ELK 307
İletişim Kuramı-I

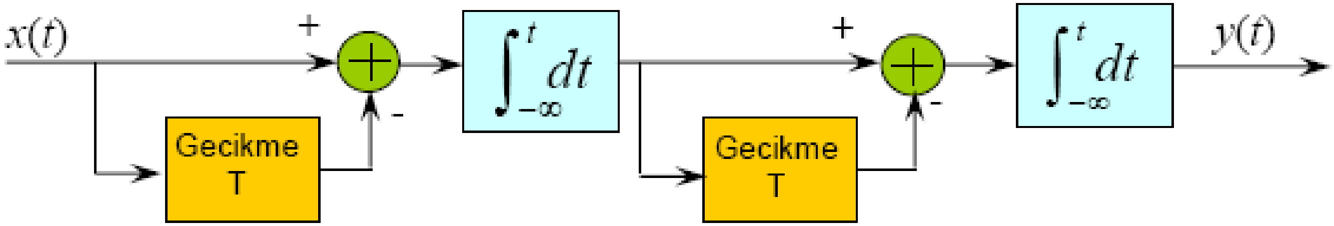
Nihat KABAOĞLU

Ders 6

Kısım-4

Problem Çözümleri

Aşağıda öbek gösterimi verilen doğrusal sistemin transfer fonksiyonunu bulunuz.



$$Y(f) = X(f)\frac{\left[1-e^{-j2\pi fT}\right]}{j2\pi f}\frac{\left[1-e^{-j2\pi fT}\right]}{j2\pi f}$$

$$H(f) = \frac{Y(f)}{X(f)} = \left(\frac{e^{-j\pi fT}}{\pi f}\cdot\frac{\left[e^{j\pi fT}-e^{-j\pi fT}\right]}{2j}\right)^2$$

$$H(f) = \left(T\,\mathrm{sinc}(f\,T)\cdot e^{-j\pi fT}\right)^2$$

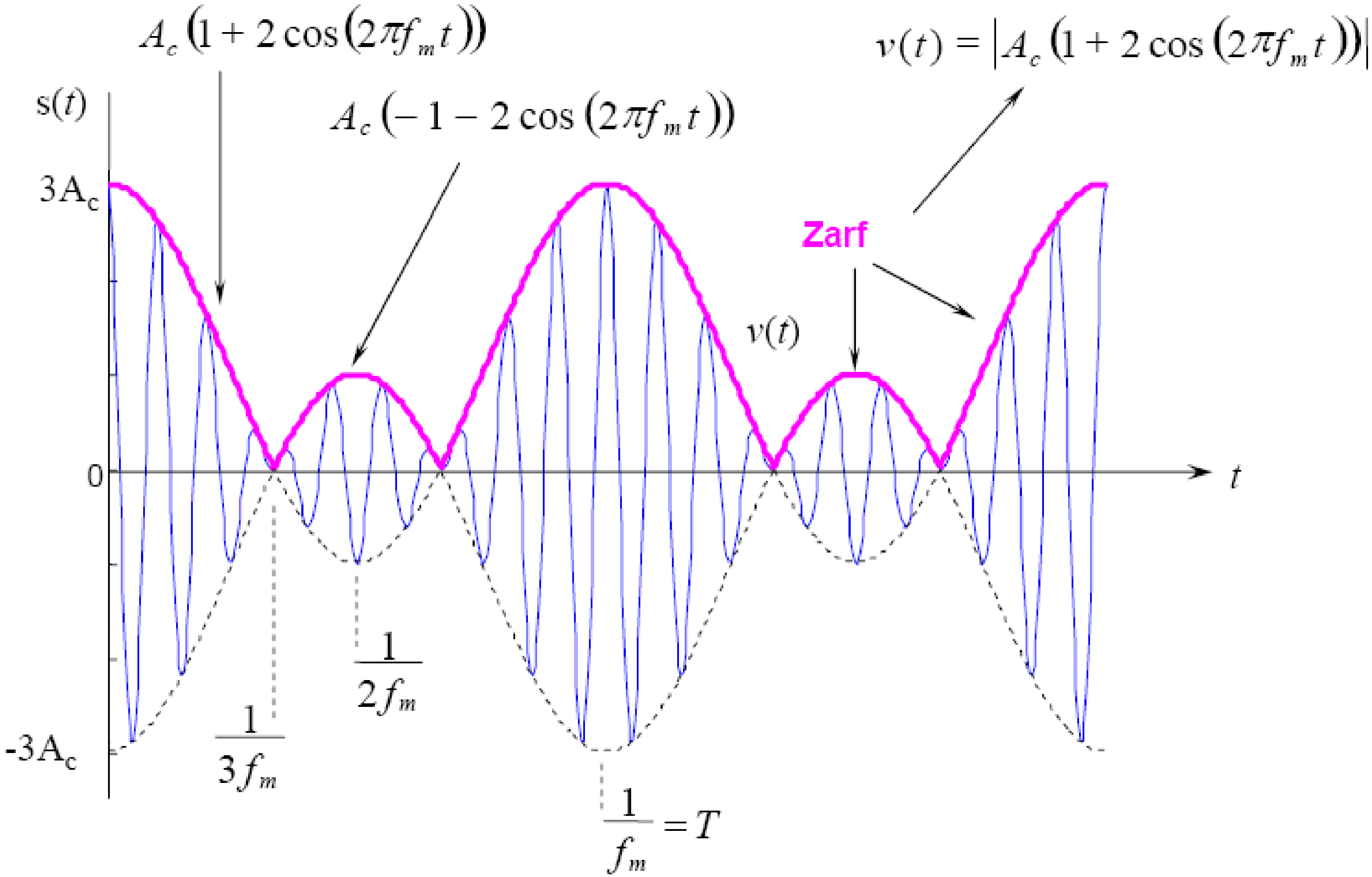
$s(t) = A_c\left[1+\mu\cos\left(2\pi f_m t\right)\right]\cos\left(2\pi f_c t\right)$ **sinyali,** $\mu = 2$ **ve** $f_c >> f_m$ **için elde edilmiş genlik modüleli bir sinyaldir. Bu sinyalin, ideal bir zarf seziciye uygulanması ile elde edilen sinyal *v*(*t*) olduğuna göre, *v*(*t*) yi Fourier serisine açınız.**

Zarf sezici çıkışı *v*(*t*), $v(t) = \left|A_c\left(1+2\cos\left(2\pi f_m t\right)\right)\right|$ **ve *v*(*t*) peryodiktir (** $T = 1/f_m$ **). *v*(*t*) aynı zamanda bir çift fonksiyondur ve**

$v(t) = a_0 + 2\sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos\left(2n\pi f_m t\right)$ **olarak Fourier serisi ile ifade edilebilir(!)**

$$a_n = 1/T\int_{-T/2}^{T/2} g_p(t)\cos\left(2\pi nt/T\right)\,dt$$

$$a_n = 2f_m\int_0^{1/2f_m} v(t)\cos\left(2\pi nf_m t\right)\,dt$$



$$a_n = 2A_c f_m \int_0^{1/3f_m} \left[1+2\cos\left(2\pi f_m t\right)\right]\cos\left(2\pi n f_m t\right)\,dt \; +$$

$$2A_c f_m \int_{1/3f_m}^{1/2f_m} \left[-1-2\cos\left(2\pi f_m t\right)\right]\cos\left(2\pi n f_m t\right)\,dt$$

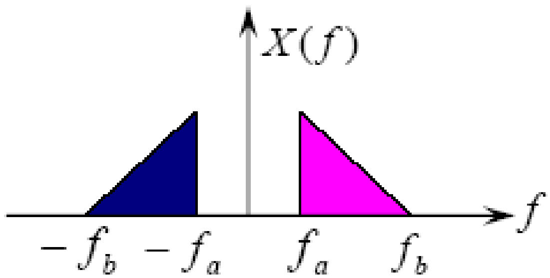
$$a_n = \frac{A_c}{n\pi}\left[2\sin\left(\frac{2n\pi}{3}\right) - \sin(n\pi)\right] + \frac{A_c}{(n+1)\pi}\left[2\sin\left(\frac{2\pi}{3}(n+1)\right) - \sin((n+1)\pi)\right] +$$
$$\frac{A_c}{(n-1)\pi}\left[2\sin\left(\frac{2\pi}{3}(n-1)\right) - \sin((n-1)\pi)\right]$$

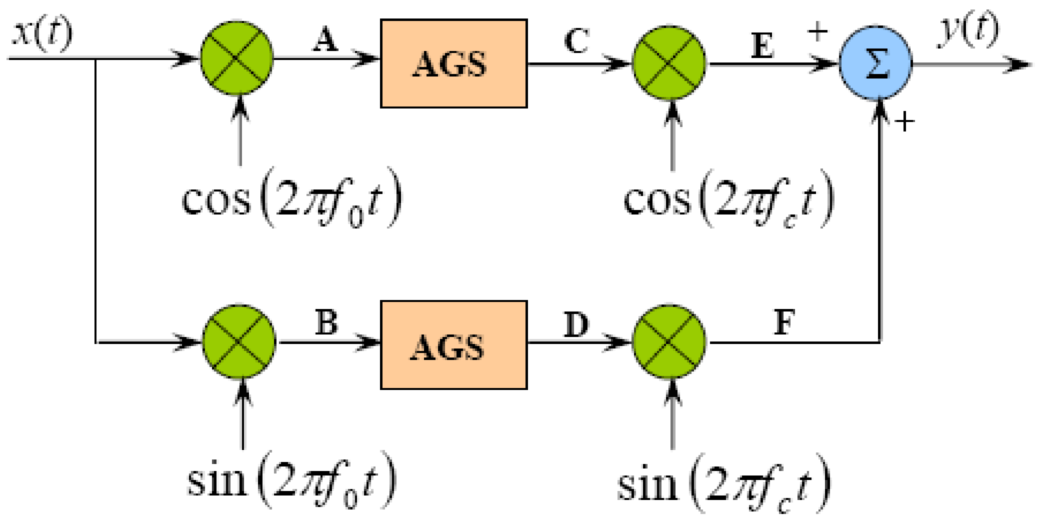
$$a_0 = 2A_c f_m \int_0^{1/2f_m} \left|1 + 2\cos(2\pi n f_m t)\right| \, dt$$

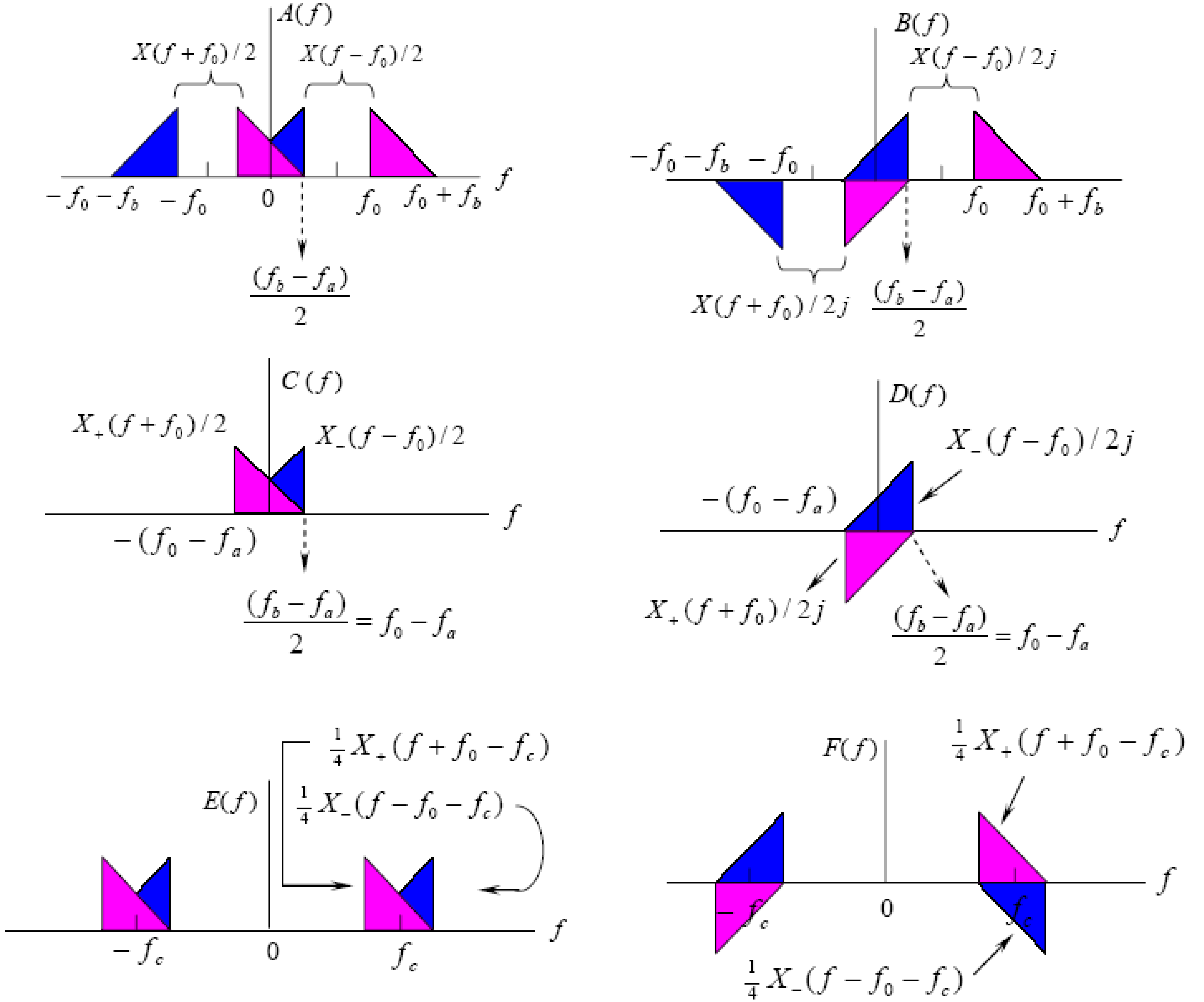
$$a_0 = \frac{A_c}{3} + \frac{4A_c}{\pi}\sin\left(\frac{2\pi}{3}\right)$$

Aşağıdaki sistemin girişi *x*(*t*) nin spektrumu *X*(*f*) şekilde gösterildiği gibidir. Sistemdeki ideal alçak geçiren süzgecin (AGS) kesim frekansı ise $(f_b - f_a)/2$ **dir.** $f_0 = (f_a + f_b)/2$ **ve** $f_c > (f_b - f_a)/2$

olduğuna göre. A, B, C, D, E, F noktalarındaki sinyallerin ve *y*(*t*) nin spektrumunu çiziniz. Sistem çıkışını yorumlayınız.







***y*(*t*) sinyali E+F spektrumundan görüldüğü üzere TYB modüleli bir sinyaldir**

İki genlik modüleli sinyal $x_1(t)$ ve $x_2(t)$, $f_c >> f_m$ olarak aşağıda verildiği gibidir

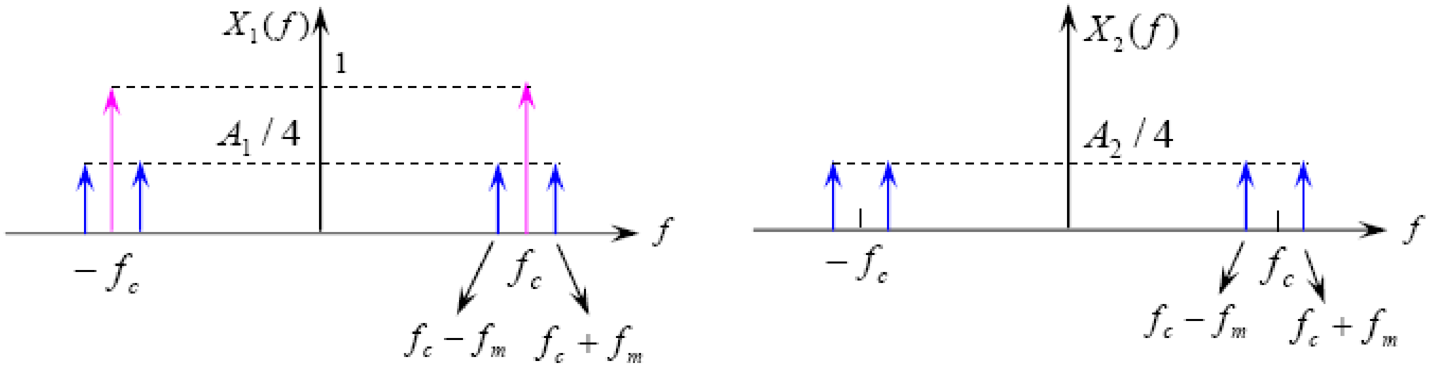
$$x_1(t) = [2 + A_1 \cos(2\pi f_m t)]\cos(2\pi f_c t)$$

$$x_2(t) = A_2 \cos(2\pi f_m t)\cos(2\pi f_c t)$$

a)- Her iki sinyalin de frekans spektrumunu çiziniz.

b)- Her iki sinyalin gücünün eşit ve geniş taşıyıcılı modülasyonda modülasyon yüzdesinin %100 olması istenmektedir.

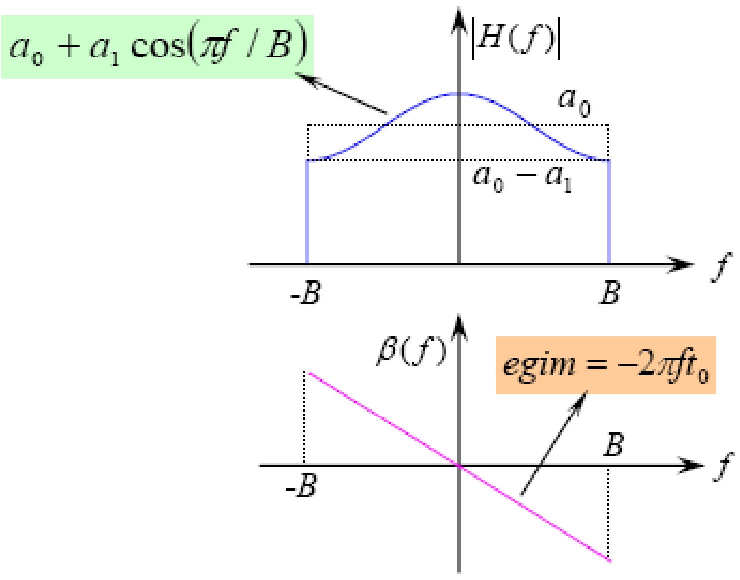
Bu iki şartı aynı anda sağlayacak A_1 ve A_2 =?



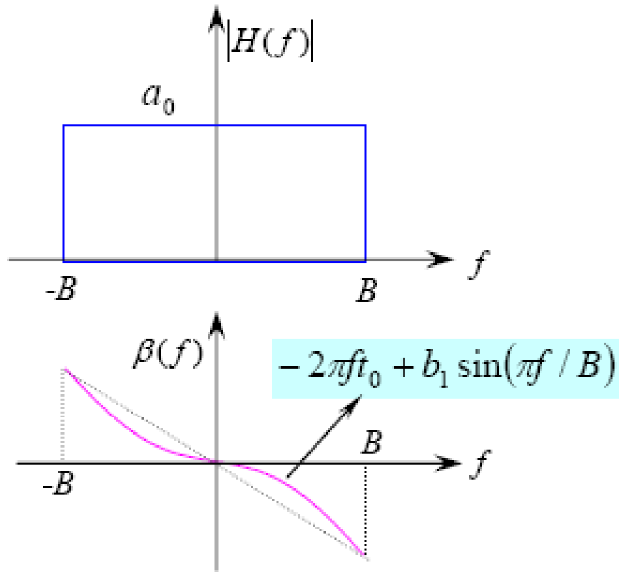
%100 modülasyon için A1=2 olmalıdır. $P_1 = 2 + \frac{A_1^2}{4} = 3$ ve $P_2 = \frac{A_2^2}{4}$

Güçler eşitlenirse, $\frac{A_2^2}{4} = 3$ ve buradan $A_2 = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$ bulunur.

$-B \le f \le B$ arasında bant sınırlı bir $g(t)$ sinyali düşününüz. Bu sinyal, bir alçak geçiren süzgece uygulanmaktadır. Süzgeç çıkışını, (a) ve (b) şıklarında gösterilen genlik cevabı $|H(f)|$ ve faz cevabı $\beta(f)$ olan süzgeçler için bulunuz.



(a)



(b)

Not: b_1' in $\quad \exp(jb_1 \sin(\pi f / B) \cong 1 + jb_1 \sin(\pi f / B)$

eşitliğini sağlayacak kadar küçük bir sabit olduğunu kabul ediniz.

a)

$$Y(f) = H(f)G(f) = |H(f)|e^{j\beta(f)}\,G(f)$$

$$Y(f) = \left[a_0 + a_1\cos(\pi\frac{f}{B})\right]e^{-j2\pi f t_0}\,G(f)$$

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} Y(f)\,e^{j2\pi f t}\,df$$

$$y(t) = \int_{-B}^{B}\left[a_0 + a_1\cos(\pi\frac{f}{B})\right]G(f)\,e^{j2\pi f(t-t_0)}\,df$$

$$\cos(\pi\frac{f}{B}) = \tfrac{1}{2}\left[e^{j2\pi\frac{f}{2B}} + e^{-j2\pi\frac{f}{2B}}\right]$$

$$y(t) = \int_{-B}^{B} a_0 G(f)\,e^{j2\pi f(t-t_0)}\,df + a_1\int_{-B}^{B}\cos(\pi\frac{f}{B})\,G(f)\,e^{j2\pi f(t-t_0)}\,df$$

$$y(t) = \int_{-B}^{B} a_0 G(f)\,e^{j2\pi f(t-t_0)}\,df + \frac{a_1}{2}\int_{-B}^{B}\left[e^{j2\pi\frac{f}{2B}} + e^{-j2\pi\frac{f}{2B}}\right]G(f)\,e^{j2\pi f(t-t_0)}\,df$$

$$y(t) = a_0 g(t-t_0) + \frac{a_1}{2}g(t-t_0+\frac{1}{2B}) + \frac{a_1}{2}g(t-t_0-\frac{1}{2B})$$

Sadece genlik bozulması varken

b) $$y(t) = a_0 \int_{-B}^{B} e^{j\left[-2\pi f t_0 + b_1 \sin(\pi \frac{f}{B})\right]} G(f)\, e^{j2\pi f t}\, df$$

$$y(t) = a_0 \int_{-B}^{B} e^{-j2\pi f t_0}\, e^{jb_1 \sin(\pi \frac{f}{B})} G(f)\, e^{j2\pi f t}\, df$$

$$y(t) = a_0 \int_{-B}^{B} e^{jb_1 \sin(\pi \frac{f}{B})} G(f)\, e^{j2\pi f(t-t_0)}\, df$$

$e^{jb_1 \sin(\pi \frac{f}{B})} \cong 1 + jb_1 \sin(\pi \frac{f}{B})$ **ve** $\sin(\pi \frac{f}{B}) = \frac{1}{2j}\left[e^{j2\pi \frac{f}{2B}} - e^{-j2\pi \frac{f}{2B}}\right]$ **olarak yerine yazılırsa**

$$y(t) = a_0 \int_{-B}^{B} G(f)\, e^{j2\pi f(t-t_0)} \left[1 + jb_1 \sin(\pi \frac{f}{B})\right] df$$

$$y(t) = a_0 \int_{-B}^{B} G(f)\, e^{j2\pi f(t-t_0)}\, df + \frac{a_0 b_1}{2} \int_{-B}^{B} \left[e^{j2\pi \frac{f}{2B}} - e^{-j2\pi \frac{f}{2B}}\right] G(f)\, e^{j2\pi f(t-t_0)}\, df$$

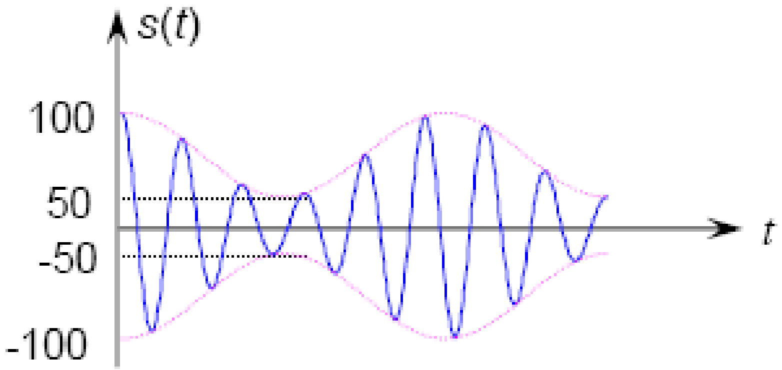
$$y(t) = a_0 g(t-t_0) + \frac{a_0 b_1}{2} g(t - t_0 + \frac{1}{2B}) - \frac{a_0 b_1}{2} g(t - t_0 - \frac{1}{2B})$$

Sadece faz bozulması varken

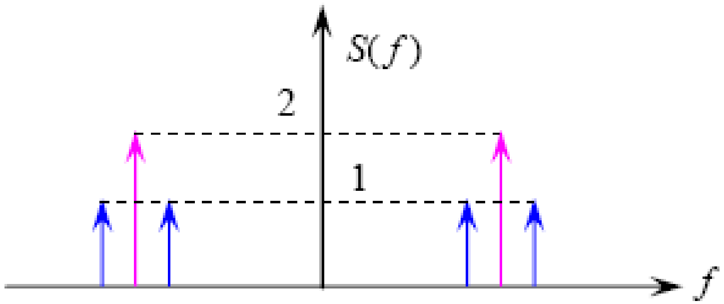
$$g(t)=\begin{cases}2 & |t|<2\\ 1 & 2\le |t|<4\\ 0 & diger\end{cases}$$

sinyalinin Fourier transformunu bulunuz?

İmpuls cevabı $h(t) = \mathrm{sinc}(4t)$ olan bir sistemin $x(t) = \mathrm{sinc}(t)$ girişine cevabını bulunuz.



Yanda verilen AM sinyalinin
a) Modülasyon faktörü nedir?
b) Ortalama yanbant gücü nedir?



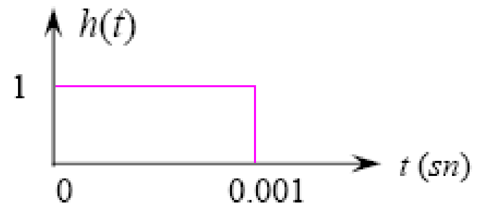
Yukarıdaki **AM** sinyalinin genlik spektrumu aşağıda verildiği gibi ise, **AM** sinyalini üreten modülatörün genlik duyarlılığı nedir?

a) $s(t) = m(t)\cos\left(2\pi f_c t\right) - \hat{m}(t)\sin\left(2\pi f_c t\right)$ alt yanbant sinyalinin kompleks zarfını bulunuz.

b) $A\,\mathbf{sin}\left(2\pi f_c t + \theta\right)$ sinyalinin kompleks zarfını bulunuz.

$$s(t) = A_c[1 + \mu\cos(2\pi f_m t)]\cos(2\pi f_c t)$$

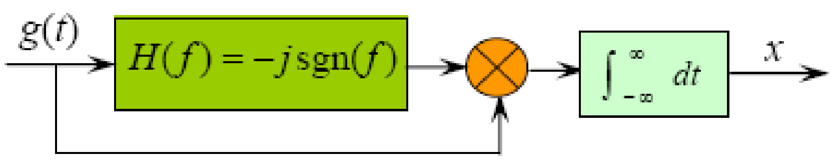
olarak verilen AM sinyalinin toplam ortalama gücünün, taşıyıcı ortalama gücüne oranı 1.08 olduğuna göre, AM sinyalinin modülasyon faktörü=?



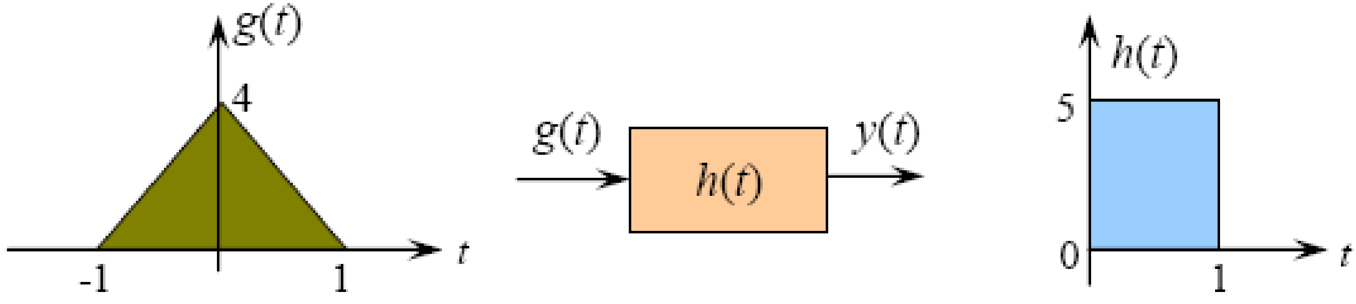
İmpuls cevabı şekilde görülen sisteme,

$$g(t) = 5\cos(2\pi 10^3 t)$$

sinyali uygulanmaktadır. Sistem çıkışındaki sinyalin ortalama gücünün giriş sinyalinin ortalama gücüne oranı nedir?

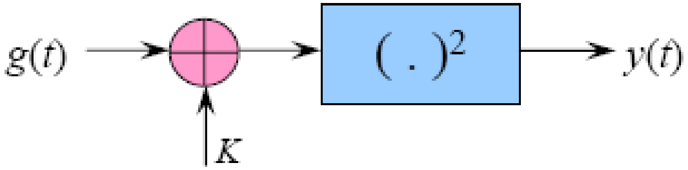


sisteminde $g(t)$ gerçel olduğuna göre x=?



Yukarıdaki sistemde $Y(f)$ ifadesini bulunuz.

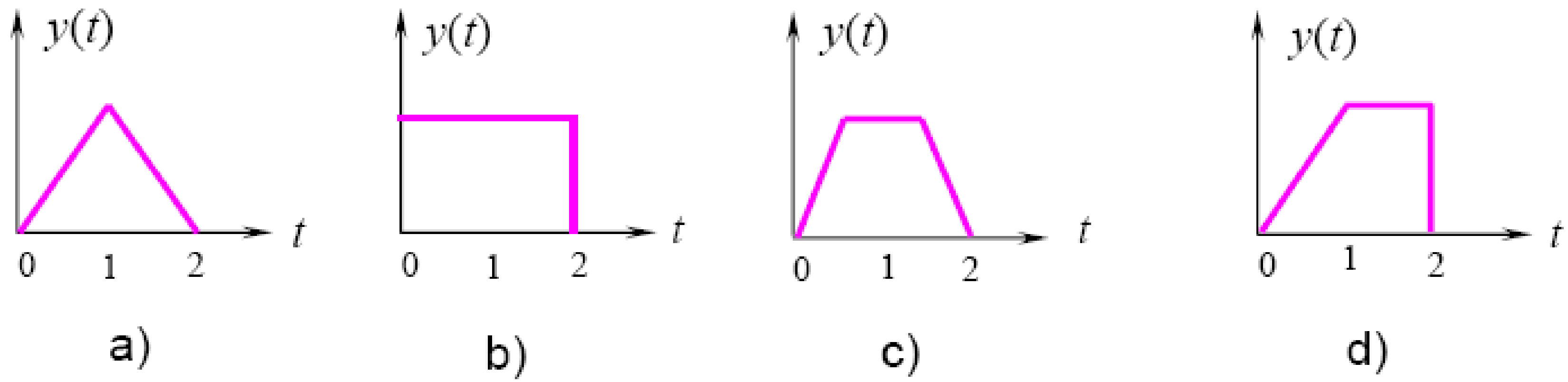
Aşağıdaki sistemde $G(f) = rect\left(\frac{f}{2}\right)$ ve K sabit olduğuna göre $Y(f)$'i çiziniz.

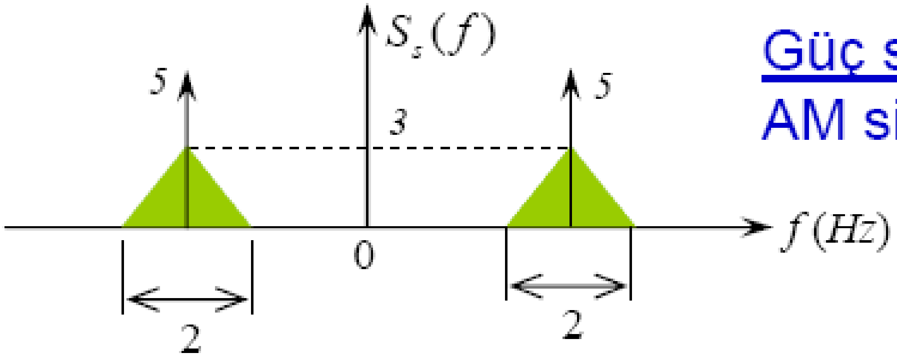


$$g(t) = rect(t - 0.5)$$

$$H(f) = \mathrm{sinc}(f)e^{-j\pi f}$$

olduğuna göre y(*t*) aşağıdakilerden hangisidir?





<u>Güç spektral yoğunluğu</u> aşağıda verilen AM sinyalinin ortalama gücünü bulunuz.

$$P = \int_{-\infty}^{\infty} S_S(f)\,df = 2\left(5\int_{-\infty}^{\infty} \delta(f - f_c)\,df + 3\right)$$

$$= 2(5+3) = 16\,Watt$$

$g(t) = \text{sinc}(t)$ **olduğuna göre** $g_+(t)$ **yi bulunuz.**

$$g(t) = \text{sinc}(t) = \frac{\sin(\pi t)}{\pi t} \quad \textbf{ve} \quad g_+(t) = g(t) + j\hat{g}(t)$$

olduğuna göre, öncelikle *g*(*t*) nin Hilbert Transformu $\hat{g}(t)$ **bulunmalıdır.**

$$\hat{g}(t) = \frac{1}{\pi}\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin(\pi\tau)}{\pi\tau(t-\tau)}d\tau \;=\; \frac{1}{\pi t}\int_{-\infty}^{\infty}\left(\frac{1}{\pi\tau} + \frac{1}{\pi(t-\tau)}\right)\sin(\pi\tau)\,d\tau$$

$$\hat{g}(t) = \frac{1}{\pi t}\left[\underbrace{\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin(\pi\tau)}{\pi\tau}d\tau}_{1} + \underbrace{\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin(\pi\tau)}{\pi(t-\tau)}d\tau}_{-\cos(\pi t)}\right] \;=\; \frac{1}{\pi t}[1-\cos(\pi t)]$$

$$g_+(t) = g(t) + j\hat{g}(t) = \frac{\sin(\pi t)}{\pi t} + j\frac{1-\cos(\pi t)}{\pi t} \;=\; \frac{j}{\pi t}[1-\cos(\pi t) - j\sin(\pi t)]$$

$$g_+(t) = \frac{j}{\pi t}\left[1-e^{-j\pi t}\right]$$