



Inngangur að forritun í Python

Forritun fyrir byrjendur

Valborg Sturludóttir



Copyright © 2020 Valborg Sturludóttir

Licensed under the Creative Commons Attribution-NonCommercial 3.0 Unported License (the “License”). You may not use this file except in compliance with the License. You may obtain a copy of the License at <http://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0>. Unless required by applicable law or agreed to in writing, software distributed under the License is distributed on an “AS IS” BASIS, WITHOUT WARRANTIES OR CONDITIONS OF ANY KIND, either express or implied. See the License for the specific language governing permissions and limitations under the License.

First printing, Sept 2020

Efnisyfirlit

I	Fyrsti hluti	
1	Inngangur	11
1.1	Tilgangur bókarinnar	11
1.2	Hvers vegna Python?	12
1.3	Uppsetning	12
1.4	Að keyra kóða	12
1.5	Málskipan	14
1.5.1	Uppsetning á kóða	14
1.5.2	Gagnatýpur og lykilorð	15
2	Tölur og breytur	17
2.1	Tölur - talnatýpur	17
2.2	Reikniaðgerðir og tákn	18
2.3	Breytur	19
3	Strengir	23
3.1	Strengir skilgreindir	23
3.2	Strengir og reikniaðgerðir	24
3.3	Vísar í streng	25
3.3.1	Óbreytanleiki	25
3.3.2	Neikvæðir vísar	26
3.3.3	Hlutstrengir	26
3.4	Aðferðir á strengi	27

4	Listar	29
4.1	Listar skilgreindir	29
4.2	Að vinna með gögn	30
4.2.1	Listar eru breytanlegir	31
4.3	Gagnlegar aðferðir á lista	31
5	Segðir, skilyrðissetningar og Boolean gildi	35
5.1	Segðir	35
6	Lykkjur	37
6.1	Lykkju lykilorð	37
6.2	While	37
6.3	For	37
7	Orðabækur	39
7.1	Lyklar og gildi	39
8	Föll	41
8.1	Tilgangur falla	41
8.2	Að skrifa föll	41
8.3	Viðföng	41
8.4	Skilagildi	41
8.5	Lokun	41
8.5.1	Descriptions and Definitions	41
9	In-text Elements	43
9.1	Theorems	43
9.1.1	Several equations	43
9.1.2	Single Line	43
9.2	Definitions	43
9.3	Notations	44
9.4	Remarks	44
9.5	Corollaries	44
9.6	Propositions	44
9.6.1	Several equations	44
9.6.2	Single Line	44
9.7	Examples	44
9.7.1	Equation and Text	44
9.7.2	Paragraph of Text	45
9.8	Exercises	45
9.9	Problems	45
9.10	Vocabulary	45

10	Presenting Information	49
10.1	Table	49
10.2	Figure	49
	Bibliography	51
	Articles	51
	Books	51
	Index	53

Fyrsti hluti 11

1	Inngangur	11
1.1	Tilgangur bókarinnar	
1.2	Hvers vegna Python?	
1.3	Uppsetning	
1.4	Að keyra kóða	
1.5	Málskipan	
2	Tölur og breytur	17
2.1	Tölur - talnatýpur	
2.2	Reikniaðgerðir og tákni	
2.3	Breytur	
3	Strengir	23
3.1	Strengir skilgreindir	
3.2	Strengir og reikniaðgerðir	
3.3	Vísar í streng	
3.4	Aðferðir á strengi	
4	Listar	29
4.1	Listar skilgreindir	
4.2	Að vinna með gögn	
4.3	Gagnlegar aðferðir á lista	
5	Segðir, skilyrðissetningar og Boolean gildi	35
5.1	Segðir	
6	Lykkjur	37
6.1	Lykkju lykilorð	
6.2	While	
6.3	For	
7	Orðabækur	39
7.1	Lyklar og gildi	
8	Föll	41
8.1	Tilgangur falla	
8.2	Að skrifa föll	
8.3	Viðföng	
8.4	Skilagildi	
8.5	Lokun	
9	In-text Elements	43
9.1	Theorems	
9.2	Definitions	
9.3	Notations	
9.4	Remarks	
9.5	Corollaries	
9.6	Propositions	
9.7	Examples	
9.8	Exercises	
9.9	Problems	
9.10	Vocabulary	



1. Inngangur

1.1 Tilgangur bókarinnar

Þessi bók fjallar um þau undirstöðu atriði sem þarf að kynna til að ná tökum á forritun í Python. Höfundur finnst mikilvægt að kenna námsefnið með íslenskum hugtökum þar sem ætlunin er að nota hana í kennslu í íslenskum framhaldsskólum. Ef nemendur ætla að leggja fyrir sig tölvunarfræði í framhaldssnámi er nauðsynlegt að búa yfir ríkulegu íðorðasafni, þess þá heldur ef nemandi hyggst framfleyta fræðunum. Hugtök verða þó líka sett fram á ensku því lesandi gæti óskað að fletta upp íterefni sem meira er til af á netinu á ensku en íslensku.

Það er algengur misskilningur að forritarar kunni rosalega mörg forritunarmál, eins og fólk sem getur talað mörg tungumál, eða að það að kunna rosalega mörg mál geri þig að góðum forritara. Þvert á móti. Að sýna hæfni og leikni í einu máli er auðveldlega yfirfæranlegt á önnur mál sé þess þörf. Þess vegna er spurningin „hvað kanntu mörg forritunarmál?“ út í hött. Ekki aðeins eru tungumál og forritunarmál gerólík, forritunarmál eru formleg mál og þekking á einu hlutbundnu máli er nær því að vera jafn frábrugðið öðru í grunninn eins og málýskur innan tungumála. Nær væri að spyrja hvort viðkomandi hafi meiri áhuga á framenda eða bakenda forritun, hvað er skemmtilegasta reikniritið sem viðkomandi hefur útfært eða hvert er það forritunarmál sem viðkomandi grípur oftast í.

Einnig er það algengur misskilningur að það fyrsta sem fólk gerir er að búa til tölvuleik. Það þarf mikla undirstöðu kunnáttu til þess að geta búið til tölvuleiki, alveg eins og áður en hafist er handa við að skrifa bók þarf að læra stafrófið. Þessi grunnvinna finnst mörgum vera leiðigjörn. Að mati höfundar er það vegna þess að við erum svo vön því að nota tölvur dagsdaglega, svo fræðigreinin sem tæknin byggir á hlýtur líka að vera okkur kunnug ekki satt? Nei, alveg eins og dýralækningar eru okkur ekki augljósar við að eiga gæludýr og pípulagnir heldur ekki við að eiga klósett. Innan tölvunar eru ákveðnar grunneiningar sem eru notandanum ekki augljósar, af góðri ástæðu, það væri hrikalegt ef við þyrftum öll að vera píparar til þess að geta notað klósett. Þó þessi samlíking hafi verið heldur gróf þá sýnir hún að það eru svo margir hlutar sem eru okkur huldír að við hreinlega vitum ekki hvað við vitum ekki. Því er nauðsynlegt að læra grunninn vel og fara rólega yfir hann svo þegar við ætlum að fara að afrita og líma kóða frá síðum eins og stackoverflow þá vitum við allavega hvað sá kóði gerir (nokkurn veginn).

Uppbyggingin er þannig að fyrri hlutinn snýr að því að kynna lesandann fyrir grunn virkni Python; málskipan, lykilhugtök og lykilorð, gagnatýpur, lykkjur og föll. Seinni hlutinn snýr svo að því að beita þekkingu úr fyrri hlutanum í hlutbundinni forritun. Þar eru kynntir til sögunnar klasar og aðferðir sem lesandinn útfærir upp á eigin spýtur. Ekki er búist við neinni fyrri kunnáttu við lestur þessarar bókar, hún á að geta staðið fyrir sínu án þess að lesandinn búi yfir nokkurri þekkingu á sviði tölvunarfræða eða forritunar. Ef slík þekking er fyrir hendi gæti lesandanum þótt ágætt að fara hratt í gegnum fyrri hluta bókarinnar og einbeita sér að verkefnum úr seinni hlutanum. Í gegnum bókina fylgjum við svo þremur verkefnum sem verða þyngri og flóknari eftir því sem fleiri hugtök eru kynnt til sögunnar.

1.2 Hvers vegna Python?

Ástæður þess að Python er gott mál til þess að byrja á að skoða eru eftirfarandi: ¹.

1. *Málskipanin* er mjög svipuð mannlegu máli svo það er auðvelt að læra hvernig eigi að „tala“ við tölvuna.
2. Python er *kvíkt tagað* forritunarmál, það þýðir að notandinn þarf ekki að gefa upp hvers konar *gagnatýpur* er unnið með. Þetta gerir það að verkum að notandinn þarf ekki að læra urmull af lykilorðum áður en byrjað er að forrita.
3. Python er ekki alveg *hlutbundið* forritunarmál, sem gerir það að verkum að notandinn þarf ekki að læra hvernig á að beita hlutbundinni forritun fyrr en góð undirstaða er þegar komin.
4. Python er frítt og aðgengilegt öllum helstu stýrikerfum og einnig er hægt að forrita yfir netið í vafra og því óþarfi fyrir notandann að setja nokkuð upp sé þess óskað.
5. Python er mikið notað, algengt mál svo það er praktískt að hafa undirstöðu skilning á því.
6. Nefnt í höfuð á Monty Python grínhópsins.

1.3 Uppsetning

Víðsvegar um bókina, aðallega í upphafi, má finna númeraða kóðabúta sem eru ekki teknir úr vinnubók og eru því ekki eins litakóðaðir og þeir sem eru teknir úr vinnubókum. Ástæðan fyrir því er að þessum kóðabútum er auðveldara að viðhalda heldur en skjáskotum úr vinnubókum og því er heldur vísað í bækur sem eru aðgengilegar lesendum og frumstæðari framsetning ræður heldur ríkjum hér.

1.4 Að keyra kóða

Það fyrsta sem nemendur vilja yfirleitt gera er að byrja að skrifa sinn eigin kóða. Áður en við komumst svo langt þarf að útskýra hvernig það er gert. Þessi kennslubók byggir á notkun Jupyter Notebooks með hjálp Anaconda hugbúnaðarins, sem er öflugt pakkakerfi og tólakista sem hefur upp á mikið meira en bara Jupyter að bjóða. Hægt er að nálgast Anaconda á anaconda.com. Hægt er að nota Jupyter án þess að ná í Anaconda með síðum eins og cocalc.com. Einnig er hægt að keyra kóða á netinu í gegnum síður eins og repl.it, nota ritla (eins og [notepad](https://notepad.com) eða [sublime](https://sublime.com)) til að keyra .py skrár í skipanalínu, eða nota þyngri umhverfi eins og [pycharm](https://pycharm.com) sem eru sérhönnuð fyrir hugbúnaðarþróun. Hér er gert ráð fyrir Jupyter umhverfinu og verður bókinn öll miðuð að því.

Þessari bók fylgja einnig nokkrar vinnubækur úr Jupyter sem lesandinn getur nýtt sér. Hér á mynd sést hvernig tóm Jupyter vinnubók lítur út. Virkninni er skipt upp í sellur og keyrsluröð sellanna skiptir máli, við sjáum seinna mikilvægi þess að geta skipt upp kóða svona og hvers vegna

¹ Strax í þessum texta koma fyrir hugtök sem verða skýrð betur seinna, ekki missa kjarkinn.

Þetta umhverfi er þægilegt til að byrja í. En hver selli hefur aðgang að svokölluðu skilgreiningar-svæði vinnubókarinnar en er þó sín eigin eining, því má keyra eina sellu í einu án þess að keyra allan kóðann í vinnubókinni.

Hér væri réttast að skoða Vinnubók 1 sem fylgdi þessari bók.

En við keyrslu á kóða þarf einnig að hafa í huga að tölvan gerir nákvæmlega það sem við segjum henni að gera og ekki annað. Og þá komum við niður á stórt vandamál, að tölvur eru mjög bókstaflegar og vitlausar. Þær skortir allt vit, þær reyna ekki að hafa vit fyrir þér. Þær gera nákvæmlega það sem þú baðst um. Nákvæmlega eins og þú baðst um það.

Þannig að ef ég ætlaði að segja tölvu að smyrja handa mér hnetusmjörs og sultu samloku þá þyrfti ég að segja vélinni að gera eftirfarandi í nákvæmlega þessari röð:

1. taka fram hníf
2. taka fram tvær brauðsneiðar
3. opna hnetusmjörið
4. setja beitta endann ofan í hnetusmjörið þannig að hann nái upp 50gr af hnetusmjöri
5. setja hnetusmjörið sem er á hnífnum á miðja brauðsneiðina
6. nota hnífinn til þess að smyrja hnetusmjörinu á þá hlið sem hnetusmjörið er nú þegar á, og enga aðra
7. taka fram skeið
8. opna sultuna
9. setja kúpta enda skeiðarinnar ofan í sultukrukkuna
10. taka skeiðina upp úr sultukrukkunni með kúfaða skeið af sultu
11. setja sultuna á hina brauðsneiðina
12. nota skeiðina til að smyrja sultunni yfir þá hlið brauðsneiðarinnar sem sultan er á og enga aðra hlið
13. setja brauðsneiðarnar saman þannig að hnetusmjörið og sultan snertist og hornin mætast öll.

Takið eftir að hér er gert ráð fyrir þó nokkur og ef vélin kann ekki nú þegar skil á:

1. taka fram
2. hnífur
3. opna
4. mæla 50 gr
5. smyrja
6. hlið á brauðsneið
7. miðja á brauðsneið
8. skeið
9. kúfað

Svo þó svo að þér hafi þótt þessi útskýring á samlokugerð alveg ofboðslega óþarflega nákvæm þá er ekki víst að úr þessu verði nokkur samloka. Þetta könnumst við öll við, að tölvur gera það sem þeim er sagt, ekki það sem við viljum.

Helsta verkefni forritara er að búa niður verkefni í svo litla hluta að hægt er að útskýra þá fyrir tölvu. Ekki búast við því að setjast niður við fyrsta verkefni og ætlast svo til að búa til tölvuleik eða hakka banka. Forritun er einnig frábrugðin þeirri venjulegu tölvunotkun sem þú hefur vanist dagsdaglega. Þar ertu ekki að gefa tölvunni þínar eigin skipanir heldur ertu að beita skipunum sem aðrir forritara hafa samið og sett upp í hugbúnaðinn sem þú ert að nota.

hér væri gott að
fyrir dæmi úr vi
sem á að fylgja

segja miklu meir
um hvernig á að
vinnubækur yfir

1.5 Málskipan

Málskipan (e. syntax) er hugtak sem þýðir hvernig á að skrifa kóða svo að hann þýðist í vélamál sem tölvann skilur. Málskipan eru þær reglur sem við þurfum að fara eftir þegar við forritum, þær reglur sem forritunarmálið býst við að við förum eftir. Ef við brjótum þessar reglur fáum við villu, og einhver algengasta villa sem hægt er að fá er málskipunarvilla (e. syntax error). Python er frábrugðið öðrum forritunarmálum á þann hátt að málskipanin krefst þess að kóðinn sé settur upp á ákveðinn hátt. Líkja því má við að þurfa ekki að hafa greinamerki í huga þegar við ljúkum setningum heldur setjum við setningarnar okkar á réttan stað í samræðunum.

1.5.1 Uppsetning á kóða

Þessi kóðabútur er þannig uppsettur að allar línur byrja jafnlangt til vinstri, eins og hver setning í töluðu máli stendur hver lína fyrir sínu, ein og sér.

Kóðabútur 1.1: Réttur Python kóði

```
1 # Réttur Python kóði sem keyrist
2 4 + 8
3 5 + 6
4 breyta = 9 * 2
```

Þessi næsti kóðabútur hinsvegar er ekki nógu vel uppsettur, þar eru „setningar” sem virðast hanga undir öðrum og vera þeim háðar.

Kóðabútur 1.2: Rangur Python kóði

```
1 # Illa skrifaður Python kóði sem keyrist ekki
2 4 + 8
3     5 + 6
4 breyta = 9 * 2
```

Svona inndrætti er einungis beitt ef lína á beinlínis að hanga undir línunni að ofan og tilheyrir henni. Þess vegna þarf að huga að því hvernig kóði er uppsettur. Í öðrum málum eru notuð greinamerki til að segja tölvunni að lína sé búin og að aðrar línur eigi að heyra undir eitthvað ákveðið samhengi en ekki í Python, þar er treyst á að forritarinn setji kóðann upp á máta sem hægt er að sjá að sé réttur. Dæmi um hvernig línur geta verið aðgreindar í öðrum málum:

Kóðabútur 1.3: Dæmi um annað mál sem er strangt tagað og með greinamerkjum

```
1 // Java
2 int i = 7;
3 i + 5;
4
5 // Þetta myndi líka ganga í Java en ekki í Python
6 int i = 7; i + 5;
```

Kóðabútur 1.4: Dæmi um annað mál sem byggir á afmörkuðu samhengi en með greinamerkjum

```
1 ; Lisp
2 (setq x 10)
3 (setq y 34.567)
4
5 (print x)
6 (print y)
```

Í þessum tveimur frábrugnu málum sem voru tekin sem dæmi var óþarfi að setja kóðann í mismunandi línur, því greinamerkin væru nóg til að aðgreina hverja línu fyrir sig. Hins vegar er það

góð venja að skrifa kóða sem er læsilegur öðru fólki. Í Java eru greinamerkin semikommur (;) en í Lisp eru línur og samhengi afmörkuð með svigum. Python byggist hinsvegar á því að forritarinn stilli öllu upp rétt með réttum inndrætti.

1.5.2 Gagnatýpur og lykilorð

Í Python eru nokkrar grunn gagnatýpur sem við munum kynna í þessari bók. Ástæðan fyrir því að þær eru kallað grunntýpur er sú að þær fylgja með Python uppsetningunni og notandinn getur beitt þeim í samræmi við það sem þær eru færar um, sem má skoða í skjölun Python <https://www.python.org/doc/>. Týpa eða tag er hugtak sem þýðir að hlutur sé af einhverri ákveðinni tegund sem má framkvæma ákveðnar aðgerðir á. Lesandi þekkir muninn á orðum og tölum úr daglegu tali og veit að hægt er að framkvæma mismunandi aðgerðir á þessum mismunandi títum, eins og hægt er að skipta út hástöfum fyrir lágstafi í orðum en ekki tölum og hægt er að hefja tölur í veldi en ekki orð. Að sama skapi eru til aðgreinanlegar títur sem tölvan kann skil á og leyfir ákveðnar aðgerðir á. Í fyrri hluta þessarar bókar verða gerð skil á tveimur talnatítum (heiltölum og fleytitölum), strengjum, listum, orðabókum (einnig kallaðar hakkatöflur) og boolean gildum. Í seinni hlutanum bestast svo við sett .

sett?

Lykilorð eru orð sem eru frátekin og birtast þau græn í Jupyter vinnubók. Hver gagnatýpa hefur eitt lykilorð og eru einnig nokkur innbyggð föll í Python, sem við kynnumst fljótlega, með frátekin orð. Forðast skal að yfirskrifa þessi lykilorð, en gerist það þá er auðvelt að laga það í Jupyter. Hver vinnubók hefur sinn kjarna til að vinna á og það eina sem þarf að gera í aðstæðum þar sem innbyggt orð er allt í einu farið að þýða eitthvað annað þá dugir að endurræsa kjarnann. Kjarninn í vinnubókinni er hvaða túlk eða þýðanda er verið að nota til þess að láta tölvuna skilja kóðann. Í okkar tilfelli erum við að nota Python 3.

2. Tölur og breytur

Í þessum kafla ætlum við að hefjast handa við að forrita. Það fyrsta sem við ætlum að gera er að kynna talnatýpum og keyra kóða eins og við værum að nota reiknivél. Við könnumst við reiknivélar og hvernig þær afgreiða röð aðgerða. Nú viljum við sannreyna að þær reiknaðgerðir sem við þekkjum séu til í Python og að þegar við keyrum kóðann okkar þá verði útkoman sú sama og við áttum von á. Við viljum líka geta geymt útkomuna okkar til að nota aftur seinna, til þess þurfum við breytur (e. variables).

2.1 Tölur - talnatýpur

Í Python eru í grunninn tvær týpur af tölum (en til eru tvær týpur af hvorri fyrir sig, sem snýr meira að minnisnotkun og er út fyrir svið þessarar bókar). Þær eru:

- **Heiltölur** - tölur sem eru ekki með neinum aukastaf. Á ensku eru þessar tölur kallaðar integers og er lykilorð þeirra því **int**.
- **Fleytitölur** - tölur sem eru með aukastaf, sem er fyrir aftan punkt (ekki kommu, fleytitölur eru oft kallaðar kommutölur á íslensku). Á ensku eru þessar tölur kallaðar floating point numbers og er því lykilorðið þeirra **float**.

Kóðabútur 2.1: Heiltölur og fleytitölur

```
1 # Heiltölur, enginn aukastafur
2 42
3 100000
4 -139
5
6 # Fleytitölur, aukastafur/ir fyrir aftan punkt
7 4.0
8 3.1415926
9 -100.98
```

2.2 Reikniaðgerðir og tákni

Grunnreikniaðgerðir eru nokkrar sem við könnumst við úr grunnskóla en aðrar eru framandi og við skulum skoða aðeins betur.

Táknin eru flest eins og á reiknivélum $+$, $-$, $*$, $/$ en þar að auki er annars konar deiling sem er táknuð með tveimur deilimerkjum $//$, veldishafning er táknuð með tveimur margföldunarmerkjum $**$, og svo er leifareikningur táknaður með $\%$. Heiltöludeiling og leifarreikningur eru líklega ný á nálinni fyrir flestum lesendum og því allt í lagi að útskýra þær aðgerðir aðeins nánar. Þessar aðgerðir eru einmitt mjög skyldar í raun. Deilingin segir okkur hversu oft ein tala gengur upp í aðra þar sem útkoman er heil tala (eða fleytitala með 0 sem eina aukastafinn), okkur er sama um afganginn sem verður eftir. Í þessari deilingu er svarið 2 við bæði $5//2$ og $4//2$. En í leifareikningnum viljum við eingöngu vita hver er afgangurinn þegar heiltöludeilingu er beitt svo $5\%2$ væri 1, því það er einn í afgang þegar fimm er deilt með tveimur. Og það er 0 í afgang þegar fjórum er deilt með tveimur svo $4\%2$ er 0.

Í eftirfarandi dæmum í kóðabút 2.2 er vert að draga fram nokkur atriði sem eru ekki augljós byrjanda. Það fyrsta er að myllumerkið (#) þýðir að allt sem kemur fyrir aftan það er *athugasemd*, athugasemdir eru engöngu til að gera kóða læsilegri fyrir fólk, þær eru hunsaðar af tölvunni þegar hún breytir kóðanum í eitthvað sem hún skilur. Eins og sést í línu merktri númer 20 er athugasemdin svo löng að hún birtist okkur sem tvær línur en hún er í keyrslu tölvunnar álitin ein heild línu 20. Þess vegna þurfum við ekki að hafa áhyggjur af þessum inndrætti sem birtist, hann er í rauninni ekki til staðar þar sem þessi hluti textans er ein heild. Einnig eru þarna bil á milli talna fremst í línu og tákna, það er líka til að gera kóða læsilegri, bilin mega bara ekki vera fremst í línunni enn sem komið er. Athugasemdir í kóða eru mjög mikilvægur hluti af skjölun kóða og ættu öll sem vilja tileinka sér forritun að venja sig á að skrifa athugasemdir. Í fyrstu erum við ekki að skrifa flókinn kóða svo athugasemdirnar segja okkur ekki mikið, en þegar kóðinn er ekki augljós eða lausn á verkefni ekki augljós er gott að skrifa athugasemdir. Flest allir kóðabútar eru skjalaðir með athugasemdum til að gera þá læsilegri því allur kóði í bókinni er skrifaður fyrir fólk til að skilja. Kóði sem þið komið til með að skrifa seinna meir á einnig að vera ykkur sjálfum skiljanlegur þegar þið komið að honum seinna. Því er gott að venja sig strax á að skrifa lýsandi athugasemdir.

Kóðabútur 2.2: Reikniaðgerðir

```
1 # Samlagning framkvæmd með +
2 # Þegar eftirfarandi kóði er keyrður ætti útkonan að vera 10
3 6 + 4
4
5 # Frádráttur framkvæmdur með -
6 # Þegar eftirfarandi kóði er keyrður ætti útkonan að vera 10
7 14 - 4
8
9 # Margföldun framkvæmd með *
10 # Þegar eftirfarandi kóði er keyrður ætti útkonan að vera 10
11 10 * 2
12
13 # Deiling framkvæmd með /
14 # Athugið að þetta er fleytitöludeiling sem skilar nákvæmu svari
15 # Þegar eftirfarandi kóði er keyrður ætti útkonan að vera 10.0
16 60 / 6
17
18 # Heiltöludeiling framkvæmd með //
19 # Athugið að þessi deiling er frábrugðin þeirri sem þið kannist við
20 # Hér viljum við vita hversu oft, heil tala, ein tala gengur upp í aðra og okkur er sama
    um afganginn
21 # Þegar eftirfarandi kóði er keyrður ætti svarið að vera 10
22 177 // 17
```

```

23
24 # Veldishafning framkvæmd með **
25 # Hér er mikilvægt, eins og með deilinguna, að hafa í huga hvor talan kemur á undan.
26 # Fyrst kemur talan sem hefur á í veldi og svo kemur talan sem er veldisvísirinn
27 # Þegar eftirfarandi kóði er keyrður ætti svarið að vera 9
28 3 ** 2
29
30 # Leifareikningur framkvæmdur með % (e. modulus)
31 # Þetta er eitthvað alveg nýtt og framandi, en þó ekki óskiljanlegt
32 # Það sem þetta reiknar er hversu mikil leif eða afgangur er eftir þegar heiltöludeilingu
   er beitt.
33 # Þegar eftirfarandi kóði er keyrður ætti svarið að vera 7
34 177 % 17

```

Í öllum þessum dæmum var verið að vinna með heiltölur, þó var útkoman úr deilingunni (stundum kölluð fullkomin deiling) fleytitala. Hvað gerist ef þessir sömu útreikningar eru gerðir með fleytitölum? Ef við myndum skipta út hverri tölu fyrir sig og setja í staðinn sömu tölu með .0 fyrir aftan þá yrðu útkomurnar þær sömu nema fleytitölur. En hvað gerist ef við breytum aðeins fyrri tölunni en ekki seinni tölunni? Þá ertu að nota ólíkar týpur og slíkt er vandmeðfarið, en í þessu tilviki er það í lagi þar sem Python gerir þá ráð fyrir að það sé í lagi að reikna allt með fleytitölum og framkvæmir reikninginn eins og þú hafir verið að beita fleytitölum í hvívetna og niðurstaðan verður þá að sjálfsögðu fleytitala.

2.3 Breytur

Nú höfum við séð hvernig má keyra kóða einfaldlega eins og í reiknivél. Höldum okkur við samlikinguna um reiknivélina til að útskýra breytur. Á hefbundinni reiknivél sem notuð er í stærðfræðitíma í framhaldsskóla er takki sem á stendur ANS. Það stendur fyrir answer og ef ýtt er á hann getur vélin geymt síðasta gildið sem hún gaf sem svar og unnið svo með það til að gefa næsta svar. Flottari vélar geta svo geymt nokkuð mörg svör en það er útfyrir gagnsemi þessarar samlikingu. Þegar ýtt er á þennan takka er minnisvæði í reiknivélinni tekið frá og skrifað er í það gildi, sem er svo sótt þegar ANS er notað í útreikningi. Að sama skapi má láta Python úthluta minnisvæði í tölvunni fyrir þær breytur sem þið viljið geyma. Munurinn er sá að þið nefnið sjálf hvað minnisvæðið er merkt sem, eruð ekki bundin við að nota ANS og að þið eruð svo gott sem með óteljandi minnisvæði.

Að gefa minnisvæði merkingu og gildi er gert með *gildisveitingu*. Gildisveiting þýðir að nú er einhver ákveðinn merkimiði kominn með eitthvað til að geyma. Sjáum einfalt dæmi um þetta.

Kóðabútur 2.3: Breytur kynntar

```

1 # Hér er ég að fara að búa til breytu sem heitir val
2 val = 5
3
4 # Þegar ég keyri línuna fyrir ofan segi ég vélinni að hafa aðgengilegt minnisvæði sem ég
   get notað með því að skrifa orðið val, og settu í það svæði gildið 5.
5
6 # Svo ég er að veita breytunni val gildið 5, þess vegar er það kallað gildisveiting.
7
8 # Svo get ég notað breytuna mína
9 # þegar þetta er keyrt fæst svarið 10
10 val + 5

```

Ef þú prófar þig áfram við að búa til breytur gætir þú rekist á svolítið sem hefur ekki gerst áður í vinnubók, að þegar sella inniheldur eingöngu gildisveitingu og er keyrð þá „gerist ekkert“. Þetta finnst mörgum mjög skrítið því þau vilja fá einhverja útkomu. En útkoman er sú að þú sagðir

vélinni að geyma þetta, þú sagðir henni ekki að gera neitt annað.

Breytur eru skilgreindar vinstra megin við jafnaðarmerki í Python. Eins og það væri lesið, val fær gildið 5. Það væri lítið vit í því að hafa það öfugt, 5 er núna jafngilt val. Það sem við værum þá að segja tölvunni að í hver sinn sem hún vill nota heiltöluna fimm þá á hún að hætta við að nota töluna sjálfa og í staðinn vísa eingöngu í það sem er í minnissvæði merktu val. Það er alls ekki það sem við viljum.

Nokkrar reglur í nafnavali á breytum, þetta vill vefjast fyrir sumum en lærist fljótlega:

1. Kóðalítingin á breytuheitinu má ekki vera annað en venjulegi liturinn fyrir kóða, þannig að ef nafnið fær áherslumerkingu (annan lit) er það ekki löglegt breytuheiti. Áherslulítingin í númeruðu kóðabútnum í þessari bók er marklaus því hún er mjög frumstæð. Dæmi um það sem fær áherslulítingu eru frátekinn lykilorð og tölustafir.
2. Breytuheitið ætti ekki að innihalda séríslenskan staf (það er löglegt í jupyter vinnubókum en er hrikalega slæmur ávæni því það er ekki löglegt allsstaðar).
3. Breytuheitið má ekki innihalda bil.

Nokkur tilmæli um breytunöfn með tilliti til nafnavenja í Python:

1. Breytuheiti byrja á litlum staf.
2. Ef það þarf að gera löng breytuheiti er venjan að nota snákaframsetningu (e. snake casing) sem felur í sér að gera niðurstrik á milli orða, dæmi `thetta_er_langt_nafn_a_breytu`. Annars er til kamelframsetning (e. camel casing) sem felur í sér að annað hvert orð er með stórum staf, dæmi `thettaErLikaLangtBreytuheiti`. Hvort sem þið endið á að nota meira, haldið ykkur bara við annað þeirra.
3. Breytuheiti eiga að vera lýsandi. Ef ég væri að reikna hliðar í þríhyrningi væri gott að eiga breyturnar `a`, `b` og `c`. En ef ég væri að búa til reiknirit sem býr til tölvuleikjapersónu af handahófi með því að velja tilviljanakennt nafn, aldur og starf þá væru breytuheitin `a`, `b` og `c` alveg glötuð því þegar ég kæmi aftur að kóðanum mínum myndi ég ekki hafa hugmynd um hvað `a`, `b` og `c` væru. Betra væri að breyturnar hétu nafn, aldur og starf.

Kóðabútur 2.4: Dæmi um gildisvætingar réttar og rangar

```
1 # Hér er ég að fara að búa til breytu sem heitir val
2 val = 5
3
4 # Hér er ég ekki að búa til breytu sem heitir val heldur er ég að segja að talan fimm er
   ekki lengur til sem heiltala heldur gæti hún vísað í hvað sem er sem er geymt í
   minnissvæði merktu val, ólöglegt.
5 5 = val
6
7 # Hér bý ég til breytu sem heitir heiltala sem fær gildið 0
8 heiltala = 0
9
10 # Hér yfirskrifa ég lykilorðið fyrir týpuna heiltala og læt það innihalda 0
11 int = 0
12 # Þetta er harðbannað og ef þetta gerist er ekki nóg að þurrka þetta út og keyra aftur,
   nú þarf að endurræsa kjarna vinnubókarinnar.
13
14 Gott nafn = 1.0
15 # Þetta er ekki bara bannað vegna bilsins á milli orðanna „Gott“ og „nafn“ heldur er þ
   að líka ljótt því að það byrjar á stórum staf
16
17 3_litlar_mys = 3
18 # má ekki byrja á tölustaf eða tákni
19
```

```

20 utreiknud_laun_eftir_skatt = 0.65 * laun
21 # frábært, lýsandi og gott breytuheiti (hér er þó gert ráð fyrir að vélin þekki breytuna
    laun)

```

Nú þegar við höfum séð hvernig má skilgreina breytu viljum við vita hvernig á að nota þessa breytu. Ef við snúum okkur aftur að reiknivélasamlíkingunni um ANS takkann þá ætti kóðabútur 2.5 að geta sýnt með eðlislægum hætti hvernig breytur nýtast. Fyrst segi ég vélinni hvað það er sem ANS vísar á, svo segi ég vélinni að mig langar til þess að búa til nýja breytu sem á að byggja á því sem ANS inniheldur. Í þessum kóðabút er svo haldið áfram með þessa afleiddu breytu og önnur afleidd breyta búin til útfrá henni. Það sem gerist svo í endann er sambærilegt við það að ýta á „=” takkann á reiknivélinni. Takið eftir að þarna er notuð ný framsetning sem við höfum ekki séð áður, þarna stendur `print` með svigum fyrir aftan og inni í svigunum er breytan okkar. Ef þessi kóðabútur er keyrður þá kemur á *staðalúttak*¹ það gildi sem breytan `x` inniheldur. Ef þar hefði staðið `print(halft_x)` hefðum við fengið svarið sem er geymt í breytunni `print(halft_x)`.

Kóðabútur 2.5: Að nota breytu

```

1 # Hér framkvæmi ég einhvern útreikning sem ég geymi í breytunni ANS
2 ANS = 5**2 + (4+8.9)**2
3
4 # Segjum að þetta hafi verið endapunkturinn í löngu algebrudæmi og nú veit ég hvað y er,
    og get þá nýtt það til að finna x eins og verða vill svo oft í stærðfræði að x sé
    týnt. Gefum okkur að x = 3 * y og því fæst
5 x = 3 * ANS
6
7 # Nú ef við viljum reikna eitthvað út með x eigum við það til í minnissvæði merktu x með
    réttu gildi. Til dæmis með því að búa til breytu fyrir hálft x.
8 halft_x = x/2
9
10
11 # Nú langar okkur til að vera viss um að við séum við vitrænt svar svo við biðjum tölvuna
    um að segja okkur hvað er geymt í breytunni x.
12 print(x)

```

Við megum beita `print` skipuninni óspart og hvetur höfundur til þess að lesandi venji sig á að skoða úttakið sitt í hverju þrepi áður en leitað er hjálpar til annarra. `Print` er *fall*, við skoðum föll nánar í kafla 8 en þangað til munum við kynnst nokkrum innbyggðum föllum eins og `print()`.

Núna höfum við séð tvær típur, heiltölur og fleytitölur. Breyta getur innihaldið hvernig típu sem er. Þá þurfum við að athuga hvað má gera við breyturnar okkar. Hingað til höfum við eingöngu skoðað reikniadgerðir sem eru framkvæmdar með kunnuglegum táknum, við höfum ekki verið að beita neinum innbyggðum *aðferðum* á tölurnar okkar. Við sjáum það gert í kafla 3 þegar við skoðum hvernig megi vinna með texta.

Að því sögðu þá þurfum við að skoða breytur nokkuð betur áður en við förum að beita þeim á skilvirkan hátt. Við erum búin að skoða reiknivirkja og gildisveitingu, og nú ætlum við að skoða *reiknivirkjagildisveitingu* þar sem við uppfærum gildi í breytu með því að nota reiknivirkja eins og `+` eða `-` með gildisveitingu `=`. Þetta sést betur í kóðabút

Kóðabútur 2.6: "Reiknivirkjagildisveiting"

```

1 # ég ætla að telja nemendur inn í stofuna
2 # ég byrja með 0 nemendur
3 nem = 0
4
5 # svo sé ég fyrsta nemandann minn og endurskilgreini þar með breytuna nem

```

¹ Þann stað sem texti myndi prentast þegar forritið er notað, hvort sem það er á skjá eða beint á pappír úr prentara eða eitthvað allt annað. Kannski verður úttaki varpað beint inn í heilann á forriturum einhvern tíma?

```
6 nem = nem + 1
7
8 # þá uppfæri ég gildið sem nem breytan inniheldur og er hún núna það sem hún var (0) + 1,
  ef ég keyrði þessa línu aftur væri það orðið að (1) + 1 og svo koll af kolli eftir þ
  ví sem ég keyri þessa línu oftari
9
10 # Önnur leið til að skrifa þetta er með reiknivirkjagildisveitingu
11 nem += 1
12
13 # þá uppfæri ég gildið nem um það sem hún var + 1
14
15 #segjum að nemendur koma inn í stofuna í þörum þá væri formúlan svona:
16 nem += 2
17
18 # þá uppfærist gildið í nem um +2 í hvert sinn sem þessi kóðalína er keyrð
19
20 # Ef ég væri að reikna stofnstærð á bakteríum sem tvöfaldast á hverjum klukkutíma gæti ég
  gert það svona:
21 stofn_staerd = 30
22 stofn_staerd *= 2 # og keyrt svo þessa línu fyrir hvern klukkutíma
23
24 # Tökum annað dæmi, byrjum á að skoða hvernig meggi geyma útreikninga í mismunandi breytum
25 thusund = 1000
26 fimmm_hundrud = thusund/2
27 tvo_hundrud_og_fimmtiu = fimmm_hundrud/2
28
29 # ef ef mér er sama um breytuna thusund og vil þess í stað bara halda utan um alla
  upphæðina mína í einni breytu og helminga hana tvisvar þá get ég gert þetta
30 allt = 1000
31 allt /= 2
32 allt /= 2
33
34 #nú er allt orðið að 250
35
36 # ég má líka nota aðrar breytur í uppfærslunni minni
37 # hér ætla ég að reikna út hver hækkun launa yrði milli ára ef ég fengi alltaf 2%
  launahækkun
38
39 laun = 100
40 verdbolga = 0.02
41 laun *= 1 + verdbolga # þetta má svo keyra endurtekið til að skoða fram í tímann
```

Hér sést að það er gagnlegt og fljótleskið þegar það á að uppfæra gildi á breytu að gera það með því að nota reiknivirkjann með gildisveitingunni. Í kóðabútnum að ofan sést að athugasemdir eru skrifaðar inni í línunum líka, það er stundum gagnlegt að skrifa stuttar athugasemdir inni í kóða með þessum hætti en betra er þó að skjala hann skilmerkilega efst við viðeigandi kóðabút. Allar athugasemdir eru hunsaðar af vélinni og því hefur allt sem er fyrir aftan # merkið, hver sem það er, engin áhrif á útkomuna.

3. Strengir

Til þess að geta sýnt og notað texta þarf gagnatýpu til að halda utan um hann. Í flestum forritunarmálum, og Python er ekki undantekning, eru gögn af þeirri típu kölluð **strengir**. Lykilorð fyrir þessa típu er **str**.

3.1 Strengir skilgreindir

Til þess að afmarka texta og segja vélinni að fara með hann sem af týpunni strengur þarf að nota tákn. Við þurftum ekki að gera það þegar við skrifuðum tölurnar en nú, og seinna, munum við þurfa sér tákn til þess að segja vélinni gögn af hvaða típu hún er að vinna með.

Táknin sem skilgreina strengi eru gæsalappir. Einfaldar eða tvöfaldar.

Kóðabútur 3.1: Strengir skilgreindir

```
1 # Fyrsti strengurinn okkar
2 "halló"
3
4 #strengur geymdur í breytu
5 textinn_minnt = "halló ég má skrifa mörg orð inn í þessar gæsalappir"
6
7 einfaldar_gæsalappir = 'ég má líka skrifa innan einfaldra gæsalappa'
8
9 thetta_virkar_ekki = 'gæsalappirnir þurfa að passa saman'
10
11 # og ef ég vil skrifa mjög langan texta nota ég þrjár gæsalappir
12 langi_textinn_minnt = ''' ég má skrifa eins langa setningu hér og ég vil því að þetta
    verður alltaf álitid sem ein lína, hins vegar ef ég nota öðruvísi gæsalappir og
    langar að gera kóðan læsilegan er hægt að brjóta hann upp án þess að nota þessar þ
    reföldugæsalappir, við sjáum það eftir smá'''
```

Í sumum forritunarmálum er munur á því að nota einfaldar og gæsalappir, þar sem einfaldar eru notaðar fyrir staka stafi (sér gagnatýpa) og tvöfaldar fyrir strengi. En það er enginn raun munur á því hvernig Python meðhöndlar þær.

3.2 Strengir og reikniaðgerðir

Við erum búin að sjá að það megi leggja tölur saman og margfalda þær. Nú ætlum við að skoða hvaða reikniaðgerðir er hægt að framkvæma með strengi og hvaða áhrif það hefur.

innubók inni í
kóðabút

Kóðabútur 3.2: Strengir og reikniaðgerðir

```
1
2 # Reikniaðgerðirnar sem við þekkjum eru +, -, *, /, //, **, og %
3 # Lesandinn er hvattur til þess að gera prófanir á þessu í vinnubók upp á eigin spýtur
4 # Með því að skilgreina streng og reyna að nota reikniaðgerð á hann með tölum eða öðrum
   strengjum
5
6
7 # Gerum ráð fyrir að þessar prófanir hafi átt sér stað og niðurstaðan sé sú að þær
   aðgerðir sem hægt er að framkvæma eru + og *
8 # En hvað gerist þegar við notum þær?
```

Þegar við notum + til að setja saman strengi þá erum við að beita *samskeytingu* (e. concatenation). Samskeyting þýðir að einum streng er bætt við fyrir aftan annan streng. Það skiptir máli hvor er fyrir framan: "halló" + "bless" verður að "hallóblessen" "bless" + "halló" verður að "blesshalló".

Kóðabútur 3.3: Samskeyting strengja

```
1
2 strengur_a = "þetta er a strengurinn minn"
3 strengur_b = " og þetta er b strengurinn minn"
4
5 # Nú get ég sameinað þessa strengi með því að setja annan þeirra fyrir aftan hinn
   sameinadir_a_og_b = a + b
6
7
8 # ef við prentum út strenginn fáum við
9 "þetta er a strengurinn minn og þetta er b strengurinn minn"
10 #takið eftir að það er bil á milli strengjanna, það er eingungis vegna þess að b
    strengurinn er skilgreindur þannig að fyrst kemur bil fremst í strengnum
11
12 # röðin skiptir máli þegar strengir eru sameinaðir svona
   sameinadir_b_og_a = b + a
13
14
15 # þetta útprentað skilar okkur:
16 " og þetta er b strengurinn minnþetta er a strengurinn minn"
17
18 # Takið eftir að þarna er ekkert bil á milli strengjanna.
19
20 # Á þessu er hægt að svindla:
21 fyrsta_nafn = "Valborg"
22 seinna_nafn = "Sturludóttir"
23 fullt_nafn = fyrsta_nafn + " " + seinna_nafn
24
25 # Þarna sameinaði ég þrjá strengi þar sem ég vissi að hvorugur strengjanna minna
    innihéldi bil ákvað ég að setja það á milli með auka samskeytingu.
```

Þegar við notum * til þess að margfalda streng erum við að *lengja* (e. multiply) hann. Strengjalenging virkar þannig að þú tilgreinir hversu oft, í heilum tölum, þú vilt að strengurinn sé endurtekinn.

Kóðabútur 3.4: Strengjalenging

```
1 eitt_ord = "kex"
2 eitt_ord*3
3
```



```
4 #skilar okkur
5 "kexkexkex"
```

3.3 Vísar í streng

Strengir eru af einhverri lengd, við getum séð hversu mörg stafabil eru í streng með því að telja þau sjálf eða láta tölvuna segja okkur það með innbyggða fallinu `len()` (fyrir `length`).

Kóðabútur 3.5: Stafabilafjöldi

```
1 strengur1 = "kex"
2 # þessi strengur er augljóslega þrjú stafabil
3 len(strengur1)
4 # skilar okkur 3
5
6 strengur2 = "kex með smjöri, osti og sultu"
7 len(strengur2)
8 # skilar okkur 29, takið eftir að tóm bil og greinamerki teljast með
```

Nú þegar við vitum hversu mörg stafabil eru í strengnum getum við notað þau. Við getum sagt við vélina mig langar til að fá vísi (e. `index`) (einnig kallað sætisnúmer, sæti og stæði) númer 1 og séð hvaða tákn er í þeim vísi. Til að ná í eitthvað upp úr streng þurfum við að nota hornklofa (e. `square brackets`), tákn sem eru eins og kassalaga svigar `[og]`. Við notum þessi tákn í Python til að ná í gögn upp úr einhverri gagnagrind, sjáum nánari útskýringu á því fyrirbæri í kaflanum 4. Nú lítum við svo á að strengir séu til þess að geyma fyrir okkur tákn í ákveðinni röð og við getum nálgast þessi tákn með því að nota hornklofa. Inn í hornklofann ætlum við að láta þann vísi (eða það sætisnúmer) sem við viljum vinna með.

Kóðabútur 3.6: Vísir 1

```
1 strengur = "kex"
2 # þessi strengur er augljóslega þrjú stafabil
3
4 print(strengur[1])
5
6 # þetta skilar okkur stafnum 'e'
```

Eins og sést í kóðabút ?? þá vísar vísir númer 1 ekki á fremsta stafinn sem er í þessu tilfelli `k` heldur vísar hann á stafinn `e`. Það er vegna þess að í Python og flestum öðrum forritunarmálum (ekki öllum) er byrjað að telja í núll. Þannig að fremsti vísirinn í streng (og öðrum gagnagrindum) er núllti vísirinn. Hver er þá síðasti vísirinn? Nú höfum við komist að þeirri niðurstöðu (í kóðabút 3.5) að strengurinn `"kex"` hefur þrjú stafabil, að það séu þrír sætisvísar í strengnum, að `k` sé í vísi 0, `e` sé í vísi 1 og þá hlýtur `x` að vera í vísi 2. Síðasti vísirinn í streng er því einum lægri heldur en lengdin á strengnum. Þannig að strengur af lengdinni fimm, eins og strengurinn `"texti"`, hefur fimm stafabil sem eru í vísnum númer 0,1,2,3 og 4.

3.3.1 Óbreytanleiki

Nú höfum við séð að það er hægt að sækja stafabil í streng, eins og tildæmi núllt tákníð í strengnum. Þá er mikilvægt að hafa í huga að í Python er ekki leyfilegt að endurskilgreina hluta úr streng. Byrjum á því að skoða hvað endurskilgreining þýðir. Ef við búum til breytu eins og í kóðabút 2.6 og notum nafnið á henni aftur til að segja vélinni að endurnýta minnissvæði með ákveðnu nafni. Þá erum við búin að endurskilgreina breytuna okkar, hún var eitthvað áður en nú er hún eitthvað annað.

Par sem strengir eru með ákveðin númeraða vísa sem benda á ákveðin tákn gætum við þá ekki bara sagt við vélina „mig langar að breyta bara tákn númer 0“? Það er ekki í boði því að í Python

eru strengir óbreytanlegir (e. immutable) og því er bara hægt að vinna með því eins og þeir eru eða endurskilgreina þá alveg.

3.3.2 Neikvæðir vísar

Það má einnig telja frá hægri til vinstri. Ef okkur langar að vinna með öftustu stökin í streng þurfum við ekki að vita hvað strengurinn er langur, við getum talið frá hægri endanum og unnið með neikvæða vísu. Í því tilfelli byrjum við ekki að telja í 0, því að þá myndi verða til tvíræðni (e. ambiguity). Tölvan myndi ekki vita hvorn 0 vísinn við værum að biðja um þegar við segðum `strengur[0]`, hvort við værum að tala um núll frá vinstri eða hægri. Þess vegna byrjum við að telja frá hægri í -1, og höldum þannig áfram þar til við erum komin niður í -n þar sem n er lengdin á strengnum. Svo strengurinn "kexer með vísana 0,1 og 2 en einnig vísana -3, -2 og -1 bæði í þessari röð, svo vísir -1 er alltaf síðasta táknin í streng.

3.3.3 Hlutstrengir

Nú vitum við hvernig á að sækja eitt stakt tákn upp úr streng. En hvernig náum við í einhvern hluta úr honum? Það er einnig gert með hornklofunum og við notum þá með ákveðnum hætti, við fáum að setja inn fleiri upplýsingar heldur en bara hvaða staka vísu við viljum. Við notum vísana svona: [vísir sem á að byrja fyrir framan : vísir sem á að hætta fyrir framan: stærð á skrefi sem á að taka við lesturinn]. Þarna eru semsagt tveir tvípunktir sem er verið að nota og tölurnar sem koma á milli þeirra er afmörkunin á því hvað við viljum lesa upp úr tilteknum streng. Nú er vert að nefna að þegar við notum þessa málskipan eru ákveðin gildi sjálfgefin, það er við þurfum ekki að taka þau fram.

Sjálfgefin gildi við að ná í hlutstreng:

1. vísirinn sem við byrjum fyrir framan er fremsti stafurinn, eða vísir 0
2. vísirinn sem við hættum fyrir framan er fyrir aftan aftasta stafinn, ekki vísir -1 heldur fyrir aftan hann, enginn vísir
3. skrefastærðin er sjálfgefin 1, það er að við skoðum hvert einasta tákn og hoppum ekki yfir neitt

Kóðabútur 3.7: Hlutstrengir

```

1 strengur = "kex með smjöri, osti og sultu"
2
3 # mig langar að sækja allan strenginn
4 sami_strengur = strengur[:] # hér nota ég þann kost í Python að setja inn fyrir mig
   sjálfgefin gildi
5
6 #mig langar að sækja það sem kemur fyrir aftan táknin x í kex
7 aftan_x = strengur[3:]
8
9 #mig langar ekki í síðasta stafinn
10 nema_sidasti = strengur[:-1:]
11
12 #mig langar í allan strenginn nema annan hvern staf
13 annar_hver = strengur[::2]
14
15 # mig langar að sækja orðið kex og mig langar einnig að sækja orðið sultu
16 kex = strengur[0:3]
17 sultu = strengur[-5:]
18
19 #einnig er hægt að lesa afturábak með því að taka neikvæða skrefastærð
20 ofugur = strengur[::-1]
```

3.4 Aðferðir á strengi

Áður en aðferðir á strengi eru kynntar þarf að útskýra stuttlega hvað aðferðir eru. Við höfum séð `print()` fallið notað t.d. í kóðabút 2.5 og í kóðabút 3.5, það er innbyggt fall í Python sem prentar það sem beðið er um á staðalúttak. Það fall virkar eitt og sér og þarf bara að skrifa nafnið á því, gera sviga og setja inn í svigana það sem við viljum láta fallið fá. Aðferðir eru sérhæfð föll sem virka á ákveðnar gagnatýpur. Þannig að allar aðferðir eru föll, ekki öll föll eru aðferðir. Á ensku eru aðferðir kallaðar *methods* og föll *functions*. Aðferðir eru í raun „hengdar aftan á“ þá típu sem þær eiga að verka á, það er gert með því að skrifa nafnið á breytunni sem inniheldur gögnin sem við viljum framkvæma aðferðina á, gera svo punkt, skrifa nafnið á aðferðinni og setja sviga, inn í svigana fara öll þau viðföng sem aðferðin tekur við.

er ég búin að útskýra staðalúttak?

vísar í falla kafla

vísar í eitthvað sem útskýrir viðföng

Kóðabútur 3.8: Aðferðir kynntar

```
1 strengur = "kex með smjöri, osti og sultu"
```

Annað sem þarf að hafa í huga áður en við vinnum með aðferðir á strengi er að strengir eru óbreytanlegir (e. immutable) sem þýðir að aðferðir sem eru notaðar á þá skila öðrum strengjum í stað þess að breyta strengnum sem við keyrðum aðferðina á. Með það í huga skulum við skoða eftirfarandi lista af aðferðum sem áhugavert er að taka fyrir.

Hér koma fyrir nokkrar aðferðir, gerum ráð fyrir að þær séu að verka á breytuna `strengur` sem inniheldur táknið `"valborg Sturludóttir"`.

1. `strengur.capitalize()` skilar strengnum `"Valborg sturludóttir"` þar sem fremsti táknið er nú hástafur.
2. `strengur.upper()` skilar strengnum `"VALBORG STURLUDÓTTIR"` þar sem allir stafir eru nú háfstafir.
3. `strengur.lower()` skilar strengnum `"valborg sturludóttir"` þar sem allir stafir eru nú lágstafir.
4. `strengur.switchcase()` skilar strengnum `"VALBORG sTURLUDÓTTIR"` þar sem búið er að skipta út lágstöfum fyrir hástafi og öfugt.
5. `strengur.index('v')` skilar tölunni 0 þar sem fyrsta 'v' táknið kemur fyrir í vísi 0
6. `strengur.index('x')` skilar villu þar sem táknið 'x' hefur engann vísi í strengnum
7. `strengur.find('v')` skilar tölunni 0 þar sem fyrsta 'v' táknið kemur fyrir í vísi 0
8. `strengur.find('x')` skilar tölunni -1 þar sem 'x' finnst ekki í strengnum.

Takið eftir því að þarna er orðið lykilorðið „skilar“ það er að við fáum í hendurnar eitthvað til að vinna með sem við getum t.d. vistað í breytu, við skoðum þetta nánar þegar við gerum okkar eigin föll í kafla 8. Það er þörf á því að vinna með aðferðir á strengi með þessum hætti því að við munum að strengir eru óbreytanlegir. Þannig að ef við viljum vinna með einhverja útkomu byggða á streng þá þurfum við að fá útkomuna í hendurnar, því strengurinn sem aðferðinni var beitt á breytist ekki neitt við að kalla í aðferðina. Í upptalningunni hér að ofan getum við keyrt allar þessar línur í röð eins og kóða og búið við að fá þessi svör því að breytan `strengur` verður aldrei fyrir neinum breytingum, hún helst sem `"valborg Sturludóttir"` þrátt fyrir að við köllum í alla þessa fylkingu af aðferðum.

Í þessari bók verða ekki gerð skil á öllum þeim aðferðum sem eru í boði fyrir þær típur sem við skoðum. Þær eru mýmargar og til ýmiss gagnlegar en það er út fyrir svið þessarar bókar að taka hverja fyrir sig fyrir og því munum við bara nefna þær gagnast okkur að skoða. Höfundur hvetur þó til að lesandi geri ítarlegar tilraunir og prófanir.

4. Listar

Listar eru gagnagrindur, sem þýðir að þeir geta geymt fyrir okkur hin ýmsu gögn og gert okkur þau aðgengileg á ákveðinn máta. Listar eru skilgreindir með hornklofum [] og er lykilorðið þeirra **list**.

4.1 Listar skilgreindir

Listar geyma, í ákveðinni röð, þau gögn sem við viljum geyma sem mega vera af hvaða týpu sem er. Gögnin sem eru sett inn í listann eru kölluð stök og röðin sem þau eru í eru aðgengileg eftir vísun eða sætisnúmerum alveg eins og strengir. Stökin eru aðgreind með kommu. Þær týpur sem við höfum séð hingað til eru heiltölur, fleytitölur, strengir og listar. Allt eru þetta möguleg stök í lista.

Kóðabútur 4.1: Listar skilgreindir

```
1 # Fyrsti listinn okkar er tómur
2 listinn_min = []
3
4 # Þegar við skilgreinum lista aðgreinum við stökin með kommu
5 nyr_listi = ["núllta stakið", 1, 2, 3.0, "fjórða stakið", [5]]
```

Í kóðabút 4.1 sjáum við að við erum með 6 stök í listanum nyr_listi sem er skilgreindur í línu 6. Fremsta stakið er strengur, næstu þrjú eru tölur, síðan kemur annar strengur og síðasta stakið í sæti 5 er listi. Sá listi inniheldur eitt stak sem er þá í núllta vísu í þessum innri lista.

Ef við hugsum okkur töflureikni eins og Calc eða Excel þá getum við ímyndað okkur að ein lína sé eins og einn listi, hver dálkur er stak í listanum og ein röð er listinn sem heldur utan um þau. Þá getum við líka ímyndað okkur að ef við erum með margar raðir séu þær geymdar á einni örku eða einu skjali. Sjáum hvernig það myndi líta út í kóðabút 4.2

passa að breyta
kóðabút til að þ
vísun haldist

Kóðabútur 4.2: Listar af listum

```
1 # Ef við ættum skjal í töflureikni sem héldi utan um allt starfsfólk í fyrirtæki gæti
   hausinn á því litið svona út:
2 # Nafn Tölvupóstur Deild Símanúmer
3
```

```

4 # Svo er hver röð fyrir neðan það útfyllt með upplýsingum um einhvað tiltekið starfsman,
   t.d.:
5 # Jóna Jónsdóttir jona@fyrrirtaeki.is Póstur 4445555
6
7 # Ef þetta væri útfært í Python með listum væri það gert svona:
8
9 starfsfolk = [{"Jóna Jónsdóttir", "jona@fyrrirtaeki.is", "Póstur", "4445555"},
10               {"Kristján Kristjánsson", "kristjan@fyrrirtaki.is", "Laun", "4445589"},
11               {"Halldóra Halldórudóttir", "halldora@fyrrirtaeki", "Skrifstofa", "4445500"}]

```

Við tökum eftir því að listinn starfsfolk í kóðabút 4.2 í línu 9 inniheldur þrjá aðra lista, og þeir eru aðgreindir með kommu alveg eins og stökin inni í hverjum innri lista fyrir sig eru einnig aðgreind með kommu. Einnig tökum við eftir því að hér sjáum við í fyrsta sinn inndrátt, það er í raun bara aukalegt bil sem vélin hunsar við að skilgreina breytuna starfsfolk og er því fyrir okkur til að geta lesið kóðann auðveldlegar. Þetta er ekki eins og inndrátturinn sem við munum sjá og beita í næsta kafla, Segðir, skilyrðissetningar og Boolean gildi.

4.2 Að vinna með gögn

Þegar við geymum gögn viljum við að þau séu aðgengileg og að við getum skoðað þau, breytt þeim og unnið með á máta sem hentar okkur. Listar gera okkur kleyft að nálgast gögn eftir sætisvísnum. Við náum í gögn upp úr lista eftir sætisvísi alveg eins og við sóttum tiltekið tákni úr streng, með því að nota hornklofa og það vísa sem við vildum. Sætisvísar eru frá 0 upp í lengdina á listanum að einum frádregnum, svo ef það eru þrjú stök í listanum eins og í kóðabút 4.2, þá er listinn af lengd 3 og vísarnir í honum er 0,1 og 2. Einnig megum við nota neikvæða vísa, eins og í strengjum, þar sem síðasta stakið er í vísi -1 og fremsta stakið er í vísi sem er jafn neikvæðri lengd listans.

Hér þurfum við að athuga að við viljum ekki ruglast á því að skilgreina lista með hornklofum og að sækja gögn úr lista eða streng með hornklofum. Í fyrra tilfellinu standa hornklofarnir einir og sér, þar sem við erum að skilgreina nýjan lista. Í seinna tilfellinu standa hornklofarnir fyrir aftan þá breytu sem á að sækja gögn upp úr með ákveðnum sætisvísnum. Sjáum dæmi.

Kóðabútur 4.3: Listar af listum

```

1 # listi skilgreindur
2 [1,2,3]
3
4 # listi skilgreindur og geymdur í breytu
5 listinn = [1,2,3, "langur strengur sem hefur einnig sætisnúmer"]
6
7 # gögn sótt upp úr listanum
8 listinn[1] # skilar okkur tölunni 2
9
10 # Við getum líka sótt gögn upp úr þeim gögnum sem leyfa það
11 listinn[3][0] # skilar okkur stafnum l

```

Við sjáum í kóðabút 4.3 í línu 11 að þar erum við að keðja (e. to chain) hornklofana okkar. Þetta megum við því að listinn[3] skilar okkur til baka strengnum "langur strengur sem hefur einnig sætisnúmer" og við megum sækja úr honum stak númer 0 sem er aðgengilegt með því að gera [0] fyrir aftan listinn[3]. Þetta gagnast okkur sérstaklega þegar við lítum aftur á starfsmannahaldið okkar hér á undan og viljum geta sótt gögn upp úr innri listum. Sjáum hvernig við getum fengið upplýsingar sem eru skráðar um tiltekið starfsman úr listanum sem við geymdum í kóðabút 4.2.

Kóðabútur 4.4: Unnið með gögn úr lista

```

1 print(starfsfolk[0])
2

```

```
3 # þetta skilar okkur
4 ["Jóna Jónsdóttir", "jona@fyrrirtaeki.is", "Póstur", "4445555"]
5
6 print(starfsfolk[0][0])
7 # þetta skilar
8 "Jóna Jónsdóttir"
9 # þar sem nafnið hennar er 0 stakið í innri listanum
```

4.2.1 Listar eru breytanlegir

Nú allt í einu munum við að Jóna er ekki Jónsdóttir heldur Alfreðsdóttir og við þurfum að laga það, við þurfum ekki að skilgreina listann allan upp á nýtt (sem við hefðum þurft að gera ef við værum með streng) heldur þurfum við bara að setja nýtt gildi inn fyrir það sem heldur utan um nafnið hennar Jónu.

Kóðabútur 4.5: Unnið með gögn úr lista

```
1 print(starfsfolk[0][0])
2
3 # við munum að þetta skilar
4 "Jóna Jónsdóttir"
5 # en við munum að nafnið var óvart vitlaust skráð svo við breytum því
6
7 starfsfolk[0][0] = "Jóna Alfreðsdóttir"
8 # þetta skilar okkur engu því að við vorum hér að skilgreina eitthvað, segja tölvunni að
9   geyma eitthvað
10 # en við erum búin að endurskilgreina starfsfolk listann og ef við köllum í hann núna
11   sjáum við að hann er breyttur
12
13 print(starfsfolk)
14 # þetta skilar
15 [[{"Jóna Alfreðsdóttir", "jona@fyrrirtaeki.is", "Póstur", "4445555"}, {"Kristján
16   Kristjánsson", "kristjan@fyrrirtaki.is", "Laun", "4445589"}, {"Halldóra Halldórudóttir",
17   "halldora@fyrrirtaeki", "Skrifstofa", "4445500"}]]
```

4.3 Gagnlegar aðferðir á lista

Eins og tekið var fram í kaflanum um strengi þá er ekki ætlunin að fara yfir allar þær innbyggðu aðferðir sem til eru fyrir lista heldur draga fram nokkrar sem eru mjög gagnlegar til að auka skilning á notkun á aðferðum.

Gefum okkur að við eigum listann [0,2,1,3] sem er geymdur í breytunni listinn_minn

- listinn_minn.pop()
 - það sem þetta gerir er að breyta listanum og skila staki.
 - gildið sem það skilar er aftasta stakið úr listinn_minn.
 - 3 er gildið sem það skilar í okkar tilfelli svo listinn_minn verður að [0,2,1].
 - hægt er að geyma það með því að gera `x = listinn_minn.pop()` og þá inniheldur `x` töluna 3.
 - einnig er hægt að setja inn sætisnúmer sem viðfang og þá er stakið í því sæti fjarlæggt og listinn dregst saman, sjá kóðabút 4.6.
- listinn_minn.append(x)
 - það sem þetta gerir er að breyta listanum þannig að búið er að bæta breytunni `x` aftast í listann.
 - þessi aðferð skilar engu til baka til okkar svo það er ekkert vit í því að skrifa listi = listinn_minn.append(4)

- segjum að `x` hafi verið stillt sem talan 4 þá lítur listinn núna svona út `[0,2,1,3,4]` (ef við gerum ráð fyrir að hafa ekki keyrt neinar aðrar aðferðir á hann).
- þessi aðferð verður að fá eitt viðfang og nákvæmlega eitt viðfang, sem er af hvaða gagnatýpu sem er, svo við gætum sett inn einn lista sem inniheldur 100.000 stök en það er nákvæmlega einn listi.
- sjá notkun í kóðabút 4.7
- `listinn_minn.sort()`
 - það sem þetta gerir er að raða listanum í röð með samanburðarvirkjum (þeir verða kynntir í kafla Segðir, skilyrðissetningar og Boolean gildi), og stökin í listanum þurfa þá að vera samanburðarhæf.
 - aðferðin raðar listanum í röð frá lægsta gildi til hæsta gildis, það er okkur samt þegar við skoðum talna lista en í því tilfelli að listinn innihaldi bara strengi þýðir það að listanum er raðað í stafrófsröð sem er skilgreind eftir því táknakerfi sem Python notar.
 - `listinn_minn.sort` myndi gera það að verkum að hann sé nú geymdur sem `[0,1,2,3]` (gerum ráð fyrir að við höfum ekki keyrt neinar aðrar aðferðir á hann).
 - aðferðin skilar engu svo það er ekkert vit í því að gera `x = listinn_minn.sort()`
 - sjá notkun í kóðabút 4.8.

Kóðabútur 4.6: `.pop()` aðferðin

```

1 test = [1,2,3]
2
3 x = test.pop()
4 # x inniheldur núna töluna 3 og test inniheldur listann [1,2]
5
6 y = test.pop(0)
7 # y inniheldur núna töluna 1 og test inniheldur listann [2]
8 # ekki er hægt að setja inn vísi sem er ekki til staðar í listanum
9
10 z = test.pop(1) # þetta veldur villu því að listinn inniheldur einungis stakið 2 sem er í
    sæti 0

```

Kóðabútur 4.7: `.append()` aðferðin

```

1 test = []
2
3 # test er breyta sem inniheldur tóman lista, sem okkur langar að bæta í eftir að hafa
    búið hann til
4
5 test.append(1)
6 # nú inniheldur test stakið 1 í vísi 0, [1]
7
8 test.append("nú bætum við streng aftast í listann")
9 # nú inniheldur test listann [1, "nú bætum við streng aftast í listann"]
10
11 test.append(["hér er heill listi", "með nokkrum stökum", "en hann er samt einn stakur
    listi", "og telst því sem að bæta við einu staki"])
12 # athugum hér að hornklofar skilgreina lista og innan í svigum aðferðarinnar er bara eitt
    hornklofapar svo við erum bara að bæta við einum lista aftast í test listann okkar
13 print(test) s
14 # skilar okkur þessu:
15 # [1, "nú bætum við streng aftast í listann", ["hér er heill listi", "með nokkrum
    stökum", "en hann er samt einn stakur listi", "og telst því sem að bæta við einu
    staki"]]
16
17 # bætum nú aftast í innri listann með .append() aðferðinni
18 test[2].append("hér var bætt aftast í innri listann, ekki er komið nýtt stak í test")

```



```

19
20 print(test)
21 # skilar okkur þessu:
22 # [1, "nú bætum við streng aftast í listann", ["hér er heill listi", "með nokkrum
    stökum", "en hann er samt einn stakur listi", "og telst því sem að bæta við einu
    staki", "hér var bætt aftast í innri listann, ekki er komið nýtt stak í test"]]
23 # lengdin á listanum er enn bara 3 og vísarnir eru 0,1 og 2.

```

Athugum hér að í kóðabút 4.7 í línu ?? þá er stak í vísí 0 1, stak í vísí 1 er "nú bætum við streng aftast í listann" og í vísí 2 er stakið ["hér er heill listi", "með nokkrum stökum", en hann er samt einn stakur listi", og telst því sem að bæta við einu staki"]. Þar sem stakið í vísí 2 er einnig listi þá má nota aðferðina `.append()` á hann og það sem gerist í línu ?? er að gögn eru sótt upp úr listanum með hornklofanotkun, eins og í kóðabút 4.4. Þannig keðjum við og getum bætt aftast í þennan innri lista með `.append()`.

Kóðabútur 4.8: `.sort()` aðferðin

```

1 # test = [1,6,3,1]
2
3 test.sort()
4 # nú er listinn breyttur
5
6 print(test)
7 # skilar : [1,1,3,6]
8
9 test = ["b", "a", "m", "z"]
10 test.sort()
11 print(test)
12 # skilar : ["a", "b", "m", "z"]
13
14 test = [1, "6"]
15 test.sort()
16 # hér verður villa því að tölur og strengir eru ekki samanburðarhæfir
17
18 starfsfolk = [["Jóna Jónsdóttir", "jona@fyrirtaeki.is", "Póstur", "4445555"],
19               ["Kristján Kristjánsson", "kristjan@fyrirtaki.is", "Laun", "4445589"],
20               ["Halldóra Halldórudóttir", "halldora@fyrirtaeki", "Skrifstofa", "4445500"]]
21 starfsfolk.sort()
22 print(starfsfolk)
23 # skilar
24 # [["Halldóra Halldórudóttir", "halldora@fyrirtaeki", "Skrifstofa", "4445500"],
25 #   ["Jóna Jónsdóttir", "jona@fyrirtaeki.is", "Póstur", "4445555"],
26 #   ["Kristján Kristjánsson", "kristjan@fyrirtaki.is", "Laun", "4445589"],]
27
28 # Bætum við auðkennisnúmeri fremst í listann
29 starfsfolk = [[1927, "Jóna Jónsdóttir", "jona@fyrirtaeki.is", "Póstur", "4445555"],
30               [782, "Kristján Kristjánsson", "kristjan@fyrirtaki.is", "Laun", "4445589"],
31               [981, "Halldóra Halldórudóttir", "halldora@fyrirtaeki", "Skrifstofa", "4445500"]]
32
33 starfsfolk.sort()
34 print(starfsfolk)
35 # skilar
36 # [[782, "Kristján Kristjánsson", "kristjan@fyrirtaki.is", "Laun", "4445589"],
37 #   [981, "Halldóra Halldórudóttir", "halldora@fyrirtaeki", "Skrifstofa", "4445500"],
38 #   [1927, "Jóna Jónsdóttir", "jona@fyrirtaeki.is", "Póstur", "4445555"]]
39
40 # En ef það gleymist að setja inn auðkennisnúmer þegar nýjum starfskrafti er bætt við í
    listann:
41 starfsfolk.append(["Þórður Hjaltalín", "thordur@fyrirtaeki.is", "Markaðs", "4445571"])
42 print(starfsfolk)

```

```
43 # skilar
44 # [[782, "Kristján Kristjánsson", "kristjan@fyirtaki.is", "Laun", "4445589"],
45    [981, "Halldóra Halldórudóttir", "halldora@fyirtaeki", "Skrifstofa", "4445500"],
46    [1927, "Jóna Jónsdóttir", "jona@fyirtaeki.is", "Póstur", "4445555"],
47    ["Þórður Hjaltalín", "thordur@fyirtaeki.is", "Markaðs", "4445571"]]
48
49 starfsfolk.sort()
50 # þetta veldur núna villu þar sem raðað er eftir fremsta staki hvers lista og fremstu
    stökin eru ekki af týpum sem hægt er að bera saman
```

5. Segðir, skilyrðissetningar og Boolean gildi

Kóða má skipta í segðir (e. expressions) og yrðingar (e. statements). Segðir eru línur þar sem eitthvað er metið sem gildi, ef við líkjum því við tungumál væru það setningar þar sem einhver niðurstaða fæst eins og „er rigning“? Yrðingar eru línur þar sem eitthvað er sett fram sem þarf ekki að meta, í tungumáli væru það setningar á borð við „mér er kalt“

Þessi skipting er ekkert sérlega merkileg að svö stöddu en í þessum kafla ætlum við að einbeita okkur að því að meta útkomu og fá í hendurnar svör sem við getum svo gert eitthvað við.

Til þess að gera það þurfum við að læra á nýja típu sem heitir Boolean og hefur lykilorðið **bool**. Hún er frábrugðin þeim títum sem við höfum séð hingað til því að það eru eingöngu tvö möguleg gildi sem Boolean getur verið, **True** og **False** sem þýðast sem 1 og 0, satt og ósatt og eru upprunin úr búlískri algebru¹ (e. Boolean algebra). Nú er það flestum kunnug staðreynd að tölvur vinna með 0 1 í grunninn, en hvernig það er notað í æðri forritunarmálum (e. high level programming languages) er ekki eins augljóst.

Í þessum kafla verður farið yfir búlísk gildi, samanburð (e. comparison) og samanburðarvirkja (e. comparison operands), rökvirkja (e. logical operands) og svo skilyrðissetningar (e. conditional statements).

5.1 Boolean gildi

5.2 Segðir

5.2.1 Samanburður

5.2.2 Rökvirkjar


5.3 Skilyrðissetningar

5.3.1 if

5.3.2 else

5.3.3 elif

¹Ekki verður farið yfir búlíska algebru af neinu ráði í þessari bók en þau fræði eru gífurlega góður grunnur til að skilja betur hvernig segðir og rökvirkjar virka og því hvetur höfundur til að lesandi fletti allavega upp wikipedia greininni.



6. Lykkjur

6.1 Lykkju lykilorð


6.2 While

6.3 For



7. Orðabækur

7.1 Lyklar og gildi



8. Föll

8.1 Tilgangur falla

8.2 Að skrifa föll

8.3 Viðföng

8.4 Skilagildi

8.5 Lokun

8.5.1 Descriptions and Definitions

Name Description

Word Definition

Comment Elaboration

9. In-text Elements

9.1 Theorems

This is an example of theorems.

9.1.1 Several equations

This is a theorem consisting of several equations.

Theorem 9.1.1 — Name of the theorem. In $E = \mathbb{R}^n$ all norms are equivalent. It has the properties:

$$||\mathbf{x}|| - ||\mathbf{y}|| \leq ||\mathbf{x} - \mathbf{y}|| \quad (9.1)$$

$$||\sum_{i=1}^n \mathbf{x}_i|| \leq \sum_{i=1}^n ||\mathbf{x}_i|| \quad \text{where } n \text{ is a finite integer} \quad (9.2)$$

9.1.2 Single Line

This is a theorem consisting of just one line.

Theorem 9.1.2 A set $\mathcal{D}(G)$ is dense in $L^2(G)$, $|\cdot|_0$.

9.2 Definitions

This is an example of a definition. A definition could be mathematical or it could define a concept.

Definition 9.2.1 — Definition name. Given a vector space E , a norm on E is an application, denoted $||\cdot||$, E in $\mathbb{R}^+ = [0, +\infty[$ such that:

$$||\mathbf{x}|| = 0 \Rightarrow \mathbf{x} = \mathbf{0} \quad (9.3)$$

$$||\lambda \mathbf{x}|| = |\lambda| \cdot ||\mathbf{x}|| \quad (9.4)$$

$$||\mathbf{x} + \mathbf{y}|| \leq ||\mathbf{x}|| + ||\mathbf{y}|| \quad (9.5)$$

9.3 Notations

Notation 9.1. Given an open subset G of \mathbb{R}^n , the set of functions φ are:

1. Bounded support G ;
2. Infinitely differentiable;

a vector space is denoted by $\mathcal{D}(G)$.

9.4 Remarks

This is an example of a remark.



The concepts presented here are now in conventional employment in mathematics. Vector spaces are taken over the field $\mathbb{K} = \mathbb{R}$, however, established properties are easily extended to $\mathbb{K} = \mathbb{C}$.

9.5 Corollaries

This is an example of a corollary.

Corollary 9.5.1 — Corollary name. The concepts presented here are now in conventional employment in mathematics. Vector spaces are taken over the field $\mathbb{K} = \mathbb{R}$, however, established properties are easily extended to $\mathbb{K} = \mathbb{C}$.

9.6 Propositions

This is an example of propositions.

9.6.1 Several equations

Proposition 9.6.1 — Proposition name. It has the properties:

$$||\mathbf{x}| - |\mathbf{y}|| \leq |\mathbf{x} - \mathbf{y}| \quad (9.6)$$

$$||\sum_{i=1}^n \mathbf{x}_i|| \leq \sum_{i=1}^n ||\mathbf{x}_i|| \quad \text{where } n \text{ is a finite integer} \quad (9.7)$$

9.6.2 Single Line

Proposition 9.6.2 Let $f, g \in L^2(G)$; if $\forall \varphi \in \mathcal{D}(G)$, $(f, \varphi)_0 = (g, \varphi)_0$ then $f = g$.

9.7 Examples

This is an example of examples.

9.7.1 Equation and Text

■ **Example 9.1** Let $G = \{x \in \mathbb{R}^2 : |x| < 3\}$ and denoted by: $x^0 = (1, 1)$; consider the function:

$$f(x) = \begin{cases} e^{|x|} & \text{si } |x - x^0| \leq 1/2 \\ 0 & \text{si } |x - x^0| > 1/2 \end{cases} \quad (9.8)$$

The function f has bounded support, we can take $A = \{x \in \mathbb{R}^2 : |x - x^0| \leq 1/2 + \varepsilon\}$ for all $\varepsilon \in]0; 5/2 - \sqrt{2}[$. ■

9.7.2 Paragraph of Text

■ **Example 9.2 — Example name.** Nam dui ligula, fringilla a, euismod sodales, sollicitudin vel, wisi. Morbi auctor lorem non justo. Nam lacus libero, pretium at, lobortis vitae, ultricies et, tellus. Donec aliquet, tortor sed accumsan bibendum, erat ligula aliquet magna, vitae ornare odio metus a mi. Morbi ac orci et nisl hendrerit mollis. Suspendisse ut massa. Cras nec ante. Pellentesque a nulla. Cum sociis natoque penatibus et magnis dis parturient montes, nascetur ridiculus mus. Aliquam tincidunt urna. Nulla ullamcorper vestibulum turpis. Pellentesque cursus luctus mauris. ■

9.8 Exercises

This is an example of an exercise.

Exercise 9.1 This is a good place to ask a question to test learning progress or further cement ideas into students' minds. ■

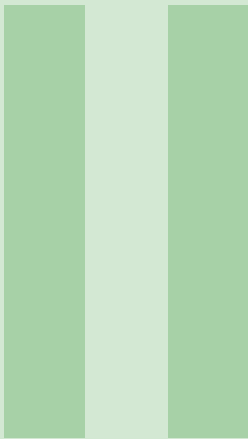
9.9 Problems

Problem 9.1 What is the average airspeed velocity of an unladen swallow?

9.10 Vocabulary

Define a word to improve a students' vocabulary.

Vocabulary 9.1 — Word. Definition of word.



Part Two

10	Presenting Information	49
10.1	Table	
10.2	Figure	
	Bibliography	51
	Articles	
	Books	
	Index	53

10. Presenting Information

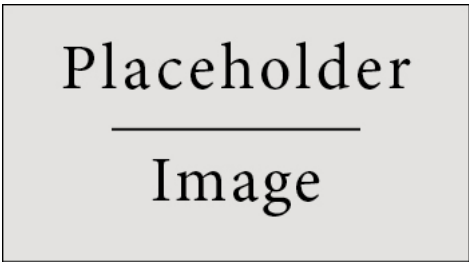
10.1 Table

Treatments	Response 1	Response 2
Treatment 1	0.0003262	0.562
Treatment 2	0.0015681	0.910
Treatment 3	0.0009271	0.296

Tafla 10.1: Table caption

Referencing Table 10.1 in-text automatically.

10.2 Figure



Mynd 10.1: Figure caption

Referencing Figure 10.1 in-text automatically.



Bibliography

Articles

[1] James Smith. “Article title”. Í: 14.6 (mar. 2013), blaðsíður 1–8.

Books

[2] John Smith. *Book title*. 1. útgáfa. Bindi 3. 2. City: Publisher, jan. 2012, blaðsíður 123–200.

Atriðisorðaskrá

C

Citation	8
Corollaries	10

D

Definitions	9
-------------------	---

E

Examples	10
Equation and Text	10
Paragraph of Text	11
Exercises	11

F

Figure	15
--------------	----

L

Lists	8
Bullet Points	8
Descriptions and Definitions	8
Numbered List	8

N

Notations	10
-----------------	----

P

Paragraphs of Text	7
Problems	11
Propositions	10
Several Equations	10
Single Line	10

R

Remarks	10
---------------	----

T

Table	15
Theorems	9
Several Equations	9
Single Line	9

V

Vocabulary	11
------------------	----