

به نام خدا

تمرین سری سوم درس ساختمان داده‌ها

پاسخ‌های تمرین را در قالب یک فایل pdf به صورت الگوی زیر آپلود کنید. پاسخ‌ها باید کاملاً تشریحی و دست‌نویس باشد.

StudentNumber-FirstName-LastName-HW3.pdf

مثال: 9531555-Ali-Ahmadi-HW3.pdf

مهلت تحویل تا جمعه ۱۰ آذر ۱۳۹۶

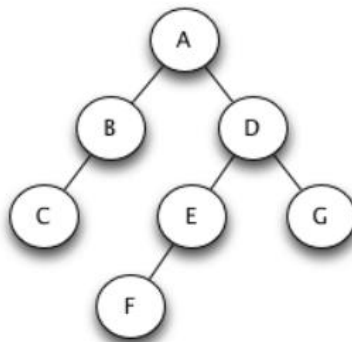
۱- نمایش preorder یک درخت دودویی به صورت abdehfcg است. این درخت گره تک‌فرزندی ندارد. همچنین گره‌های gfihd مجموعه برگ‌های درخت را تشکیل می‌دهند. درخت را رسم کرده و الگوریتمی برای حل مسئله در حالت کلی ارائه کنید. مرتبه زمانی الگوریتم پیشنهادی را تحلیل کنید.

۲- اگر acdfbeg پیمایش preorder یک درخت دودویی باشد، کدامیک از گزینه‌های زیر نمی‌تواند پیمایش inorder این درخت باشد؟ چرا؟

الف) fdecbag ب) cabhged پ) fdbcbage ت) adcbfge

۳- نمایش پیشوندی و پسوندی درختی که هر رأس آن حداکثر ۲ فرزند دارد، به ترتیب hfgbcejadi و gejc bfidah است. این درخت چند برگ دارد؟ چرا؟

۴- اگر از الگوریتم postorder غیربازگشتی برای درخت زیر استفاده شود، ترتیب pop برای دو گره G و F را بنویسید.



۵- در یک درخت دودویی با ارتفاع h موارد زیر را به دست آورید.

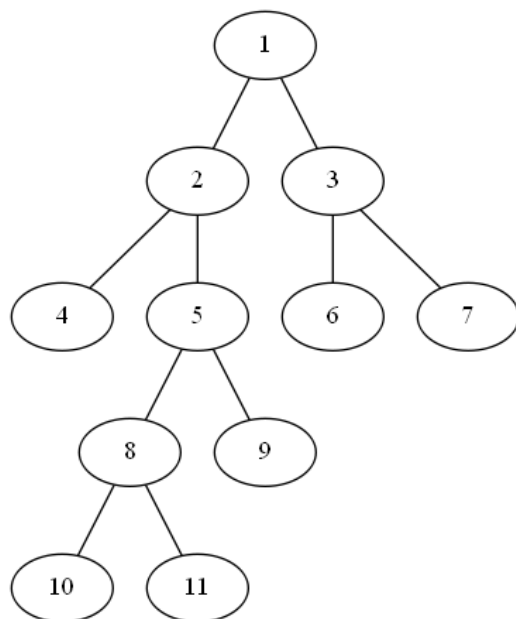
الف) حداکثر تعداد گره‌ها ب) حداکثر تعداد گره‌های برگ پ) حداکثر تعداد گره‌های با دو فرزند

۶- در یک درخت دودویی پر با n گره، هزینه زمانی هر یک از عملیات زیر را با شرح کامل مشخص کنید.

الف) یافتن عنصر با کلید میانه (middle) ب) درج یک عنصر در بدترین حالت

پ) درج یک عنصر در بهترین حالت

۷- در یک درخت دودویی که ارتفاع ریشه برابر با صفر در نظر گرفته می‌شود، پهنای درخت برابر با تعداد بیشترین گره‌های هم‌سطح در آن درخت تعریف می‌شود؛ به عنوان مثال، ارتفاع درخت زیر برابر با ۴ و پهنای آن نیز با توجه به سطح ۲ برابر با ۴ است. برای یک درخت دودویی با n گره، چه تعداد از پهنای و ارتفاع‌های زیر برای این درخت ممکن است؟ چرا؟



- ۱) ارتفاع $O(n)$ و پهنای ۱
- ۲) ارتفاع $O(\log n)$ و پهنای $O(n)$
- ۳) ارتفاع $O(n)$ و پهنای $O(n)$
- ۴) ارتفاع $O(\log n)$ و پهنای $O(\sqrt{n})$

۸- هیپ زیر داده شده است:

$A[1..18] = 20 \ 15 \ 18 \ 7 \ 9 \ 14 \ 16 \ 3 \ 6 \ 8 \ 4 \ 13 \ 10 \ 12 \ 11 \ 1 \ 2 \ 5$

عمل $\text{Change}(i, k)$ کلید $A[i]$ را به k تغییر می‌دهد و با انجام تعدادی جابجایی (swap)، آرایه را مجدداً هیپ می‌کند.

دو عمل $\text{Change}(11, 16)$ و $\text{Change}(2, 4)$ انجام شده است. مجموع تعداد جابجایی‌ها چند است؟

۹- یک هیپ بیشینه (max heap) حاوی ۶۴ عنصر با کلیدهای ۱ تا ۶۴ است. بزرگترین عددی که می‌تواند در آخرین سطح قرار گیرد، چه عددی است؟ چرا؟

۱۰- درستی یا نادرستی هر یک از عبارتهای زیر را با ذکر علت مشخص کنید.

الف) با داشتن پیمایش Inorder یک درخت جستجوی دودویی (BST)، همواره می‌توان درخت را منحصر به فرد رسم کرد.

ب) برای یک درخت جستجوی دودویی که در گره‌های آن تعدادی عدد ذخیره شده است، با داشتن پیمایش Postorder می‌توان درخت را در $O(n)$ ساخت.

ج) در درخت‌های جستجوی دودویی، ترتیب حذف دو عنصر مختلف اهمیتی ندارد و درخت حاصل برای هر دو ترتیب، یکسان خواهد شد.

د) یک درخت جستجوی دودویی که ۱۵۰ گره دارد، حداقل ۷ سطح و حداکثر ۱۵۰ سطح می‌تواند داشته باشد.

ه) صف اولویت‌دار^۱ با استفاده از هیپ پیاده‌سازی شده است. در این صورت، عملگر «اضافه کردن» یک عنصر جدید به صف اولویت‌دار دارای پیچیدگی زمانی $O(\log n)$ است.

۱۱- شبه‌کدی بنویسید که گره با بزرگترین کلید را در یک درخت جستجوی دودویی حذف کند.

^۱ Priority Queue