

3. Анализ линейных математических моделей,
основные его этапы. Фазовые портреты для
моделей первого и второго порядка.

Андрей Бареков Ярослав Пылаев
По лекциям Устинова С.М.

February 3, 2020

1 Фазовые портреты модели

$$\frac{dx}{dt} = f(x), x(t_0) = x_0 \quad (1)$$

Для геометрической иллюстрации решений как линейных, так и нелинейных моделей, строят фазовый портрет модели в фазовом пространстве её уравнений (компонент вектора x) для различных начальных условий. Для уравнений первого порядка имеем следующие виды траекторий:

1. Одноточечная траектория (положение равновесия, $f(x) = 0$)
2. Интервал (концы интервала - положение равновесия)
3. Полупрямая (один конец - положение равновесия, другой конец - $\pm\infty$)

2 Анализ линейных моделей

Обратимся к линейным моделям с постоянной матрицей и отметим основные этапы их анализа:

$$\frac{dx}{dt} = Ax$$

1. Получение решения
 - Получение стационарного решения $Ax + b = 0$ и анализ его устойчивости (*)
2. Определение наблюдаемости отдельных составляющих решения, оценка их роли в системе
3. Оценка чувствительности к параметрам ¹
4. Решение задачи параметрической идентификации
5. Решение задач управления или выбора оптимальных значений параметров

(*)

$$x' = Ax + b$$

$$Ax + b = 0, Ax = -b \rightarrow \text{DECOMP} + \text{SOLVE}$$

Для анализа устойчивости рассчитывают собственные значения матрицы A с помощью QR -алгоритма.

$$\Re(\lambda_k) < 0$$

¹На практике интересует чувствительность как к нежелательным эффектам, так и к параметрам, вводимым специально для решения задач управления