BAŞKENT ÜNİVERSİTESİ
Elektrik-Elektronik Mühendisliği
MAT 340 Olasılık
Yrd. Doç. Dr. Kumru Didem ATALAY (Şube 01)
Öğr. Gör. Dr. Pelin TOKTAŞ (Şube 02)

05.12.2014

MAT340 QUIZ #4

Adı Soyadı:........Cevap Anahtarı.. No:.............

SORU 1: Bir alaşımın sertlik derecesi, ortalaması 70 ve standart sapması 3 olan normal dağılıma sahiptir.

a. Alınan bir alaşım numunesinin kabul edilebilir olması için sertlik derecesinin 67 ve 75 değerleri arasında olması gerekmektedir. Rasgele seçilen bir numunenin kabul edilebilir olması olasılığı nedir?

b. Alaşımın kabul edilebilir olma aralığı $(70-c, 70+c)$ olarak belirlenmişse, alınan tüm numunelerin %95'nin kabul edilebilir olması için c'nin değeri kaç olmalıdır?

SORU 2: Bir elektronik devrede kullanılan bir bileşen, her 4 yılda ortalama 1 kez bozulmaktadır.

a. Devrede 4 yıl içerisinde değiştirilen bileşen sayısının 1'den fazla olduğu bilindiğinde, bunun 4 bileşenden az olması olasılığı nedir?

b. İki bileşen değişimi arasındaki geçen sürenin 2 yıldan az olması olasılığı nedir?

FORMÜLLER

Poisson Dağılımı

$$f(x)=\frac{e^{-\lambda t}(\lambda t)^x}{x!}, \quad x=0,1,2,\ldots \qquad E(X)=\lambda t \qquad Var(X)=\lambda t$$

Sürekli Düzgün Dağılım

$$f(x)=\frac{1}{B-A}, \quad A\le x\le B \qquad E(X)=\frac{A+B}{2} \qquad Var(X)=\frac{(B-A)^2}{12}$$

Normal Dağılım

$$f(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma}e^{-(1/2)[(x-\mu)/\sigma]^2}, \quad -\infty<x<\infty \qquad E(X)=\mu \qquad Var(X)=\sigma^2$$

Üstel Dağılım

$$f(x)=\lambda e^{-\lambda x}, \quad x>0 \qquad E(X)=\frac{1}{\lambda} \qquad Var(X)=\frac{1}{\lambda^2}$$

p Anahtarı: MAT 340 Quiz #4 05.12.2014

2014 – 2015 Güz

Cevap 1

X : Alaşımın sertlik derecesi

$X \sim N(\mu = 70,\ \sigma^2 = 3^2)$

a) $P(67 < X < 75) = P\left(\frac{67-70}{3} < Z < \frac{75-70}{3}\right)$

$= P(-1 < Z < 1,67) = P(Z < 1.67) - P(Z < -1)$

$= 0,9525 - 0,1587 = 0,7938$

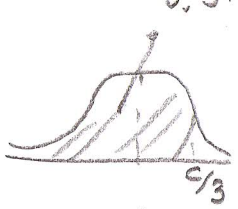
b) $P(70 - c < X < 70 + c) = 0,95$

$P\left(\frac{70-c-70}{3} < Z < \frac{70+c-70}{3}\right) = 0,95$

$P\left(-\frac{c}{3} < Z < \frac{c}{3}\right) = 0.95$

$P\left(Z < \frac{c}{3}\right) - P\left(Z < -\frac{c}{3}\right) = 0.95$

$P\left(Z < \frac{c}{3}\right) - \left[1 - P\left(Z < \frac{c}{3}\right)\right] = 0.95$



$2P\left(Z < \frac{c}{3}\right) - 1 = 0.95 \quad \Rightarrow \quad P\left(Z < \frac{c}{3}\right) = 0.975$

$\frac{c}{3} = 1.96 \quad \Rightarrow \quad c = 3(1.96) = 5.88$

Cevap 2 λt = 1 kez / 4 yılda

a) $X \sim \text{Poisson}(\lambda t = 4) \qquad f(x) = \frac{e^{-4}\, 4^x}{x!} \qquad x = 0, 1, 2 \ldots$

$P(X < 4 \mid X > 1) = \frac{P(1 < X < 4)}{P(X > 1)}$

• $P(1 < X < 4) = f(2) + f(3) = \frac{e^{-4}\, 4^2}{2!} + \frac{e^{-4}\, 4^3}{3!}$

$= 0.146525 + 0,195367 = \underline{0,34189}$

$$P(X>1) = 1 - P(X \leq 1) = 1 - [f(0) + f(1)]$$

$$= 1 - \left[\frac{e^{-4} 4^0}{0!} + \frac{e^{-4} 4^1}{1!} \right]$$

$$= 1 - [0{,}01832 + 0{,}07326] = \underline{\underline{0{,}9084}}$$

$$P(X<4 \backslash X>1) = \frac{0{,}34189}{0{,}9084} = \underline{\underline{0{,}37637}}$$

b) 4 yılda → 1 kez

1 yılda → ?

$\lambda = 1/4$ T: iki bileşen arasında geçen süre

$$f(t) = \begin{cases} \frac{1}{4} e^{-\frac{1}{4}t} & t \geq 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases} \qquad F(t) = 1 - e^{-\frac{1}{4}t}$$

$$P(T<2) = F(2) = 1 - e^{-\frac{1}{4} \cdot 2} = 1 - e^{-\frac{1}{2}} = 1 - 0.60653$$

$$= 0.393469$$

ya da

$$P(T<2) = \int_0^2 \frac{1}{4} e^{-\frac{1}{4}t} \, dt = \frac{1}{4} \left(-4 e^{-\frac{1}{4}t} \Big|_0^2 \right)$$

$$= -e^{-\frac{1}{4}t} \Big|_0^2 = -e^{-0.5} + 1 = 0.393469$$