Somatório – Propriedades e Aplicações

Vinicius F. da Silva[1]

[1]Instituto de Ciências Exatas e Informática –
Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais - (PUC MINAS)
Caixa Postal 30535-901 – Belo Horizonte – MG – Brazil

vinicius.silva1046664@sga.pucminas.br

1. Conceitos Básicos

O somatório significa a soma de diferentes termos e nos permite com facilidade representar somas de um grande número de termos:

$1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2 + 6^2 + 7^2 + 8^2 + 9^2 + 10^2$
podem ser representado no somatório com o auxilio da letra grega Σ (Sigma) que fará com que a expressão anterior seja simplificada por: $\sum_{k=1}^{10} k^2$ onde no português lemos: Somatório de k = 1 até 10, de k^2.

2. Propriedades de Somatório

As propriedades facilitam o desenvolvimento das expressões algébricas com a notação do somatório. O objetivo é desenvolver as expressões até chegar às somas simples e/ou somas de quadrados.

1ª Propriedade: O somatório de uma constante k é igual ao produto do número de termos pela constante. $\sum_{i=1}^{n} ki = k1 + k2 + ... + kn = nk$

2ª Propriedade: O somatório do produto de uma constante por uma variável é igual ao produto da constante pelo somatório da variável. $\sum_{i=1}^{n} kxi = k\sum_{i=1}^{n} ki$

3ª Propriedade: O somatório de um polinômio é o somatório de cada termo do polinômio, ou o somatório de uma soma ou subtração é igual à soma ou subtração dos somatórios dessas variáveis. Sem perda de generalidade, para três variáveis X, Y e W, têm-se: $\sum_{i=1}^{n}(xi+yi-wi) = \sum_{i=1}^{n} xi+\sum_{i=1}^{n} yi-\sum_{i=1}^{n} wi$ (propriedade distributiva)

Número de termos (parcelas) do Somatório (NT) O número de termos ou parcelas de um somatório (NT) pode ser obtido por: NT = (LS – LI) + 1 Se o somatório está sujeito a r restrições, basta fazer:

NT = (LS – LI) + 1 – r Exemplos: Obter o número de termos para os seguintes somatórios: $\sum_{i=1}^{n} xi, NT = (8–3) + 1 = 6$

Principais representações do Somatório

$\sum_{i=1}^{n} xi = x1 + x2 + xa...$ (soma simples)

$\sum_{i=1}^{n} xi^2 = x1^2 + x2^2 + xa^2...$ soma dos quadrados (SQ)

$(\sum_{i=1}^{n}) = (x1 + x2 + x3 + xa...)^2$ quadrado da soma

$\sum_{i=1}^{n} = xi, yi = x1y1 + x2y2 + x3y3...$ soma dos produtos

$\sum_{i=1}^{n} xi \sum_{j=1}^{m} = (x1 + x2 + x3...).(y1 + y2y3...)$ produto das somas

3. Aplicações

Os somatórios são úteis para expressar somas arbitrárias, por exemplo em formulas. Se queremos representar a formula para o cálculo da média aritmética de n valores teremos x = 1/n $\sum_{i=1}^{n} x1$ onde x1 é uma sequencia de n números.