Tecnológico de Costa Rica

Compiladores e Interpretes

Apuntes de clase, 31 marzo

Profesor Francisco Torres

Edwin Cen 2014055617

31 marzo 2017

Contenido

Cierre en Concatenación de Lenguaje Regular

Teorema: Si $\mathcal{L}$ y $\mathcal{M}$ son lenguajes regulares entonces $\mathcal{LM}$ también es regular.

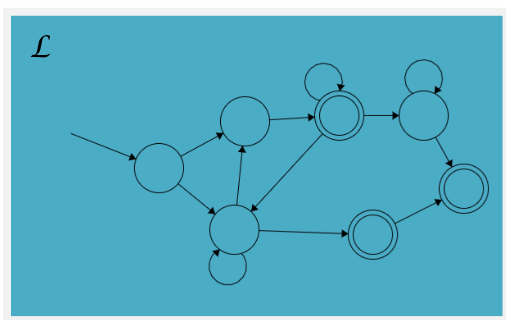
Los lenguajes regulares son **cerrados** respecto a la concatenación de lenguajes.

Demostración (idea general)

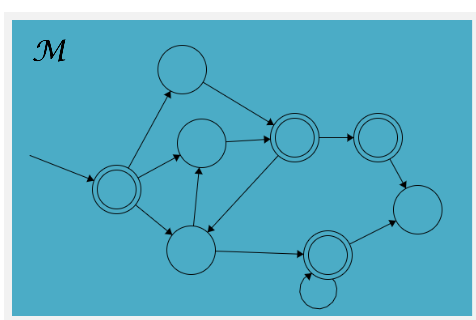
Si $\mathcal{LM}$ fuera regular, existiría un NFA que lo reconozca:

Premisas:

$\mathcal{L}$ es regular ->

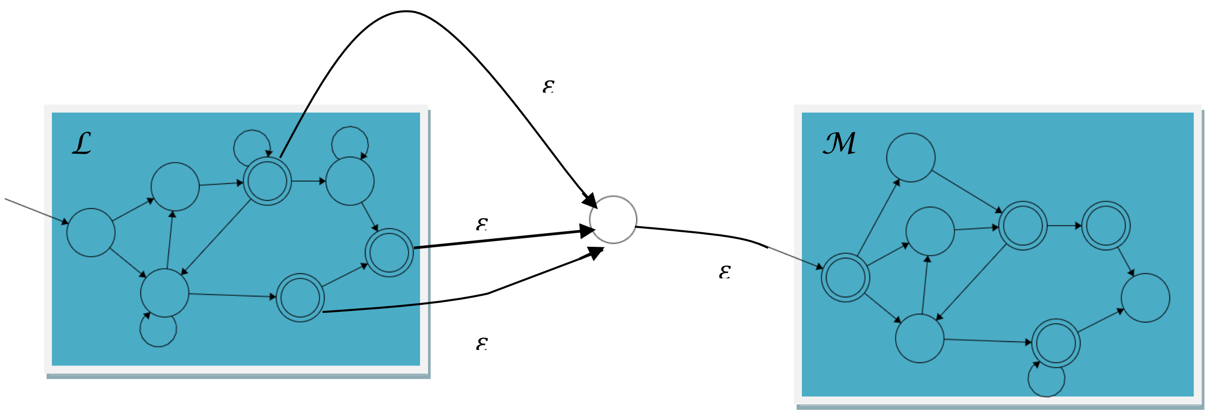


$\mathcal{M}$ es regular ->



Agarramos la primera máquina(estados de aceptación) y conectarlo con ε al estado inicial de $\mathcal{M}$

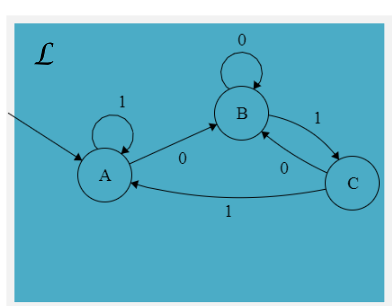
$\mathcal{LM}$

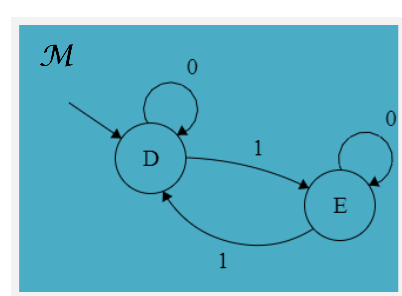


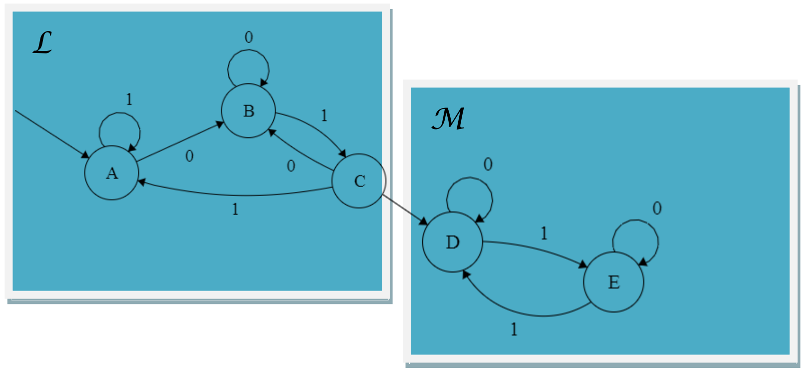
Por lo tanto $\mathcal{LM}$ es regular

Ejemplo de concatenación de Lenguaje Regular

$\mathcal{L}$= Lenguaje sobre Σ= {0,1} de hileras que terminan en 01
$\mathcal{M}$ = Lenguaje sobre Σ= {0,1} de hileras con número impar de 1's
$\mathcal{LM}$ es regular







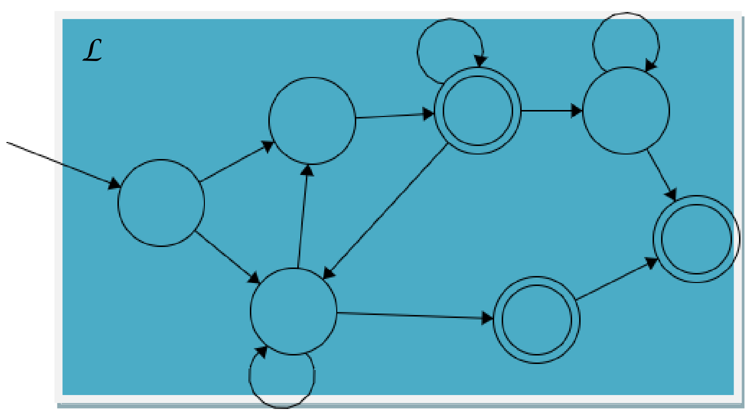
Cierre de kleene de lenguajes regulares

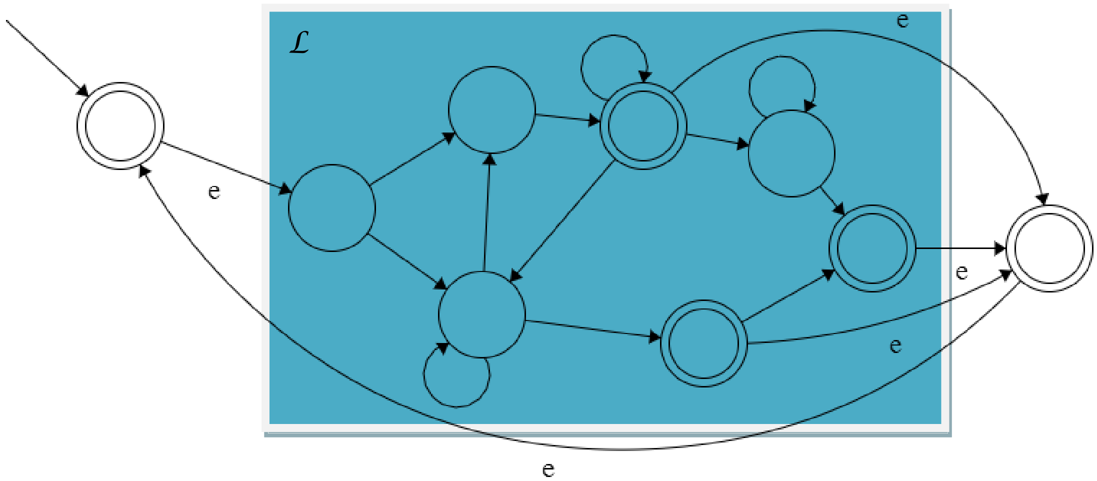
Teorema:
Si $\mathcal{L}$ es lenguaje regular, entonces $\mathcal{L}^*$ también es regular.

Los lenguajes regulares son **cerrados** respecto al cierre Kleene

Observaciones
- $\mathcal{L}$ es regular
- Siempre pertenece a $\mathcal{L}^*$
- Cualquier hilera de $\mathcal{L}$ pertenece $\mathcal{L}^*$
- Estas hileras se pueden concatenar tantas veces como queramos
- Si $\mathcal{L}^*$ fuera regular, existiría un DFA que lo reconozca.

$\mathcal{L}$ es regular ->



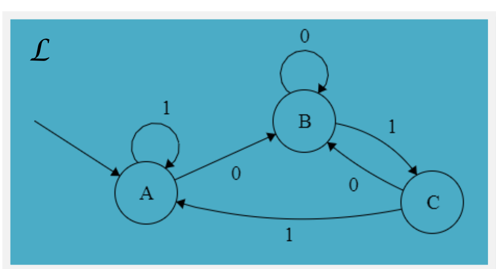


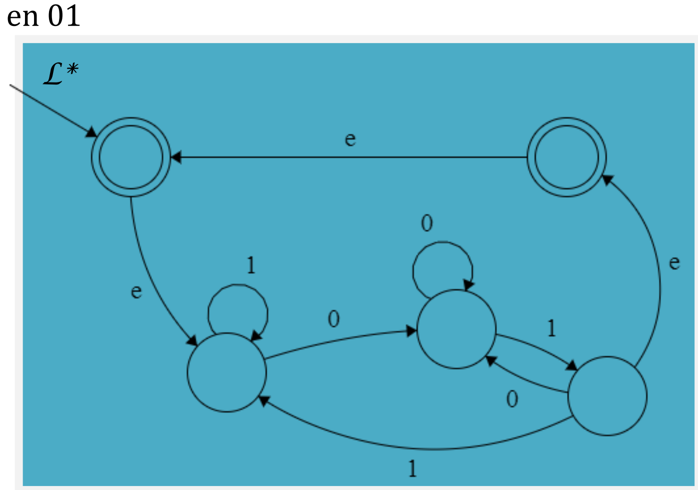
Acepta $\mathcal{L}^*$

Por lo tanto $\mathcal{L}^*$ es regular

Ejemplo de Cierre Kleene de L.R

$\mathcal{L}$ - lenguajes sobre hileras que termine en 01
$\mathcal{L}^*$ es regular

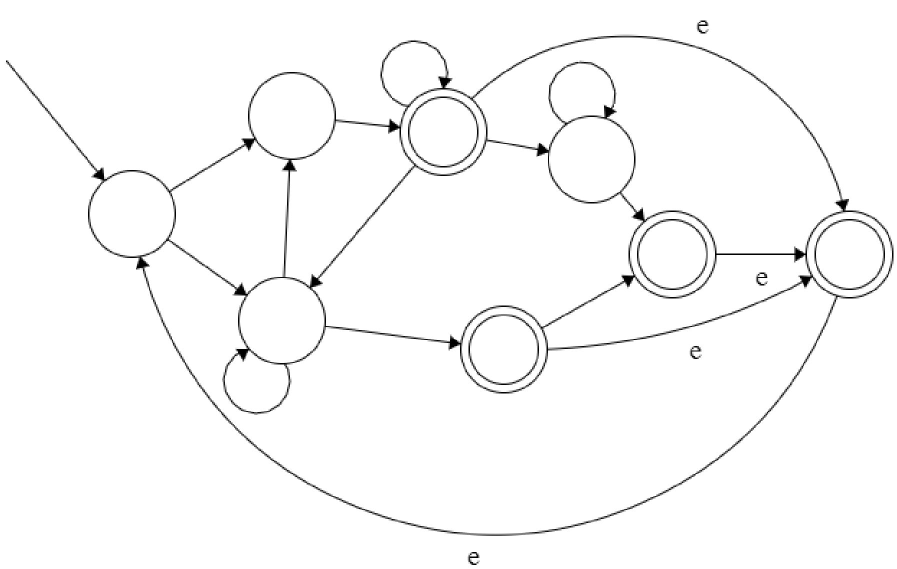




Cierre cruz de lenguajes regulares

Si $\mathcal{L}$ es un lenguaje regular, entonces $\mathcal{L}$+ también es regular

Los lenguajes regulares son **cerrados** respecto al cierre cruz

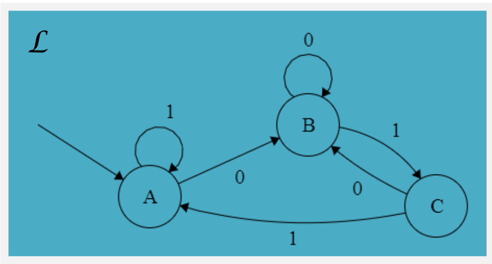


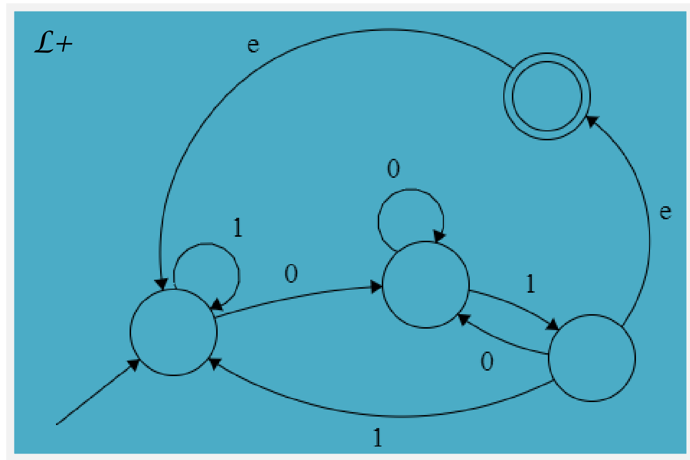
Acepta $\mathcal{L}$+
Por lo tanto $\mathcal{L}$+ es regular

Ejemplo de cierre de Cruz de L.R

$\mathcal{L}$ = Hileras que termine en 01

$\mathcal{L}$+ es regular





Cierre en Lenguajes Regulares

Teorema:

Los lenguajes regulares son cerrados con respecto a :

- Unión
- Complemento
- Intersección
- Concatenación
- cierre *
- cierre+

Demostración general : podemos diseñar un NFA-e cada uno de ellos usando como piezas los DFA que por definición debe existir para los lenguajes de entrada. (pumping lema - demostrar que un lenguaje no es regular).

Expresiones regulares

Reconocer y generar

Los lenguajes formales tienen asociados 2 mecanismos:

- -Reconocedores
- - Generadores

Reconocedor

- -problema binario(si o no)
- -acepta todas las hileras del lenguaje
- -rechaza todas las hileras que no pertenece

Generador

- -puede generar todas las hileras del lenguaje
- - no genera hileras que no pertenezcan al lenguaje.

Generadores de lenguajes regulares

- -Los DFA son los reconocedores de los lenguajes regulares
- -Los **generadores** de los lenguajes regulares son las **expresiones regulares**
- -inventadas en los 1950 por Stephen kleene
- -Muy usadas en diversos campos de ciencia de la computación.


U. S. AIR FORCE
PROJECT RAND
RESEARCH MEMORANDUM

NOTES ON LINEAR PROGRAMMING: PART XXXV - DISCRETE-VARIABLE EXTREMUM PROBLEMS

G. B. Dantzig

RM-1832

ASTIA Document Number AD 112411

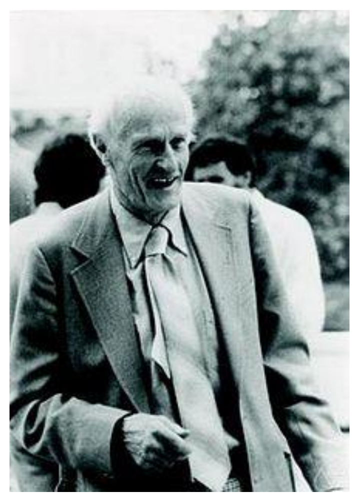
6 December 1956

Assigned to ________________

This is a working paper. It may be expanded, modified, or withdrawn at any time. The views, conclusions, and recommendations expressed herein do not necessarily reflect the official views or policies of the United States Air Force.

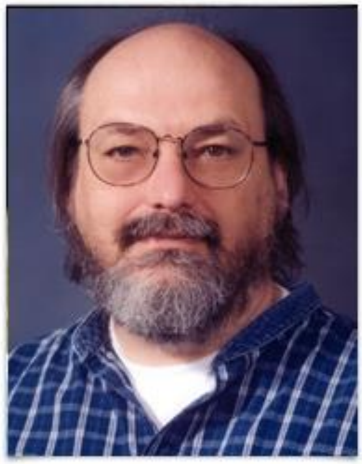
The RAND Corporation
1700 MAIN ST. - SANTA MONICA - CALIFORNIA

Copyright, 1957
The RAND Corporation



Usos de expresiones regulares

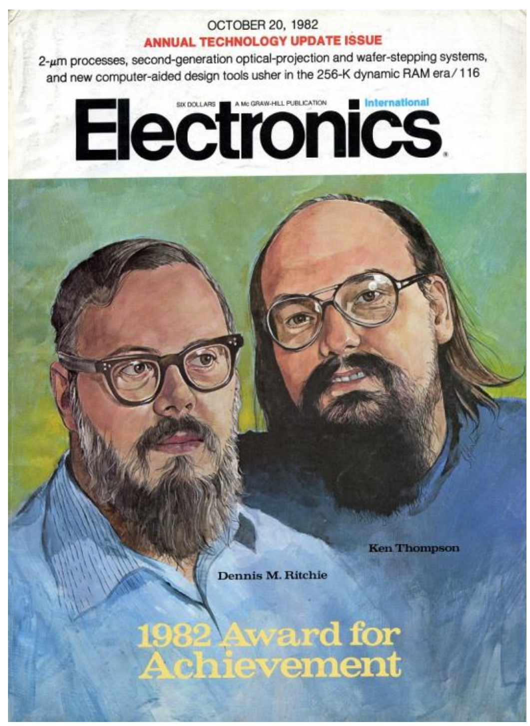
-En 1968, Ken Thompson las uso por primera vez en un editor de texto (QED)
-También en 1968, fueron usadas en los primeros generadores automáticos de analizadores léxicos (Johnson).



Programming Techniques

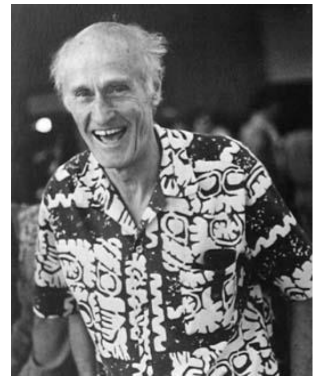
Regular Expression Search Algorithm

Ken Thompson
Bell Telephone Laboratories, Inc., Murray Hill, New Jersey



Riche y thompson
Turing Award (1983). Por sus contribuciones al desarrollo de sistemas operativos en general y la creación de UNIX en particular

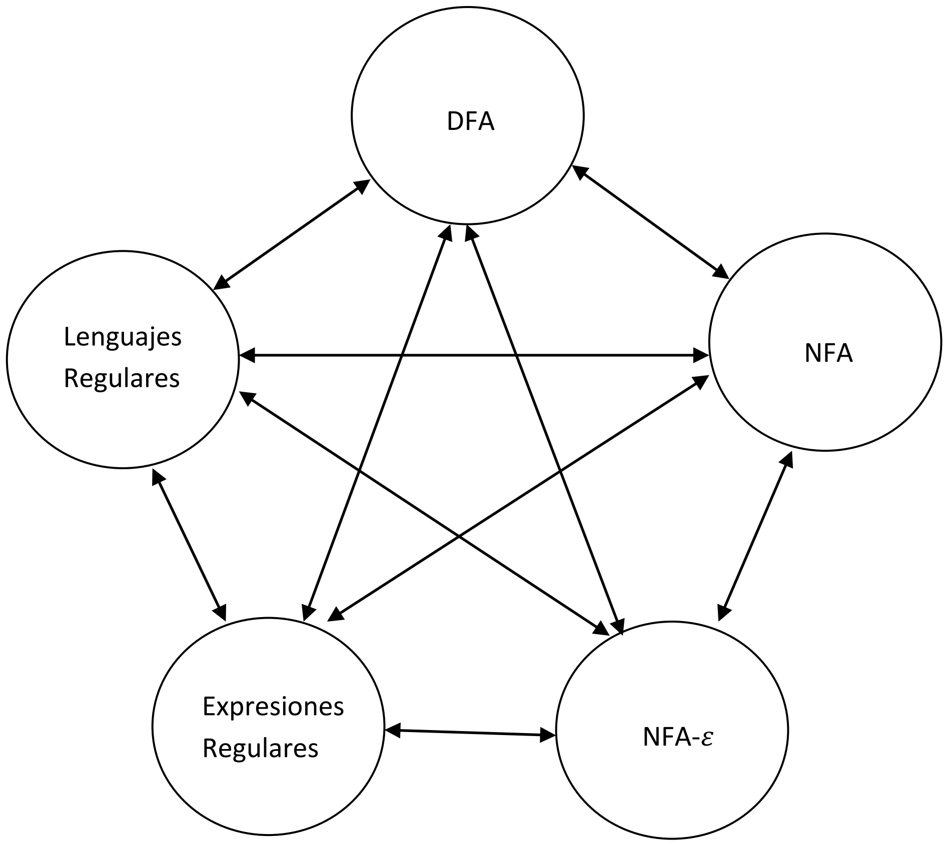
Teorema de Kleene



-Todo lenguaje regular tiene una expresión regular que lo genera

Corolario

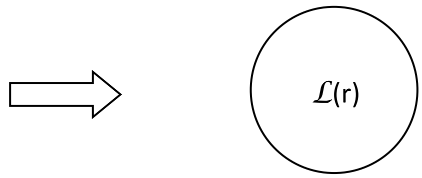
-hay una equivalencia entre expresiones regulares y DFAs



Expresiones Regular

-Una expresión regular es una hilera r que representa a un lenguaje o conjunto $\mathcal{L}$(r)

r



Casos base de expresiones regulares

Sea Σ un alfabeto

Las siguientes expresiones regulares representan a los conjuntos respectivos

r	$\mathcal{L}$(r)
$\emptyset$	$\emptyset$
ε	$\{\varepsilon\}$
$a \in \Sigma$	{a}

Casos derivados de expresiones regulares

Sean r1 y r2 expresiones regulares sobre el alfabeto Σ, que representa a $\mathcal{L}$(r1), $\mathcal{L}$(r2)

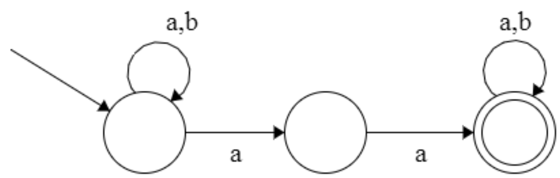
Las siguientes expresiones regulares representan a los conjuntos respectivos.

r	$\mathcal{L}$(r)
$r1 \cup r2$	$L(r1) \cup L(r2)$
$r1r2$	$L(r1)L(r2)$
$r1^*$	$L(r1)^*$

Ejemplo 1

Presente una expresión regular que genere el lenguaje $\mathcal{L}$ sobre Σ ={a,b} de hileras que contengan la subhilera "aa".

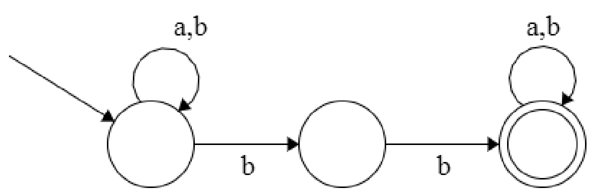
(a U b)*aa(a U b)*
(a|b)*aa(a|b)*



Ejemplo 2

Presente una expresión regular que genere el lenguaje $\mathcal{L}$ sobre Σ ={a,b} de hileras que contenga la subhilera "bb"

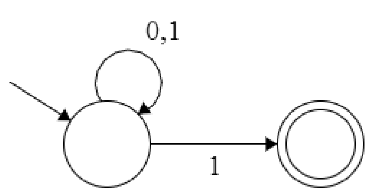
(a U b)*bb(a U b)*
(a|b)*bb(a|b)*



Ejemplo 3

Presente una expresión regular que genere el lenguaje $\mathcal{L}$ sobre Σ ={0,1} de hileras que termine en 1

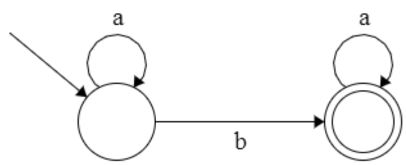
(0 U 1)*1
(0|1)*1



Ejemplo 4

Presente una expresión regular que genere el lenguaje $\mathcal{L}$ sobre Σ ={a,b} de hileras que contengan exactamente una "b"

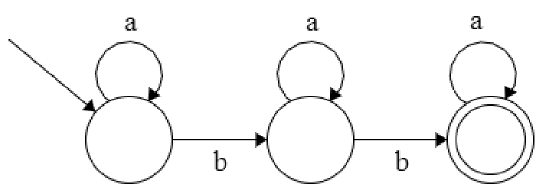
A*ba*



Ejemplo 5

Presente una expresión regular que genere el lenguaje $\mathcal{L}$ sobre Σ ={a,b} de hileras que contenta exactamente 2 b's

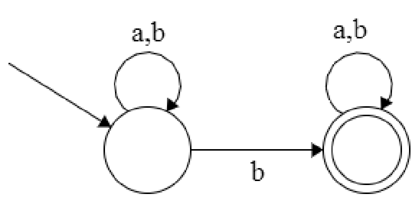
a*ba*ba*



Ejemplo 6

Presente una expresión regular que genere el lenguaje $\mathcal{L}$ sobre Σ ={a,b} de hileras que contengan al menos una "b"

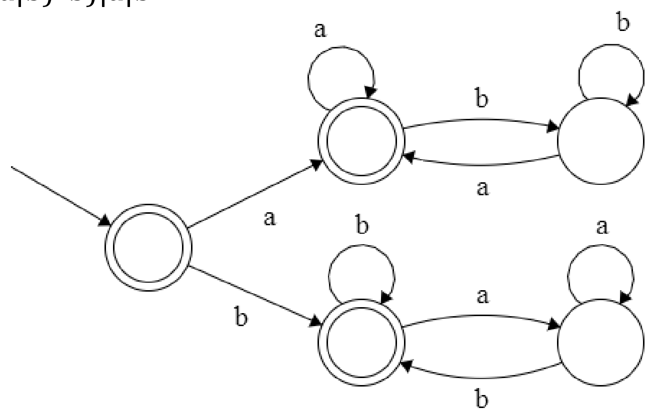
(a|b)*b(a|b)*



Ejemplo 7

Presente una expresión regular que genere el lenguaje $\mathcal{L}$ sobre Σ ={a,b} de hileras que empiecen y terminen con el mismo simbolo

(a(a|b)*|(b(a|b)*b)|a|b



Ejemplo 8

Presente una expresión regular que genere el lenguaje $\mathcal{L}$ sobre Σ ={a,b} de hileras de longitud par

((a|b)(a|b))*

Ejemplo 9

Presente una expresión regular que genere el lenguaje $\mathcal{L}$ sobre Σ ={a,b,c} de hileras que no contengan la subhilera "bc"

c*(b|ac*)*

Ejemplo 10

Presente una expresión regular que genere el lenguaje $\mathcal{L}$ sobre Σ ={a,b} de hileras que no contengan la subhilera "aa"

b*(abb*)*|b*(abb*)*a

Ejemplo 11

Presente una expresión regular que genere el lenguaje $\mathcal{L}$ sobre Σ ={0,1} de hileras que no termine en 1

$(\varepsilon \mid (0|1)^*0)$

Ejemplo 12

Presente una expresión regular que genere el lenguaje $\mathcal{L}$ sobre Σ ={0,1} de hileras que termine en "'01"

$(0|1)^*01$

Identidades en Expresiones regulares

$\emptyset u = u\emptyset = \emptyset$

$\varepsilon u = u\varepsilon = u$

$\emptyset^* = \varepsilon$

$u|v = v \mid u$

$u| u = u$

$u^* = (u^*)^*$

$u(v|w) = uv \mid uw$

$(u \mid v)w = uw| vw$

$(uv)^*u = u(vu)^*$

$(u \mid v)^* = (u^* \mid v)^* = u^*(u \mid v)^* = (u \mid vu^*)^* = (u^*v^*)^* = u^*(vu^*)^* = (u^*v)^*u^*$

Para que es todo esto? para simplificar muchas cosas

Principio del palomar

Peter Gustav Lejeune Dirichlet

- Matemático alemán (1805 - 1859)
- Uno de los matemáticos mas importantes de la historia
- Establece la notacion actual de función
- Teoria de números
- Series de Fourier
- Analisis matemático
- **Principio del palomar (1834)**

Principio del palomar

Si tengo un palomar con **9** casetillas para palomas y colocó **10** palomas, necesariamente alguna casetilla tendrá más de una paloma.

Formalmente:
Si tengo que acomodar n objetos en m recipientes, con n>m, entonces necesariamente algun recipiente tendrá más de un objeto.

También se le llama el Principio de Dirichlet.

Versión formal:

> No existe ninguna función inyectiva cuyo codominio sea más pequeño que su dominio.

Parece obvio… pero tiene aplicaciones en resultados muy importantes en matemáticas, computación, biología, economía, compactación de datos , criptografía, comunicaciones, etc.

Ejemplos

Cabellos en la cabeza

Se estima que una cabeza humana tiene a lo más 500 mil cabellos, si la población de CR es de 5 millones. Cuál es la probabilidad de que en CR haya 2 personas **exactamente** la misma cantidad de cabellos en su cabeza?
R/ 0.1 (totalmente certero)

Por qué? Hay 500,001 categorías de numero de cabellos y hay 5 millones de personas a colocar en esas categorías. En alguna hay más de una persona.

Iniciales en el TEC

Habrá 2 estudiantes de computación del TEC que tengan las mismas iniciales? En el TEC? En CR?

F.T.? F.T.R.? F.J.T.R.?

Alfabeto tiene 27 letras
2 letras = 27x27=729
3 letras =27x27x27=19683
4 letras = 27x27x27x27 = 531441

Conclusiones? Porque son ciertas?

Principio del palomar

Tiro de triangulo

En la pared hay un triángulo equilátero de 40 cm. De lado hecho de corcho
Si tiramos y clavamos 5 dardos en este triangulo, al menos 2 estarán a una distancia menor o igual a 20 cm.

Por que?

Principio del palomar

Suma 11

Dados 6 números diferentes entre 1 y 10, siempre hay 2 que suman 11
Entre 1 y 10 hay 5 parejas de números que suman 11:

1 y 10
2 y 9
3 y 8
4 y 7
5 y 6

Al escoger 6 números diferentes al menos 2 son de una misma pareja que suman 11.

Hasta aquí entra en el examen del viernes 7 de abril. El principio del palomar también entra. También hay quiz el miércoles 5 de abril