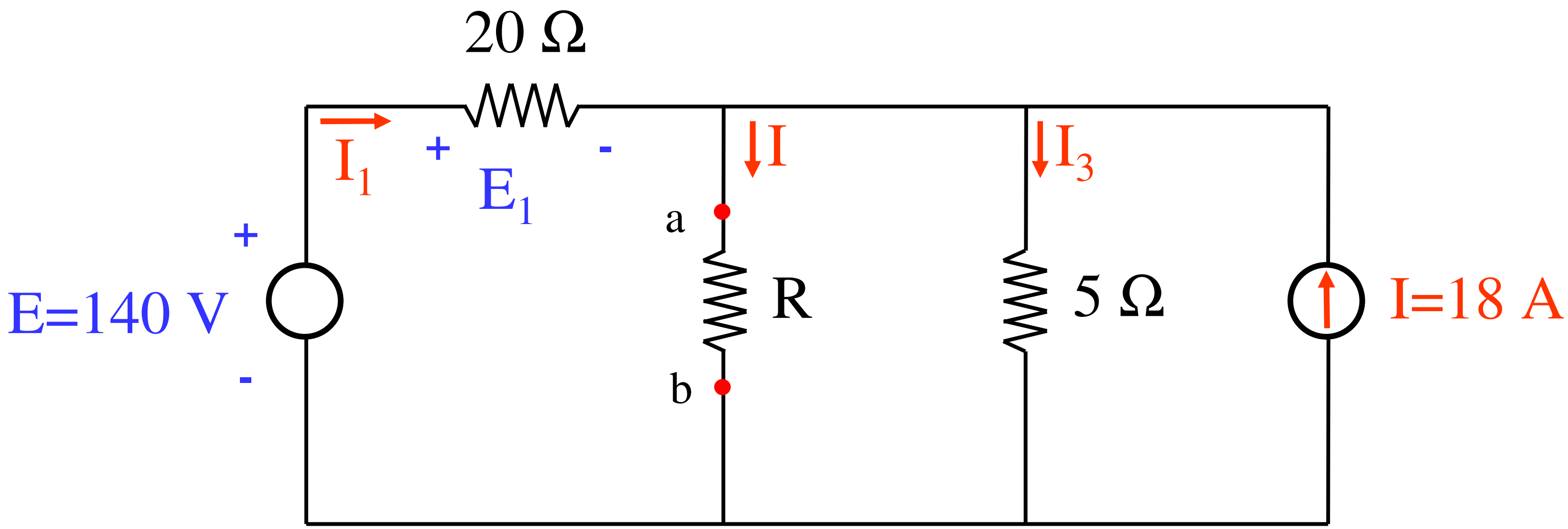
Thevenin Teoremi

Thevenin teoremi temel olarak; karmaşık bir devrenin herhangi bir çıkış ucu çiftinden bakıldığı zaman yalın bir biçimde gösterilmesine izin verir ve bunun sonucu olarak, devrenin çıkışına bağlanan bir yük üzerindeki etkisinin ya da tersine yükün devrenin bağlantı noktasının davranışı üzerine yapacağı etkinin kolayca bulunmasını sağlar.

Thevenin Teoremi: Dirençlerden ve kaynaklardan oluşan herhangi bir doğrusal iki bağlantı noktalı devre ya bir gerilim kaynağı ve seri dirençten, ya da bir akım kaynağı ve paralel dirençten oluşan bir kaynak-direnç eşdeğeri ile gösterilebilir.

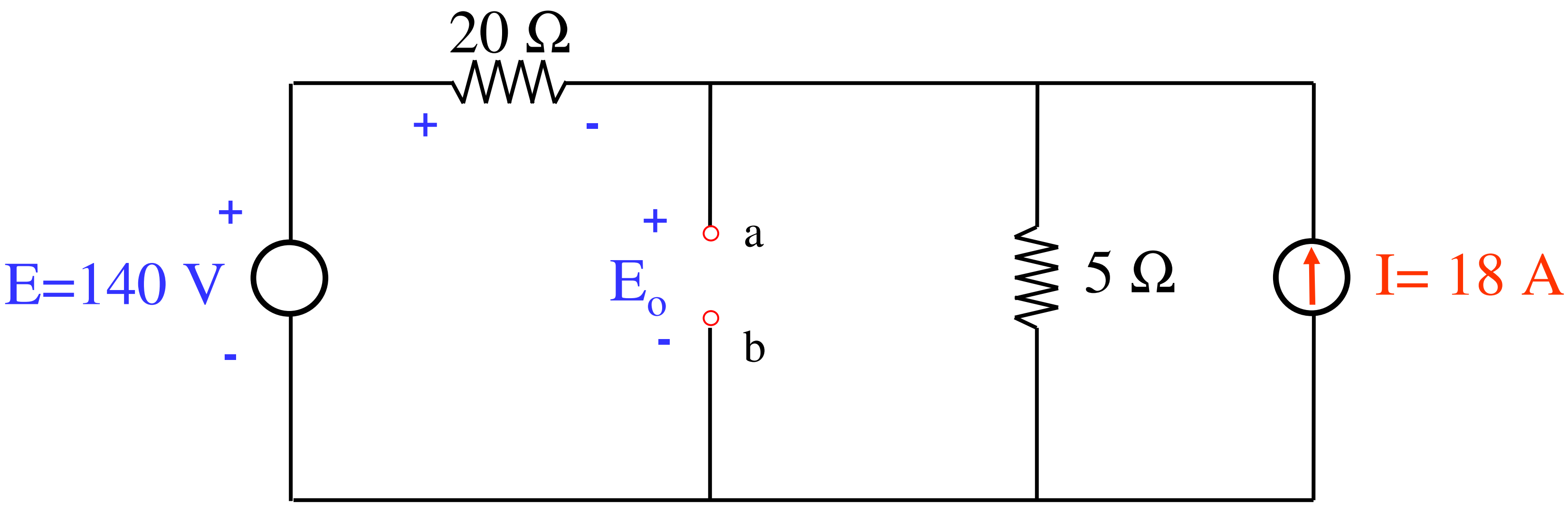
Gerilim kaynağı gösterimine *Thevenin Devresi*,
Akım kaynağı gösterimine ise ya *Thevenin Akım-Kaynağı eşdeğeri* ya da *Norton eşdeğeri* denir.

Örnek 2.17: Aşağıdaki devreden en yüksek gücü soğurabilecek R direncini ve bu gücü bulun.

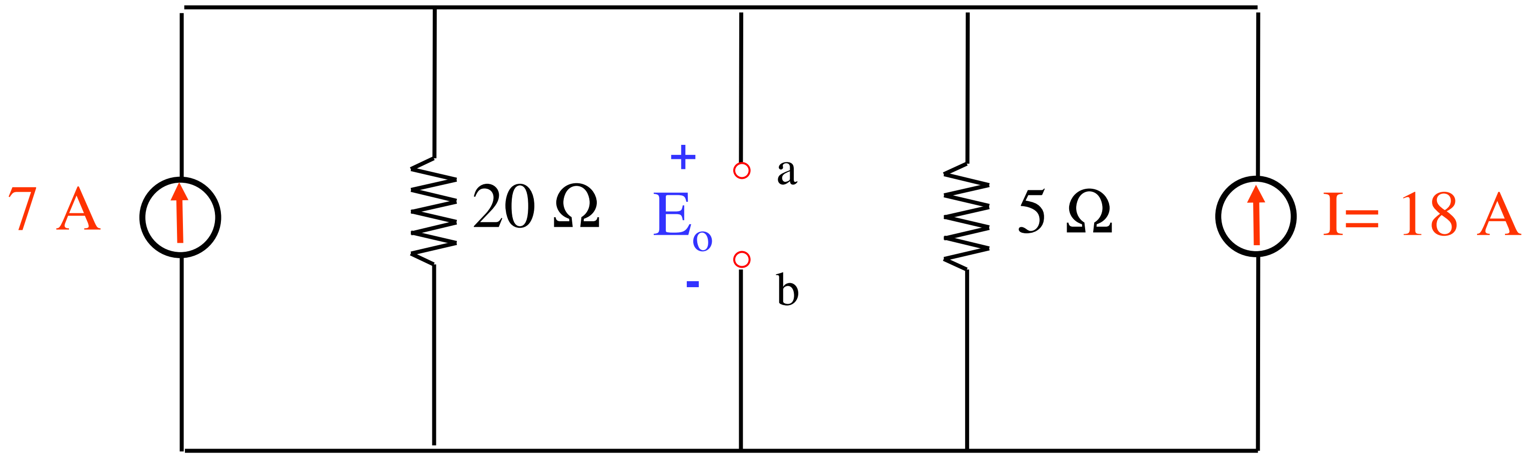


Çözüm: Gücü bulmak için I akımının ve R direncinin bilinmeleri gerekir. Güç akım ve gerilimin çarpımı şeklinde olduğundan akım ve gerilimin (veya direncin) kendi değerlerinden çok çarpımı önemlidir. Bu nedenle R'nin bir fonksiyonu olarak I'yı veren bir bağıntı bulunmalıdır.

R direncinin bulunması istendiğinden, devreden çıkarılır ve devrenin geri kalannının Thevenin eşdeğer devresi oluşturulur.



E_o gerilimini bulmak için 140 V'luk gerilim kaynağı 20 Ω'luk direnç ile akım kaynağına dönüştürülebilir.

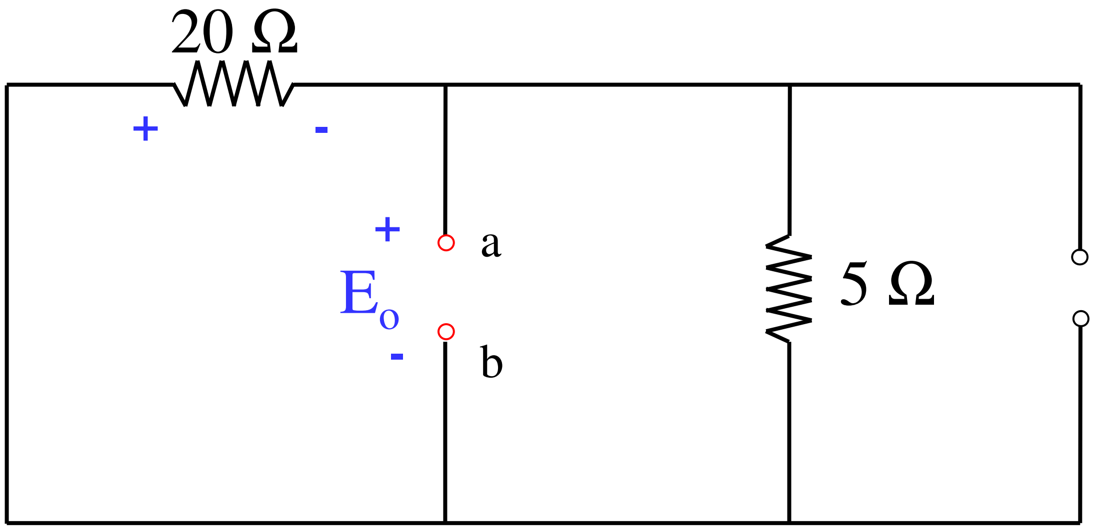


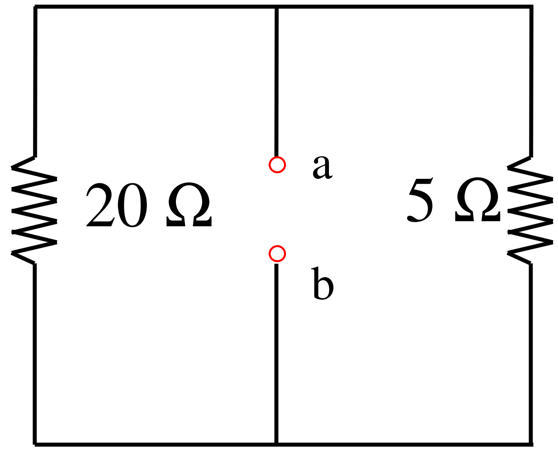
Yukarıdaki devre için Kirchhoff Akım Yasası denklemi kullanılırsa E_o gerilimi

$$E_o.\left(\frac{1}{20}+\frac{1}{5}\right)=7+18 \quad \Rightarrow \quad E_o=100\,V$$

Eşdeğer direnci R_o bulmak için kaynaklar sıfıra indirgenir (Gerilim kaynağı kısa devre, akım kaynağı açık devre)

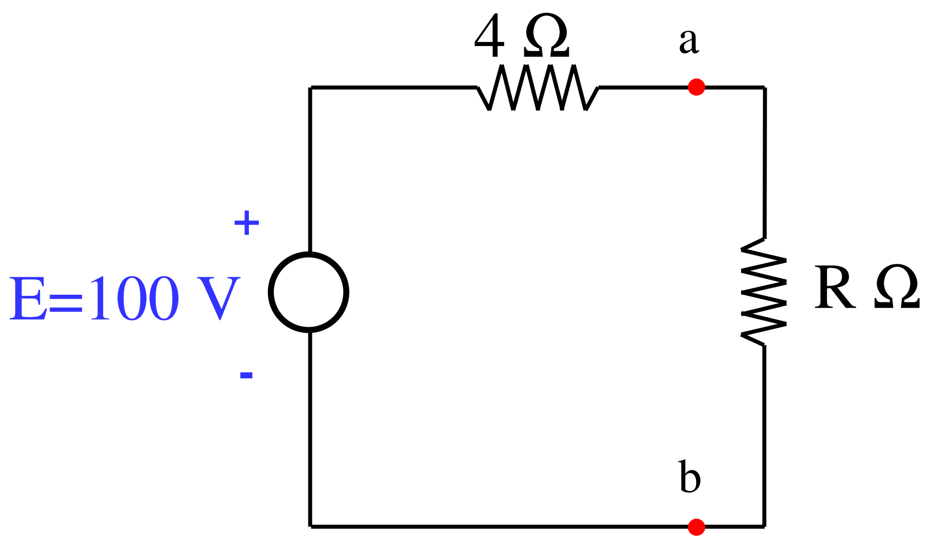
(Gerilim veya akım kaynağı içeren devrenin ikisi için de yapıladığında aynı sonuç elde edilir). Gerilim kaynağı olduğu durumda:





$$R_o = \frac{(20).(5)}{20+5} = 4\ \Omega$$

a-b noktalarının gördüğü Thevenin eşdeğer devresi 100 V’luk bir gerilim kaynağı ve 4Ω’luk bir direnç ile temsil edilebilir.

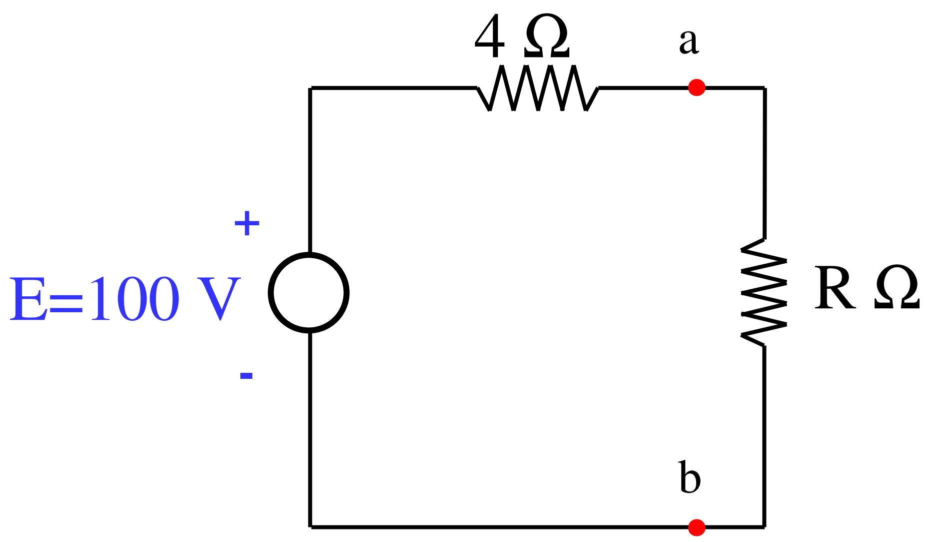


R direnci üzerinden geçen akım KGY kullanılarak

$$100 - 4I - RI = 0 \Rightarrow I = \frac{100}{4+R}$$

R direncinin soğurduğu güç:

$$P = I^2 R = \frac{10000R}{(4+R)^2}$$

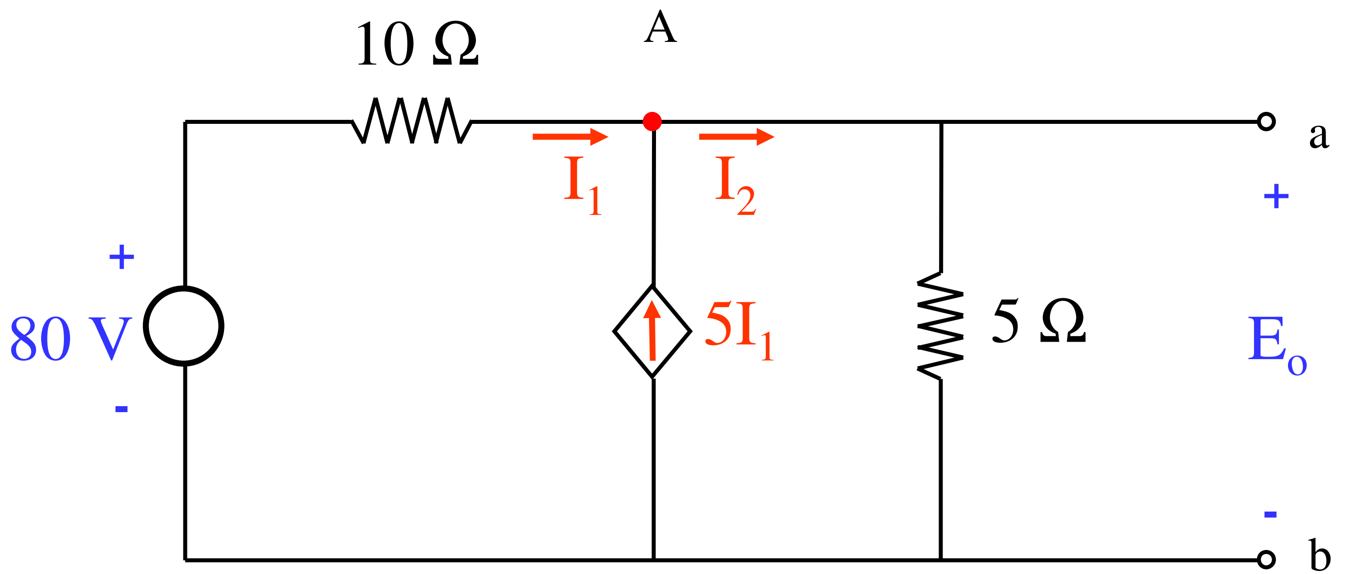


Gücün dirence göre değişimni, veren maksimum değer bulunursa

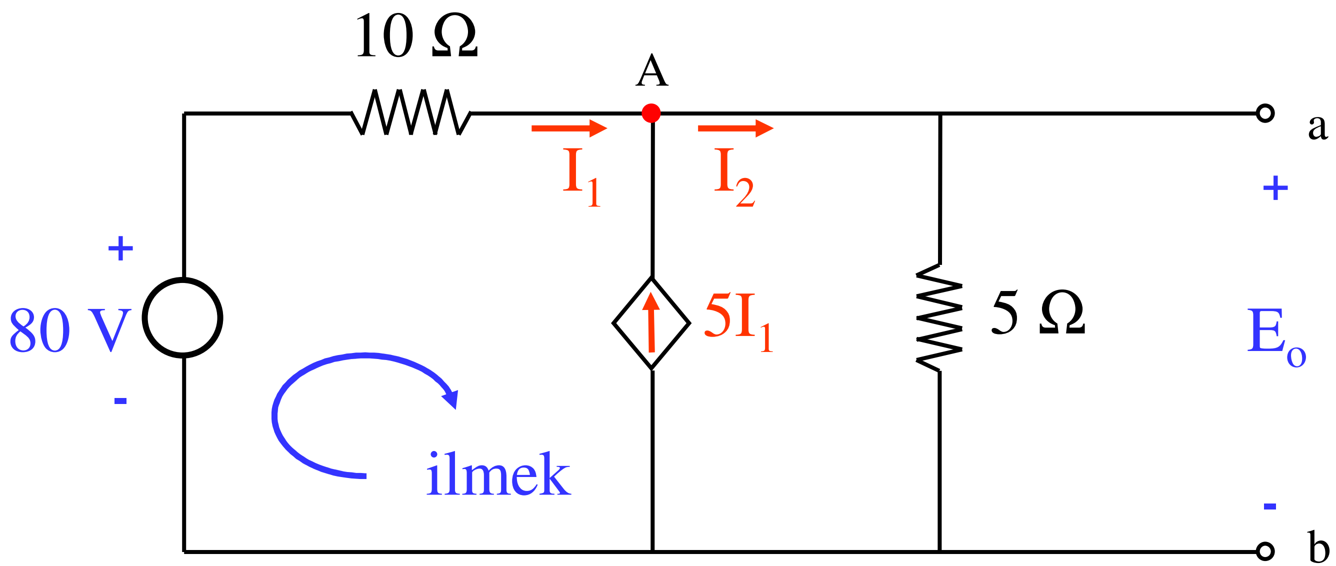
$$\frac{dP}{dR}=\frac{10000(4+R)^2-20000(4+R)R}{(4+R)^4}=0 \quad \Rightarrow \quad R=4\Omega$$

$$I=\frac{100}{4+4}=12,5A \quad \Rightarrow \quad P_{\max}=(12,5A)^2(4\Omega)=625W$$

Örnek 2.18: Aşağıdaki devrede a-b bağlantı noktalarından bakıldığında Thevenin eşdeğer devresini bulunuz.



Çözüm: Devrede bağımlı bir kaynak vardır. Bu nedenle yalnız bağımsız kaynakların bulunduğu devreden ayrı bir biçimde incelenmesi gerekir. Açık devre gerilimi E_o ve kısa devre akımı I_o'nın bulunması olacaktır. Daha sonra eşdeğer direnç bulunacaktır.



A kavşağında KAY denklemi $I_2 = I_1 + 5I_1 = 6I_1$

Dış ilmek çevresinde KGY denklemi

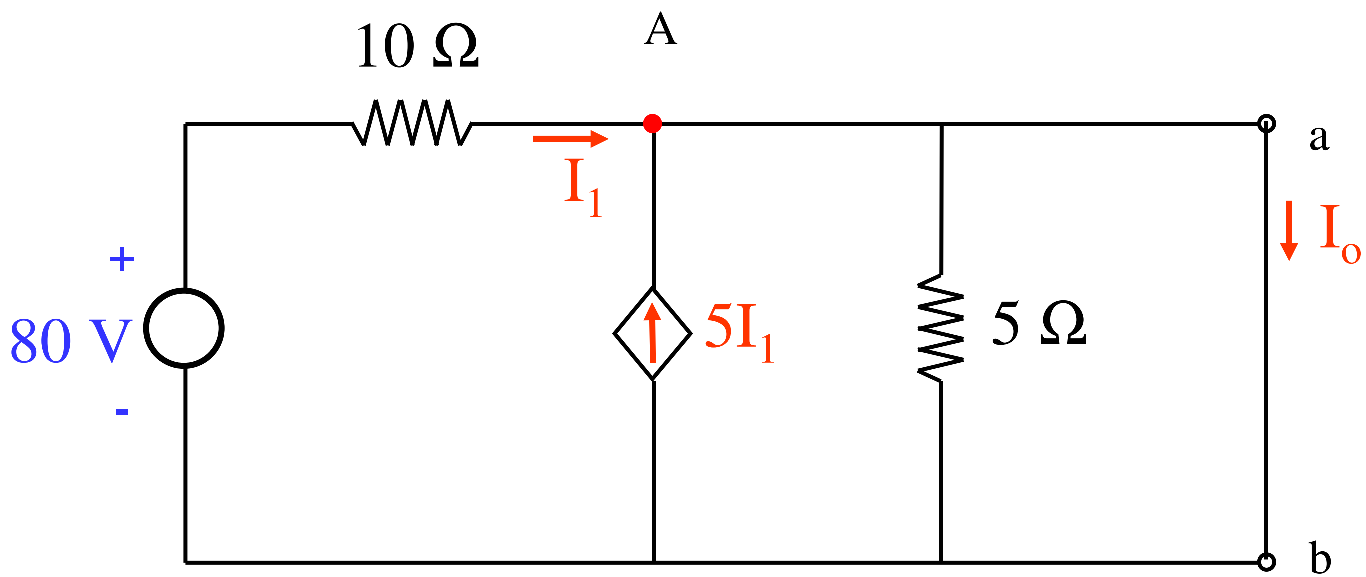
$$10I_1 + 5I_2 = 10I_1 + 5(6I_1) = 80 \Rightarrow I_1 = 2A;\ \ I_2 = 12A$$

Buradan gerilim $\Rightarrow$ $E_o = 5I_2 = 60V$

Devre çıkış uçları birleştirilmiş durumda aşağıda çizilmiştir. Kısa devrenin sonucu olarak çıkış gerilimi ve ona bağlı olarak da 5Ω'luk dirençteki akım sıfırdır. Devrenin KGY ve KAY denklemleri:

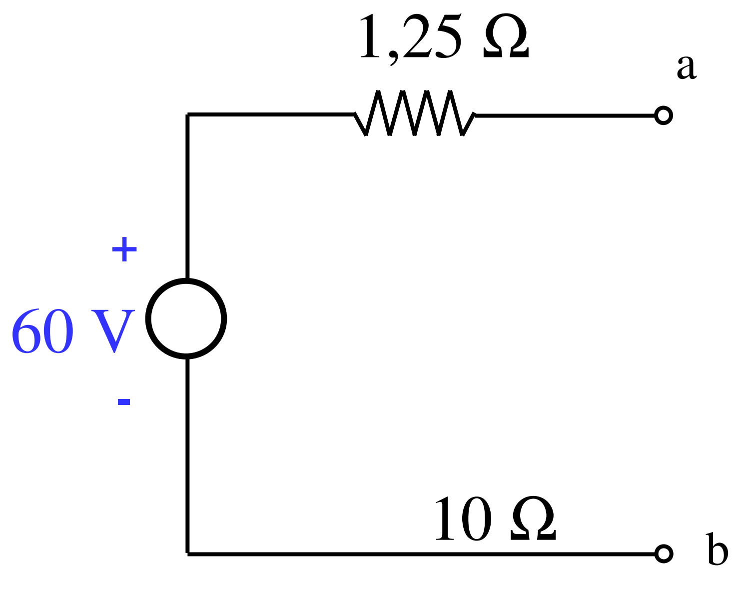
$$10I_1 = 80 \Rightarrow I_1 = 8A$$

$$I_o = I_1 + 5I_1 = 48A$$

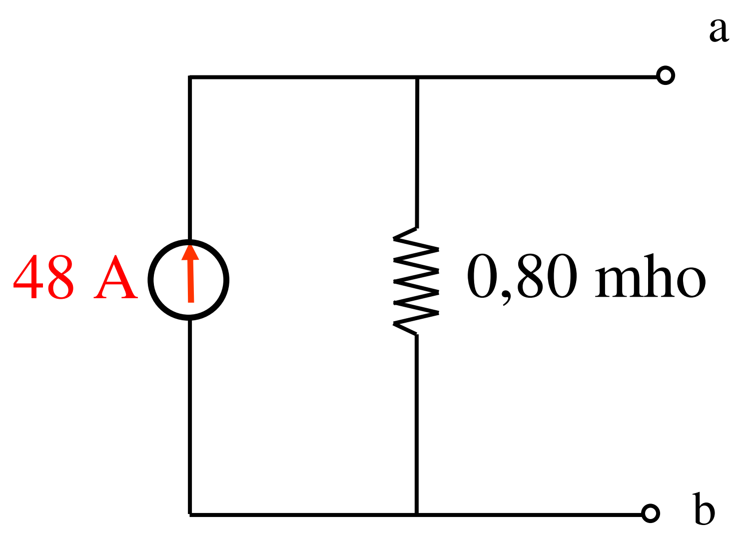


R_o direnci

$$R_o = \frac{E_o}{I_o} = \frac{60}{48} = 1,25\Omega$$

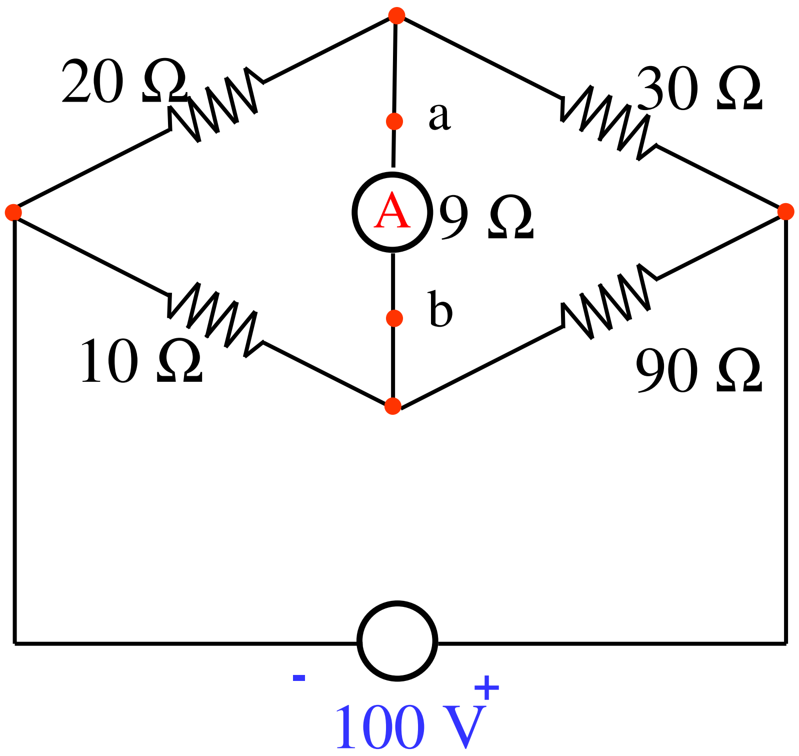


Thevenin eşdeğeri

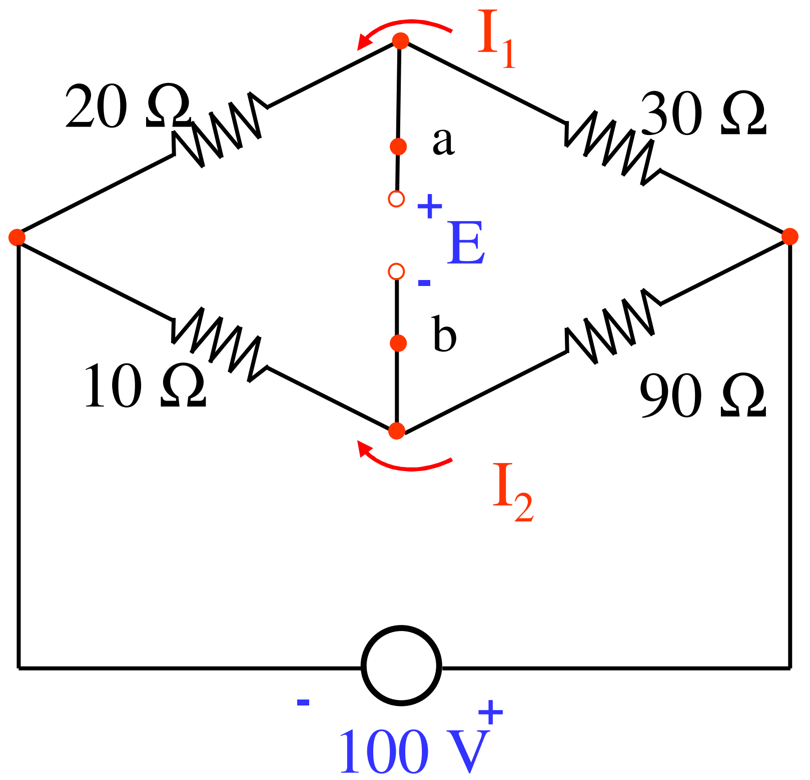


Norton eşdeğeri

Örnek 2.19: Aşağıdaki devre direnç ölçülmesinde kullanılan dengelenmemiş bir köprünün devresidir. Verilen devre verilerine göre A ampermetresinden geçen akımı bulunuz. Ampermetrenin iç direnci 9 Ω'dur.



Çözüm: Bu problemin çözümü devrenin Thevenin eşdeğer devresinin kullanılması ile büyük ölçüde yalınlaştırılabilir. İlk adım ampermetreyi devreden çıkarmak ve açık devre gerilimi E_o bulmaktır.

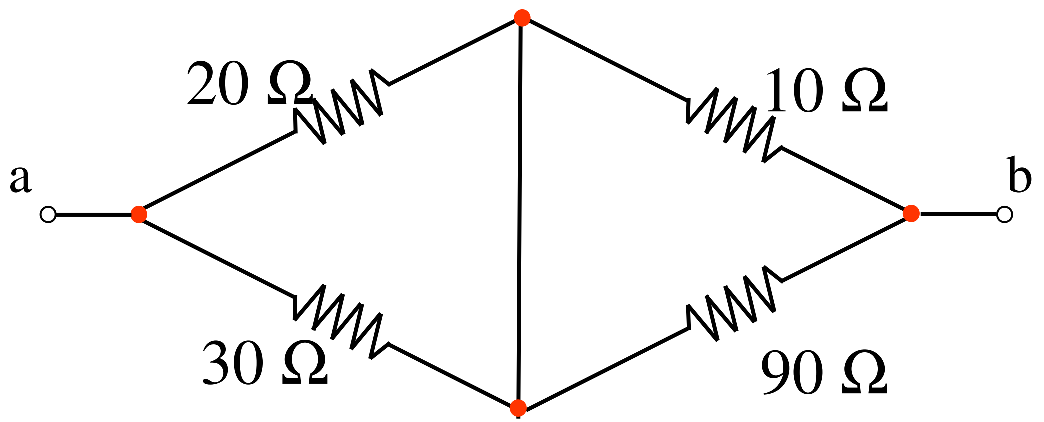


$$I_1 = \frac{100}{20+30} = 2A \qquad I_2 = \frac{100}{20+90} = 1A$$

$$E_o = 20I_1 - 10I_2 = (20)(2) - (10)(1) = 30V$$

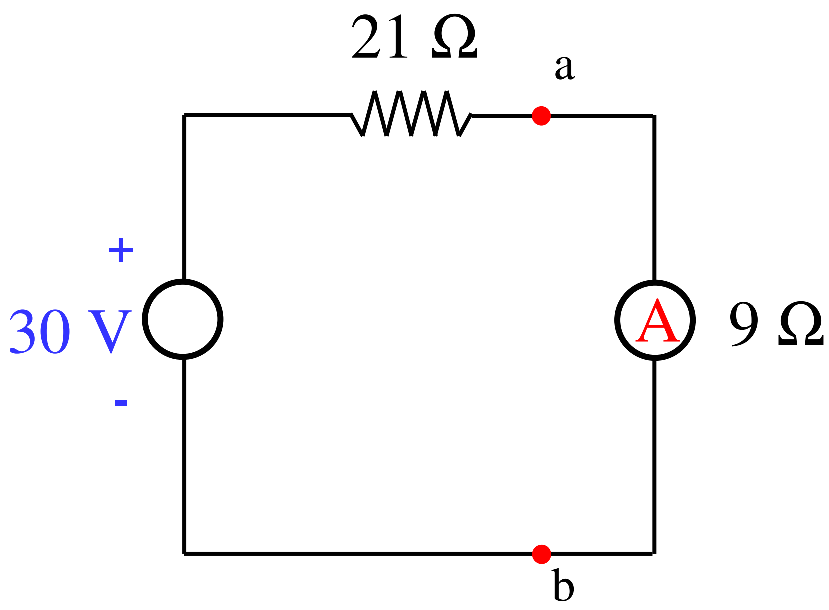
Eşdeğer R_o direnci

$$R_o = \frac{(20)(30)}{20+30} + \frac{(10)(90)}{10+90} = 21\Omega$$



Thevenin eşdeğer devresi 30 V bir gerilim kaynağı ve 21 Ω'luk seri bağlı dirençten oluşacaktır. Ampermetre yerine takılırsa üzerinden geçecek akım (9 Ω'luk ampermetrenin iç direncini de dikkate alırsak)

$$I = \frac{30}{21+9} = 1A$$



Thevenin eşdeğeri