





-1	Fyrsti hluti	
1	Inngangur	11
1.1	Tilgangur bókarinnar	11
1.2	Hvers vegna Python?	12
1.3	Uppsetning	12
1.4	Að keyra kóða	12
1.5	Málskipan	14
1.5.1 1.5.2	Uppsetning á kóða	
2	Tölur og breytur	17
2.1	Tölur - talnatýpur	17
2.2	Reikniaðgerðir og tákn	18
2.3	Breytur	19
3	Strengir	23
3.1	Strengir skilgreindir	23
3.2	Strengir og reikniaðgerðir	24
3.3	Vísar í streng	25
3.3.1 3.3.2 3.3.3	Óbreytanleiki Neikvæðir vísar Hlutstrengir	26
3.4	Aðferðir á strenai	27

4	Listar	29
4.1	Listar skilgreindir	29
4.2	Að vinna með gögn	30
4.2.1	Listar eru breytanlegir	31
4.3	Gagnlegar aðferðir á lista	31
5	Segðir, skilyrðissetningar og Boolean gildi	35
5.1	Boolean gildi	35
5.2	Segðir	36
5.2.1	Samanburður	
5.2.2	Rökvirkjar	
5.3	Skilyrðissetningar	39
5.3.1	if	
5.3.2 5.3.3	else	
5.3.4	Hreiðrun	
5.4	Inntak	44
6	Lykkjur	45
6.1	Lykkju lykilorð	45
6.2	While	45
6.3	For	45
7	Orðabækur	47
_		47
7.1	Lyklar og gildi	4/
8	Föll	49
8.1	Tilgangur falla	49
8.2	Að skrifa föll	49
8.3	Viðföng	49
8.4	Skilagildi	49
8.5	Lokun	49
8.5.1	Descriptions and Definitions	49
9	In-text Elements	51
9.1	Theorems	51
9.1.1	Several equations	51
9.1.2	Single Line	
9.2	Definitions	51
9.3	Notations	52
9.4	Remarks	52
9.5	Corollaries	52
9.6	Propositions	52
9.6.1	Several equations	52

9.6.2	Single Line	52
9.7	Examples	52
9.7.1 9.7.2	Equation and Text	52 53
9.8	Exercises	53
9.9	Problems	53
9.10	Vocabulary	53
Ш	Part Two	
10	Presenting Information	57
10.1	Table	57
10.2	Figure	57
	Bibliography	59
	Articles	59
	Books	59
	Index	61

1.1 1.2 1.3 1.4 1.5	Inngangur Tilgangur bókarinne Hvers vegna Pytho ir Uppsetning Að keyra kóða Málskipan
2 2.1 2.2 2.3	Tölur og breytur
3 3.1 3.2 3.3 3.4	Strengir
4 4.1 4.2 4.3	Listar
5.1 5.2 5.3 5.4	Segðir, skilyrðissetningar og Boolean gildi 35 Boolean gildi Segðir Skilyrðissetningar Inntak
6 6.1 6.2 6.3	Lykkjur
7 7.1	Orðabækur
8.1 8.2 8.3 8.4 8.5	Föll 49 Tilgangur falla Að skrifa föll Viðföng Skilagildi Lokun
9.1 9.2 9.3 9.4 9.5 9.6 9.7 9.8 9.9 9.10	In-text Elements 51 Theorems Definitions Notations Remarks Corollaries Propositions Examples Exercises Problems Vocabulary

laga gæsalappir vspace staðla



1.1 Tilgangur bókarinnar

Þessi bók fjallar um þau undirstöðu atriði sem þarf að kynna til að ná tökum á forritun í Python. Höfundi finnst mikilvægt að kenna námsefnið með íslenskum hugtökum þar sem ætlunin er að nota hana í kennslu í íslenskum framhaldsskólum. Ef nemendur ætla að leggja fyrir sig tölvunarfræði í framhaldssnámi er nauðsynlegt að búa yfir ríkulegu íðorðasafni, þess þá heldur ef nemandi hyggst framfleyta fræðunum. Hugtök verða þó líka sett fram á ensku því lesandi gæti óskað að fletta upp íterefni sem meira er til af á netinu á ensku en íslensku.

Það er algengur misskilningur að forritarar kunni rosalega mörg forritunarmál, eins og fólk sem getur talað mörg tungumál, eða að það að kunna rosalega mörg mál geri þig að góðum forritara. Þvert á móti. Að sýna hæfni og leikni í einu máli er auðveldlega yfirfæranlegt á önnur mál sé þess þörf. Þess vegna er spurningin "hvað kanntu mörg forritunarmál?" út í hött. Ekki aðeins eru tungumál og forritunarmál gerólík, forritunarmál eru formleg mál og þekking á einu hlutbundnu máli er nær því að vera jafn frábrugðið öðru í grunninn eins og málýskur innan tungumála. Nær væri að spyrja hvort viðkomandi hafi meiri áhuga á framenda eða bakenda forritun, hvað er skemmtilegasta reikniritið sem viðkomandi hefur útfært eða hvert er það forritunarmál sem viðkomandi grípur oftast í.

Einnig er það algengur misskilningur að það fyrsta sem fólk gerir er að búa til tölvuleik. Það þarf mikla undirstöðu kunnáttu til þess að geta búið til tölvuleiki, alveg eins og áður en hafist er handa við að skrifa bók þarf að læra stafrófið. Þessi grunnvinna finnst mörgum vera leiðigjörn. Að mati höfundar er það vegna þess að við erum svo vön því að nota tölvur dagsdaglega, svo fræðigreinin sem tæknin byggir á hlýtur líka að vera okkur kunnug ekki satt? Nei, alveg eins og dýralækningar eru okkur ekki augljósar við að eiga gæludýr og pípulagnir heldur ekki við að eiga klósett. Innan tölvunar eru ákveðnar grunneiningar sem eru notandanum ekki augljósar, af góðri ástæðu, það væri hrikalegt ef við þyrftum öll að vera píparar til þess að geta notað klósett. Þó þessi samlíking hafi verið heldur gróf þá sýnir hún að það eru svo margir hlutar sem eru okkur huldir að við hreinlega vitum ekki hvað við vitum ekki. Því er nauðsynlegt að læra grunninn vel og fara rólega yfir hann svo þegar við ætlum að fara að afrita og líma kóða frá síðum eins og stackoverflow þá vitum við allavega hvað sá kóði gerir (nokkurn veginn).

Uppbyggining er þannig að fyrri hlutinn snýr að því að kynna lesandann fyrir grunn virkni Python; málskipan, lykilhugtök og lykilorð, gagnatýpur, lykkjur og föll. Seinni hlutinn snýr svo að því að beita þekkingu úr fyrri hlutanum í hlutbundinni forritun. Þar eru kynntir til sögunnar klasar og aðferðir sem lesandinn útfærir upp á eigin spýtur. Ekki er búist við neinni fyrri kunnáttu við lestur þessarar bókar, hún á að geta staðið fyrir sínu án þess að lesandinn búi yfir nokkurri þekkingu á sviði tölvunarfræða eða forritunar. Ef slík þekking er fyrir hendi gæti lesandanum þótt ágætt að fara hratt í gegnum fyrri hluta bókarinnar og einbeita sér að verkefnum úr seinni hlutanum. Í gegnum bókin fylgjum við svo þremur verkefnum sem verða þyngri og flóknari eftir því sem fleiri hugtök eru kynnt til sögunnar.

1.2 Hvers vegna Python?

Ástæður þess að Python er gott mál til þess að byrja á að skoða eru eftirfarandi: 1.

- 1. *Málskipanin* er mjög svipuð mannlegu máli svo það er auðvelt að læra hvernig eigi að "tala" við tölvuna.
- 2. Python er *kvikt tagað* forritunarmál, það þýðir að notandinn þarf ekki að gefa upp hvers konar *gagnatýpur* er unnið með. Þetta gerir það að verkum að notandinn þarf ekki að læra urmull af lykilorðum áður en byrjað er að forrita.
- 3. Python er ekki alveg *hlutbundið* forritunarmál, sem gerir það að verkum að notandinn þarf ekki að læra hvernig á að beita hlutbundinni forritun fyrr en góð undirstaða er þegar komin.
- 4. Python er frítt og aðgengilegt öllum helstu stýrikerfum og einnig er hægt að forrita yfir netið í vafra og því óþarfi fyrir notandann að setja nokkuð upp sé þess óskað.
- 5. Python er mikið notað, algengt mál svo það er praktískt að hafa undirstöðu skilning á því.
- 6. Nefnt í höfuð á Monty Pyhton grínhópsins.

rnig bókin er

Uppsetning

Víðsvegar um bókina, aðallega í upphafi, má finna númeraða kóðabúta sem eru ekki teknir úr vinnubók og eru því ekki eins litakóðaðir og þeir sem eru teknir úr vinnubókum. Ástæðan fyrir því er að þessum kóðabútum er auðveldara að viðhalda heldur en skjáskotum úr vinnubókum og því er heldur vísað í bækur sem eru aðgengilegar lesendum og frumstæðari framsetning ræður heldur ríkjum hér.

1.4 Að keyra kóða

Það fyrsta sem nemendur vilja yfirleitt gera er að byrja að skrifa sinn eigin kóða. Áður en við komumst svo langt þarf að útskýra hvernig það er gert. Þessi kennslubók byggir á notkun Jupyter Notebooks með hjálp Anaconda hugbúnaðarins, sem er öflugt pakkakerfi og tólakista sem hefur upp á mikið meira en bara Jupyter að bjóða. Hægt er að nálgast Anaconda á anaconda.com. Hægt er að nota Jupyter án þess að ná í Anaconda með síðum eins og cocalc.com. Einnig er hægt að keyra kóða á netinu í gegnum síður eins og repl.it, nota ritla (eins og notepad eða sublime) til að keyra .py skrár í skipanalínu, eða nota þyngri umhverfi eins og pycharm sem eru sérhönnuð fyrir hugbúnaðarþróun. Hér er gert ráð fyrir Juptyter umhverfinu og verður bókin öll miðuð að því.

Þessari bók fylgja einnig nokkrar vinnubækur úr Jupyter sem lesandinn getur nýtt sér. Hér á mynd sést hvernig tóm Jupyter vinnubók lítur út. Virkninni er skipt upp í sellur og keyrsluröð sellanna skiptir máli, við sjáum seinna mikilvægi þess að geta skipt upp kóða svona og hvers vegna

tómri bók

hvernig hún

¹Strax í þessum texta koma fyrir hugtök sem verða skýrð betur seinna, ekki missa kjarkinn.

þetta umhverfi er þægilegt til að byrja í. En hver sella hefur aðgang að svokölluðu skilgreiningarsvæði vinnubókarinnar en er þó sín eigin eining, því má keyra eina sellu í einu án þess að keyra allan kóðann í vinnubókinni.

Hér væri réttast að skoða Vinnubók 1 sem fylgdi þessari bók.

En við keyrslu á kóða þarf einnig að hafa í huga að tölvan gerir nákvæmlega það sem við segjum henni að gera og ekker annað. Og þá komum við niður á stórt vandamál, að tölvur eru mjög bókstaflegar og vitlausar. Þær skortir allt vit, þær reyna ekki að hafa vit fyrir þér. Þær gera nákvæmlega það sem þú baðst um. Nákvæmlega eins og þú baðst um það.

Þannig að ef ég ætlaði að segja tölvu að smyrja handa mér hnetusmjörs og sultu samloku þá þyrfti ég að segja vélinni að gera eftirfarandi í nákvæmlega þessari röð:

fyrir dæmi úr vi sem á að fylgja segja miklu mei

hér væri gott að

segja miklu mei um hvernig á að vinnubækur yfirl

- 1. taka fram hníf
- 2. taka fram tvær brauðsneiðar
- 3. opna hnetusmjörið
- 4. setja beitta endann ofan í hnetusmjörið þannig að hann nái upp 50gr af hnetusmjöri
- 5. setja hnetusmjörið sem er á hnífnum á miðja brauðsneiðina
- 6. nota hnífinn til þess að smyrja hnetusmjörinu á þá hlið sem hnetusmjörið er nú þegar á, og enga aðra
- 7. taka fram skeið
- 8. opna sultuna
- 9. setja kúpta enda skeiðarinnar ofan í sultukrukkuna
- 10. taka skeiðina upp úr sultukrukkunni með kúfaða skeið af sultu
- 11. setja sultuna á hina brauðsneiðina
- 12. nota skeiðina til að smyrja sultunni yfir þá hlið brauðsneiðarinnar sem sultan er á og enga aðra hlið
- 13. setja brauðsneiðarnar saman þannig að hnetusmjörið og sultan snertist og hornin mætast öll.

Takið eftir að hér er gert ráð fyrir þó nokkur og ef véliin kann ekki nú þegar skil á:

- 1. taka fram
- 2. hnífur
- 3. opna
- 4. mæla 50 gr
- 5. smyrja
- 6. hlið á brauðsneið
- 7. miðja á brauðsneið
- 8. skeið
- 9. kúfað

Svo þó svo að þér hafi þótt þessi útskýring á samlokugerð alveg ofboðslega óþarflega nákvæm þá er ekki víst að úr þessu verði nokkur samloka. Þetta könnumst við öll við, að tölvur gera það sem þeim er sagt, ekki það sem við viljum.

Helsta verkefni forritara er að búta niður verkefni í svo litla hluta að hægt er að útskýra þá fyrir tölvu. Ekki búast við því að setjast niður við fyrsta verkefni og ætlast svo til að búa til tölvuleik eða hakka banka. Forritun er einnig frábrugðin þeirri venjulegu tölvunotkun sem þú hefur vanist dagsdaglega. Þar ertu ekki að gefa tölvunni þínar eigin skipanir heldur ertu að beita skipunum sem aðrir forritara hafa samið og sett upp í hugbúnaðinn sem þú ert að nota.

1.5 Málskipan

Málskipan (e. syntax) er hugtak sem þýðir hvernig á að skrifa kóða svo að hann þýðist í vélamál sem tölvan skilur. Málskipan eru þær reglur sem við þurfum að fara eftir þegar við forritum, þær reglur sem forritunarmálið býst við að við förum eftir. Ef við brjótum þessar reglur fáum við villu, og einhver algengasta villa sem hægt er að fá er málskipunarvilla (e. syntax error). Python er frábrugðið öðrum forritunarmálum á þann hátt að málskipanin krefst þess að kóðinn sé settur upp á ákveðinn hátt. Líkja því má við að þurfa ekki að hafa greinamerki í huga þegar við ljúkum setningum heldur setjum við setningarnar okkar á réttan stað í samræðunum.

1.5.1 Uppsetning á kóða

Þessi kóðabútur er þannig uppsettur að allar línur byrja jafnlangt til vinstri, eins og hver setning í töluðu máli stendur hver lína fyrir sínu, ein og sér.

Kóðabútur 1.1: Réttur Python kóði

```
# Réttur Python kóði sem keyrist
2 4 + 8
3 5 + 6
4 breyta = 9 * 2
```

Þessi næsti kóðabútur hinsvegar er ekki nógu vel uppsettur, þar eru "setningar" sem virðast hanga undir öðrum og vera þeim háðar.

Kóðabútur 1.2: Rangur Python kóði

```
# Illa skrifaður Python kóði sem keyrist ekki
4 + 8
5 + 6
breyta = 9 * 2
```

Svona inndrætti er einungis beitt ef lína á beinlínis að hanga undir línunni að ofan og tilheyrir henni. Þess vegna þarf að huga að því hvernig kóði er uppsettur. Í öðrum málum eru notuð greinamerki til að segja tölvunni að lína sé búin og að aðrar línur eigi að heyra undir eitthvað ákveðið samhengi en ekki í Python, þar er treyst á að forritarinn setji kóðann upp á máta sem hægt er að sjá að sé réttur. Dæmi um hvernig línur geta verið aðgreindar í öðrum málum:

Kóðabútur 1.3: Dæmi um annað mál sem er strangt tagað og með greinamerkjum

```
// Java
int i = 7;
i + 5;

// Petta myndi líka ganga í Java en ekki í Python
int i = 7; i + 5;
```

Kóðabútur 1.4: Dæmi um annað mál sem byggir á afmörkuðu samhengi en með greinamerkjum

```
1 ; Lisp
2 (setq x 10)
3 (setq y 34.567)
4
5 (print x)
6 (print y)
```

Í þessum tveimur frábrugnu málum sem voru tekin sem dæmi var óþarfi að setja kóðann í mismunandi línur, því greinamerkin væru nóg til að aðgreina hverja línu fyrir sig. Hins vegar er það

1.5 Málskipan

góð venja að skrifa kóða sem er læsilegur öðru fólki. Í Java eru greinamerkin semikommur (;) en í Lisp eru línur og samhengi afmörkuð með svigum. Python byggist hinsvegar á því að forritarinn stilli öllu upp rétt með réttum inndrætti.

1.5.2 Gagnatýpur og lykilorð

Í Python eru nokkrar grunn gagnatýpur sem við munum kynnast í þessari bók. Ástæðan fyrir því að þær eru kallað grunntýpur er sú að þær fylgja með Python uppsetningunni og notandinn getur beitt þeim í samræmi við það sem þær eru færar um, sem má skoða í skjölun Python https://www.python.org/doc/. Týpa eða tag er hugtak sem þýðir að hlutur sé af einhverri ákveðinni tegund sem má framkvæma ákveðnar aðgerðir á. Lesandi þekkir muninn á orðum og tölum úr daglegu tali og veit að hægt er að framkvæma mismunandi aðgerðir á þessum mismunandi týpum, eins og hægt er að skipta út hástöfum fyrir lágstafi í orðum en ekki tölum og hægt er að hefja tölur í veldi en ekki orð. Að sama skapi eru til aðgreinanlegar týpur sem tölvan kann skil á og leyfir ákveðnar aðgerðir á. Í fyrri hluta þessarar bókar verða gerð skil á tveimur talnatýpum (heiltölum og fleytitölum), strengjum, listum, orðabókum (einnig kallaðar hakkatöflur) og boolean gildum. Í seinni hlutanum bæstast svo við sett .

Lykilorð eru orð sem eru frátekin og birtast þau græn í Jupyter vinnubók. Hver gagnatýpa hefur eitt lykilorð og eru einnig nokkur innbyggð föll í Python, sem við kynnumst fljótlega, með frátekin orð. Forðast skal að yfirskrifa þessi lykilorð, en gerist það þá er auðvelt að laga það í Jupyter. Hver vinnubók hefur sinn kjarna til að vinna á og það eina sem þarf að gera í aðstæðum þar sem innbyggt orð er allt í einu farið að þýða eitthvað annað þá dugir að endurræsa kjarnann. Kjarninn í vinnubókinni er hvaða túlk eða þýðanda er verið að nota til þess að láta tölvuna skilja kóðann. Í okkar tilfelli erum við að nota Python 3.

sett?



Í þessum kafla ætlum við að hefjast handa við að forrita. Það fyrsta sem við ætlum að gera er að kynnast talnatýpum og keyra kóða eins og við værum að nota reiknivél. Við könnumst við reiknivélar og hvernig þær afgreiða röð aðgerða. Nú viljum við sannreyna að þær reikniaðgerðir sem við þekkjum séu til í Python og að þegar við keyrum kóðann okkar þá verði útkoman sú sama og við áttum von á. Við viljum líka geta geymt útkomuna okkar til að nota aftur seinna, til þess þurfum við breytur (e. variables).

2.1 Tölur - talnatýpur

Í Pyhton eru í grunninn tvær týpur af tölum (en til eru tvær týpur af hvorri fyrir sig, sem snýr meira að minnisnotkun og er út fyrir svið þessarar bókar). Þær eru:

- **Heiltölur** tölur sem eru ekki með neinum aukastaf. Á ensku eru þessar tölur kallaðar integers og er lykilorð þeirra því **int**.
- Fleytitölur tölur sem eru með aukastaf, sem er fyrir aftan punkt (ekki kommu, fleytitölur eru oft kallaðar kommutölur á íslensku). Á ensku eru þessar tölur kallaðar floating point numbers og er því lykilorðið þeirra float.

Kóðabútur 2.1: Heiltölur og fleytitölur

```
# Heiltölur, enginn aukastafur

42

3 100000

4 -139

5 # Fleytitölur, aukastafur/ir fyrir aftan punkt

7 4.0

8 3.1415926

9 -100.98
```

2.2 Reikniaðgerðir og tákn

Grunnreikniaðgerðir eru nokkrar sem við könnumst við úr grunnskóla en aðrar eru framandi og við skulum skoða aðeins betur.

Táknin eru flest eins og á reiknivélum +, -, *, / en þar að auki er annars konar deiling sem er táknuð með tveimur deilimerkjum //, veldishafning er táknuð með tveimur margföldunarmerkjum **, og svo er leifareikningur táknaður með %. Heiltöludeiling og leifarreikningur eru líklega ný á nálinni fyrir flestum lesendum og því allt í lagi að útskýra þær aðgerðir aðeins nánar. Þessar aðgerðir eru einmitt mjög skyldar í raun. Deilingin segir okkur hversu oft ein tala gengur upp í aðra þar sem útkoman er heil tala (eða fleytitala með 0 sem eina aukastafinn), okkur er sama um afganginn sem verður eftir. Í þessari deilingu er svarið 2 við bæði 5//2 og 4//2. En í leifareikningnum viljum við eingöngu vita hver er afgangurinn þegar heiltöludeilingu er beitt svo 5%2 væri 1, því það er einn í afgang þegar fimm er deilt með tveimur. Og það er 0 í afgang þegar fjórum er deilt með tveimur svo 4%2 er 0.

Í eftirfarandi dæmum í kóðabút 2.2 er vert að draga fram nokkur atriði sem eru ekki augljós byrjanda. Það fyrsta er að myllumerkið (#) þýðir að allt sem kemur fyrir aftan það er *athugasemd*, athugasemdir eru engöngu til að gera kóða læsilegri fyrir fólk, þær eru hunsaðar af tölvunni þegar hún breytir kóðanum í eitthvað sem hún skilur. Eins og sést í línu merktri númer 20 er athugasemdin svo löng að hún birtist okkur sem tvær línur en hún er í keyrslu tölvunnar álitin ein heild línu 20. Þess vegna þurfum við ekki að hafa áhyggjur af þessum inndrætti sem birtist, hann er í rauninni ekki til staðar þar sem þessi hluti textans er ein heild. Einnig eru þarna bil á milli talna fremst í línu og tákna, það er líka til að gera kóðan læsilegri, bilin mega bara ekki vera fremst í línunni enn sem komið er. Athugasemdir í kóða eru mjög mikilvægur hluti af skjölun kóða og ættu öll sem vilja tileinka sér forritun að venja sig á að skrifa athugasemdir. Í fyrstu erum við ekki að skrifa flókinn kóða svo athugasemdirnar segja okkur ekki mikið, en þegar kóðinn er ekki augljós eða lausn á verkefni ekki augljós er gott að skrifa athugasemdir. Flest allir kóðabútar eru skjalaðir með athugasemdum til að gera þá læsilegri því allur kóði í bókinni er skrifaður fyrir fólk til að skilja. Kóði sem þið komið til með að skrifa seinna meir á einnig að vera ykkur sjálfum skiljanlegur þegar þið komið að honum seinna. Því er gott að venja sig strax á að skrifa lýsandi athugasemdir.

Kóðabútur 2.2: Reikniaðgerðir

```
# Samlagning framkvæmd með +
   # Pegar eftirfarandi kóði er keyrður ætti útkonan að vera 10
2
   6 + 4
3
5
   # Frádráttur framkvæmdur með -
   # Pegar eftirfarandi kóði er keyrður ætti útkonan að vera 10
6
   14 - 4
7
8
9
   # Margföldun framkvæmd með *
   # Pegar eftirfarandi kóði er keyrður ætti útkonan að vera 10
10
   10 * 2
11
12
   # Deiling framkvæmd með /
13
   # Athugið að þetta er fleytitöludeiling sem skilar nákvæmu svari
14
   # Þegar eftirfarandi kóði er keyrður ætti útkonan að vera 10.0
15
   60 / 6
16
17
   # Heiltöludeiling framkvæmd með //
18
   # Athugið að þessi deiling er frábrugðin þeirri sem þið kannist við
19
   # Hér viljum við vita hversu oft, heil tala, ein tala gengur upp í aðra og okkur er sama
20
       um afganginn
   # Pegar eftirfarandi kóði er keyrður ætti svarið að vera 10
   177 // 17
```

2.3 Breytur

```
23
   # Veldishafning framkvæmd með **
24
   # Hér er mikilvægt, eins og með deilinguna, að hafa í huga hvor talan kemur á undan.
25
  # Fyrst kemur talan sem hefja á í veldi og svo kemur talan sem er veldisvísirinn
26
  # Pegar eftirfarandi kóði er keyrður ætti svarið að vera 9
27
28
29
   # Leifareikningur framkvæmdur með % (e. modulus)
30
   # Petta er eitthvað alveg nýtt og framandi, en þó ekki óskiljanlegt
31
   # Það sem þetta reiknar er hversu mikil leif eða afgangur er eftir þegar heiltöludeilingu
        er beitt.
   # Þegar eftirfarandi kóði er keyrður ætti svarið að vera 7
33
   177 % 17
34
```

Í öllum þessum dæmum var verið að vinna með heiltölur, þó var útkoman úr deilingunni (stundum kölluð fullkomin deiling) fleytitala. Hvað gerist ef þessir sömu útreikningar eru gerðir með fleytitölum? Ef við myndum skipta út hverri tölu fyrir sig og setja í staðinn sömu tölu með .0 fyrir aftan þá yrðu útkomurnar þær sömu nema fleytitölur. En hvað gerist ef við breytum aðeins fyrri tölunni en ekki seinni tölunni? Þá ertu að nota ólíkar týpur og slíkt er vandmeðfarið, en í þessu tilviki er það í lagi þar sem Python gerir þá ráð fyrir að það sé í lagi að reikna allt með fleytitölum og framkvæmir reikninginn eins og þú hafir verið að beita fleytitölum í hvívetna og niðurstaðan verður þá að sjálfsögðu fleytitala.

2.3 Breytur

Nú höfum við séð hvernig má keyra kóða einfaldlega eins og í reiknivél. Höldum okkur við samlíkinguna um reiknivélina til að útskýra breytur. Á hefbundinni reiknivél sem notuð er í stærðfræðitíma í framhaldsskóla er takki sem á stendur ANS. Það stendur fyrir answer og ef ýtt er á hann getur vélin geymt síðasta gildið sem hún gaf sem svar og unnið svo með það til að gefa næsta svar. Flottari vélar geta svo geymt nokkuð mörg svör en það er útfyrir gagnsemi þessarar samlíkingu. Þegar ýtt er á þennan takka er minnisvæði í reiknivélinni tekið frá og skrifað er í það gildi, sem er svo sótt þegar ANS er notað í útreikningi. Að sama skapi má láta Python úthluta minnissvæði í tölvunni fyrir þær breytur sem þið viljið geyma. Munurinn er sá að þið nefnið sjálf hvað minnisvæðið er merkt sem, eruð ekki bundin við að nota ANS og að þið eruð svo gott sem með óteljandi minnissvæði.

Að gefa minnissvæði merkingu og gildi er gert með *gildisveitingu*. Gildisveiting þýðir að nú er einhver ákveðinn merkimiði kominn með eitthvað til að geyma. Sjáum einfalt dæmi um þetta.

Kóðabútur 2.3: Breytur kynntar

```
# Hér er ég að fara að búa til breytu sem heitir val

val = 5

# Pegar ég keyri línuna fyrir ofan segi ég vélinni að hafa aðgengilegt minnisvæði sem ég
get notað með því að skrifa orðið val, og settu í það svæði gildið 5.

# Svo ég er að veita breytunni val gildið 5, þess vegar er það kallað gildisveiting.

# Svo get ég notað breytuna mína

# þegar þetta er keyrt fæst svarið 10

val + 5
```

Ef þú prófar þig áfram við að búa til breytur gætir þú rekist á svolítið sem hefur ekki gerst áður í vinnubók, að þegar sella inniheldur eingöngu gildisveitingu og er keyrð þá "gerist ekkert". Þetta finnst mörgum mjög skrýtið því þau vilja fá einhverja útkomu. En útkoman er sú að þú sagðir

vélinni að geyma þetta, þú sagðir henni ekki að gera neitt annað.

Breytur eru skilgreindar vinstra megin við jafnaðarmerki í Python. Eins og það væri lesið, val fær gildið 5. Það væri lítið vit í því að hafa það öfugt, 5 er núna jafngilt val. Það sem við værum þá að segja tölvunni að í hver sinn sem hún vill nota heiltöluna fimm þá á hún að hætta við að nota töluna sjálfa og í staðinn vísa eingöngu í það sem er í minnissvæði merktu val. Það er alls ekki það sem við viljum.

Nokkrar reglur í nafnavali á breytum, þetta vill vefjast fyrir sumum en lærist fljótlega:

- 1. Kóðalitunin á breytuheitinu má ekki vera annað en venjulegi liturinn fyrir kóða, þannig að ef nafnið fær áherslumerkingu (annan lit) er það ekki löglegt breytuheiti. Áherslulitunin í númeruðu kóðabútunum í þessari bók er marklaus því hún er mjög frumstæð. Dæmi um það sem fær áherslulitun eru frátekin lykilorð og tölustafir.
- 2. Breytuheitið ætti ekki að innihalda séríslenskan staf (það er löglegt í jupyter vinnubókum en er hrikalega slæmur ávani því það er ekki löglegt allsstaðar).
- 3. Breytuheitið má ekki innihalda bil.

Nokkur tilmæli um breytunöfn með tilliti til nafnavenja í Python:

- 1. Breytuheiti byrja á litlum staf.
- 2. Ef það þarf að gera löng breytuheiti er venjan að nota snákaframsetningu (e. snake casing) sem felur í sér að gera niðurstrik á milli orða, dæmi thetta_er_langt_nafn_a_breytu. Annars er til kamelframsetning (e. camel casing) sem felur í sér að annað hvert orð er með stórum staf, dæmi thettaErLikaLangtBreytuheiti. Hvort sem þið endið á að nota meira, haldið ykkur bara við annað þeirra.
- 3. Breytuheiti eiga að vera lýsandi. Ef ég væri að reikna hliðar í þríhyrningi væri gott að eiga breyturnar a, b og c. En ef ég væri að búa til reiknirit sem býr til tölvuleikjapersónu af handahófi með því að velja tilviljanakennt nafn, aldur og starf þá væru breytuheitin a, b og c alveg glötuð því þegar ég kæmi aftur að kóðanum mínum myndi ég ekki hafa hugmynd um hvað a, b og c væru. Betra væri að breyturnar hétu nafn, aldur og starf.

Kóðabútur 2.4: Dæmi um gildisvetingar réttar og rangar

```
# Hér er ég að fara að búa til breytu sem heitir val
2
   val = 5
3
   # Hér er ég ekki að búa til breytu sem heitir val heldur er ég að segja að talan fimm er
       ekki lengur til sem heiltala heldur gæti hún vísað í hvað sem er sem er geymt í
       minnisvæði merktu val, ólöglegt.
5
6
7
   # Hér bý ég til breytu sem heitir heiltala sem fær gildið O
   heiltala = 0
8
   # Hér yfirskrifa ég lykilorðið fyrir týpuna heiltala og læt það innihalda O
10
11
   # þetta er harðbannað og ef þetta gerist er ekki nóg að þurrka þetta út og keyra aftur,
       nú þarf að endurræsa kjarna vinnubókarinnar.
13
   Gott nafn = 1.0
14
   # Petta er ekki bara bannað vegna bilsins á milli orðanna ,,Gott'' og ,,nafn'' heldur er þ
15
       að líka ljótt því að það byrjar á stórum staf
16
  3_{litlar_mys} = 3
17
  # má ekki byrja á tölustaf eða tákni
```

2.3 Breytur 21

```
20 utreiknud_laun_eftir_skatt = 0.65 * laun
21 # frábært, lýsandi og gott breytuheiti (hér er þó gert ráð fyrir að vélin þekki breytuna laun)
```

Nú þegar við höfum séð hvernig má skilgreina breytu viljum við vita hvernig á að nota þessa breytu. Ef við snúum okkur aftur að reiknivélasamlíkingunni um ANS takkann þá ætti kóðabútur 2.5 að geta sýnt með eðlislægum hætti hvernig breytur nýtast. Fyrst segi ég vélinni hvað það er sem ANS vísar á, svo segi ég vélinni að mig langar til þess að búa til nýja breytu sem á að byggja á því sem ANS inniheldur. Í þessum kóðabút er svo haldið áfram með þessa afleiddu breytu og önnur afleidd breyta búin til útfrá henni. Það sem gerist svo í endann er sambærilegt við það að ýta á "=" takkann á reiknivélinni. Takið eftir að þarna er notuð ný framsetning sem við höfum ekki séð áður, þarna stendur print með svigum fyrir aftan og inni í svigunum er breytan okkar. Ef þessi kóðabútur er keyrður þá kemur á *staðalúttak* ¹ það gildi sem breytan **x** inniheldur. Ef þar hefði staðið print (halft_x) hefðum við fengið svarið sem er geymt í breytunni print (halft_x).

Kóðabútur 2.5: Að nota breytu

```
# Hér framkvæmi ég einhvern útreikning sem ég geymi í breytunni ANS
   ANS = 5**2 + (4+8.9)**2
2
3
   # Segjum að þetta hafi verið endapunkturinn í löngu algebrudæmi og nú veit ég hvað y er,
       og get þá nýtt það til að finna x eins og verða vill svo oft í stærðfræði að x sé
       týnt. Gefum okkur að x = 3 * y og því fæst
   x = 3 * ANS
5
6
   # Nú ef við viljum reikna eitthvað út með x eigum við það til í minnissvæði merktu x með
7
       réttu gildi. Til dæmis með því að búa til breytu fyrir hálft x.
   halft_x = x/2
9
10
   # Nú langar okkur til að vera viss um að við séum við vitrænt svar svo við biðjum tölvuna
11
       um að segja okkur hvað er geymt í breytunni x.
   print(x)
12
```

Við megum beita print skipuninni óspart og hvetur höfundur til þess að lesandi venji sig á að skoða úttakið sitt í hverju þrepi áður en leitað er hjálpar til annarra. Print er *fall*, við skoðum föll nánar í kafla 8 en þangað til munum við kynnast nokkrum innbyggðum föllum eins og print().

Núna höfum við séð tvær týpur, heiltölur og fleytitölur. Breyta getur innihaldið hvernig týpu sem er. Þá þurfum við að athuga hvað má gera við breyturnar okkar. Hingað til höfum við eingöngu skoðað reikniaðgerðir sem eru framkvæmdar með kunnuglegum táknum, við höfum ekki verið að beita neinum innbyggðum *aðferðum* á tölurnar okkar. Við sjáum það gert í kafla 3 þegar við skoðum hvernig megi vinna með texta.

Að því sögðu þá þurfum við að skoða breytur nokkuð betur áður en við förum að beita þeim á skilvirkan hátt. Við erum búin að skoða reiknivirkja og gildisveitingu, og nú ætlum við að skoða *reiknivirkjagildisveitingu* þar sem við uppfærum gildi í breytu með því að nota reiknivirkja eins og + eða - með gildisveitingu =. Þetta sést betur í kóðabút

Kóðabútur 2.6: "Reiknivirkjagildisveiting"

```
# ég ætla að telja nemendur inn í stofuna
# ég byrja með 0 nemendur
nem = 0

# svo sé ég fyrsta nemandann minn og endurskilgreini þar með breytuna nem
```

¹Pann stað sem texti myndi prentast þegar forritið er notað, hvort sem það er á skjá eða beint á pappír úr prentara eða eitthvað allt annað. Kannski verður úttaki varpað beint inn í heilann á forriturum einhvern tíma?

```
nem = nem + 1
6
   # þá uppfæri ég gildið sem nem breytan inniheldur og er hún núna það sem hún var (0) + 1,
8
        ef ég keyrði þessa línu aftur væri það orðið að (1) + 1 og svo koll af kolli eftir þ
        ví sem ég keyri þessa línu oftar
   # önnur leið til að skrifa þetta er með reiknivirkjagildisveitingu
11
12
   # þá uppfæri ég gildið nem um það sem hún var + 1
13
14
   #segjum að nemendur koma inn í stofuna í pörum þá væri formúlan svona:
15
   nem += 2
16
17
18
   # þá uppfærist gildið í nem um +2 í hvert sinn sem þessi kóðalína er keyrð
19
20
   # Ef ég væri að reikna stofnstærð á bakteríum sem tvöfaldast á hverjum klukkutíma gæti ég
        gert það svona:
   stofn_staerd = 30
21
   stofn_staerd *= 2 # og keyrt svo þessa línu fyrir hvern klukkutíma
22
23
   # Tökum annað dæmi, byrjum á að skoða hvernig megi geyma útreikninga í mismunandi breytum
   thusund = 1000
25
   fimm_hundrud = thusund/2
26
   tvo_hundrud_og_fimmtiu = fimm_hundrud/2
27
28
   # ef ef mér er sama um breytuna thusund og vil þess í stað bara halda utan um alla
        upphæðina mína í einni breytu og helminga hana tvisvar þá get ég gert þetta
   allt = 1000
30
31
   allt /= 2
   allt /= 2
32
33
   #nú er allt orðið að 250
34
35
   # ég má líka nota aðrar breytur í uppfærslunni minni
36
   # hér ætla ég að reikna út hver hækkun launa yrði milli ára ef ég fengi alltaf 2%
37
       launahækkun
   laun = 100
   verdbolga = 0.02
   laun *= 1 + verdbolga # þetta má svo keyra endurtekið til að skoða fram í tímann
```

Hér sést að það er gagnlegt og fljótlesið þegar það á að uppfæra gildi á breytu að gera það með því að nota reiknivirkjann með gildisveitingunni. Í kóðabútnum að ofan sést að athugasemdir eru skrifaðar inni í línum líka, það er stundum gagnlegt að skrifa stuttar athugasemdir inni í kóða með þessum hætti en betra er þó að skjala hann skilmerkilega efst við viðeigandi kóðabút. Allar athugasemdir eru hunsaðar af vélinni og því hefur allt sem er fyrir aftan # merkið, hver sem það er, engin áhrif á útkomuna.



Til þess að geta sýnt og notað texta þarf gagnatýpu til að halda utan um hann. Í flestum forritunarmálum, og Python er ekki undantekning, eru gögn af þeirri týpu kölluð **strengir**. Lykilorð fyrir þessa týpu er **str**.

3.1 Strengir skilgreindir

Til þess að afmarka texta og segja vélinni að fara með hann sem af týpunni strengur þarf að nota tákn. Við þurftum ekki að gera það þegar við skrifuðum tölurnar en nú, og seinna, munum við þurfa sér tákn til þess að segja vélinni gögn af hvaða týpu hún er að vinna með.

Táknin sem skilgreina strengi eru gæsalappir. Einfaldar eða tvöfaldar.

Kóðabútur 3.1: Strengir skilgreindir

```
# Fyrsti strengurinn okkar

"halló"

#strengur geymdur í breytu

textinn_minn = "halló ég má skrifa mörg orð inn í þessar gæsalappir"

einfaldar_gaesalappir = 'ég má líka skrifa innan einfaldra gæsalappa'

thetta_virkar_ekki = 'gæsalappirnar þurfa að passa saman"

# og ef ég vil skrifa mjög langan texta nota ég þrjár gæsalappir

langi_textinn_minn = ''' ég má skrifa eins langa setningu hér og ég vil því að þetta

verður alltaf álitið sem ein lína, hins vegar ef ég nota öðruvísi gæsalappir og

langar að gera kóðan læsilegan er hægt að brjóta hann upp án þess að nota þessar þ

reföldugæsalappir, við sjáum það eftir smá'''
```

Í sumum forritunarmálum er munur á því að nota einfaldar og gæsalappir, þar sem einfaldar eru notaðar fyrir staka stafi (sér gagnatýpa) og tvöfaldar fyrir strengi. En það er enginn raun munur á því hvernig Python meðhöndlar þær.

24 Kafli 3. Strengir

3.2 Strengir og reikniaðgerðir

innubók inni í kóðabút Við erum búin að sjá að það megi leggja tölur saman og margfalda þær. Nú ætlum við að skoða hvaða reikniaðgerðir er hægt að framkvæma með strengi og hvaða áhrif það hefur.

Kóðabútur 3.2: Strengir og reikniaðgerðir

```
# Reikniaðgerðirnar sem við þekkjum eru +, -, *, /, //, **, og %
# Lesandinn er hvattur til þess að gera prófanir á þessu í vinnubók upp á eigin spýtur
# Með því að skilgreina streng og reyna að nota reikniaðgerð á hann með tölum eða öðrum
strengjum

5
6
7 # Gerum ráð fyrir að þessar prófanir hafi átt sér stað og niðurstaðan sé sú að þær
aðgerðir sem hægt er að framkvæma eru + og *
# En hvað gerist þegar við notum þær?
```

Þegar við notum + til að setja saman strengi þá erum við að beita *samskeytingu* (e. concatenation). Samskeyting þýðir að einum streng er bætt við fyrir aftan annan streng. Það skiptir máli hvor er fyrir framan: "halló"+ "bless" verður að "hallóblessen "bless"+ "halló" verður að "blesshalló".

Kóðabútur 3.3: Samskeyting strengja

```
2
   strengur_a = "betta er a strengurinn minn"
3
   strengur_b = " og þetta er b strengurinn minn"
   # Nú get ég sameinað þessa strengi með því að setja annan þeirra fyrir aftan hinn
5
   sameinadir_a_og_b = a + b
6
   # ef við prentum út strenginn fáum við
8
   "betta er a strengurinn minn og betta er b strengurinn minn"
   #takið eftir að það er bil á milli strengjanna, það er eingungis vegna þess að b
        strengurinn er skilgreindur þannig að fyrst kemur bil fremst í strengnum
11
   # röðin skiptir máli þegar strengir eru sameinaðir svona
12
   sameinadir_b_og_a = b + a
13
14
   # þetta útprentað skilar okkur:
15
   " og þetta er b strengurinn minnþetta er a strengurinn minn"
16
17
   # Takið eftir að þarna er ekkert bil á milli strengjanna.
18
19
   # Á þessu er hægt að svindla:
20
  fyrsta_nafn = "Valborg"
21
  seinna_nafn = "Sturludóttir"
22
   fullt_nafn = fyrsta_nafn + " " + seinna_nafn
23
24
   # Parna sameinaði ég þrjá strengi þar sem ég vissi að hvorugur strengjanna minna
25
        innihéldi bil ákvað ég að setja það á milli með auka samskeytingu.
```

Þegar við notum * til þess að margfalda streng erum við að *lengja* (e. multiply) hann. Strengjalenging virkar þannig að þú tilgreinir hversu oft, í heilum tölum, þú vilt að strengurinn sé endurtekinn.

Kóðabútur 3.4: Strengjalenging

```
1 eitt_ord = "kex"
2 eitt_ord*3
3
```

3.3 Vísar í streng

```
4 #skilar okkur
5 "kexkexkex"
```

3.3 Vísar í streng

Strengir eru af einhverri lengd, við getum séð hversu mörg stafabil eru í streng með því að telja þau sjálf eða láta tölvuna segja okkur það með innbyggða fallinu len() (fyrir length).

Kóðabútur 3.5: Stafabilafjöldi

```
strengur1 = "kex"

# pessi strengur er augljóslega þrjú stafabil

len(strengur1)

# skilar okkur 3

strengur2 = "kex með smjöri, osti og sultu"

len(strengur2)

# skilar okkur 29, takið eftir að tóm bil og greinamerki teljast með
```

Nú þegar við vitum hversu mörg stafabil eru í strengnum getum við notað þau. Við getum sagt við vélina mig langar til að fá vísi (e. index) (einnig kallað sætisnúmer, sæti og stæði) númer 1 og séð hvaða tákn er í þeim vísi. Til að ná í eitthvað upp úr streng þurfum við að nota hornklofa (e. square brackets), tákn sem eru eins og kassalaga svigar [og]. Við notum þessi tákn í Python til að ná í gögn upp úr einhverri gagnagrind, sjáum nánari útskýringu á því fyrirbæri í kaflanum 4. Nú lítum við svo á að strengir séu til þess að geyma fyrir okkur tákn í ákveðinni röð og við getum nálgast þessi tákn með því að nota hornklofa. Inn í hornklofann ætlum við að láta þann vísi (eða það sætisnúmer) sem við viljum vinna með.

Kóðabútur 3.6: Vísir 1

```
strengur = "kex"

# pessi strengur er augljóslega þrjú stafabil

print(strengur[1])

# petta skilar okkur stafnum 'e'
```

Eins og sést í kóðabút ?? þá vísar vísir númer 1 ekki á fremsta stafinn sem er í þessu tilfelli k heldur vísar hann á stafinn e. Það er vegna þess að í Python og flestum öðrum forritunarmálum (ekki öllum) er byrjað að telja í núll. Þannig að fremsti vísirinn í streng (og öðrum gagnagrindum) er núllti vísirinn. Hver er þá síðasti vísirinn? Nú höfum við komist að þeirri niðurstöðu (í kóðabút 3.5) að strengurinn "kex"hefur þrjú stafabil, að það séu þrír sætisvísar í strengnum, að k sé í vísi 0, e sé í vísi 1 og þá hlýtur x að vera í vísi 2. Síðasti vísirinn í streng er því einum lægri heldur en lengdin á strengnum. Þannig að strengur af lengdinni fimm, eins og strengurinn "texti", hefur fimm stafabil sem eru í vísum númer 0,1,2,3 og 4.

3.3.1 Óbreytanleiki

Nú höfum við séð að það er hægt að sækja stafabil í streng, eins og tildæmi núllt táknið í strengnum. Þá er mikilvægt að hafa í huga að í Python er ekki leyfilegt að endurskilgreina hluta úr streng. Byrjum á því að skoða hvað endurskilgreining þýðir. Ef við búum til breytu eins og í kóðabút 2.6 og notum nafnið á henni aftur til að segja vélinni að endurnýta minnissvæði með ákveðnu nafni. Þá erum við búin að endurskilgreina breytuna okkar, hún var eitthvað áður en nú er hún eitthvað annað.

Þar sem strengir eru með ákveðin númeraða vísa sem benda á ákveðin tákn gætum við þá ekki bara sagt við vélina "mig langar að breyta bara tákni númer 0"? Það er ekki í boði því að í Python

26 Kafli 3. Strengir

eru strengir óbreytanlegir (e. immutable) og því er bara hægt að vinna með því eins og þeir eru eða endurskilgreina þá alveg.

3.3.2 Neikvæðir vísar

Pað má einnig telja frá hægri til vinstri. Ef okkur langar að vinna með öftustu stökin í streng þurfum við ekki að vita hvað strengurinn er langur, við getum talið frá hægri endanum og unnið með neikvæða vísa. Í því tilfelli byrjum við ekki að telja í 0, því að þá myndi verða til tvíræðni (e. ambiguity). Tölvan myndi ekki vita hvorn 0 vísinn við værum að biðja um þegar við segðum strengur[0], hvort við værum að tala um núll frá vinstri eða hægri. Þess vegna byrjum við að telja frá hægri í -1, og höldum þannig áfram þar til við erum komin niður í -n þar sem n er lengdin á strengnum. Svo strengurinn "kexer með vísana 0,1 og 2 en einnig vísana -3, -2 og -1 bæði í þessari röð, svo vísir -1 er alltaf síðasta táknið í streng.

3.3.3 Hlutstrengir

Nú vitum við hvernig á að sækja eitt stakt tákn upp úr streng. En hvernig náum við í einhvern hluta úr honum? Það er einnig gert með hornklofunum og við notum þá með ákveðnum hætti, við fáum að setja inn fleiri upplýsingar heldur en bara hvaða staka vísi við viljum. Við notum vísana svona: [vísir sem á að byrja fyrir framan: vísir sem á að hætta fyrir framan: stærð á skrefi sem á að taka við lesturinn]. Þarna eru semsagt tveir tvípunktar sem er verið að nota og tölurnar sem koma á milli þeirra er afmörkunin á því hvað við viljum lesa upp úr tilteknum streng. Nú er vert að nefna að þegar við notum þessa málskipan eru ákveðin gildi sjálfgefin, það er við þurfum ekki að taka þau fram.

Sjálfgefin gildi við að ná í hlutstreng:

- 1. vísirinn sem við byrjum fyrir framan er fremsti stafurinn, eða fremst.
- 2. vísirinn sem við hættum fyrir framan er fyrir aftan aftasta stafinn, svo síðasta táknið er lesið.
- 3. skrefastærðin er sjálfgefin 1, það er að við skoðum hvert einasta tákn og hoppum ekki yfir neitt stak.

Kóðabútur 3.7: Hlutstrengir

```
strengur = "kex með smjöri, osti og sultu"
1
2
3
   # mig langar að sækja allan strenginn
   sami_strengur = strengur[::] # hér nota ég þann kost í Python að setja inn fyrir mig
       sjálfgefin gildi
   #mig langar að sækja það sem kemur fyrir aftan táknið x í kex
   aftan_x = strengur[3::]
7
8
   #mig langar ekki í síðasta stafinn
9
   nema_sidasti = strengur[:-1:]
10
11
   #mig langar í allan strenginn nema annan hvern staf
12
13
   annar_hver = strengur[::2]
14
   # mig langar að sækja orðið kex og mig langar einnig að sækja orðið sultu
15
   kex = strengur[0:3]
16
   sultu = strengur[-5:]
17
18
   #einnig er hægt að lesa afturábak með því að taka neikvæða skrefastærð
19
   ofugur = strengur[::-1]
```

3.4 Aðferðir á strengi

Áður en aðferðir á strengi eru kynntar þarf að útskýra stuttlega hvað aðferðir eru. Við höfum séð print() fallið notað t.d. í kóðabút 2.5 og í kóðabút 3.5, það er innbyggt fall í Python sem prentar það sem beðið er um á staðalúttak. Það fall virkar eitt og sér og þarf bara að skrifa nafnið á því, gera sviga og setja inn í svigana það sem við viljum láta fallið fá . Aðferðir eru sérhæfð föll sem virka á ákveðnar gagnatýpur. Þannig að allar aðferðir eru föll, ekki öll föll eru aðferðir. Á ensku eru aðferðir kallaðar *methods* og föll *functions*. Aðferðir eru í raun "hengdar aftan á"þá týpu sem þær eiga að verka á, það er gert með því að skrifa nafnið á breytunni sem inniheldur gögnin sem við viljum framkvæma aðferðina á, gera svo punkt, skrifa nafnið á aðferðinni og setja sviga, inn í svigana fara öll þau viðföng sem aðferðin tekur við.

er ég búin að út staðalúttak?

vísa í falla kafla

vísa í eitthvað se útskýrir viðföng

Kóðabútur 3.8: Aðferðir kynntar

strengur = "kex með smjöri, osti og sultu"

Annað sem þarf að hafa í huga áður en við vinnum með aðferðir á strengi er að strengir eru óbreytanlegir (e. immutable) sem þýðir að aðferðir sem eru notaðar á þá skila öðrum strengjum í stað þess að breyta strengnum sem við keyrðum aðferðina á. Með það í huga skulum við skoða eftirfarandi lista af aðferðum sem áhugavert er að taka fyrir.

Hér koma fyrir nokkrar aðferðir, gerum ráð fyrir að þær séu að verka á breytuna strengur sem inniheldur táknin "valborg Sturludóttir".

- strengur.capitalize() skilar strengnum "Valborg sturludóttir"þar sem fremsti táknið er nú hástafur.
- 2. strengur.upper() skilar strengnum "VALBORG STURLUDÓTTIR"þar sem allir stafir eru nú háfstafir.
- 3. strengur.lower() skilar strengnum "valborg sturludóttir"þar sem allir stafir eru nú lágstafir.
- 4. strengur.switchcase() skilar strengnum "VALBORG sTURLUDÓTTIR"þar sem búið er að skipta út lágstöfum fyrir hástafi og öfugt.
- 5. strengur.index('v') skilar tölunni 0 þar sem fyrsta 'v' táknið kemur fyrir í vísi 0
- 6. strengur.index('x') skilar villu þar sem táknið 'x' hefur engann vísi í strengnum
- 7. strengur.find('v') skilar tölunni 0 þar sem fyrsta 'v' táknið kemur fyrir í vísi 0
- 8. strengur.find('x') skilar tölvunni -1 þar sem 'x' finnst ekki í stregnum.

Takið eftir því að þarna er orðið lykilorðið "skilar"það er að við fáum í hendurnar eitthvað til að vinna með sem við getum t.d. vistað í breytu, við skoðum þetta nánar þegar við gerum okkar eigin föll í kafla 8. Það er þörf á því að vinna með aðferðir á strengi með þessum hætti því að við munum að strengir eru óbreytanlegir. Þannig að ef við viljum vinna með einhverja útkomu byggða á streng þá þurfum við að fá útkomuna í hendurnar, því strengurinn sem aðferðinni var beitt á breytist ekki neitt við að kalla í aðferðina. Í upptalningunni hér að ofan getum við keyrt allar þessar línur í röð eins og kóða og búist við að fá þessi svör því að breytan strengur verður aldrei fyrir neinum breytingum, hún helst sem "valborg Sturludóttir"þrátt fyrir að við köllum í alla þessa fylkingu af aðferðum.

Í þessari bók verða ekki gerð skil á öllum þeim aðferðum sem eru í boði fyrir þær týpur sem við skoðum. Þær eru mýmargar og til ýmiss gagnlegar en það er út fyrir svið þessarar bókar að taka hverja fyrir sig fyrir og því munum við bara nefna þær gagnast okkur að skoða. Höfundur hvetur þó til að lesandi geri ítarlegar tilraunir og prófanir.



Listar eru gagnagrindur, sem þýðir að þeir geta geymt fyrir okkur hin ýmsu gögn og gert okkur þau aðgengileg á ákveðinn máta. Listar eru skilgreindir með hornklofum [] og er lykilorðið þeirra **list**.

4.1 Listar skilgreindir

Listar geyma, í ákveðinni röð, þau gögn sem við viljum geyma sem mega vera af hvaða týpu sem er. Gögnin sem eru sett inn í listann eru kölluð stök og röðin sem þau eru í eru aðgengileg eftir vísum eða sætisnúmerum alveg eins og strengir. Stökin eru aðgreind með kommum. Þær týpur sem við höfum séð hingað til eru heiltölur, fleytitölur, strengir og listar. Allt eru þetta möguleg stök í lista.

Kóðabútur 4.1: Listar skilgreindir

```
# Fyrsti listinn okkar er tómur
listinn_minn = []

# þegar við skilgreinum lista aðgreinum við stökin með kommum
nyr_listi = ["núllta stakið", 1, 2, 3.0, "fjórða stakið", [5]]
```

Í kóðabút 4.1 sjáum við að við erum með 6 stök í listanum nyr_listi sem er skilgreindur í línu 6 . Fremsta stakið er strengur, næstu þrjú eru tölur, síðan kemur annar strengur og síðasta stakið í sæti 5 er listi. Sá listi inniheldur eitt stak sem er þá í núllta vísi í þessum innri lista.

Ef við hugsum okkur töflureikni eins og Calc eða Excel þá getum við ímyndað okkur að ein lína sé eins og einn listi, hver dálkur er stak í listanum og ein röð er listinn sem heldur utan um þau. Þá getum við líka ímyndað okkur að ef við erum með margar raðir séu þær geymdar á einni örk eða einu skjali. Sjáum hvernig það myndi líta út í kóðabút 4.2

Kóðabútur 4.2: Listar af listum

```
# Ef við ættum skjal í töflureikni sem héldi utan um allt starfsfólk í fyrirtæki gæti
hausinn á því litið svona út:
# Nafn Tölvupóstur Deild Símanúmer
```

passa að breyta kóðabút til að þ vísun haldist 30 Kafli 4. Listar

```
# Svo er hver röð fyrir neðan það útfyllt með upplýsingum um einhvað tiltekið starfsman, t.d.:

# Jóna Jónsdóttir jona@fyrirtaeki.is Póstur 4445555

# Ef þetta væri útfært í Python með listum væri það gert svona:

# starfsfolk = [["Jóna Jónsdóttir", "jona@fyrirtaeki.is", "Póstur", "4445555"],

["Kristján Kristjánsson", "kristjan@fyrirtaki.is", "Laun", "4445589"],

["Halldóra Halldórudóttir", "halldora@fyrirtaeki", "Skrifstofa", "4445500"]]
```

Við tökum eftir því að listinn starfsfolk í kóðabút 4.2 í línu 9 inniheldur þrjá aðra lista, og þeir eru aðgreindir með kommum alveg eins og stökin inni í hverjum innri lista fyrir sig eru einnig aðgreind með kommum. Einnig tökum við eftir því að hér sjáum við í fyrsta sinn inndrátt, það er í raun bara aukalegt bil sem vélin hunsar við að skilgreina breytuna starfsfolk og er því fyrir okkur til að geta lesið kóðann auðveldlegar. Þetta er ekki eins og inndrátturinn sem við munum sjá og beita í næsta kafla, Segðir, skilyrðissetningar og Boolean gildi.

4.2 Að vinna með gögn

Þegar við geymum gögn viljum við að þau séu aðgengileg og að við getum skoðað þau, breytt þeim og unnið með á máta sem hentar okkur. Listar gera okkur kleyft að nálgast gögn eftir sætisvísum. Við náum í gögn upp úr lista eftir sætisvísi alveg eins og við sóttum tiltekið tákn úr streng, með því að nota hornklofa og það vísa sem við vildum. Sætisvísar eru frá 0 upp í lengdina á listanum að einum frádregnum, svo ef það eru þrjú stök í listanum eins og í kóðabút 4.2, þá er listinn af lengd 3 og vísarnir í honum er 0,1 og 2. Einnig megum við nota neikvæða vísa, eins og í strengjum, þar sem síðasta stakið er í vísi -1 og fremsta stakið er í vísi sem er jafn neikvæðri lengd listans.

Hér þurfum við að athuga að við viljum ekki ruglast á því að skilgreina lista með hornklofum og að sækja gögn úr lista eða streng með hornklofum. Í fyrra tilfellinu standa hornklofarnir einir og sér, þar sem við erum að skilgreina nýjan lista. Í seinna tilfellinu standa hornklofarnir fyrir aftan þá breytu sem á að sækja gögn upp úr með ákveðnum sætisvísum. Sjáum dæmi.

Kóðabútur 4.3: Listar af listum

```
# listi skilgreindur
[1,2,3]

# listi skilgreindur og geymdur í breytu

| listinn = [1,2,3, "langur strengur sem hefur einnig sætisnúmer"]

# gögn sótt upp úr listanum

| listinn[1] # skilar okkur tölunni 2

# Við getum líka sótt gögn upp úr þeim gögnum sem leyfa það

| listinn[3][0] # skilar okkur stafnum l
```

Við sjáum í kóðabút 4.3 í línu 11 að þar erum við að keðja (e. to chain) hornklofana okkar. Þetta megum við því að listinn[3] skilar okkur til baka strengnum "langur strengur sem hefur einnig sætisnúmerog við megum sækja úr honum stak númer 0 sem er aðgengilegt með því að gera [0] fyrir aftan listinn[3]. Þetta gagnast okkur sérstaklega þegar við lítum aftur á starfsmanahaldið okkar hér á undan og viljum geta sótt gögn upp úr innri listum. Sjáum hvernig við getum fengið upplýsingar sem eru skráðar um tiltekið starfsman úr listanum sem við geymdum í kóðabút 4.2.

Kóðabútur 4.4: Unnið með gögn úr lista

```
print(starfsfolk[0])
2
```

4.2.1 Listar eru breytanlegir

Nú allt í einu munum við að Jóna er ekki Jónsdóttir heldur Alfreðsdóttir og við þurfum að laga það, við þurfum ekki að skilgreina listann allann upp á nýtt (sem við hefðum þurft að gera ef við værum með streng) heldur þurfum við bara að setja nýtt gildi inn fyrir það sem heldur utan um nafnið hennar Jónu.

Kóðabútur 4.5: Unnið með gögn úr lista

```
print(starfsfolk[0][0])
2
  # við munum að þetta skilar
3
  "Jóna Jónsdóttir"
4
  # en við munum að nafnið var óvart vitlaust skráð svo við breytum því
  starfsfolk[0][0] = "Jóna Alfreðsdóttir"
  # þetta skilar okkur engu því að við vorum hér að skilgreina eitthvað, segja tölvunni að
8
       geyma eitthvað
   # en við erum búin að endurskilgreina starfsfolk listann og ef við köllum í hann núna
       sjáum við að hann er breyttur
10
print(starfsfolk)
12 # betta skilar
  [["Jóna Alfreðsdóttir", "jona@fyrirtaeki.is", "Póstur", "4445555"], ["Kristján
       Kristjánsson", "kristjan@fyrirtaki.is","Laun","4445589"], ["Halldóra Halldórudóttir",
       "halldora@fyrirtaeki", "Skrifstofa", "4445500"]]
```

4.3 Gagnlegar aðferðir á lista

Eins og tekið var fram í kaflanum um strengi þá er ekki ætlunin að fara yfir allar þær innbyggðu aðferðir sem til eru fyrir lista heldur draga fram nokkrar sem eru mjög gagnlegar til að auka skilning á notkun á aðferðum.

Gefum okkur að við eigum listann [0,2,1,3] sem er geymdur í breytunni listinn_minn

- listinn_minn.pop()
 - það sem þetta gerir er að breyta listanum og skila staki.
 - gildið sem það skilar er aftasta stakið úr listinn_minn.
 - 3 er gildið sem það skilar í okkar tilfelli svo listinn minn verður að [0,2,1].
 - hægt er að geyma það með því að gera x = listinn_minn.pop() og þá inniheldur x töluna
 3.
 - einnig er hægt að setja inn sætisnúmer sem viðfang og þá er stakið í því sæti fjarlægt og listinn dregst saman, sjá kóðabút 4.6.
- listinn_minn.append(x)
 - það sem þetta gerir er að breyta listanum þannig að búið er að bæta breytunni x aftast í listann
 - þessi aðferð skilar engu til baka til okkar svo það er ekkert vit í því að skrifa listi = listinn_minn.append(4)

32 Kafli 4. Listar

- segjum að x hafi verið stillt sem talan 4 þá lítur listinn núna svona út [0,2,1,3,4] (ef við gerum ráð fyrir að hafa ekki keyrt neinar aðrar aðferðir á hann).

- þessi aðferð verður að fá eitt viðfang og nákvæmlega eitt viðfang, sem er af hvaða gagnatýpu sem er, svo við gætum sett inn einn lista sem inniheldur 100.000 stök en það er nákvæmlega einn listi.
- sjá notkun í kóðabút 4.7
- listinn_minn.sort()
 - það sem þetta gerir er að raða listanum í röð með samanburðarvirkjum (þeir verða kynntir í kafla Segðir, skilyrðissetningar og Boolean gildi), og stökin í listanum þurfa þá að vera samanburðarhæf.
 - aðferðin raðar listanum í röð frá lægsta gildi til hæsta gildis, það er okkur tamt þegar við skoðum talna lista en í því tilfelli að listinn innihaldi bara strengi þýðir það að listanum er raðað í stafrófsröð sem er skilgreind eftir því táknakerfi sem Python notar.
 - listinn_minn.sort myndi gera það að verkum að hann sé nú geymdur sem [0,1,2,3]
 (gerum ráð fyrir að við höfum ekki keyrt neinar aðrar aðferðir á hann).
 - aðferðin skilar engu svo það er ekkert vit í því að gera x = listinn_minn.sort()
 - sjá notkun í kóðabút 4.8.

Kóðabútur 4.6: .pop() aðferðin

```
test = [1,2,3]

x = test.pop()

# x inniheldur núna töluna 3 og test inniheldur listann [1,2]

y = test.pop(0)

# y inniheldur núna töluna 1 og test inniheldur listann [2]

# ekki er hægt að setja inn vísi sem er ekki til staðar í listanum

z = test.pop(1) # þetta veldur villu því að listinn inniheldur einungis stakið 2 sem er í sæti 0
```

Kóðabútur 4.7: .append() aðferðin

```
test = []
2
   # test er breyta sem inniheldur tóman lista, sem okkur langar að bæta í eftir að hafa
3
       búið hann til
4
5
   test.append(1)
   # nú inniheldur test stakið 1 í vísi 0, [1]
   test.append("nú bætum við streng aftast í listann")
8
9
   # nú inniheldur test listann [1, "nú bætum við streng aftast í listann"]
10
   test.append(["hér er heill listi", "með nokkrum stökum", "en hann er samt einn stakur
11
       listi", "og telst því sem að bæta við einu staki"])
   # athugum hér að hornklofar skilgreina lista og innan í svigum aðferðarinnar er bara eitt
12
       hornklofapar svo við erum bara að bæta við einum lista aftast í test listann okkar
  print(test) s
13
   # skilar okkur þessu:
14
   # [1, "nú bætum við streng aftast í listann", ["hér er heill listi", "með nokkrum
       stökum", "en hann er samt einn stakur listi", "og telst því sem að bæta við einu
       staki"]]
  # bætum nú aftast í innri listann með .append() aðferðinni
  test[2].append("hér var bætt aftast í innri listann, ekki er komið nýtt stak í test")
```

Athugum hér að í kóðabút 4.7 í línu ?? þá er stak í vísi 0 1, stak í vísi 1 er "nú bætum við streng aftast í listannog í vísi 2 er stakið ["hér er heill listi", "með nokkrum stökum", en hann er samt einn stakur listi", og telst því sem að bæta við einu staki"]. Þar sem stakið í vísi 2 er einnig listi þá má nota aðferðina .append() á hann og það sem gerist í línu ?? er að gögn eru sótt upp úr listanum með hornklofanotkun, eins og í kóðabút 4.4. Þannig keðjum við og getum bætt aftast í þennan innri lista með .append().

Kóðabútur 4.8: .sort() aðferðin

```
# test = [1,6,3,1]
2
   test.sort()
3
   # nú er listinn breyttur
4
   print(test)
6
   # skilar : [1,1,3,6]
7
8
9
   test = ["b", "a", "m", "z"]
10
   test.sort()
11
   print(test)
   # skilar : ["a", "b", "m", "z"]
12
13
   test = [1, "6"]
14
   test.sort()
15
   # hér verður villa því að tölur og strengir eru ekki samanburðarhæfir
16
17
   starfsfolk = [["Jóna Jónsdóttir", "jona@fyrirtaeki.is", "Póstur", "4445555"],
18
               ["Kristján Kristjánsson", "kristjan@fyrirtaki.is", "Laun", "4445589"],
19
               ["Halldóra Halldórudóttir", "halldora@fyrirtaeki", "Skrifstofa", "4445500"]]
20
  starfsfolk.sort()
  print(starfsfolk)
   # skilar
23
   # [["Halldóra Halldórudóttir", "halldora@fyrirtaeki", "Skrifstofa", "4445500"],
      ["Jóna Jónsdóttir", "jona@fyrirtaeki.is", "Póstur", "4445555"],
25
      ["Kristján Kristjánsson", "kristjan@fyrirtaki.is", "Laun", "4445589"],]
26
27
   # Bætum við auðkennisnúmeri fremst í listann
28
   starfsfolk = [[1927, "Jóna Jónsdóttir", "jona@fyrirtaeki.is", "Póstur", "4445555"],
29
    [782, "Kristján Kristjánsson", "kristjan@fyrirtaki.is", "Laun", "4445589"],
30
    [981, "Halldóra Halldórudóttir", "halldora@fyrirtaeki", "Skrifstofa", "4445500"]]
31
   starfsfolk.sort()
33
   print(starfsfolk)
34
   # skilar
35
   # [[782, "Kristján Kristjánsson", "kristjan@fyrirtaki.is", "Laun", "4445589"],
36
       [981,"Halldóra Halldórudóttir", "halldora@fyrirtaeki", "Skrifstofa", "4445500"],
37
       [1927, "Jóna Jónsdóttir", "jona@fyrirtaeki.is", "Póstur", "4445555"]]
38
39
   # En ef það gleymist að setja inn auðkennisnúmer þegar nýjum starfskrafti er bætt við í
40
   starfsfolk.append(["Pórður Hjaltalín", "thordur@fyrirtaeki.is", "Markaðs", "4445571"]
   print(starfsfolk)
```

34 Kafli 4. Listar

```
# skilar
# [[782, "Kristján Kristjánsson", "kristjan@fyrirtaki.is","Laun","4445589"],
[981,"Halldóra Halldórudóttir", "halldora@fyrirtaeki", "Skrifstofa", "4445500"],
[1927, "Jóna Jónsdóttir", "jona@fyrirtaeki.is", "Póstur", "4445555"],
["Pórður Hjaltalín", "thordur@fyrirtaeki.is", "Markaðs", "4445571"]]

starfsfolk.sort()
# petta veldur núna villu þar sem raðað er eftir fremsta staki hvers lista og fremstu stökin eru ekki af týpum sem hægt er að bera saman
```



Kóða má skipta í segðir (e. expressions) og yrðingar (e. statements). Segðir eru línur þar sem eitthvað er metið sem gildi, ef við líkjum því við tungumál væru það setningar þar sem einhver niðurstaða fæst eins og "er rigning"? Yrðingar eru línur þar sem eitthvað er sett fram sem þarf ekki að meta, í tungumáli væru það setningar á borð við "mér er kalt"

Þessi skipting er ekkert sérlega merkileg að svö stöddu en í þessum kafla ætlum við að einbeita okkur að því að meta útkomu og fá í hendurnar svör sem við getum svo gert eitthvað við.

Til þess að gera það þurfum við að læra á nýja týpu sem heitir Boolean og hefur lykilorðið **bool**. Hún er frábrugðin þeim týpum sem við höfum séð hingað til því að það eru eingöngu tvö möguleg gildi sem Boolean getur verið, **True** og **False** sem þýðast sem 1 og 0, satt og ósatt og eru upprunin úr búlískri algebru ¹ (e. Boolean algebra). Nú er það flestum kunnug staðreynd að tölvur vinna með 0 1 í grunninn, en hvernig það er notað í æðri forritunarmálum (e. high level programming languages) er ekki eins augljóst.

Í þessum kafla verður farið yfir búlísk gildi, samanburð (e. comparison) og samanburðarvirkja (e. comparison operators), rökvirkja (e. logical operators) og svo skilyrðissetningar (e. conditional statements).

5.1 Boolean gildi

Eins og kom fram í inngangi kaflans eru búlsk gildi einungis tvö, True og False. Hægt er að geyma þau í breytum eins og gögn af öðrum týpum sem við höfum séð. Boolean gildi eru einnig metin sem 1 eða 0, fyrir True annars vegar og False hinsevegar.

Vitandi að gildin geta verið 0 eða 1 (aldrei bæði í einu) þá er þess virði að nefna hérna sanntöflur. Látum p vera yrðinguna "það er rigning" og látum q vera yrðinguna "mér er kalt". Þá gætum við, með því að skoða mismunandi aðstæður, fengið rökrétt svar við t.d. spurningunni "er rigning og er mér kalt?" sem við getum skrifað sem s1 og svo annarri spurningu sem er "er rigning eða er mér kalt?" sem við getum kallað s2.

¹Ekki verður farið yfir búlíska algebru af neinu ráði í þessari bók en þau fræði eru gífurlega góður grunnur til að skilja betur hvernig segðir og rökvirkjar virka og því hvetur höfundur til að lesandi fletti allavega upp wikipedia greininni.

Tafla 5.1: Sanntafla q s1s20 0 0 0 0 1 0 1 1 0 0 1 1 1 1

tta ótrúlega lláss sem er á xtans og töflunn-

Ef við horfum á töflu 5.1 þá sjáum við að yrðingarnar okkar um rigningu og kulda eru uppsettar þannig að hver lína í töflunni er einstakt ástand. Báðar yrðingar eru ósannar í fyrstu línunni, svo eru þær sannar sitt á hvað, og í fjórðu línu eru þær báðar sannar. Þá eru dálkarnir fyrir s1 og s2 svörin við spurningunum hér að ofan miðað við sanngildi yrðinganna í þeim tilteknu aðstæðum. Í þeim aðstæðum þar sem er hvorki rigning né mér er kalt þá er svarið við báðum spurningum einnig neitandi (0). Í þeim aðstæðum þar sem er bæði rigning og mér er kalt þá er svarið við báðum spurningum játandi (1). Þannig að til þess að svarið við spurningu 1 sé játandi þá þarf mér bæði að vera kalt og það þarf að vera rigning, svo þegar yrðingarnar eru ekki sannar á sama tíma þá skiptir ekki máli hvor sé sönn því að önnur er ósönn og því er svarið neitandi. En spurning 2 er þannig orðuð að það sé nóg að annað hvort sé mér kalt eða það sé rigning úti til þess að svarið sé játandi, svo þegar yrðingarnar eru sannar á víxl þá er svarið alltaf játandi.

Kóðabútur 5.1: Boolean gildi

```
test = True
   # þetta geymir gögn af týpunni Bool
2
3
4
   # þetta veldur villu þar sem nú er verið að biðja um að test innihaldi það sama og
5
        breytan true vísar á
   # munurinn er í stóru og litlu t.
   test = "True"
8
   # þetta er ekki af týpunni Bool heldur er þetta strengur
9
10
   test = False
11
   # þetta geymir gögn af týpunni Bool
12
```

Akkúrat núna þurfum við bara að vita að týpan Boolean sé til og hvernig eigi að nota hana, með hástaf fremst. Sjáum svo í seinni köflum hvernig hún gagnast okkur.

5.2 Segðir

Eins og kom fram í inngangi kaflans má líta svo á að segðir séu sá hluti af kóðans sem er metinn sem eitthvað gildi, eins og 4 + 5 er segð en x = 5 er yrðing. Nú ætlum við þó að einblína á búlskar segðir, það er horfa á spurningar sem hafa svar sem er annað hvort satt eða ósatt. Er rigning? Þá horfum við út og sjáum að miðað við aðstæður þá er svarið annað hvort satt eða ósatt og það breytist eftir því hvenær við horfum.

5.2.1 Samanburður

Hvað er samanburður? Það er þegar eitthvað er metið miðað við eitthvað annað, eins og er þetta stærra en hitt? Er þetta þyngra? Er þetta jafngilt?

5.2 Segðir 37

Nú þurfum við nýtt hugtak, við erum búin að kynnast reiknivirkjum (e. arthimic operators) eins og + og - í kafla 2. Nýja hugtakið okkar eru **samanburðarvirkjar**. Samanburðarvirkjar eru notaðir til að spyrja hvort að ákveðin tengsl gilda á milli einhverja tveggja hluta. Eins og í daglegu tali þegar við segjum "er þetta epli stærra en þessi appelsína" og erum þannig að bera saman epli og appelsínur, samanburðarvirkjar eru til þess að gera slíka setningu formlega svo að tölva geti svarað spurningunni.

Samanburðarvirkjar eru nokkir í Python:

- == þá er spurt hvort að hlutirnir sitt hvoru megin við virkjann séu jafngildir
- != þá er spurt hvort að hlutirnir sitt hvoru megin við virkjann séu ólíkir
- < þá er spurt hvort að það sem er vinstra megin sé strangt minna en það sem hægra megin (3 er ekki minna en 3 t.d.)
- > þá er spurt hvort að það sem er vinstra megin sé strangt stærra en það sem er hægra megin
- <= þá er spurt hvort að það sem er vinstra megin sé minna eða jafnt því sem er hægra megin
- >= þá er spurt hvort að það sem er vinstra megin sé stærra eða jafnt því sem er hægra megin

Skoðum kóðabút þar sem þessir samanburðarvirkjar eru nýttir til þess annars vegar að fá niðurstöður með tölur og hinsvegar strengi.

Kóðabútur 5.2: Samanburðarvirkjar

```
# nú viljum bera saman einhver gögn, búum okkur til breytur til að bera saman
1
strengur1 = "abc"
   strengur2 = "bcd"
3
   strengur3 = "3"
   tala1 = 3
5
   tala2 = 3.0
   tala3 = 4
   # nú erum við komin með nokkrar breytur til að gera prófanir á:
9
10
   # byrjum á að skoða hvort að 3 sé jafngilt 4 eða tveir jafnlangir strengir séu jafngildir
11
   tala1 == tala3
12
   # petta skilar False
13
14
   strengur1 == strengur2
15
16
   # betta skilar False
17
   # en hvað með þetta?
18
   tala1 == tala2
19
   # þetta skilar True þar sem til að geta borið talnatýpur saman er þeim kastað í
20
        sambærileg gögn (skoðum kast í seinna í kaflanum)
21
   strengur3 == tala1
22
   # þetta skilar False þar sem ekki er verið að vinna með eingöngu gögn af talnatýpum
23
24
   # Allt það sem skilar okkur True með == skilar okkur False með !=
25
   # og öfugt, það sem skilar False með == skilar okkur True með !=
   # skoðum þá minna en og stærra en
28
29
   strengur1 < strengur2
30
   # þetta skilar okkur True þar sem strengur1 er framar í stafrófinu, ekki er verið að bera
31
        saman lengdina á strengjunum
32
   tala1 < tala2
33
   # þetta skilar okkur False þar sem tölurnar eru jafngildar, sáum það að hér að ofan, og ö
34
        nnur getur ekki verið bæði minni og jöfn á sama tíma
   tala1 <= tala2
```

```
    # þetta skilar okkur True þar sem spurt er hvort að tala1 sé annað hvort minni en eða jöfn hinni breytunni
    # Það skiptir máli hvernig goggarnir snúa, a > b hér er spurt hvort a sé stærra en b, b < a, hér er spurt hvort b sé minna en a (sem er sama spurningin).</li>
```

5.2.2 Rökvirkjar

Rökvirkjar (e. logical operators) í Python eru þrír, þeir eru **and**, **or** og **not**. Nöfnin þeirra eru lykilorð í Python eins og nöfnin á týpunum sem við höfum séð (**str**, **int**, **float**, **list**) en rökvirkjar eru ekki gögn af einhverri týpu heldur eru meira eins og reiknivirkjarnir (+, -, *, ***, //, %). Það sem þessir virkjar gera fyrir okkur er að taka tvær búlskar segðir og segja okkur um ástandið á þeim einhvern veginn saman.

Tökum dæmi; "Kaffið er heitt og það eru til sítrónur." Hægt er að meta hvort að kaffið sé heitt eða ekki, og fá þannig út sanngildi fyrir þá segð, það er hægt að gera það sama fyrir segðina um sítrónurnar. En tökum eftir að á milli þessara tveggja segða er rökvirkinn og, sem segir okkur að til þess að meta gildi allrar setningarinnar þurfa báðar segðirnar sitthvoru megin við rökvirkjann að vera sannar til þess að setningin í heild sinni skili sönnu annars er hún ósönn.

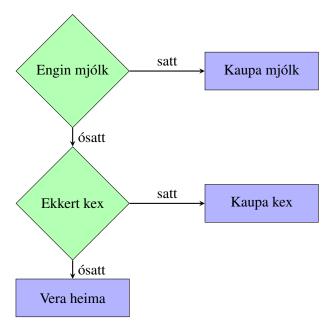
- and til þess að segð með þessum rökvirkja sé sönn þurfa báðar hliðar að vera sannar, annars er hún ósönn
 - Það má líta á _og rökvirkjann eins og margföldun, hann hefur forgang umfram _eða.
 - Þar sem satt er 1 og ósatt 0 þá ef við margöldum með 0 fáum við alltaf 0 út.
 - "það er heitt úti" og "það er kalt úti" myndi skila okkur ósönnu því ekki getur bæði verið satt.
 - "það er heitt úti" og "klukkan er fimm" myndi skila okkur sönnu eftir aðstæðum.
- or til þess að segð með þessum rökvirkja sé sönn þarf önnur hvor hliðin að vera sönn, annar er hún ósönn.
 - Það má líta á _eða rökvirkjan eins og samlagningu.
 - Par sem satt er 1 og ósatt 0, þá þurfum við bara að sjá 1 einu sinni til þess að útkoman í heild sinni verði sönn.
 - "það er heitt úti" eða "það er kalt úti" myndi skila okkur sönnu ef þetta væru þau einu tvö hitastig sem væru í boði.
 - "það er heitt úti" eða "klukkan er fimm" myndi skila sönnu eftir aðstæðum.
- not snýr við sanngildi segðar, not er ekki sett á milli segða heldur fyrir framan eins segð.
 - Það má líta á rökvirkjan _ekki eins og mínus, hann snýr við sanngildi eins og formerki
 - Ekki satt yrði ósatt, ekki ósatt yrði satt.
 - ekki "það er heitt úti" yrði að yrðingunni "það er ekki heitt úti".

Til að halda áfram með þessa samlíkingu með margföldun, samlagningu og mínus skulum við skoða eftirfarandi reikningsdæmi: 1*1*1*0 + 1*0 + (-1). Hér gerum við ráð fyrir að hver hluti af þessu reikningsdæmi sé yrðing sem búið er að meta sem sanna eða ósanna eftir þeim aðstæðum sem við erum í (kaffið er heitt, það er kalt úti og þess háttar). Þegar við reiknum þetta dæmi sjáum við að margfaldað er með 0 í báðum þáttunum þar sem margföldun kemur fyrir svo útkoman í hvorum fyrir sig ætti að vera núll. Þessi síðasti liður er okkur ekki eins eðlislægur en við munum að það eru bara til 0 eða 1 og mínus skiptir gildinu okkar svo við hljótum að enda með 0. Þannig að við endum í 0+0+0 sem gefur okkur 0 og því er öll segðin metin sem ósönn.

5.3 Skilyrðissetningar

Nú viljum við vita til hvers í ósköpunum við vorum eiginlega að leggja það á okkur að skilja hvenær eitthvað er satt eða ósatt. Það er einmitt heilmikið tölvunarfræðilegt gagn í því að geta spurt svona já eða nei spurninga sem tölvan getur svarað. Til dæmis viljum við geta framkvæmt einhverja aðgerð í forritinu okkar **ef** einhver skilyrði eru fyrir hendi. Segjum að við séum með vekjaraklukku sem við forritum til að hringja þegar klukkan er orðin 8. Þá viljum við geta spurt tölvuna hvort að það sé satt eða ósatt að klukkan sé orðin 8. Ef klukkan er ekki orðin 8 viljum við ekki gera neitt, en ef hún er orðin átta þá viljum við að hún spili einhvern hljóm eða titri. Við gætum líka verið að forrita einfaldan tölvuleik eins og hengimann, ef spilarinn er ekki búinn að giska á alla stafina í orðinu okkar viljum við geta beðið viðkomandi að spyrja aftur. **Annars** viljum við að notandinn fái verðlaun fyrir að hafa giskað á rétt orð ² Einnig gætum við viljað gera eitthvað tiltekið þá og því aðeins að eitthvað annað var ósatt. Ef við notum okkar eigin máltilfinningu til að leggja skilning í eftirfarandi setningu: Ef við eigum ekki mjólk vil ég kaupa það, annars fer ég ekkert í búðina. Hér er aðaláherslan lögð á mjólkurstöðuna okkar, ef við eigum ekki mjólk viljum við laga það, en ef við eigum mjólk þá getum við gert eitthvað annað.

Þarna eru komnar aðstæður þar sem við athugum mólkurstöðuna og fyllum á ef þarf, en ef við eigum nóg af mjólk þá viljum við samt athuga hvort að við eigum nóg af safa því að við gætum þurft að fylla á þar. Hér er kannski ekki augljóst en ef það vantar mjólk þá skiptir ekki máli hvort það vanti kex eða ekki, við förum í búðina og kaupum mjólk, við kaupum ekki kex. Þetta skilst kannski frekar á flæðiriti sem sést á mynd 5.1. Flæðiritið líkir eftir uppsetningu á skilyrðissetningum þannig að það sem er inni í gænum þríhyrningum eru spurningar sem þarf að svara, bláu ferhyrningarnir eru svo niðurstöður sem fást í málið.



Mynd 5.1: Hér sést hvernig setningin: "Ef við eigum ekki mjólk vil ég kaupa mjólk, ef svo er ekki vil ég athuga hvort að við eigum kex og ef við eigum ekki kex vil ég kaupa það, annars fer ég ekkert í búðina." má setja fram sem fæðirit. Ef það er engin mjólk þá förum við og kaupum mjólk, en ef það er til mjólk þá athugum við hvort að það sé til kex og kaupum það ef það vantar, hins vegar ef við eigum bæði kex og mjólk er engin ástæða til að fara í búðina.

²Hérna er gert ráð fyrir að mega giska óendanlega oft rangt.

Vegna þess að áherslan er lögð á "við eigum ekki mjólk" þá er vitlegast að setja inn segð sem er með neitun. Ef yrðingin m stendur fyrir setninguna " við eigum mjólk" þá er yrðingin ekki m (not m) "við eigum ekki mjólk". Við viljum að aðalatriðið komi fram í inngangspunktinum í skilyrðissetningunni okkar til að hún sé skýrt upp sett og skiljanleg, til þess gætum við þurft að nota neitun. Við sjáum betur í næstu þremur undirköflum hvað ætti að fara á hvaða stað, en eins og með góðar nafnavenjur þegar við nefnum breyturnar okkar skulum við venja okkur á strax í upphafi að skilyrðissetningarnar okkar eru skýrar.

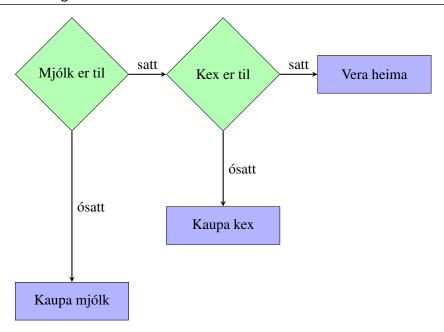
Nú höfum við séð í inngangi þessa undirkafla orðunum ef og annars slengt fram. Við þekkjum þessi orð og skiljum hvernig á að nota þau í setningu til að kalla fram útkomu. En það sem við þurfum að gera núna er að átta okkur á því að þessi orð eru mun formlegri í forritun heldur en í daglegu tali. Eins og til dæmis: "Ertu ekki að hugsa um Jamie Lee Curtis?" Í íslensku er hægt að svara þessari spurningu með "já ég er ekki að hugsa um hana" eða "nei ég er ekki að hugsa um hana" og bæði skilst, einnig er hægt að segja "jú ég er að hugsa um hana". Forritunarmál eru ekki tungumál, þau eru formleg og því er engin tvíræðni í boði.

Skoðum því nú hvað það þýðir að nota skilyrðissetningar (e. conditional statements) í Python með lykilorðunum **if - else**, sem verða þó kynnt annarri röð.

5.3.1 if

Fyrsta lykilorðið sem við tökum fyrir er **if**, þar sem ekki er hægt að búa til skilyrðissetningu án þess. Og nú þurfum við að huga að því hvernig kóðinn okkar er uppsettur. Það sem á að framkvæma undir ef setningunni/if yrðingunni er inndregið um fjögur bil eða einu sinni á "tab" takkann . Eina sem ræður því hvað fer mikið af kóða undir hverja yrðingu er hóf og skynsemi. Við sjáum svo í kafla 5.3.4 um hreiðrun hvers vegna það er mikilvægt að skilyrðissetningar séu skýrar.

Góð venja er að búa til skilyrðissetningar þar sem aðalvirknin á sér stað inni í if yrðingunni, þannig að segðin sem fer þar inn passi við hvað eigi að framkvæma. Ef við tökum aftur dæmið um mjólkina og búðarferðina í mynd 5.1 og skoðum hvernig flæðiritið breytist eftir því hvernig við orðum skilyrðin. Það er að við skoðum hvernig uppsetningin á flæðiritinu verður bjöguð ef við orðum spurninguna með játun en ekki neitun: Ef það er til mjólk vil ég athuga hvort það sé til kex ef svo er vil ég vera heima, annars kaupi ég kex ef það er til mjólk en ekki kex og annars kaupi ég mjólk ef það er ekki til mjólk. Þetta er kannski ekki nógu flókin setning til þess að valda þeim hugrhrifum sem ætlast er til, en við sjáum að til þess að komast að þeim endapunkti sem aðaláherslan er á "vera heima" þar sem hún er fyrsti endapunkturinn okkar þá þurfum við að fara í gegnum tvær spurningar. Svo með því að orða spurninguna öðruvísi erum við búin að setja upp skilyrðissetninguna upp þannig að mólkurstaðan er núna ekki lengur í forgrunni, við virðumst frekar vera að reyna að halda okkur heima.



Mynd 5.2: Hér sést hvernig setningin: "Ef það er til mjólk vil ég athuga hvort það sé til kex ef svo er vil ég vera heima, annars kaupi ég kex ef það er til mjólk en ekki kex og annars kaupi ég mjólk ef það er ekki til mjólk." má setja fram sem fæðirit. Þetta veldur því að aðaláherslan virðist nú vera að komast að því hvort eigi að kaupa kex eða vera heima og mjólkurstaðan er athuguð fyrst af einhverri ástæðu. Setningin í heild er frekar ruglingsleg og hún kom mun betur út í flæðiritinu á mynd 5.1

Skoðum nú kóðabút 5.3 og hvað er átt við með réttum inndrætti, hér er einungis sýnt if setning ein og stök. Við sjáum í næsta undirkafla hvað við getum gert ef við förum framhjá if setningunni okkar og viljum gera eitthvað í því tilfelli.

Kóðabútur 5.3: if notað

```
m = True # m er yrðingin hvort að til sé mjólk eða ekki, við gefum okkur í upphafi að til sé mjólk því er m upphafsstillt sem True

if(not m):
    # fara í búð
    print('við fórum í búðina og keyptum mjólk')

# Við áttum mjólk svo þetta prentast ekki, við förum framhjá aðgerðunum sem eru undir þ essari if skipun
```

5.3.2 else

Lykilorðið **else** má fylgja **if**, en það er ekki nauðsynlegt. Hinsvegar verður að vera eitthvað ef til þess að það geti verið eitthvað annars. Setningin "annars kaupi ég mjólk" er ekki sérlega vitræn því að okkur vantar alveg fyrri hlutann. Einnig er ekki sérlega vitrænt að segja "ég kaupi mjólk ef vantar annars kaupi ég kex annars kaupi ég te annars...". Því er einungis hægt að setja eitt annars við hvert ef, sjáum kóðabút 5.4. Sú klausa keyrist einungis þegar ef setningin sem hún hangir fyrir neðan keyrist ekki, og það eru einu skilyrðin. Það þarf ekki að spyrja neinnar spurningar sem er metið sem boolean gildi til að keyra else, það mun alltaf keyrast þegar segðin í ef yrðingunni var ósönn.

Kóðabútur 5.4: else notað

```
m = True # m er yrðingin hvort að til sé mjólk eða ekki, við gefum okkur í upphafi að til
        sé mjólk því er m upphafsstillt sem True
2
   if (not m):
3
      # fara í búð
4
      print('við fórum í búðina og keyptum mjólk')
5
   else:
6
      # takið eftir að hér var ekkert skilyrði athugað
7
      # við förum hingað inn ef skilyrðið fyrir ofan var ekki keyrt
8
      print('vera heima')
10
   # Við áttum mjólk svo við fáum út 'vera heima'
11
12
   if(3 < 4):
13
      print("prir er minna en fjórir")
14
15
   else:
      print('ég fer ekki hingað inn, því 3 er vissulega minna en fjórir, en það er gott að
16
       vera við öllu búin')
```

Að geta sett svona annars-klausu er mikilvægt því að við viljum geta brugðist við ef upphaflega skilyrðið okkar er ósatt. Við viljum geta tekið á öðrum tilfellum heldur en bara upphafsskilyrðinu okkar.

5.3.3 elif

En hvað ef við viljum geta tekið á einhverju sérstöku tilfelli, sem kemur einungis upp í ákveðnum aðstæðum? Við viljum ekki bara grípa það að inngangspunkturinn okkar var ósannur heldur viljum við einnig skoða eitthvað fleira? Þarna kemur setningin um mjólkina, kexið og búðarferðirnar aftur inn. Þá getum við sagt "ef það er ekki til mjólk, fer ég í búð, **annars ef** það er ekki til kex fer ég í búð og kaupi kex, nú annars er engin ástæða til að fara í búðina og ég verð bara heima". Sjáum þetta forritað í kóðabút 5.5.

Skilyrðissetningar eru settar upp þannig að það verður að vera eitt **if** svo mega koma núll eða fleiri **elif** og að lokum má setja 0 eða 1 **else**. Þetta er eins og málfræðilegur skilningur okkar er á tungumálinu, við megum hengja endalaust af annars ef klausum inn í setningarnar okkar, þær verða þá bara erfiðari að skilja.

Kóðabútur 5.5: elif notað

```
m = True # m er yrðingin hvort að til sé mjólk eða ekki, við gefum okkur í upphafi að til
       sé mjólk því er m upphafsstillt sem True
   k = False # k er yrðingin hvort að til sé kex eða ekki, við gefum okkar að í upphafi sé
2
       ekki til neitt kex og k er því False
3
   if (not m):
5
      # fara í búð
      print('við fórum í búðina og keyptum mjólk')
   elif(not k):
      # keyrist ef not m var metið sem False OG not k metið sem True
Q
      print('við fórum í búðina og keyptum kex')
10
11
      # takið eftir að hér var ekkert skilyrði athugað
12
      # við förum hingað inn ef skilyrðið fyrir ofan var ekki keyrt
13
      # tökum eftir að það skilyrði er nú elif setningin okkar
14
      print('vera heima')
15
   # Við áttum mjólk en við áttum ekki kex, svo not k var metið sem True og við fáum svo við
```

```
fáum 'við fórum í búðina og keyptum kex'
18
   # Við förum ekki niður í else nema að allt fyrir ofan sé ósatt.
19
20
   if(5 < 4):
21
      print("fimm er minna en fjórir")
22
   elif(4 < 4):
23
      print("fjórir er minna en fjórir!")
24
25
   elif(3<4):
      print("prir er minna en fjórir")
26
   elif(2<4):
27
      print("þetta prentast ekki því að ég get bara farið inn í eina klausu í hverri
28
        skilyrðissetningu")
       print("og það gerðist hérna fyrir ofan, svo þetta skilyrði verður ekki keyrt")
29
   else:
30
      print('ég fer ekki hingað inn, því 3 er vissulega minna en fjórir, en það er gott að
31
        vera við öllu búin')
```

5.3.4 Hreiðrun

Hreiðrun (e. nesting) þýðir að setja endurtekið undir eitthvað annað, eins og babúska dúkkur eða að pakka gjöf inn í mörg lög af gjafapappír. Í forritun þýðir hreiðrun að yrðing af einhverri tegund tilheyri og sé keyrð innan í yrðingu af sömu tegund. Við getum hugsað þetta í samhengi við skilyrðissetningar að við séum með innri skilyrðissetningar sem þarf einnig að meta til þess að komast að niðurstöðu. Skoðum þetta aftur í samhengi við mjólkurkaupin nema nú bætum við því við að við eigum bara ákveðið mikinn pening sjá kóðabút 5.6.

Kóðabútur 5.6: Hreiðrun

```
m = True # m er yrðingin hvort að til sé mjólk eða ekki, við gefum okkur í upphafi að til
        sé mjólk því er m upphafsstillt sem True
   k = False # k er yrðingin hvort að til sé kex eða ekki, við gefum okkar að í upphafi sé
        ekki til neitt kex og k er því False
   p = 100 # p eru hversu mikinn pening við erum við á okkur.
3
   if (not m):
      # fara í búð, ef við komumst hingað inn þá var m False og not m var þá True
      # nú sjáum við hvað þarf að gerast til þess að við getum keypt mjólkina ef við komumst
       hingað inn
      if(p > 200):
8
         print('við fórum í búðina og keyptum mjólk því við vorum með nógu mikinn pening')
9
10
         print ('okkur vantaði mjólk en við vorum ekki með nógu mikinn pening')
11
   elif(not k):
12
      # keyrist ef not m var metið sem False OG not k metið sem True
13
      if(p > 99):
14
         print ('við fórum í búðina og keyptum kex því við vorum með nægan pening')
15
      else:
16
         print ('okkur vantaði kex en við vorum ekki með nægan pening')
17
18
   else:
      # takið eftir að hér var ekkert skilyrði athugað
19
      # við förum hingað inn ef skilyrðið fyrir ofan var ekki keyrt
20
      # tökum eftir að það skilyrði er nú elif setningin okkar
21
22
      print('vera heima og geyma allan peninginn')
23
   # Við áttum mjólk sem var heppilegt, því að við hefðum ekki getað keypt hana
   # Við áttum ekki kex, og svo heppilega vildi til að við vorum með nóg fyrir kexpakka og þ
        ví fáum við niðurstöðuna:
   # 'við fórum í búðina og keyptum kex því við vorum með nægan pening'
```

Hreiðrun er gagnleg því að við viljum skoða eitthvað innra skilyrði aðeins ef ytra skilyrðinu er mætt.

5.4 Inntak

Nú höfum við verið að skoða spurningar og svör við þeim sem við skráðum sjálf. Það sem við viljum geta gert er að spyrja notandann að einhverju og geta gert eitthvað byggt á því svari. Við viljum fá inntak (e. input) frá notandanum.

Þá lærum við um nýtt innbyggt fall í Python sem heitir input(). Það sem input() gerir er að það tekur við streng sem það birtir á úttaki (e. output) þar sem notandinn sér það og getur sett eitthvað inn. Að nota input() í skipanalínu gefur okkur nýja línu til að svara, að nota input() í Jupyter Notebooks gefur okkur lítinn glugga til að skrifa svarið okkar í fyrir neðan selluna þar sem input() skipunin er keyrð. Skoðum kóðadæmi í kóðabút ??



- 6.1 Lykkju lykilorð
- 6.2 While
- 6.3 For



7.1 Lyklar og gildi



- 8.1 Tilgangur falla
- 8.2 Að skrifa föll
- 8.3 Viðföng
- 8.4 Skilagildi
- 8.5 Lokun
- 8.5.1 Descriptions and Definitions

Name Description
Word Definition

Comment Elaboration



9.1 Theorems

This is an example of theorems.

9.1.1 Several equations

This is a theorem consisting of several equations.

Theorem 9.1.1 — Name of the theorem. In $E = \mathbb{R}^n$ all norms are equivalent. It has the properties:

$$|||\mathbf{x}|| - ||\mathbf{y}||| \le ||\mathbf{x} - \mathbf{y}||$$
 (9.1)

$$\left|\left|\sum_{i=1}^{n} \mathbf{x}_{i}\right|\right| \leq \sum_{i=1}^{n} \left|\left|\mathbf{x}_{i}\right|\right| \quad \text{where } n \text{ is a finite integer}$$

$$(9.2)$$

9.1.2 Single Line

This is a theorem consisting of just one line.

Theorem 9.1.2 A set $\mathcal{D}(G)$ in dense in $L^2(G)$, $|\cdot|_0$.

9.2 Definitions

This is an example of a definition. A definition could be mathematical or it could define a concept.

Definition 9.2.1 — Definition name. Given a vector space E, a norm on E is an application, denoted $||\cdot||$, E in $\mathbb{R}^+ = [0, +\infty[$ such that:

$$||\mathbf{x}|| = 0 \Rightarrow \mathbf{x} = \mathbf{0} \tag{9.3}$$

$$||\lambda \mathbf{x}|| = |\lambda| \cdot ||\mathbf{x}|| \tag{9.4}$$

$$||\mathbf{x} + \mathbf{y}|| \le ||\mathbf{x}|| + ||\mathbf{y}|| \tag{9.5}$$

9.3 Notations

Notation 9.1. Given an open subset G of \mathbb{R}^n , the set of functions φ are:

- 1. Bounded support G;
- 2. Infinitely differentiable;

a vector space is denoted by $\mathcal{D}(G)$.

9.4 Remarks

This is an example of a remark.



The concepts presented here are now in conventional employment in mathematics. Vector spaces are taken over the field $\mathbb{K}=\mathbb{R}$, however, established properties are easily extended to $\mathbb{K}=\mathbb{C}$

9.5 Corollaries

This is an example of a corollary.

Corollary 9.5.1 — Corollary name. The concepts presented here are now in conventional employment in mathematics. Vector spaces are taken over the field $\mathbb{K} = \mathbb{R}$, however, established properties are easily extended to $\mathbb{K} = \mathbb{C}$.

9.6 Propositions

This is an example of propositions.

9.6.1 Several equations

Proposition 9.6.1 — **Proposition name.** It has the properties:

$$|||\mathbf{x}|| - ||\mathbf{y}||| \le ||\mathbf{x} - \mathbf{y}||$$
 (9.6)

$$\left|\left|\sum_{i=1}^{n} \mathbf{x}_{i}\right|\right| \leq \sum_{i=1}^{n} \left|\left|\mathbf{x}_{i}\right|\right| \quad \text{where } n \text{ is a finite integer}$$

$$(9.7)$$

9.6.2 Single Line

Proposition 9.6.2 Let $f,g \in L^2(G)$; if $\forall \varphi \in \mathcal{D}(G)$, $(f,\varphi)_0 = (g,\varphi)_0$ then f = g.

9.7 Examples

This is an example of examples.

9.7.1 Equation and Text

■ Example 9.1 Let $G = \{x \in \mathbb{R}^2 : |x| < 3\}$ and denoted by: $x^0 = (1,1)$; consider the function:

$$f(x) = \begin{cases} e^{|x|} & \text{si } |x - x^0| \le 1/2\\ 0 & \text{si } |x - x^0| > 1/2 \end{cases}$$
 (9.8)

The function f has bounded support, we can take $A = \{x \in \mathbb{R}^2 : |x - x^0| \le 1/2 + \varepsilon\}$ for all $\varepsilon \in]0; 5/2 - \sqrt{2}[$.

9.8 Exercises 53

9.7.2 Paragraph of Text

■ Example 9.2 — Example name. Nam dui ligula, fringilla a, euismod sodales, sollicitudin vel, wisi. Morbi auctor lorem non justo. Nam lacus libero, pretium at, lobortis vitae, ultricies et, tellus. Donec aliquet, tortor sed accumsan bibendum, erat ligula aliquet magna, vitae ornare odio metus a mi. Morbi ac orci et nisl hendrerit mollis. Suspendisse ut massa. Cras nec ante. Pellentesque a nulla. Cum sociis natoque penatibus et magnis dis parturient montes, nascetur ridiculus mus. Aliquam tincidunt urna. Nulla ullamcorper vestibulum turpis. Pellentesque cursus luctus mauris. ■

9.8 Exercises

This is an example of an exercise.

Exercise 9.1 This is a good place to ask a question to test learning progress or further cement ideas into students' minds.

9.9 Problems

Problem 9.1 What is the average airspeed velocity of an unladen swallow?

9.10 Vocabulary

Define a word to improve a students' vocabulary. **Vocabulary 9.1 — Word.** Definition of word.

Part Two

0.1 0.2	Presenting Information	57
	Bibliography Articles Books	59
	Index	61



10.1 Table

Treatments	Response 1	Response 2
Treatment 1	0.0003262	0.562
Treatment 2	0.0015681	0.910
Treatment 3	0.0009271	0.296

Tafla 10.1: Table caption

Referencing Table 10.1 in-text automatically.

10.2 Figure

Placeholder Image

Mynd 10.1: Figure caption

Referencing Figure 10.1 in-text automatically.



Articles

[1] James Smith. "Article title". Í: 14.6 (mar. 2013), blaðsíður 1–8.

Books

[2] John Smith. Book title. 1. útgáfa. Bindi 3. 2. City: Publisher, jan. 2012, blaðsíður 123–200.



С	P
Citation 8 Corollaries 10	Paragraphs of Text
D	Several Equations
Definitions	R
E	Remarks
Examples	T
Paragraph of Text	Table
F	Several Equations
Figure	V
L	Vocabulary
Lists8Bullet Points8Descriptions and Definitions8Numbered List8	
N	
Notations 10	