Autômato Finito Não-Determinista

- Generalização de AFD
  - em um estado pode-se ter mais de uma transição para um dado símbolo $a \in \Sigma$.

$(q_n, a) = \{ \}$ $\delta (q_n, a) = \{ q_i \}$ $\delta (q_n, a) = \{ q_i, q_j, q_k \}$

- Formalmente um AFN é uma quíntupla $M = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$:

  - Q = conjunto finito de estados.
  - $\forall \Sigma$ = alfabeto de entrada.
  - $\forall \delta$ = função total de $Q \times \Sigma \rightarrow P(Q)$.
  - $q_0 \in Q$ = estado inicial.
  - $F \subseteq Q$ = estados de aceitação.

Exemplos

- $L_1 = \{ w \mid w = a(a \cup b)^*bb \}$
- $L_2 = \{ w \mid w = a(bb)^*aa \}$
- $L_3 = L_1 \cup L_2$
- Linguagem reconhecida por M
  - $L(M) = \{ w \in \Sigma^* \mid$ existe **uma** computação $[q_0, w] \vdash^* [q_i, \lambda], q_i \in F \}$

Transições Lambda

- Relaxar a definição de AFN:
  - transições de estado sem processamento da entrada.

- Formalmente um AFN-λ é uma quíntupla M = (Q, Σ, δ, q_0, F):

  - Q = conjunto finito de estados.
  - $\forall \Sigma$ = alfabeto de entrada.
  - $\forall \delta$ = função total de $Q \times (\Sigma \cup \{\lambda\}) \rightarrow P(Q)$.
  - $q_0 \in Q$ = estado inicial.
  - $F \subseteq Q$ = estados de aceitação.

Exemplos

- $L_1 = \{ w \mid w = a(a \cup b)^*bb \}$
- $L_2 = \{ w \mid w = a(bb)^*aa \}$
- $L_3 = L_1 \cup L_2$

Teorema

- Considere M_1 e M_2 AFN-λ. Existem AFN-λ's que reconhecem:
  - $L(M_1)\ L(M_2)$.
  - $L(M_1)\ \cup\ L(M_2)$.
  - $L(M_1)^*$.
- Prova por construção.

Nota

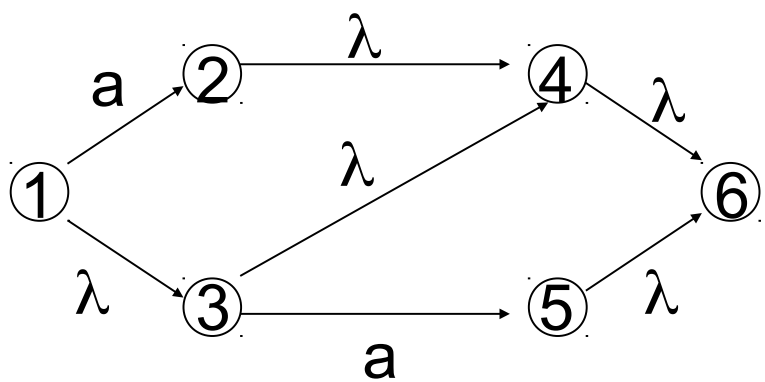
- Todo AFD é um AFN que, por sua vez, é um AFN-λ.

- Todo AFN-λ tem um AFN equivalente e todo AFN tem um AFD equivalente.

Remoção de Não-Determinismo

- Como construir um AFN a partir de um AFN-λ:
  - √ (q_i, a) determinar os estados alcançados por q_i lendo a.

- Que estados podem ser alcançados a partir de *1* quando *a* é lido na entrada?



Definição

- λ-fecho de um estado q_i:
  - conjunto de todos os estados que podem ser alcançados a partir de q_i sem nenhum processamento da entrada.

- λ-fecho(1) = ?

- Definição recursiva λ-fecho(q_i) :
  - base: $q_i \in \lambda$-fecho(q_i).
  - recursão: se $q_n \in \lambda$-fecho(q_i) e $\delta(q_n, \lambda) = q_k$, então $q_k \in \lambda$-fecho(q_i).

Transformação

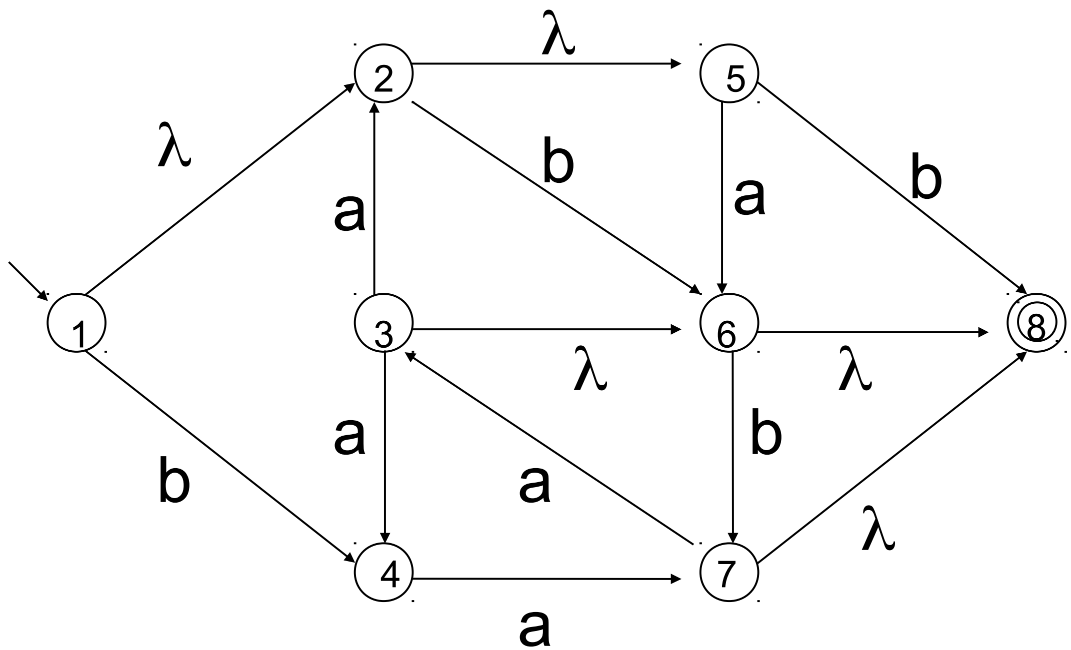
- Dado um AFN-λ $M_1 = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$, um AFN equivalente $M_2 = (Q, \Sigma, t, q_0, F)$ pode ser construído por

$$t(q_n,\ a) = \bigcup_{q_j \in \lambda\text{-}fecho(q_n)} \lambda\text{-}\ fecho(\delta(q_j, a))$$

- Idéia é definir o conjunto de estados que podem ser alcançados por q_n quando um símbolo ***a*** é lido da entrada:
  - para cada $q_j \in \lambda$-fecho(q_n), inclua $q_k = \delta(q_j, a)$ no conjunto.
  - inclua também o λ-fecho de cada um destes estados q_k.

Exemplo

- Construir o AFN equivalente ao seguinte AFN-λ.



Transformação

- Dado o AFN $M_1 = (Q_1, \Sigma, \mathbf{t}, q_0, F_1)$, um AFD equivalente $M_2 = (Q_2, \Sigma, \boldsymbol{\delta}, q_0, F_2)$ pode ser construído por:

  insira $\{ q_0 \}$ em Q_2.

  para cada estado X de Q_2 faça

  para cada símbolo $a \in \Sigma$ faça

  crie o estado Y = $\bigcup_{q_i \in X} \delta(q_i, a)$ e o insira em Q_2.

  crie a transição $\delta(X, a) = Y$.

  fim para

  fim para

  $F_2 = \{ X \in Q_2 \mid X \text{ contém algum } q_i \in F_1 \}$.

Exemplo

- Construir o AFD equivalente ao AFN dado abaixo. Considere q_1 e q_2 os estados de aceitação.

t	a	b	c
q_o	$\{q_o, q_1, q_2\}$	$\{\ \}$	$\{\ \}$
q_1	$\{\ \}$	$\{q_1\}$	$\{\ \}$
q_2	$\{\ \}$	$\{q_1\}$	$\{q_1, q_2\}$