

YATIRIMCI OLARAK İNŞAATİ (90 DAKİKA)

AD-SOYAD:

NO:

Soru 1	25	Soru 2	30	Soru 3	20	Soru 4	25	TOPLAM	100
--------	----	--------	----	--------	----	--------	----	--------	-----

SORU 1 (25 Puan) Bir koleje başvuran 600 kişinin IQ skorları, ortalaması 115 ve standart sapması 12 olan normal dağılıma sahiptir. Başvuranların IQ skorlarını,

- (8 Puan) 100 puan ve 140 puan arasında olma olasılığını bulunuz.
- (8 Puan) Koleje kayıt yaptırabilmek için en az 95 puan almak gerekmektedir. Bu durumda başvuranların, diğer özellikleri göz ardı edildiğinde, kaç tanesi koleje kabul edilmez?
- (9 Puan) En düşük puan alanların %20'sinin, en fazla kaç puan aldıklarını bulunuz.

SORU 2 (30 Puan) Bir bileşiği oluştururken rasgele miktarda eklenen X ve Y katkı maddelerinin miktarları (gram cinsinden) için birleşik olasılık dağılımı aşağıda verilmiştir:

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{3}{4} + xy, & 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1 \\ 0, & \text{d.d.} \end{cases}$$

- (8 Puan) X ve Y rasasal değişkenleri bağımsız mıdır? Gösteriniz.
- (6 Puan) Bileşik içerisinde X maddesinin beklenen miktarı kaç gramdır?
- (8 Puan) Bileşik içerisinde X maddesinin miktarı 0.5 gram olarak verilmişse Y maddesinin miktarının 0.5 gramdan fazla olma olasılığı nedir?
- (8 Puan) $T = 2X - 1.5$ miktarında olacak şekilde başka bir T katkı maddesi bileşene eklenecektir. T katkı maddesinin miktarı için olasılık dağılımı bulunuz.

SORU 3 (20 Puan) Hilesiz bir paranın dört kez atılması deneyinde X rasasal değişkeni gelen turların sayısı olsun.

- (9 Puan) $Z = (X-2)^2$ rasasal değişkeninin olasılık dağılımını bulunuz.
- (5 Puan) $E(2Z+14)$ beklenen değerini hesaplayınız.
- (6 Puan) Z rasasal değişkeninin 0'dan büyük olduğu bilindiğinde 3'den küçük olma olasılığını hesaplayınız.

SORU4 (25 puan): Rassal bir süreç aşağıdaki gibi tanımlanmaktadır:

$$X(t) = A + B \cos(\omega_0 t + \Theta)$$

Bu süreçte,

- ω_0 : Sabitler
- A : Ortalaması 0 ve varyansı 3 olan rassal değişken
- B : Ortalaması 0 ve varyansı 4 olan rassal değişken
- Θ : $(0, \pi)$ aralığında düzgün dağılıma sahip rassal değişken
- A, B ve Θ bağımsız rassal değişkenlerdir.

- (15 Puan) $X(t)$ süreci en azından geniş anlamda durğan bir süreç olup olmadığını inceleyiniz.
- (10 Puan) $Y(t) = \sin(\omega_0 t + \Theta)$ rassal süreci en azından geniş anlamda durğan süreç ise, $X(t)$ ve $Y(t)$ rassal süreçlerinin bileşik en azından geniş anlamda durğan süreçler olup olmadığını inceleyiniz.

BAŞARIYAR

TRIGONOMETRİK FORMÜLLER

$$\begin{aligned} \cos(x \pm y) &= \cos(x) \cos(y) \mp \sin(x) \sin(y) \\ \sin(x \pm y) &= \sin(x) \cos(y) \pm \cos(x) \sin(y) \\ 2 \cos^2(x) &= 1 + \cos(2x) \\ 2 \sin^2(x) &= 1 - \cos(2x) \\ 2 \cos(x) \cos(y) &= \cos(x - y) + \cos(x + y) \\ \cos(2x) &= \cos^2(x) - \sin^2(x) \\ \sin(2x) &= 2 \sin(x) \cos(x) \\ 2 \sin(x) \sin(y) &= \cos(x - y) - \cos(x + y) \\ 2 \sin(x) \cos(y) &= \sin(x - y) + \sin(x + y) \\ \sin(-x) &= -\sin(x) \\ \cos(-x) &= \cos(x) \\ \cos(x + \frac{\pi}{2}) &= -\sin(x) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sin(\theta) &= \sin(\theta + 2n\pi), \quad n \text{ tam sayı} \\ \cos(\theta) &= \cos(\theta + 2n\pi), \quad n \text{ tam sayı} \end{aligned}$$

Derece	0°	30°	45°	60°	90°	180°	270°	360°
Radyan	0	$\pi/6$	$\pi/4$	$\pi/3$	$\pi/2$	π	$3\pi/2$	π
Sin	0	1/2	$\sqrt{2}/2$	$\sqrt{3}/2$	1	0	-1	0
Cos	1	$\sqrt{3}/2$	$\sqrt{2}/2$	1/2	0	-1	0	1

$$\begin{aligned} \int \sin x dx &= -\cos x + c \\ \int \cos x dx &= \sin x + c \end{aligned}$$

CEMAP 1 : X : IB skorlar

$$X \sim N(\mu = 115, \sigma^2 = 144) \quad n = 600$$

a) $P(100 < X < 140) = P\left(\frac{100-115}{\frac{12}{\sqrt{600}}} < \frac{X-\mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} < \frac{140-115}{\frac{12}{\sqrt{600}}}\right)$

$$= P(-1.25 < Z < 2.08) = P(Z < 2.08) - P(Z < -1.25) = 0.9812 - 0.1056 = 0.8756$$

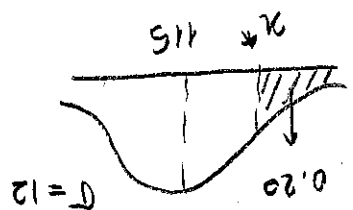
b) $P(X < 95) = P\left(\frac{X-\mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} < \frac{95-115}{\frac{12}{\sqrt{600}}}\right) = P(Z < -1.67) = 0.0475$

Öğrencilerin % 4.75'i kabul edilmez:

$$0.0475 \times 600 = 28.5$$

Öğrencilerden yaklaşık 29'u kabul edilmez.

c)



$$P(X < x^*) = 0.20$$

$$P(Z < z^*) = 0.20$$

↑
-0.84 tablodan

$$z^* = \frac{x^* - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \Rightarrow -0.84 = \frac{x^* - 115}{\frac{12}{\sqrt{600}}}$$

$$x^* = 104.92$$

⑧ a) $f(x,y) = g(x) \cdot h(y)$

$g(x) = \int_1^0 \left(\frac{4}{3} + xy \right) dy = \left(\frac{4}{3}y + \frac{1}{2}xy^2 \right) \Big|_{y=0}^{y=1} = \frac{4}{3} + \frac{1}{2}x$

$h(y) = \int_1^0 \left(\frac{4}{3} + xy \right) dx = \left(\frac{4}{3}x + \frac{1}{2}x^2y \right) \Big|_{x=0}^{x=1} = \frac{4}{3} + \frac{1}{2}y$

$\frac{4}{3} + xy = \left(\frac{4}{3} + \frac{1}{2}x \right) \left(\frac{4}{3} + \frac{1}{2}y \right)$

$\frac{4}{3} + xy \neq \frac{1}{4} (9 + 6y + 6x + 4xy) \Rightarrow X \text{ ve } Y \text{ bağımsızdır.}$

⑥ b) $E(X) = \int_1^0 x \left(\frac{4}{3+2x} \right) dx = \frac{1}{4} \int_1^0 (3x + 2x^2) dx = \frac{1}{4} \left(\frac{3x^2}{2} + \frac{2x^3}{3} \right) \Big|_1^0 = -\frac{1}{8}$

$= \frac{1}{4} \left(\frac{3}{2} + \frac{2}{3} \right) = \frac{13}{24} = 0,5417$

⑦ c) $P(Y > 0,5 | X = 0,5) = \int_1^{0,5} f(x,y) dy$

$f(x,y) = \frac{g(x) \cdot h(y)}{g(x) \cdot h(y)}$

$= \frac{\frac{4}{3+2x}}{\frac{4}{3+4xy}} = \frac{3+4xy}{3+2x}$

$0 < x < 1, 0 < y < 1$

$= \int_1^{0,5} \left(\frac{4}{3}y + \frac{4}{3}xy^2 \right) dy = \left(\frac{2}{3}y^2 + \frac{4}{9}xy^3 \right) \Big|_1^{0,5} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{4} - \frac{4}{9} \cdot \frac{1}{8} = \frac{1}{6} - \frac{1}{9} = \frac{1}{18} = 0,0555$

⑧ d) $T = 2X - 1,5$ $H: \{x | 0 \leq x \leq 1\} \xrightarrow{1:1} B = \{t | -1,5 \leq t \leq 0,5\}$

$x = \frac{t+1,5}{2} \quad J = \frac{1}{2}$

$f(t) = \frac{4}{3+2\left(\frac{t+1,5}{2}\right)} = \frac{4}{3+t+1,5} = \frac{8}{4,5+t} = \frac{8}{9+2t} = \frac{16}{9+2t}$

$-3/2 \leq t \leq 1/2$

Chapter 3

1/11/19

$$\{1111, 1112, 1121, 1122, 1211, 1212, 1221, 1222, 2111, 2112, 2121, 2122, 2211, 2212, 2221, 2222\} = S$$

$X = x$	0	1	2	3	4
$f(x)$	$\frac{1}{16}$	$\frac{4}{16}$	$\frac{6}{16}$	$\frac{4}{16}$	$\frac{1}{16}$

$$g) \quad \mathbb{Z} = (x-2)^2 \quad \mathbb{R}_X : \{0, 1, 2, 3, 4\} \quad \xrightarrow{\mathbb{Z} = (x-2)^2} \quad \mathbb{R}_Z : \{0, 1, 4\}$$

$$P(X=0) = P((X-2)^2=0) = P(X=2) = \frac{16}{6}$$

$\delta(z)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$
$z = \frac{1}{2}$	0	1	4

$$91 = 41 + 50 = 41 + (27 + 23) = (41 + 27) + 23 = 68 + 23 = 91$$

$$\frac{P(Z=1)}{P(Z=1)+P(Z=4)} = \frac{P(0 < Z < 3)}{P(0 < Z < 3) + P(3 < Z < 4)} = \frac{P(Z < 3)}{P(Z < 4)} = \frac{9/16}{9/16 + 1/8} = \frac{9/16}{9/8} = 0.8$$

$$8'0 = 0'8 = \frac{91/01}{91/8} = \frac{91/0 + 91/8}{91/8} =$$