ELK 307
İletişim Kuramı-I

Nihat KABAOĞLU

Ders 8

Dersin İçeriği

- Temel Tanımlar
  - Frekans Modülasyonu (FM)
  - Faz Modülasyonu (PM)
- Tek Tonlu FM
- Dar Bantlı FM
- Çok Tonlu FM
- FM Sinyallerinin Üretilmesi
- FM Sinyallerinin Demodülasyonu
  - Frekans Diskrimnatörü
  - Faz Kilitlemeli Çevrim

Kısım-5

Açı Modülasyonu

FM Sinyallerinin Üretilmesi

FM sinyallerinin üretilmesi için iki yöntem vardır:

- **Dolaylı FM (İndirect FM)**
- **Doğrudan FM (Direct FM)**

Dolaylı FM Üretimi

Darbantlı FM işaretinin bir frekans çarpıcının girişine uygulanması ile çarpıcı çıkışında genişbantlı FM işareti dolaylı olarak elde edilmiş olur. FM sinyalinin genel ifadesi:

$$s(t) = A_c \cos\left[2\pi f_c t + 2\pi k_f \int_0^t m(\tau) d\tau\right]$$

$$\phi_i(t) = 2\pi k_f \int_0^t m(\tau) d\tau$$

FM Sinyallerinin Üretilmesi

cos(a+b)= cosa.cosb-sina.sinb eşitliğinden yararlanarak

FM sinyali aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$s(t) = A_c \cos(2\pi f_c t)\cos[\phi(t)] - A_c \sin(2\pi f_c t)\sin[\phi(t)]$$

Darbantlı FM için $\phi(t) < 1$ **olduğunda,**

$$\cos[\phi(t)] \cong 1 \quad ve \quad \sin[\phi(t)] \cong \phi(t)$$

yaklaşıklıkları yapılabilir. Bu sayede, darbantlı FM sinyali

$$s(t) = A_c \cos(2\pi f_c t) - A_c \sin(2\pi f_c t)[\phi(t)]$$

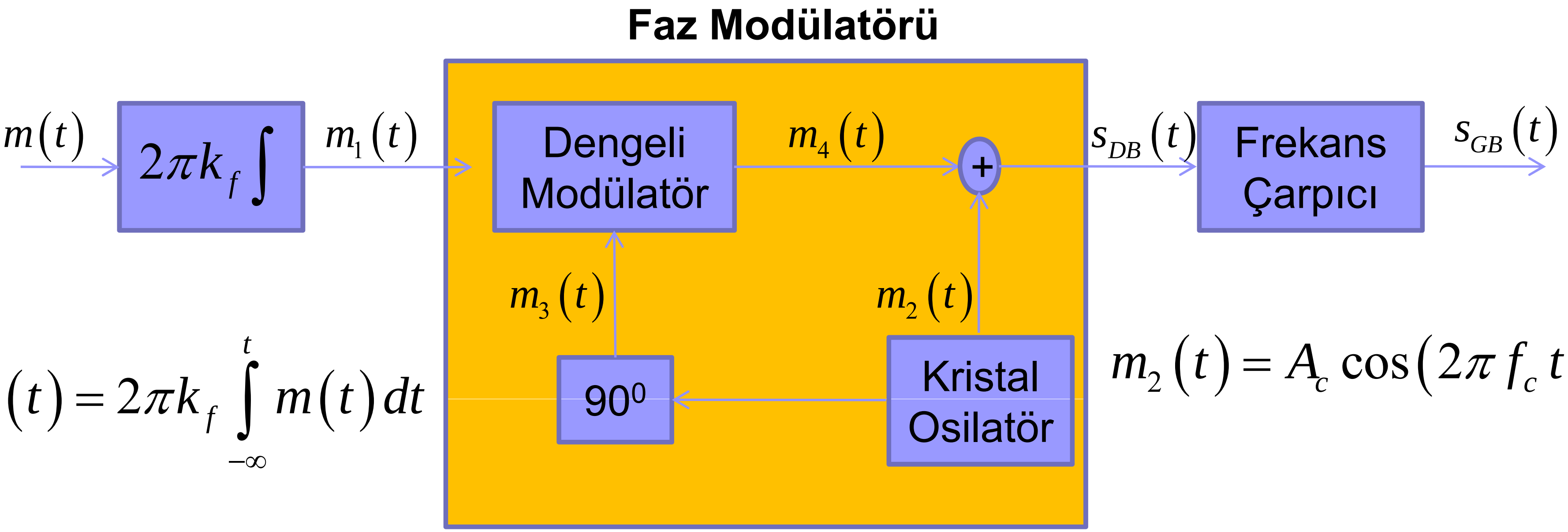
şeklinde ya da aşağıdaki gibi ifade edebiliriz.

$$s(t) = A_c \cos(2\pi f_c t) - A_c \sin(2\pi f_c t)\left[2\pi k_f \int_0^t m(\tau)d\tau\right]$$

FM Sinyallerinin Üretilmesi

Öyleyse, darbantlı FM sinyali bir sinüzoidal taşıyıcının fazının $m(t)$ ‘ nin integrali ile modüle edilmesi sonucu elde edilebilir. Elde edilen bu darbantlı FM sinyali, modülasyon indeksi β ‘ yı artırmak suretiyle geniş bantlı FM sinyalini dolaylı olarak elde etmek mümkündür. Bu esasa uygun olarak tasarlanmış modülatörlere Armstrong FM Modülatörü adı verilir.

FM Sinyallerinin Üretilmesi



$$m_1(t) = 2\pi k_f \int_{-\infty}^{t} m(t)\,dt$$

$$m_2(t) = A_c \cos(2\pi f_c t)$$

Armstrong FM Modülatörü

$$m_3(t) = A_c \cos\left(2\pi f_c t + 90^\circ\right) = -A_c \sin(2\pi f_c t)$$

$$m_4(t) = m_1(t)\,m_3(t) = \left[2\pi k_f \int_{-\infty}^{t} m(t)\,dt\right]\left[-A_c \sin(2\pi f_c t)\right]$$

$$s_{DB}(t) = m_2(t) + m_4(t) = A_c \cos(2\pi f_c t) - A_c \sin(2\pi f_c t)\, 2\pi k_f \int_{-\infty}^{t} m(t)\,dt$$

FM Sinyallerinin Üretilmesi

$m(t) = A_m \cos(2\pi f_m t)$ **olarak seçilirse, darbantlı FM sinyali**

$$s_{DB}(t) = A_c \cos\left[2\pi f_c t + 2\pi k_f \int_0^t A_m \cos(2\pi f_m \tau) d\tau\right] = A_c \cos\left[2\pi f_c t + \frac{k_f A_m}{f_m} \sin(2\pi f_m t)\right]$$

$$\boxed{s_{DB}(t) = A_c \cos\left[2\pi f_c t + \beta \sin(2\pi f_m t)\right] \quad ; \quad \beta = \frac{k_f A_m}{f_m}}$$

Frekans çarpıcı, girişindeki işaretin ansal frekansını *n* ile çarparak çıkışa iletir. Çıkıştaki bu sinyal genişbantlı FM sinyalidir.

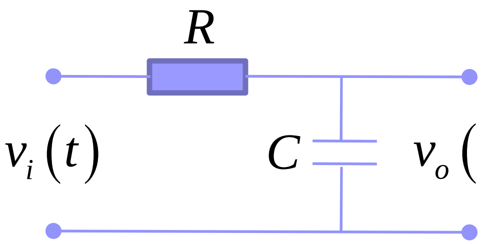
$$s_{GB}(t) = A_c' \cos\left[2\pi n f_c t + n\beta \sin(2\pi f_m t)\right]$$

$$\boxed{s_{GB}(t) = A_c' \cos\left[2\pi f_c' t + \beta' \sin(2\pi f_m t)\right] \quad ; \quad \boxed{f_c' = n f_c} \quad ve \quad \boxed{\beta' = n\beta}}$$

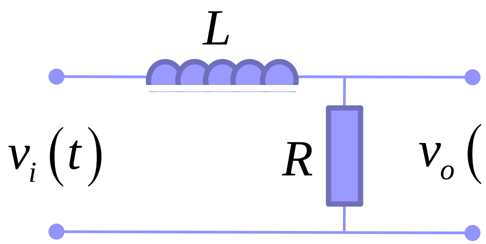
n **çarpanının değeri, elde edilmek istenen *β* değerine göre seçilir.**

FM Sinyallerinin Üretilmesi

İntegral Alıcı

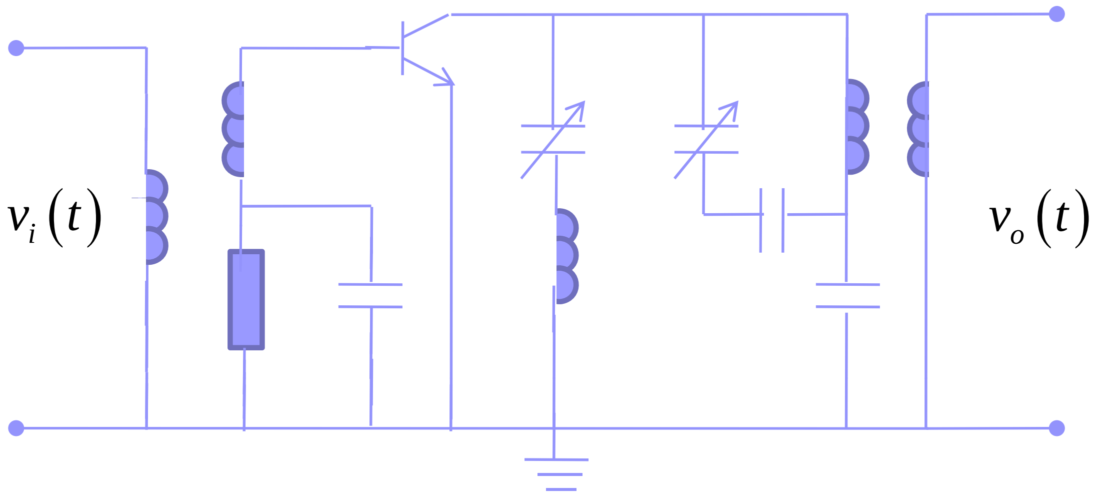


$$v_o(t) = \frac{1}{RC}\int_0^t v_i(\tau)d\tau$$

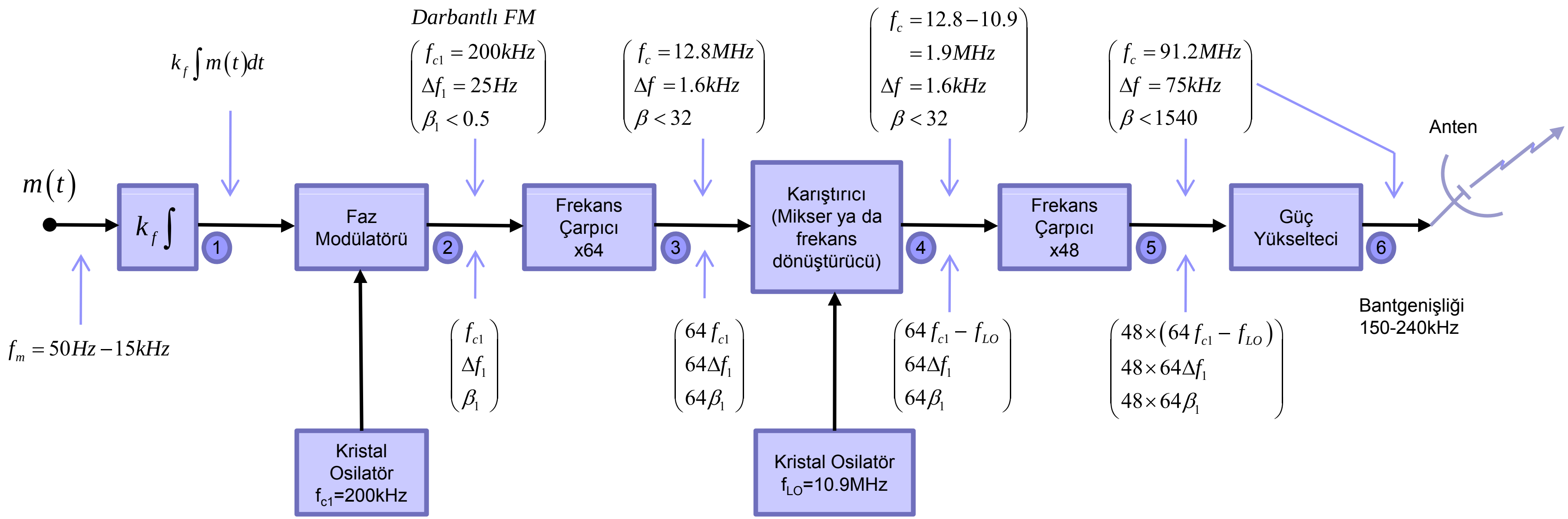


$$v_o(t) = \frac{R}{L}\int_0^t v_i(\tau)d\tau$$

Frekans Çarpıcı



Armstrong FM Vericisi



Tipik bir Armstrong FM Vericisi

Armstrong FM Vericisi

Blok diyagrama göre, frekans bileşenleri f_m=50Hz ile 15kHz arasındaki ses işareti $m(t)$ ‘ nin Δf=75kHz’ lik bir FM bandı içinde ve f_c=91.2MHz frekansında yayınlanması için blok diyagramdaki hesaplamaların nasıl yapıldığını inceleyelim. 5 ve 6 numaralı noktalarda β

$$\beta = \frac{\Delta f}{f_m} \quad ; \quad \beta_{\max} = \frac{75\times 10^3}{50} = 1500 \quad ; \quad \beta_{\min} = \frac{75\times 10^3}{15\times 10^3} = 5$$

arasında değerler alır. Faz modülatörü çıkışında (2 numaralı noktada) darbantlı FM sinyali olabilmesi için $\beta_1 < 0.5$ olmalı. Genişbantlı FM sinyalinin (5 ve 6 numaralı noktalarda) maksimum modülasyon göstergesi değerini alabilmesi için $n = 1500/0.5 = 3000$ ile çarpılması gerekir. Bu çarpma iki aşamada yapılabilir ($n = 3000 \cong 64\times 48 = 3072$). Bu durumda, 2 numaralı noktadaki dar bantlı FM işaretine ait değerler

$$\beta_{1_{\max}} = \frac{1500}{3000} = 0.5 \quad ; \quad \beta_{1_{\min}} = \frac{5}{3000} = \frac{1}{600} \quad ; \quad \Delta f_1 = \frac{75\times 10^3}{3000} = 25Hz$$

bulunur. Darbantlı FM sinyalinin 3000 ile çarpılması taşıyıcı frekansını 200kHz’ den 600MHz’ e çıkarır. Bu değer ticari FM yayınları için ayrılan 88-108MHz sınırlarının dışındadır. Bu nedenle, frekans çarpma ve kaydırma işlemleri beraber yapılır. Maksimum modülasyon göstergesini $f_{m_{\min}}$ değeri, FM sinyalinin bantgenişliğini ise $f_{m_{\max}}$ değeri belirler.

Doğrudan FM Üretimi

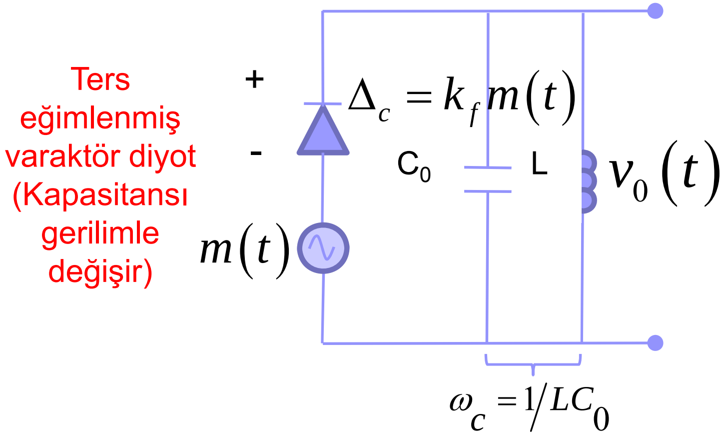
- Modüle eden işaretin genlik değerinin taşıyıcı frekansını doğrudan etkilediği bir yöntemdir.
- Dolaylı FM sistemlerine göre daha az frekans çarpması gerektirir.
- Q çarpanı yüksek olan rezonans devresinin rezonans frekansı, modüle eden işaretin genliğine bağlı olarak değiştirilir.
- Q çarpanı ne kadar büyükse rezonans devresinin kayıpları o kadar az, seçiciliği ise o oranda fazladır.
  - Seri rezonans devresi için $Q_s = \omega_c L / R = 1/\omega_c RC$
  - Paralel rezonans devresi için $Q_p = R/\omega_c L = \omega_c RC$

$$Q_s = \frac{1}{Q_p}$$

$$\omega_c = 1/\sqrt{LC} \quad \Rightarrow \quad \text{Rezonans (taşıyıcı) frekansı}$$

$$B = \omega_c / Q_p = \omega_c Q_s \quad \Rightarrow \quad \text{Bantgenişliği}$$

Doğrudan FM Üretimi



Not: Uygulamada VCO tümleşik devreleri kullanılır.

Rezonans devresindeki kapasitans

C_0, $m(t)$'nin sıfır olduğu durumdaki kapasitans

$$C = C_0 + \Delta C = C_0 + k_f m(t)$$

$$\boxed{\omega_i = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{L(C_0 + \Delta C)}} = \frac{1}{\sqrt{LC_0\left(1 + \frac{\Delta C}{C_0}\right)}} = \frac{1}{\sqrt{LC_0}}\frac{1}{\sqrt{1 + \frac{\Delta C}{C_0}}}}$$

$\Delta C \ll C_0$ durumunda ansal frekans

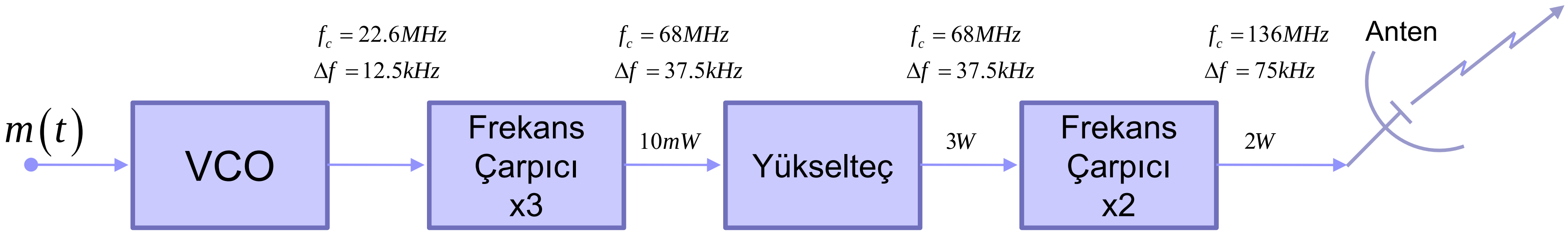
Güç serisi açınımı kullanılarak

$$\boxed{\omega_i = \omega_c - \underbrace{\frac{k_f \omega_c}{2C_0} m(t)}_{\Delta\omega} = \omega_c - \Delta\omega}$$

$$\boxed{\Delta\omega = \omega_c \frac{\Delta C}{2C_0} = \omega_c \frac{k_f m(t)}{2C_0}} \quad ya \quad da \quad \boxed{\Delta f = f_c \frac{\Delta C}{2C_0} = f_c \frac{k_f m(t)}{2C_0}}$$

Bu da gösteriyor ki, kapasitans değişmesi çok küçük değerde olmasına rağmen, taşıyıcı frekansı yüksek olduğu için frekans sapması Δf istenilen değerlere ulaşabiliyor.

Doğrudan FM Vericisi



Doğrudan FM Vericisi Blok Şeması

FM Sinyallerinin Demodülasyonu

$$s_{FM}(t) = A_c(t)\cos\left[2\pi f_c t + 2\pi k_f \int_0^t m(\tau)d\tau\right]$$

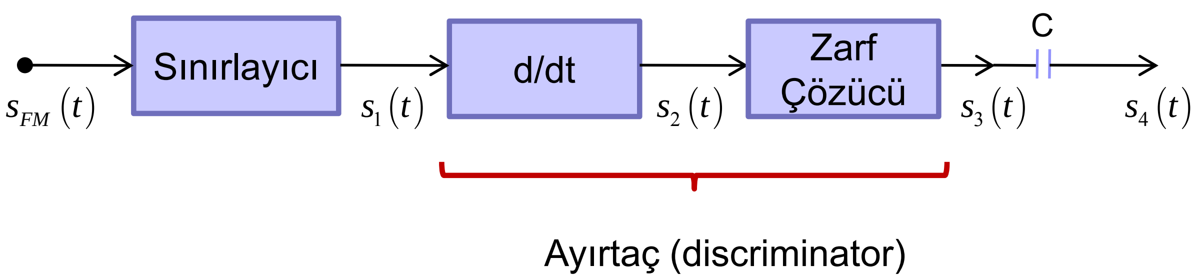
- **FM sinyalinden *m*(*t*) işaretinin yeniden elde edilebilmesi için, FM sinyalinin frekans değişimiyle doğru orantılı olarak genlik değişimine dönüştürülmesi gerekir.**
- **Frekansı gerilime çevirme işlemini yapan aygıta ayırtaç (discriminator) denir. Bu aygıt, girişine uygulanan işaretin fazının türevini alıp çıkışa iletir.**
- **FM sinyalinin türevi alınırsa**

$$\frac{d}{dt}s_{FM}(t) = \left[\frac{d}{dt}A_c(t)\right]\cos\left[2\pi f_c t + 2\pi k_f \int_0^t m(\tau)d\tau\right] - A_c(t)\left[2\pi f_c t + 2\pi k_f m(t)\right]\sin\left(2\pi f_c t + 2\pi k_f \int_0^t m(\tau)d\tau\right)$$

elde edilir. Eğer $A_c(t)$ sabit ise birinci terim sıfır olur. Uygulamada bu genliğin zamanla değişimini önlemek için bir sınırlayıcı (limiter) devre kullanılır.

FM Sinyallerinin Demodülasyonu

- **İkinci terimin genliği *m*(*t*) ile orantılı değiştiğinden, bu terim genlik modülasyonlu bir sinyaldir. Üstelik, $\left[\Delta f = 2\pi k_f m(t)\right] \ll f_c$ olduğundan zarf hiçbir zaman sıfır olmaz. Bu durumda, *m*(*t*) sinyalini zarf çözücü yardımıyla elde etmek mümkündür.**



FM Çözücü Blok Diyagramı

FM Sinyallerinin Demodülasyonu

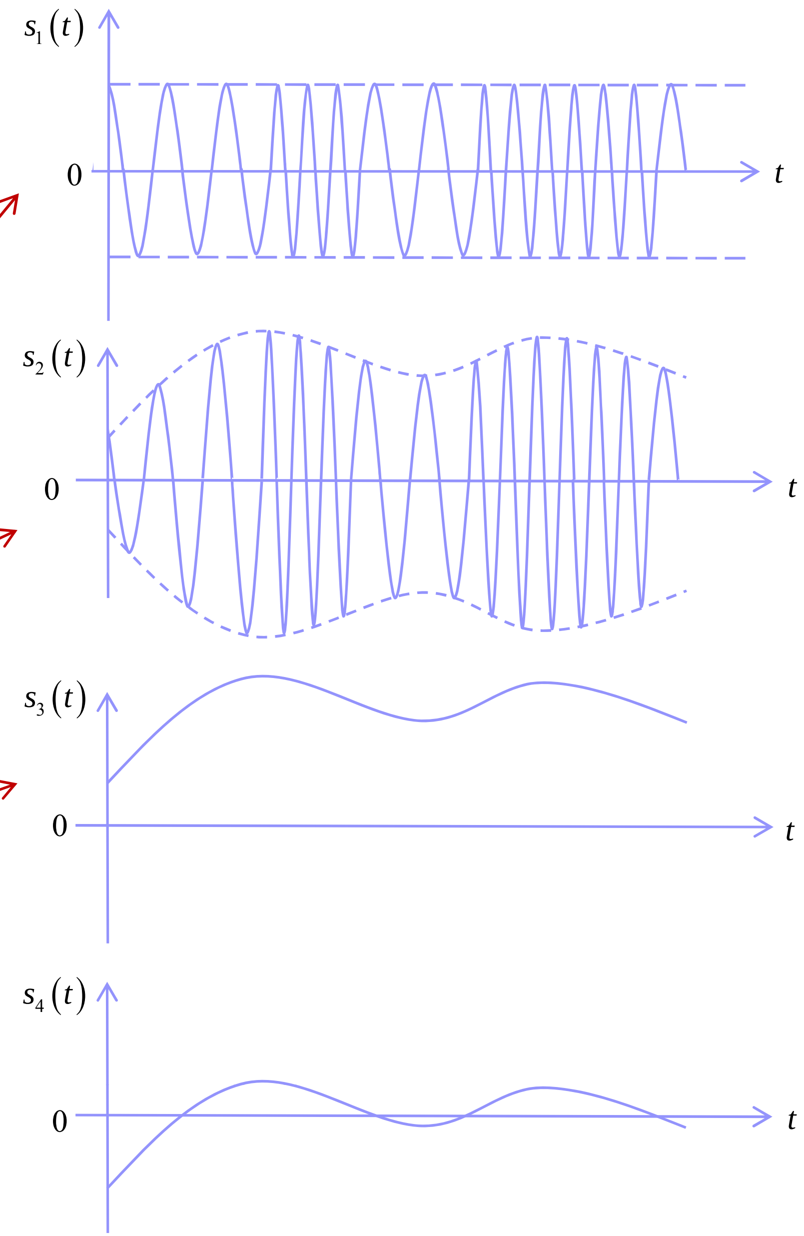
$$s_{FM}(t) = A_c(t)\cos\left[2\pi f_c t + 2\pi k_f \int_0^t m(\tau)d\tau\right]$$

$$s_1(t) = A_c \cos\left[2\pi f_c t + 2\pi k_f \int_0^t m(\tau)d\tau\right]$$

$$s_2(t) = -A_c\left[2\pi f_c + 2\pi k_f m(t)\right]\sin\left[2\pi f_c t + 2\pi k_f \int_0^t m(\tau)d\tau\right]$$

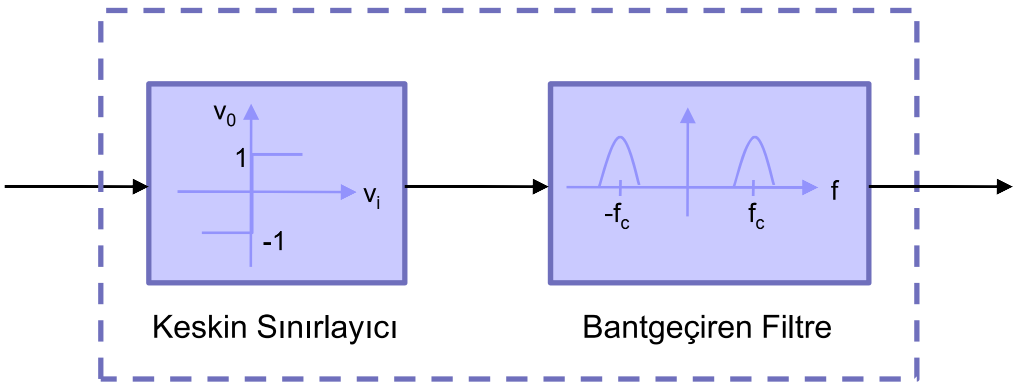
$$s_3(t) = A_c 2\pi f_c + A_c 2\pi k_f m(t)$$

$$s_4(t) = A_c 2\pi k_f m(t)$$

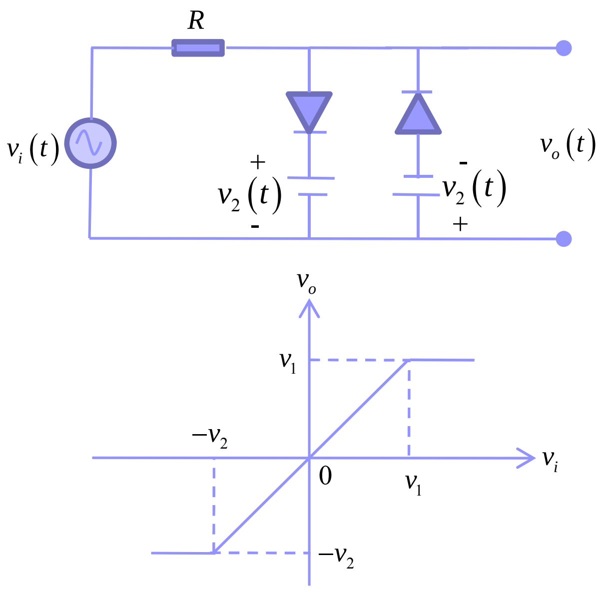


FM Sinyallerinin Demodülasyonu

Sınırlayıcı (Limiter): Bir keskin sınırlayıcı (hard limiter) ve bir bantgeçiren filtreden oluşur.



Sınırlayıcı



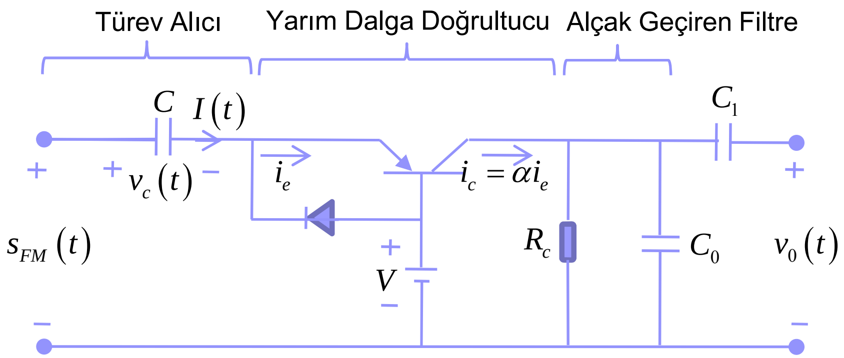
Sınırlayıcı Devre Özeğrisi

FM Sinyallerinin Demodülasyonu

Türev Alıcı: Uygulamada bir sinyalin türevi üç farklı yöntemle alınabilir.

- **Doğrudan Türev Alma (Direct Differentiation)**
- **Frekans Alanında Türev Alma (Frequency Domain Differentiation)**
- **Zaman Gecikmeli Türev Alma (Time Delay Differentiation)**

Doğrudan Türev Alma Yöntemi



$$I(t) = C\frac{d}{dt}\left[s_{FM}(t) - V\right] = C\frac{d}{dt}\left[A_c\cos\left(2\pi f_c t + 2\pi k_f\int_{-\infty}^{t} m(\tau)\,d\tau\right) - V\right]$$

$$= -CA_c\left[2\pi f_c t + 2\pi k_f m(t)\right]\sin\left(2\pi f_c t + 2\pi k_f\int_{-\infty}^{t} m(\tau)\,d\tau\right)$$

$$= CA_c\left[2\pi f_c t + 2\pi k_f m(t)\right]\cos\left(2\pi f_c t + 2\pi k_f\int_{-\infty}^{t} m(\tau)\,d\tau + 90^\circ\right)$$

$I(t)$' nin negatif alternanslarında akım diyot üzerinden akacağı için $i_e = 0$ olur. Pozitif alternanslarda ise akım transistörün emetöründen geçer ve emetör akımı aşağıdaki gibi ifade edilir:

$$i_e(t) = I(t)s(t)\,;\; s(t) = d\left[1 + 2\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sin(n\pi d)}{n\pi d}\cos\left(2\pi f_c t + 2\pi k_f\int_{-\infty}^{t} m(\tau)\,d\tau\right)\right]$$

$$i_c(t) = \alpha i_e(t) = \alpha I(t)s(t)$$

Türev alma işlemi, kapasitörün akım gerilim ilişkisinden yararlanılarak yapılmaktadır. Kapasitaörün akımı

$$I(t) = C\frac{dv_c(t)}{dt}$$

Diyot ideal kabul edilirse,

$$v_c(t) = s_{FM}(t) - V$$

Trigonometrik özdeşlikler kullanılarak, $i_c(t)$' nin temel bantta ve f_c, $2f_c$,… frekanslarında bileşenlerden oluştuğu bulunabilir. AGF temelbant ve doğru akım sinyallerini çıkış olarak verir. C_1 kapasitörü de DC bileşeni eler. Sonuçta, **diskriminatör çıkışı** aşağıdaki gibi olur.

$$\boxed{v_o(t) = \alpha CA_c K_1 s(t)}$$

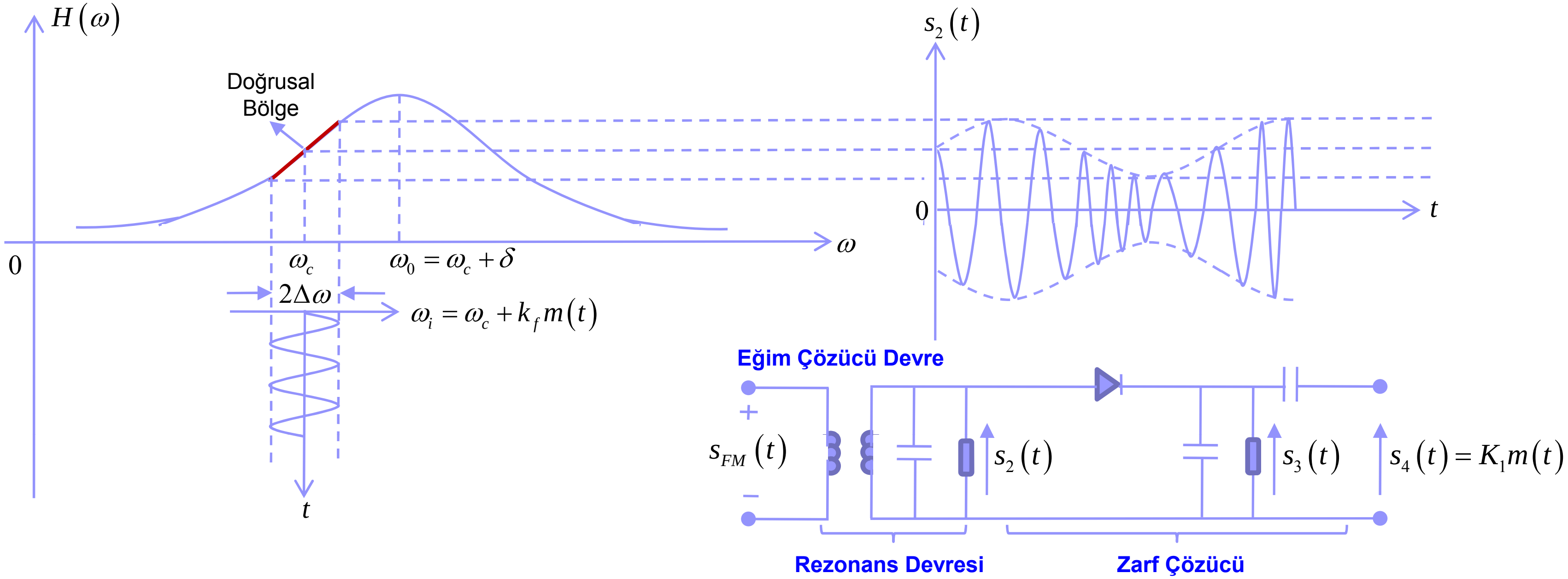
FM Sinyallerinin Demodülasyonu

Frekans Alanında Türev Alma Yöntemi

Fourier dönüşümü özelliklerinden bilindiği üzere, zaman alanında türev alma, frekans alanında jw (ya da j2π) ile çarpma işlemine karşılık gelir.

$$s_1(t),\ S_1(\omega) \longrightarrow \boxed{H(\omega) = j\omega} \longrightarrow s_2(t),\ S_2(\omega) = H(\omega)S_1(\omega) = j\omega S_1(\omega)$$

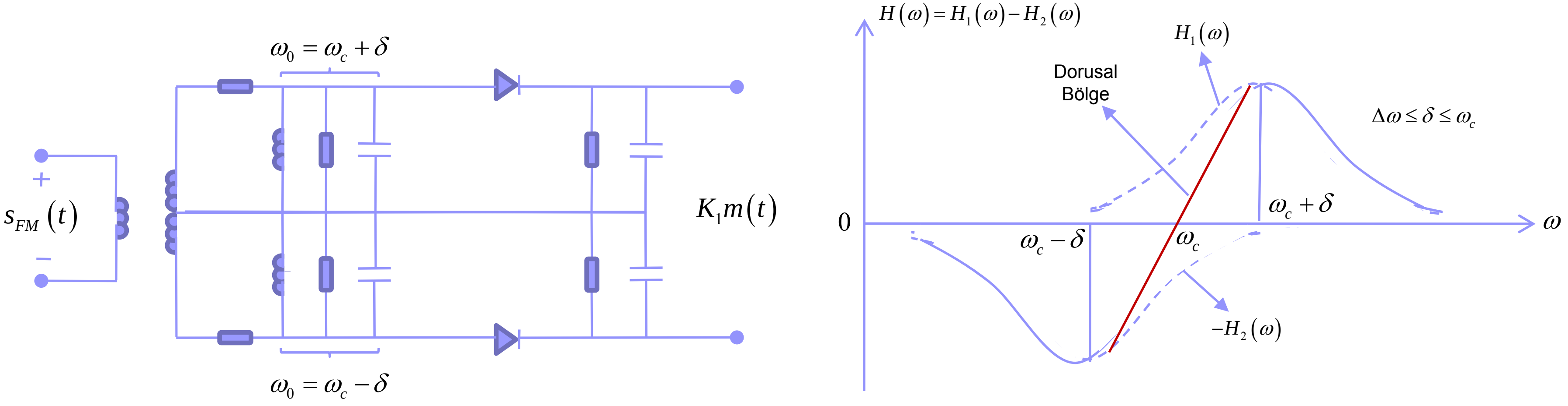
FM işaretinin frekans bandında, aktarım işlevi jw ile doğrusal olarak değişen bir sistem türev alma amacıyla kullanılabilir. Örneğin, rezonans devresinin doğrusal bölgesi bu özelliğe sahiptir.



FM Sinyallerinin Demodülasyonu

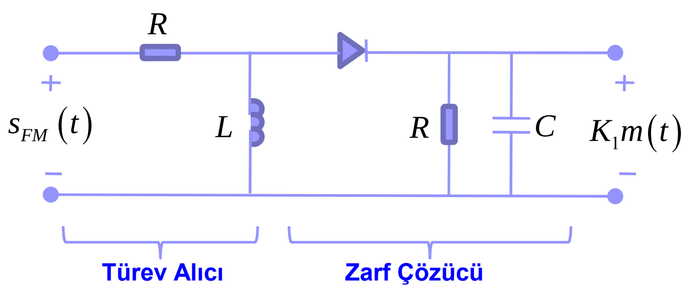
Dengeli Diskriminatör (Balanced Modulator)

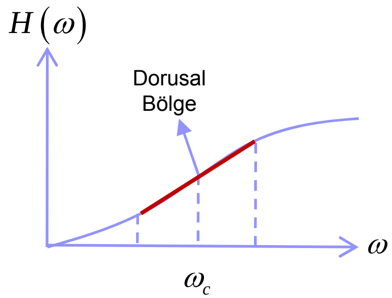
Üst üste konulmuş iki eğim çözücü kullanılarak doğrusal bölgenin artırılması mümkün. Dengeli ayırtaç çift harmoniklerin neden olduğu bozulmayı ve FM sinyalindeki istenmeyen genlik modülasyonunun neden olacağı bozulmayı önler.



FM Sinyallerinin Demodülasyonu

RL Diskriminatörü





$$H(\omega) = \frac{j\omega L}{R + j\omega L} \quad ; \quad R \gg \omega L \quad \text{bölgesinde}$$

$$H(\omega) \cong j\omega \frac{L}{R} \quad \text{yaklaşımı yapılabilir}$$

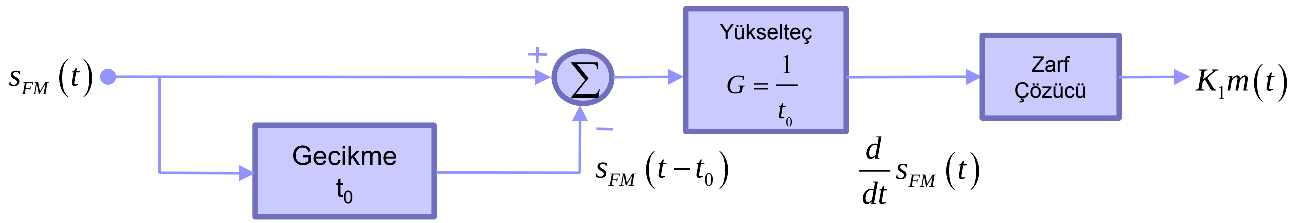
Bu durumda RL devresi türev alıcı gibi çalışır.

Zaman Gecikmeli Türev Alma

Zaman gecikmeli türev alıcılar **türevin tanımını** esas alan bir çalışma prensibine sahiptirler.

$$\frac{d}{dt} s_{FM}(t) = \lim_{t_0 \to 0} \frac{s_{FM}(t) - s_{FM}(t - t_0)}{t_0}$$

Bu esasa göre çalışan diskriminatör, zaman gecikmeli demodülatör olarak adlandırılır.

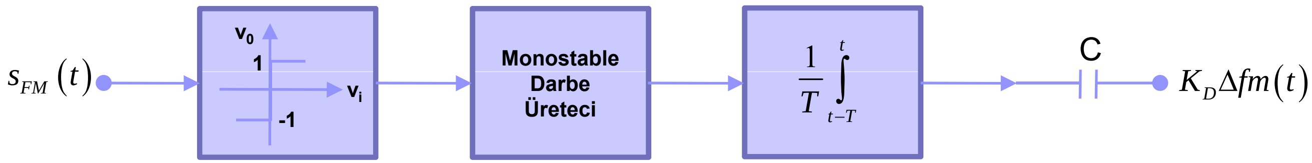


FM Sinyallerinin Demodülasyonu

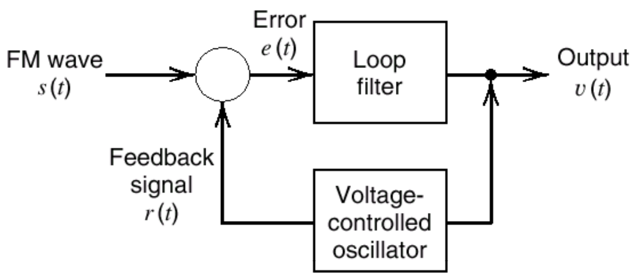
FM Sinyallerinin Çözümünde Kullanılan Diğer Yöntemler

Sıfır Geçiş Çözücü (Zero Crossing Detector)

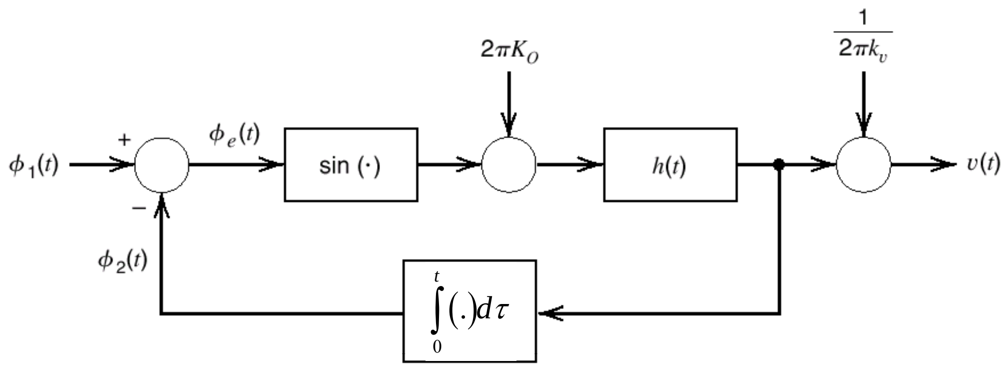
Bir aralıktaki sıfır geçiş sayısı $m(t)$' nin o aralıktaki genliği ile doğru orantılıdır.



Faz Kilitlemeli Döngü (Phase Locked Loop)



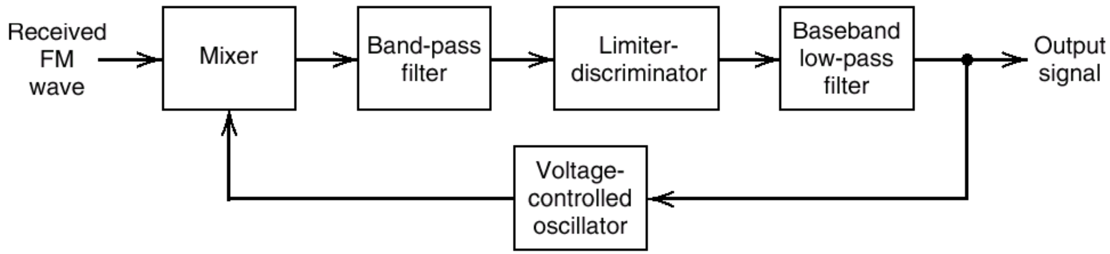
Faz Kilitlemeli Döngü



Faz Kilitlemeli Döngü Doğrusal Olmayan Modeli

FM Sinyallerinin Demodülasyonu

Geri Beslemeli FM Çözücü (Frequency Demodulator with Feedback)



Tipik Bir FM Alıcısı