

**MAT 340 OLASILIK QUIZ #3**

Adı-Soyadı:.....Cevap Anlatıcı.....No:.....

1. Varsayalım ki  $X$  rassal değişkeni binom dağılımına sahip olsun.  $X$  rassal değişkeninin beklenen değeri ve varyansı aşağıdaki gibi hesaplanmıştır:

$$E(X) = 7 \quad \text{Var}(X) = 2.1$$

- $X$  rassal değişkeninin 4'e eşit olma olasılığı nedir?
  - $X$  rassal değişkeninin 1'den büyük, 3 veya daha az olması olasılığı nedir?
  - Başarı olasılığı sabit kalmak üzere, ilk başarıya 7. denemede ulaşma olasılığı nedir?
2. Belli bir bölgede bir yılda ortaya çıkan depremlerin ortalama sayısı 5 olan Poisson dağılımına sahiptir.
- Bir yılda tam olarak 4 deprem olması olasılığı nedir?
  - İlk altı ayda en az 2 deprem olması olasılığı nedir?
  - 10 yıldaki ortalama deprem sayısı nedir?

**FORMÜLLER**

Kesikli Düzgün (Uniform) Dağılım

$$f(x) = \frac{1}{k}, \quad x = x_1, x_2, \dots, x_k \quad E(X) = \frac{\sum_{i=1}^k x_i}{k} \quad \text{Var}(X) = \frac{\sum_{i=1}^k [x_i - E(X)]^2}{k}$$

Bernoulli Dağılımı

$$f(x) = p^x (1-p)^{1-x}, \quad x = 0, 1. \quad E(X) = p \quad \text{Var}(X) = p(1-p)$$

Binomial (İki Terimli) Dağılım

$$f(x) = \binom{n}{x} p^x q^{n-x}, \quad x = 0, 1, 2, \dots, n \quad E(X) = np \quad \text{Var}(X) = npq$$

Hipergeometrik Dağılım

$$f(x) = \frac{\binom{k}{x} \binom{N-k}{n-x}}{\binom{N}{n}}, \quad \max\{0, n - (N - k)\} \leq x \leq \min\{n, k\}, \quad E(X) = \frac{nk}{N} \quad \text{Var}(X) = \frac{N-n}{N-1} n \frac{k}{N} \left(1 - \frac{k}{N}\right)$$

Negatif Binomial Dağılım

$$f(x) = \binom{x-1}{r-1} p^r q^{x-r}, \quad x = r, r+1, r+2, \dots \quad E(X) = \frac{r}{p} \quad \text{Var}(X) = \frac{r(1-p)}{p^2}$$

Geometrik Dağılım

$$f(x) = pq^{x-1}, \quad x = 1, 2, 3, \dots \quad E(X) = \frac{1}{p} \quad \text{Var}(X) = \frac{1-p}{p^2}$$

Poisson Dağılımı

$$f(x) = \frac{e^{-\lambda t} (\lambda t)^x}{x!}, \quad x = 0, 1, 2, \dots \quad E(X) = \lambda t \quad \text{Var}(X) = \lambda t$$

## Cevap Anlatari

Cevap 1  $X \sim \text{Binom}(n, p)$ 

$$\left. \begin{aligned} E(X) &= np = 7 \\ \text{Var}(X) &= npq = 2.1 \end{aligned} \right\} \rightarrow q = \frac{2.1}{7} = 0.3 \quad p = 0.7$$

$$np = n \cdot 0.7 = 7 \rightarrow n = 10$$

$$X \sim \text{Binom}(n=10, p=0.7)$$

$$\begin{aligned} \text{a) } P(X=4) &= \binom{10}{4} (0.7)^4 (0.3)^6 = \frac{10!}{4!6!} (0.7)^4 (0.3)^6 \\ &= \frac{7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} (0.7)^4 (0.3)^6 = 210 \cdot (0.7)^4 (0.3)^6 \\ &= (210) (0.2401) (7.29 \times 10^{-4}) = 0.0367569 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } P(1 < X \leq 3) &= P(X=2) + P(X=3) \\ &= \binom{10}{2} (0.7)^2 (0.3)^8 + \binom{10}{3} (0.7)^3 (0.3)^7 \\ &= \frac{9 \cdot 10^5}{1 \cdot 2} (0.49) (6.561 \times 10^{-5}) + \frac{8 \cdot 9 \cdot 10}{1 \cdot 2 \cdot 3} (0.343) (2.187 \times 10^{-4}) \\ &= 1.4467 \times 10^{-3} + 9.001692 \times 10^{-3} = 10.448 \times 10^{-3} \end{aligned}$$

c)  $p = 0.7$   $X \sim \text{Geometrik}(p=0.7)$ 

$$f(x) = p q^{x-1}$$

$$f(7) = (0.7)(0.3)^6 = 5.103 \times 10^{-4}$$

cevap 2

$\lambda t = 5$  deprem / 1 yılda

a)  $X \sim \text{Poisson} (\lambda t = 5)$   $f(x) = \frac{e^{-\lambda t} (\lambda t)^x}{x!} \quad x = 0, 1, 2, \dots$

$$P(X=4) = \frac{e^{-5} 5^4}{4!} = \frac{11.4473}{1.2.3.4} = 0.17546$$

b) 1 yılda  $\rightarrow 5$  deprem

$\frac{1}{2}$  yılda  $\rightarrow \frac{5}{2}$  deprem

$\lambda t = \frac{5}{2}$  deprem / altı ayda  
 $= 2.5$

$$P(X=2) = \frac{e^{-5/2} (5/2)^2}{2!} = 0.2565$$

c)  $\lambda t = 5 \times 10 = 50$  ortalama deprem sayısı