

MAT 340 OLASILIK QUIZ #2

Adı-Soyadı:.....# ANAHTAR #.....No:.....

1. Bir fabrikada tüm üretimi gerçekleştiren 3 makine vardır. Bu makineler birbirinden bağımsız olarak sırasıyla, 0.8, 0.9 ve 0.95 olasılıklarıyla çalışıyor olsun.
 - a. X rassal değişkeni herhangi bir zamanda çalışan makine sayısı olarak tanımlanırsa, X 'in olasılık dağılımını bulunuz.
 - b. X rassal değişkeninin birikimli dağılım fonksiyonunu bularak $P(2 < X \leq 5)$ olasılığını hesaplamak için kullanınız.

2. X rassal değişkeni aşağıdaki olasılık dağılımına sahiptir:

$$f(x) = \begin{cases} x & , & 0 < x \leq 1 \\ \frac{3}{4} - \frac{x}{4} & , & 1 < x \leq 3 \\ 0 & , & \text{d.d.} \end{cases}$$

- a. X 'in birikimli dağılım fonksiyonunu bulunuz.
- b. $P(0.5 < X < 1.5) = ?$

① a) $x = 0, 1, 2, 3$ X : Çalışan makine sayısı

$$f(0) = P(X=0) = (0.2)(0.1)(0.05) = 0.001$$

$$f(1) = P(X=1) = (0.8)(0.1)(0.05) + (0.2)(0.9)(0.05) + (0.2)(0.1)(0.95) = 0.032$$

$$f(2) = P(X=2) = (0.8)(0.9)(0.05) + (0.8)(0.1)(0.95) + (0.2)(0.9)(0.95) = 0.283$$

$$f(3) = P(X=3) = (0.8)(0.9)(0.95) = 0.684$$

b) $F(x) = P(X \leq x)$

$$F(0) = P(X \leq 0) = 0.001$$

$$F(1) = P(X \leq 1) = 0.033$$

$$F(2) = P(X \leq 2) = 0.316$$

$$F(3) = P(X \leq 3) = 1$$

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ 0.001, & 0 \leq x < 1 \\ 0.033, & 1 \leq x < 2 \\ 0.316, & 2 \leq x < 3 \\ 1, & x \geq 3 \end{cases}$$

$$P(2 < X \leq 5) = P(X \leq 5) - P(X \leq 2)$$

$$= F(5) - F(2)$$

$$= 1 - 0.316$$

$$= 0.684$$

② a) $F(x) = P(X \leq x)$

$$x \leq 0 \Rightarrow F(x) = 0$$

$$0 < x \leq 1 \Rightarrow F(x) = \int_0^x t dt = \left. \frac{t^2}{2} \right|_{t=0}^{t=x} = \frac{x^2}{2}$$

$$\begin{aligned} 1 < x \leq 3 \Rightarrow F(x) &= \int_0^1 t dt + \int_1^x \left(\frac{3}{4} - \frac{t}{4} \right) dt = \left. \frac{t^2}{2} \right|_0^1 + \left(\frac{3}{4}t - \frac{t^2}{8} \right) \Big|_{t=1}^{t=x} \\ &= \frac{1}{2} + \frac{3}{4}x - \frac{x^2}{8} - \frac{3}{4} + \frac{1}{8} \\ &= \frac{6x - x^2 - 1}{8} \end{aligned}$$

$$x > 3 \Rightarrow F(x) = 1$$

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ \frac{x^2}{2}, & 0 < x \leq 1 \\ \frac{6x - x^2 - 1}{8}, & 1 < x \leq 3 \\ 1, & x > 3 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } P(0.5 < X < 1.5) &= P(X < 1.5) - P(X < 0.5) \\ &= F(1.5) - F(0.5) \\ &= \frac{6(1.5) - (1.5)^2 - 1}{8} - \frac{(0.5)^2}{2} = 0.59375 \end{aligned}$$

VEYA

$$P(0.5 < X < 1.5) = \int_{0.5}^1 x dx + \int_1^{1.5} \left(\frac{3}{4} - \frac{x}{4} \right) dx = 0.59375$$