# Algoritmos em Grafos

## Caminhamentos

## Busca em Largura

Prof. Alexei Machado

PUC MINAS

CIÊNCIA DA COMPUTAÇÃO

# Caminhamentos



- *Caminhar* em um grafo é mover-se entre seus vértices, verificando propriedades enquanto se caminha

# Caminhamentos



- Algoritmos de *busca em grafos* procuram caminhos com objetivos específicos:

| | |
|---|---|
| *Conectividade* | *Busca de um vértice específico (estado)* |
| *Caminho mínimo* | *Existência de um caminho* |

# Busca em grafos



- A busca em grafos tenta encontrar uma sequência de caminhos/ações que leve até a um objetivo
- Uma vez encontrado este objetivo, um programa pode executar tal sequência de ações para atingi-lo

# Busca em grafos



- Aplicações
  - Rotas em redes de computadores
  - Caixeiro viajante e variações
  - Jogos digitais
  - Navegação de robôs
  - ...

# Busca em largura



- Em inglês, *Breadth First Search* (BFS)
- Consiste em, a partir de um vértice de origem, explorar primeiramente todos os seus vizinhos e, em seguida repetir o procedimento para cada vizinho
- Base para diversos algoritmos importantes que iremos estudar

# Busca em largura



- Calcula a distância do vértice de origem até qualquer vértice que possa ser alcançado
- Produz uma árvore que indica todos os vértices que podem ser alcançados
- Usado para grafos e digrafos

# Busca em largura



- Produz uma árvore primeiro na extensão com raiz em `s` que contém todos os vértices acessíveis
- Visita todos os vértices à distância `k` a partir de `s`, antes de visitar quaisquer vértices à distância `k+1`

# Busca em largura



- Propriedades de um vértice
  - Antecessor ou pai
  - Estado: branco, cinza, preto
  - Distância até o vértice de origem

# Busca em largura



- Estados dos vértices
  - Branco: ainda não explorado
  - Cinza: explorado, mas com vizinhos não-explorados
  - Preto: explorado e sem vizinhos não explorados

# Busca em largura



- Utiliza uma lista para definir as próximas visitas
- Pode armazenar a árvore de busca e/ou a sequência percorrida até um objetivo

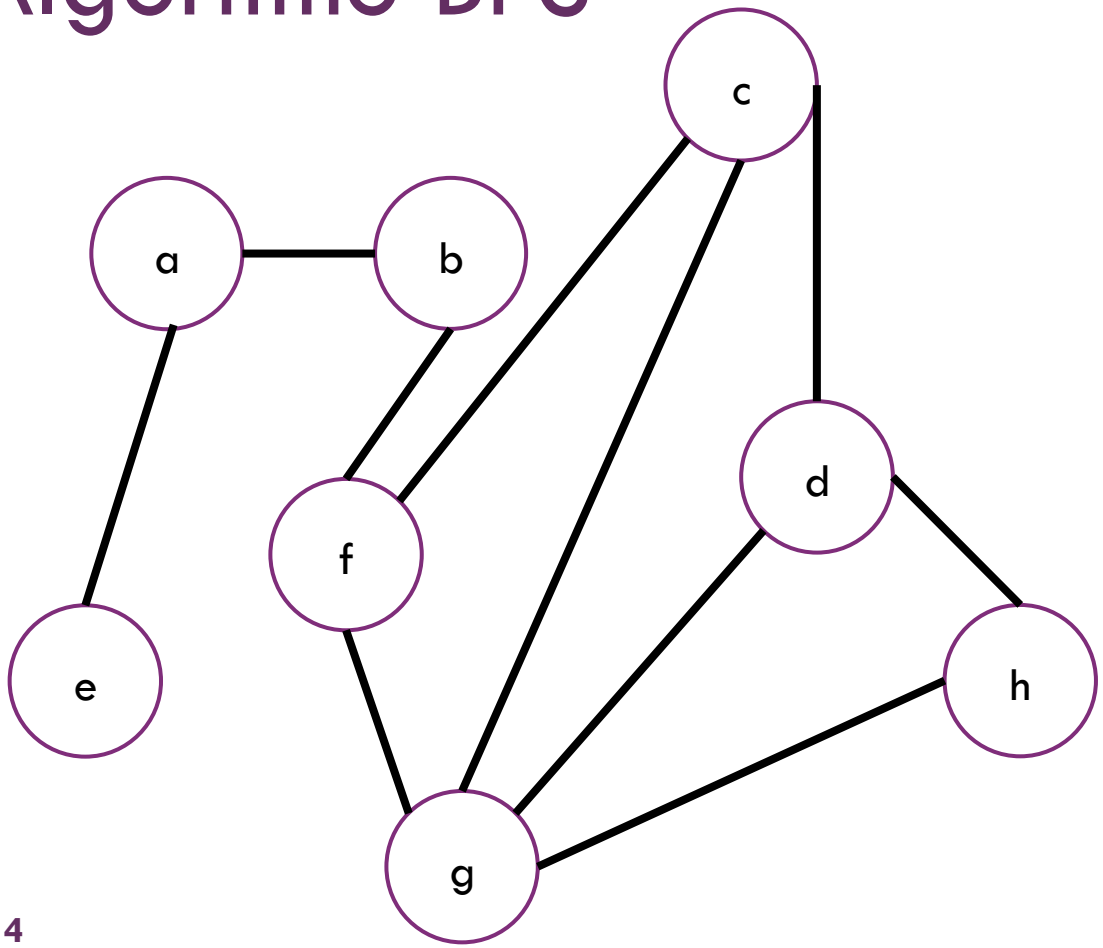
# Algoritmo BFS - inicialização

```
Para cada vértice u diferente da origem s faça
        u.cor = branco;
        u.distância = max_value;
        u.pai = null;
Fim para
s.cor = cinza;
s.distância = 0;
s.pai = null;
Q = nova Fila vazia;
```

# Algoritmo BFS – busca principal

```
Q.enfileirar(s);
Enquanto (!Q.vazia)
        u = Q.desenfileirar();
        Para cada vértice v adjacente a u
                se v.cor == branco
                        v.cor == cinza;
                        v.distância = u.distância+1;
                        v.pai = u
                        Q.enfileirar(v)
        Fim para
        u.cor = preto;
Fim enquanto
```

# Algoritmo BFS




Distâncias

| a | b | c | d | e | f | g | h |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| - | - | - | - | - | - | - | - |

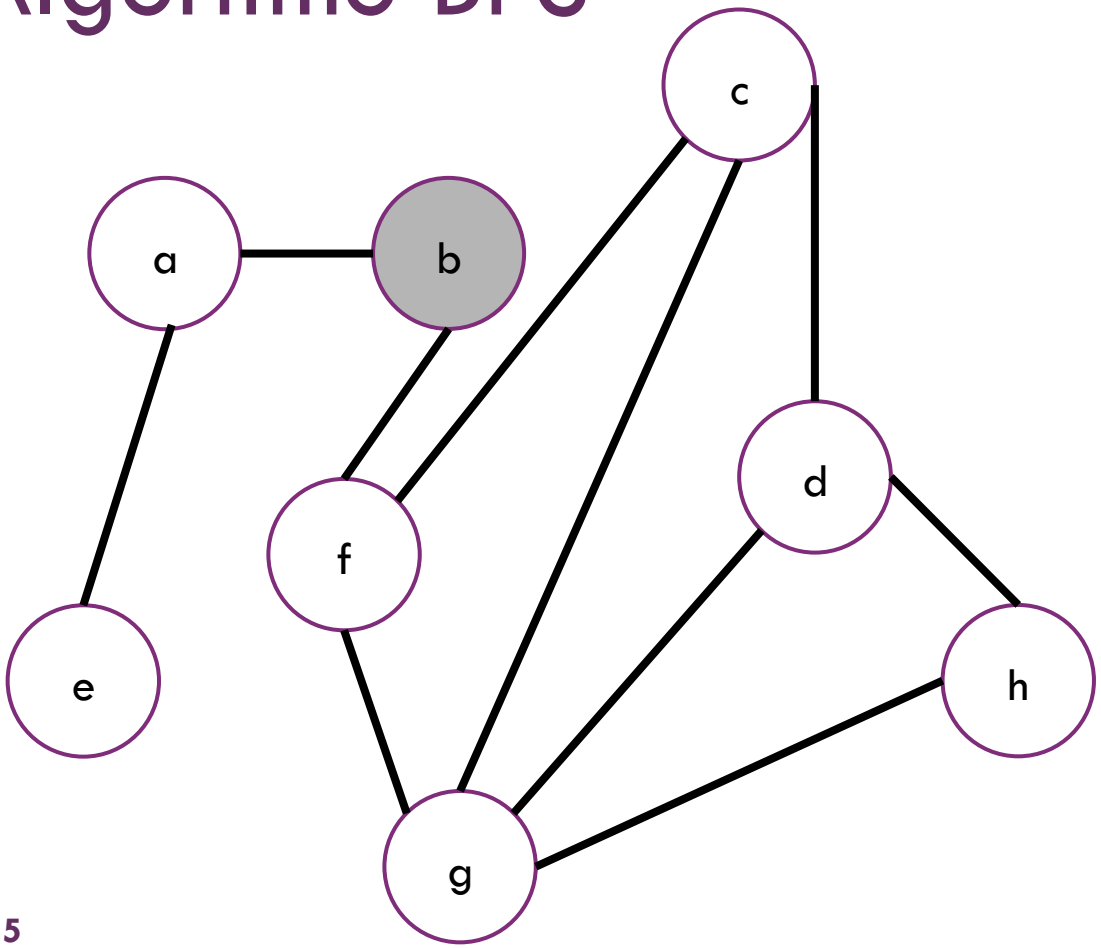
Pais

| a | b | c | d | e | f | g | h |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| - | - | - | - | - | - | - | - |

Fila Q

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | | |

# Algoritmo BFS




Distâncias

| a | b | c | d | e | f | g | h |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| - | 0 | - | - | - | - | - | - |

Pais

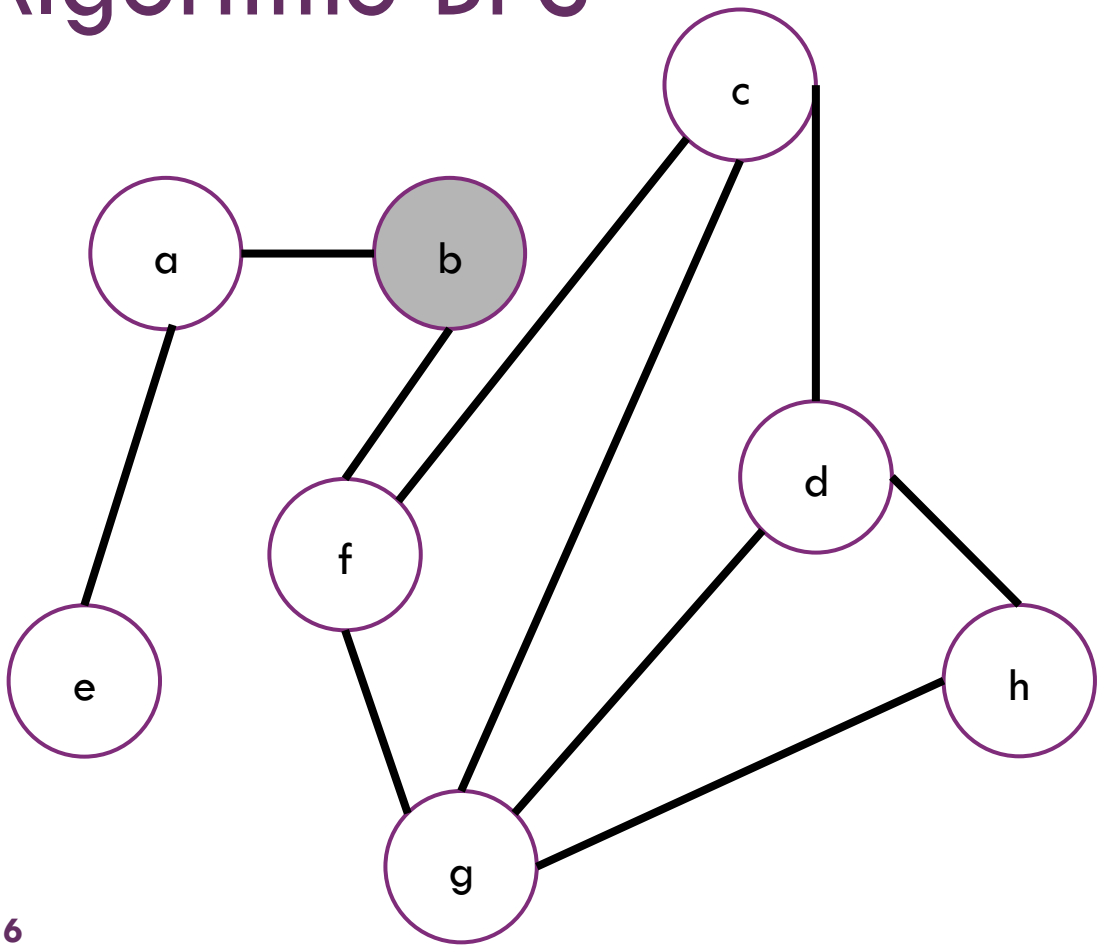
| a | b | c | d | e | f | g | h |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| - | - | - | - | - | - | - | - |

Fila Q

| b | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|

Vértice:

# Algoritmo BFS




Distâncias

| a | b | c | d | e | f | g | h |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| - | 0 | - | - | - | - | - | - |

Pais

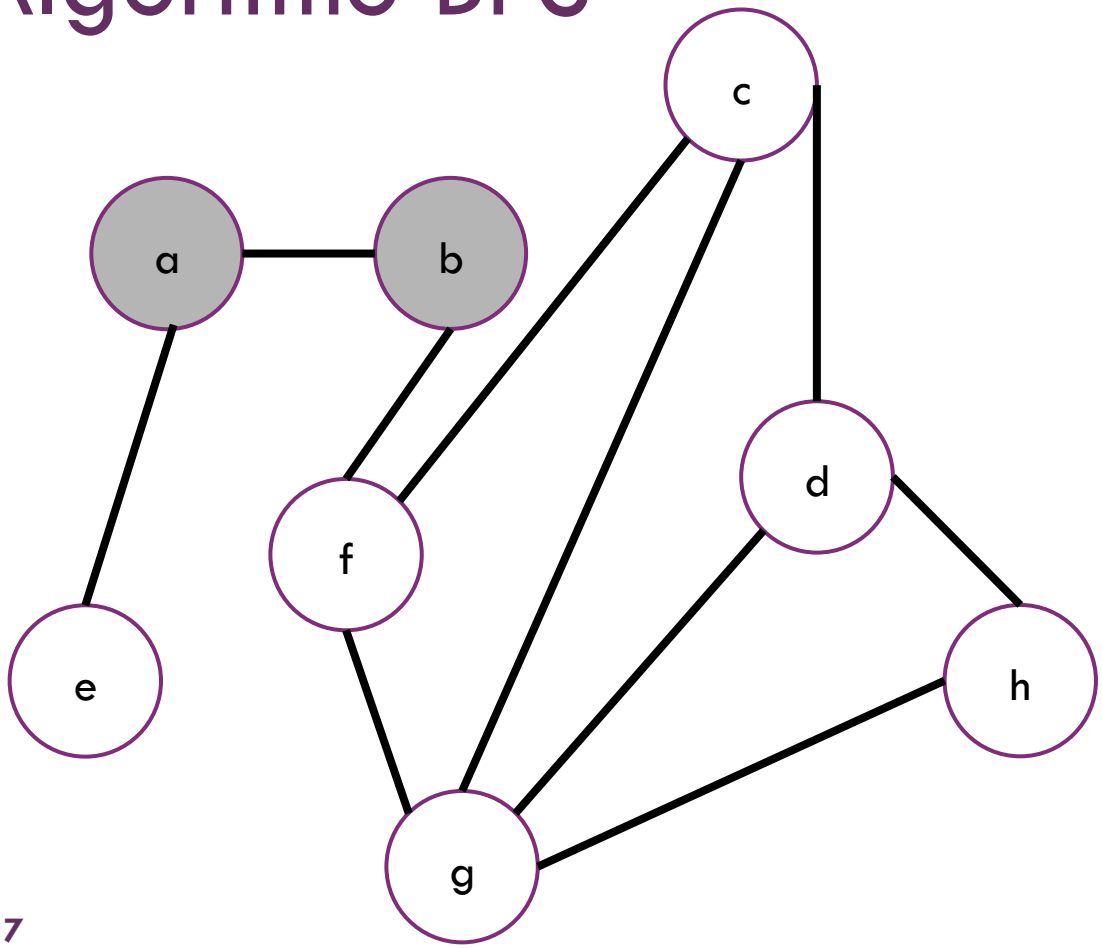
| a | b | c | d | e | f | g | h |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| - | - | - | - | - | - | - | - |

Fila Q

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | | |

Vértice: b

# Algoritmo BFS




Distâncias

| a | b | c | d | e | f | g | h |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0 | - | - | - | - | - | - |

Pais

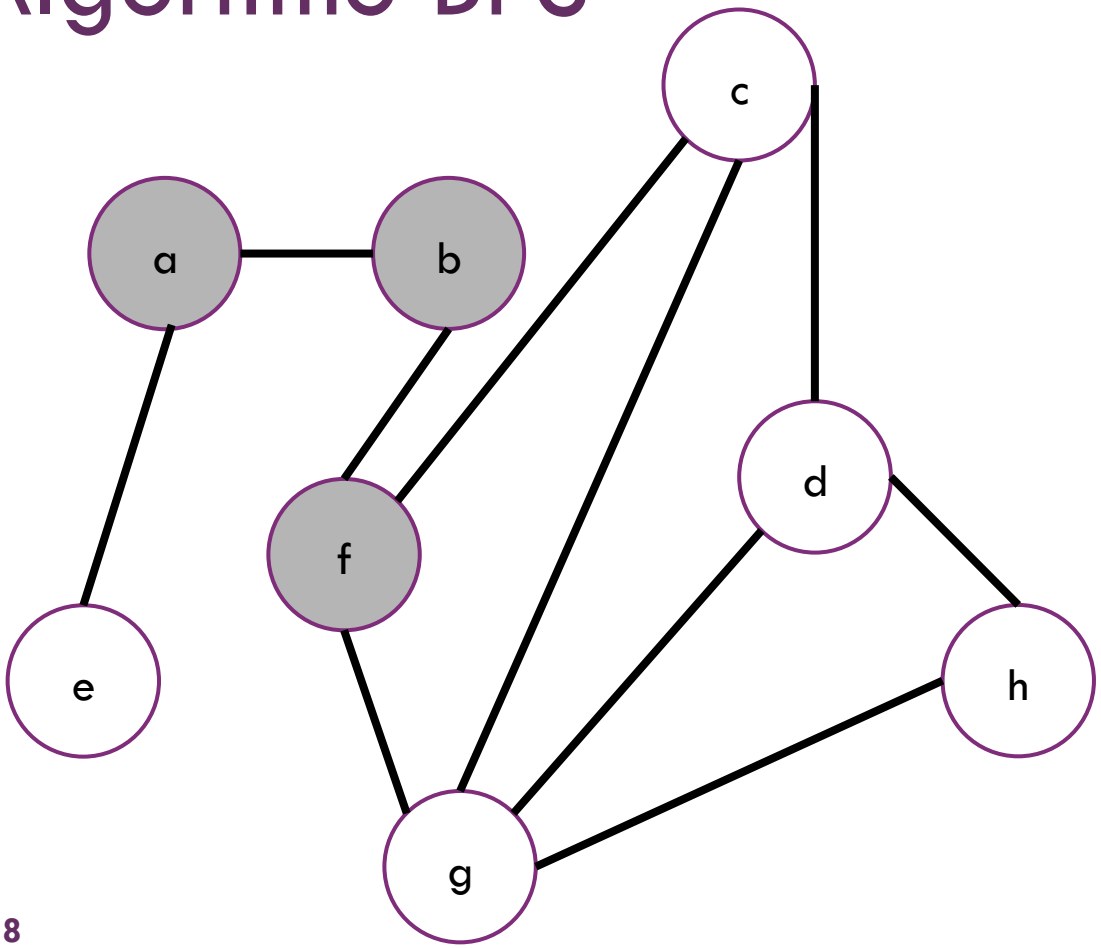
| a | b | c | d | e | f | g | h |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| b | - | - | - | - | - | - | - |

Fila Q

| a | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|

Vértice: b

# Algoritmo BFS




Distâncias

| a | b | c | d | e | f | g | h |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0 | - | - | - | 1 | - | - |

Pais

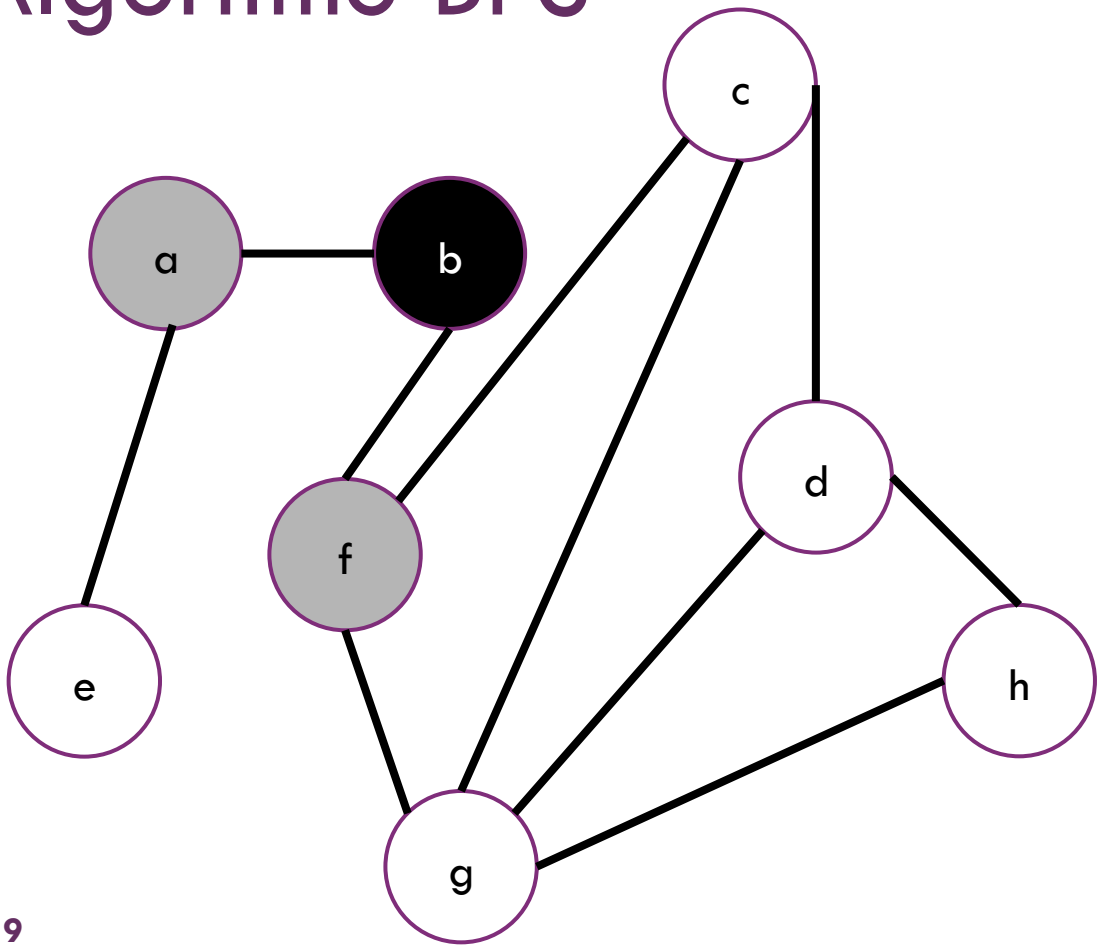
| a | b | c | d | e | f | g | h |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| b | - | - | - | - | b | - | - |

Fila Q

| a | f | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|

Vértice: b

# Algoritmo BFS




Distâncias

| a | b | c | d | e | f | g | h |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0 | - | - | - | 1 | - | - |

Pais

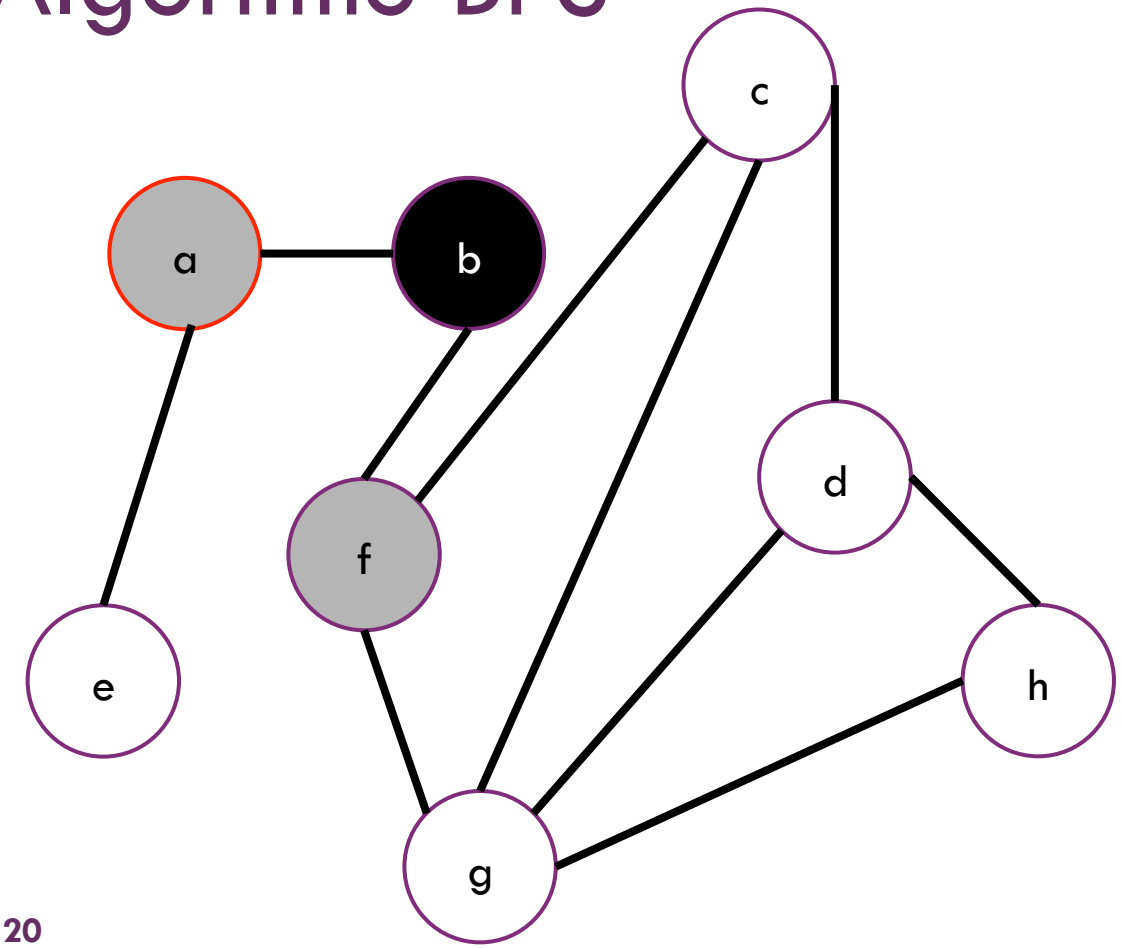
| a | b | c | d | e | f | g | h |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| b | - | - | - | - | b | - | - |

Fila Q

| a | f | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|

Vértice: b

# Algoritmo BFS




Distâncias

| a | b | c | d | e | f | g | h |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0 | - | - | - | 1 | - | - |

Pais

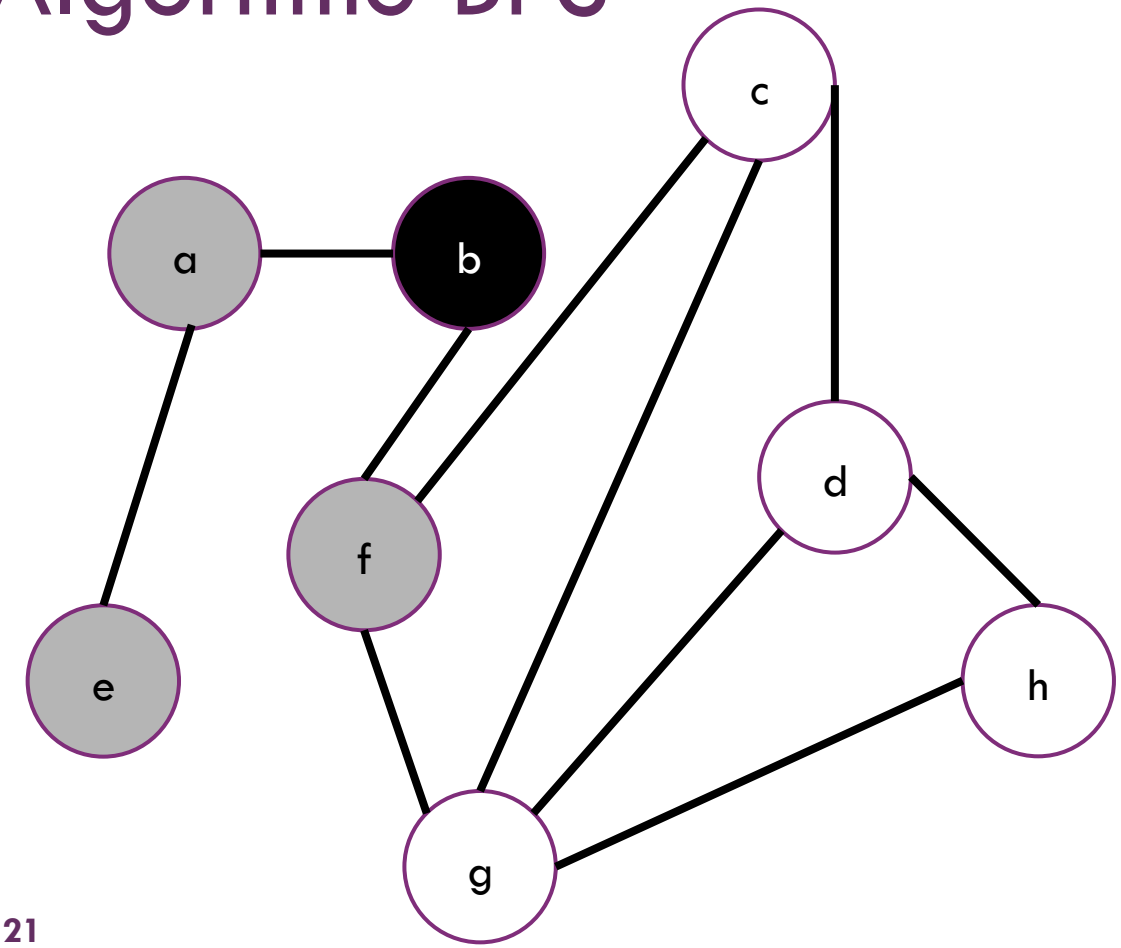
| a | b | c | d | e | f | g | h |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| b | - | - | - | - | b | - | - |

Fila Q

| f | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|

Vértice: a

# Algoritmo BFS




Distâncias

| a | b | c | d | e | f | g | h |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0 | - | - | 2 | 1 | - | - |

Pais

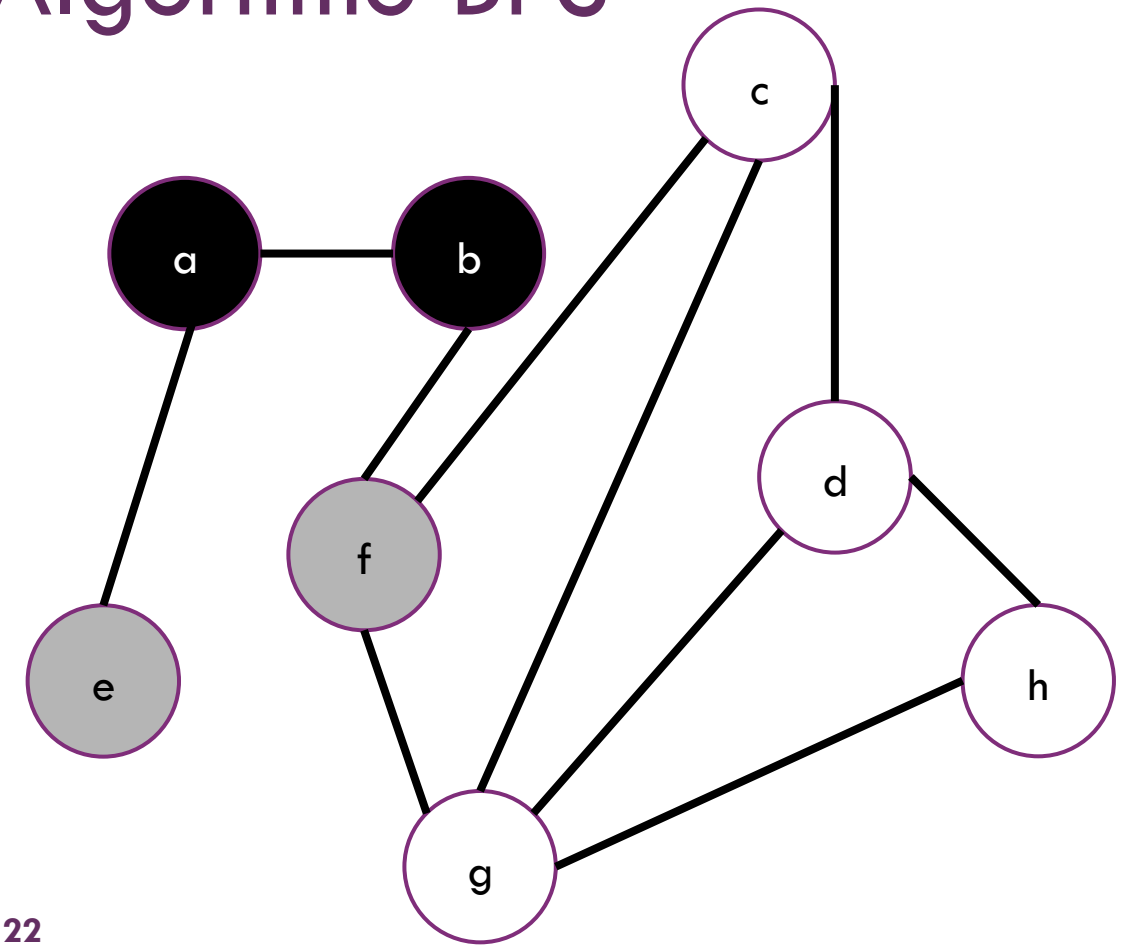
| a | b | c | d | e | f | g | h |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| b | - | - | - | a | b | - | - |

Fila Q

| f | e | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|

Vértice: a

# Algoritmo BFS




Distâncias

| a | b | c | d | e | f | g | h |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0 | - | - | 2 | 1 | - | - |

Pais

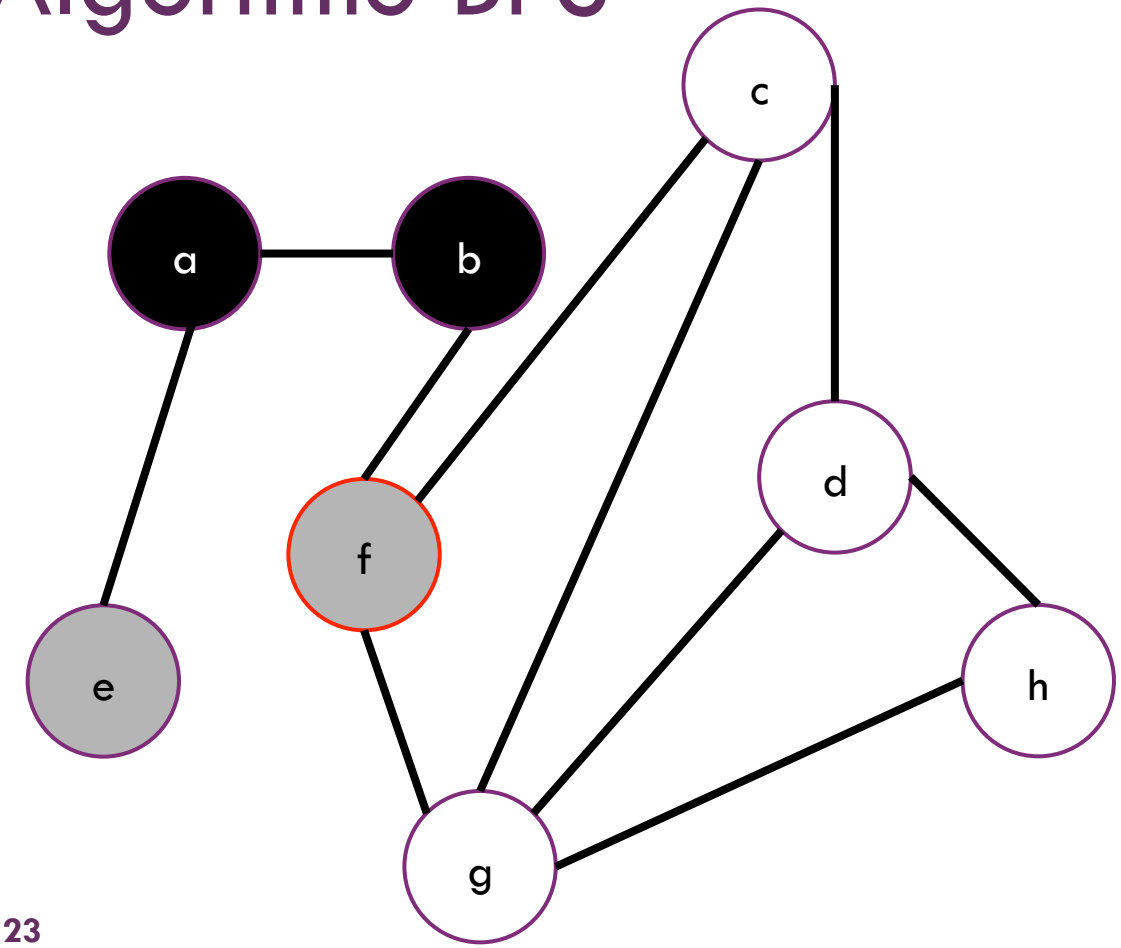
| a | b | c | d | e | f | g | h |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| b | - | - | - | a | b | - | - |

Fila Q

| f | e | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|

Vértice: a

# Algoritmo BFS




Distâncias

| a | b | c | d | e | f | g | h |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0 | - | - | 2 | 1 | - | - |

Pais

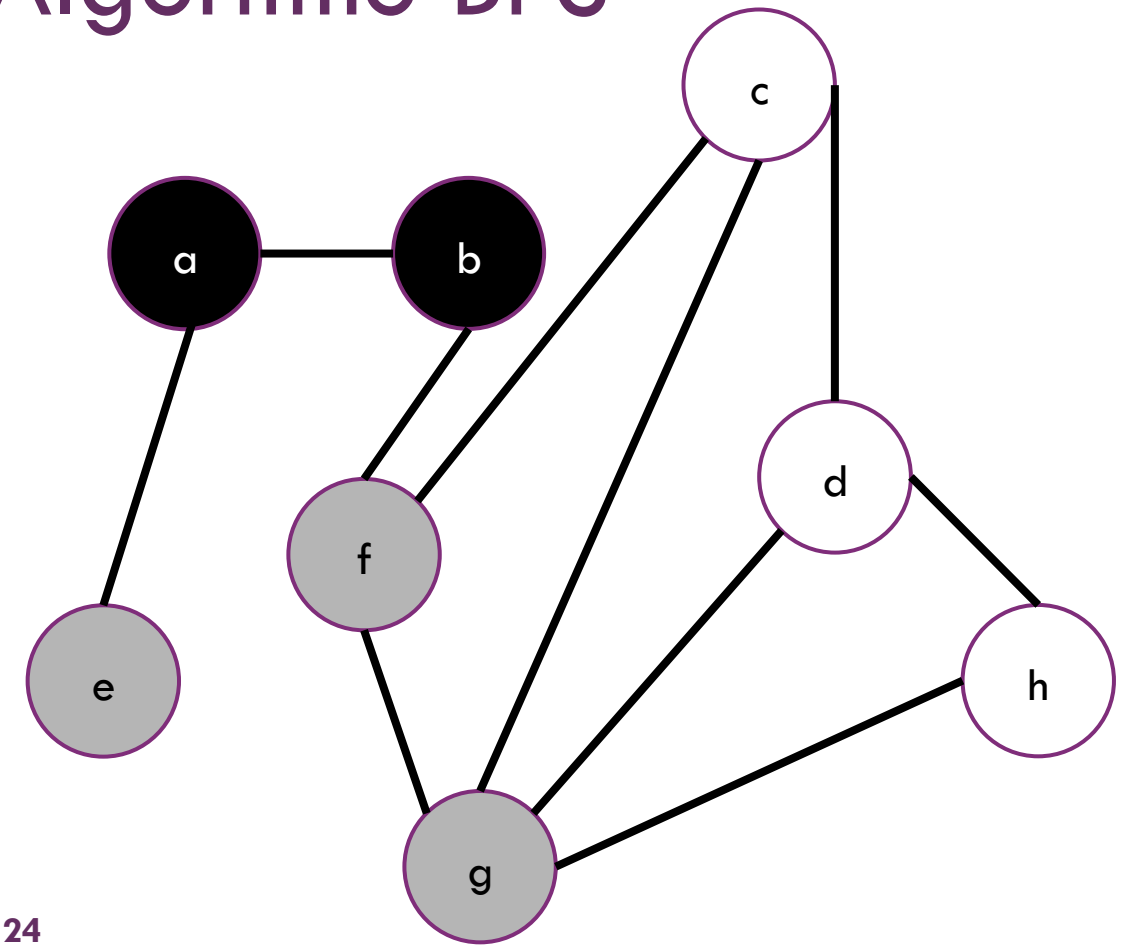
| a | b | c | d | e | f | g | h |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| b | - | - | - | a | b | - | - |

Fila Q

| e | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|

Vértice: f

# Algoritmo BFS




Distâncias

| a | b | c | d | e | f | g | h |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0 | - | - | 2 | 1 | 2 | - |

Pais

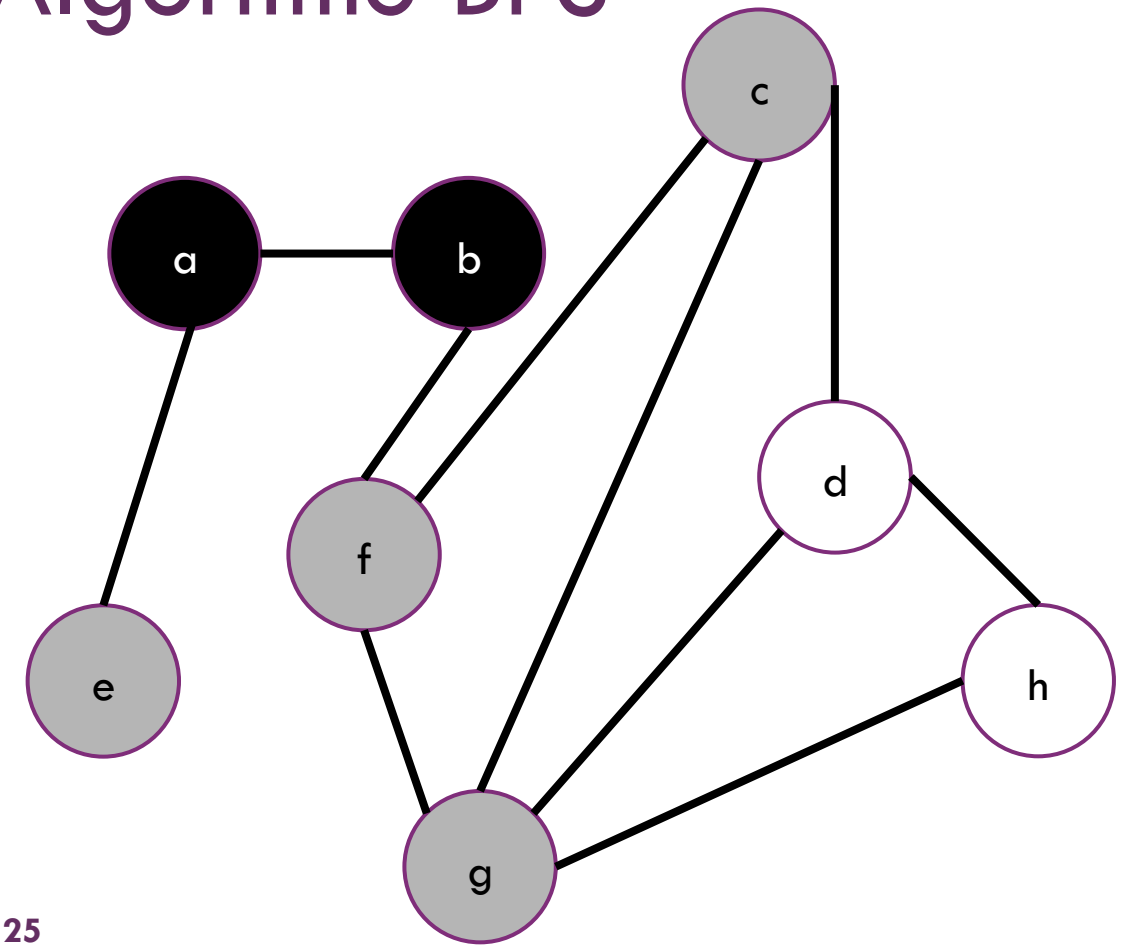
| a | b | c | d | e | f | g | h |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| b | - | - | - | a | b | f | - |

Fila Q

| e | g | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|

Vértice: f

# Algoritmo BFS




Distâncias

| a | b | c | d | e | f | g | h |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0 | 2 | - | 2 | 1 | 2 | - |

Pais

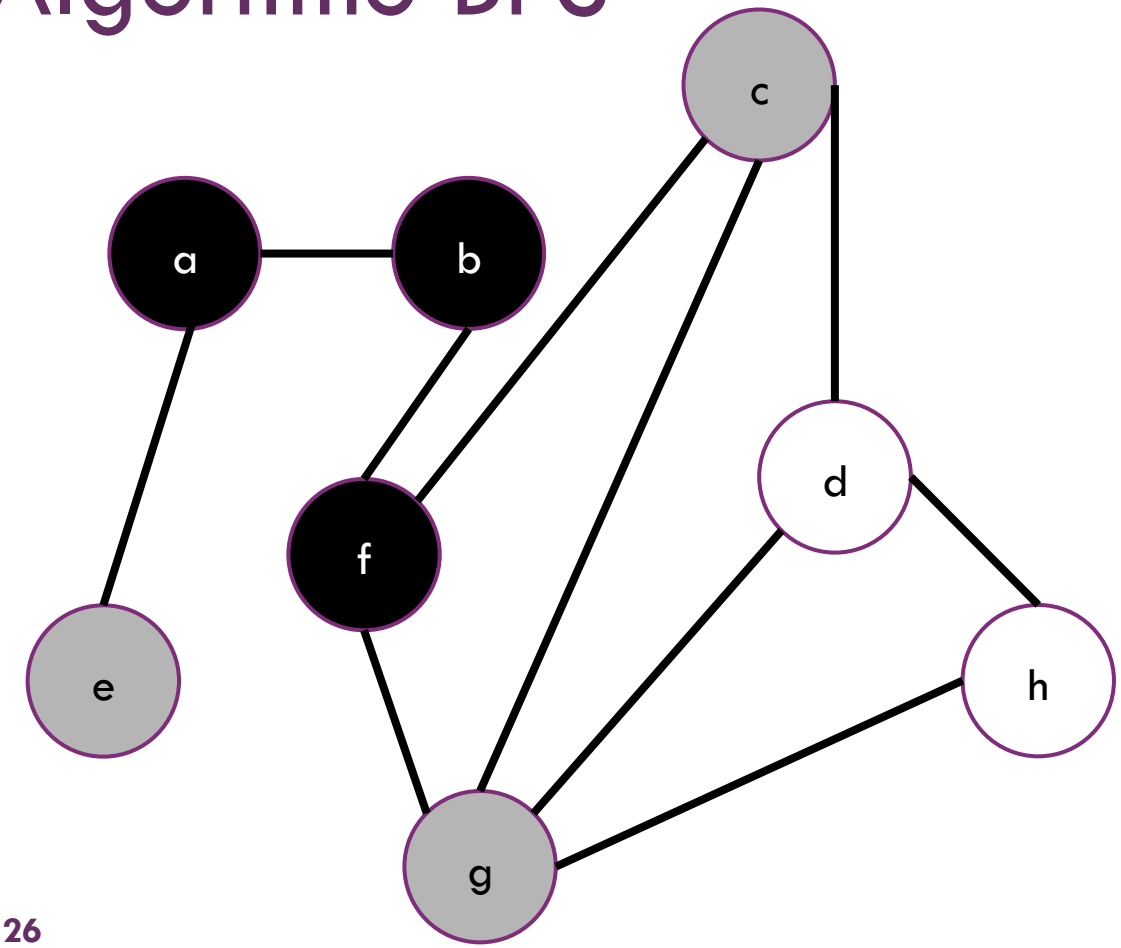
| a | b | c | d | e | f | g | h |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| b | - | f | - | a | b | f | - |

Fila Q

| e | g | c | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|

Vértice: f

# Algoritmo BFS




Distâncias

| a | b | c | d | e | f | g | h |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0 | 2 | - | 2 | 1 | 2 | - |

Pais

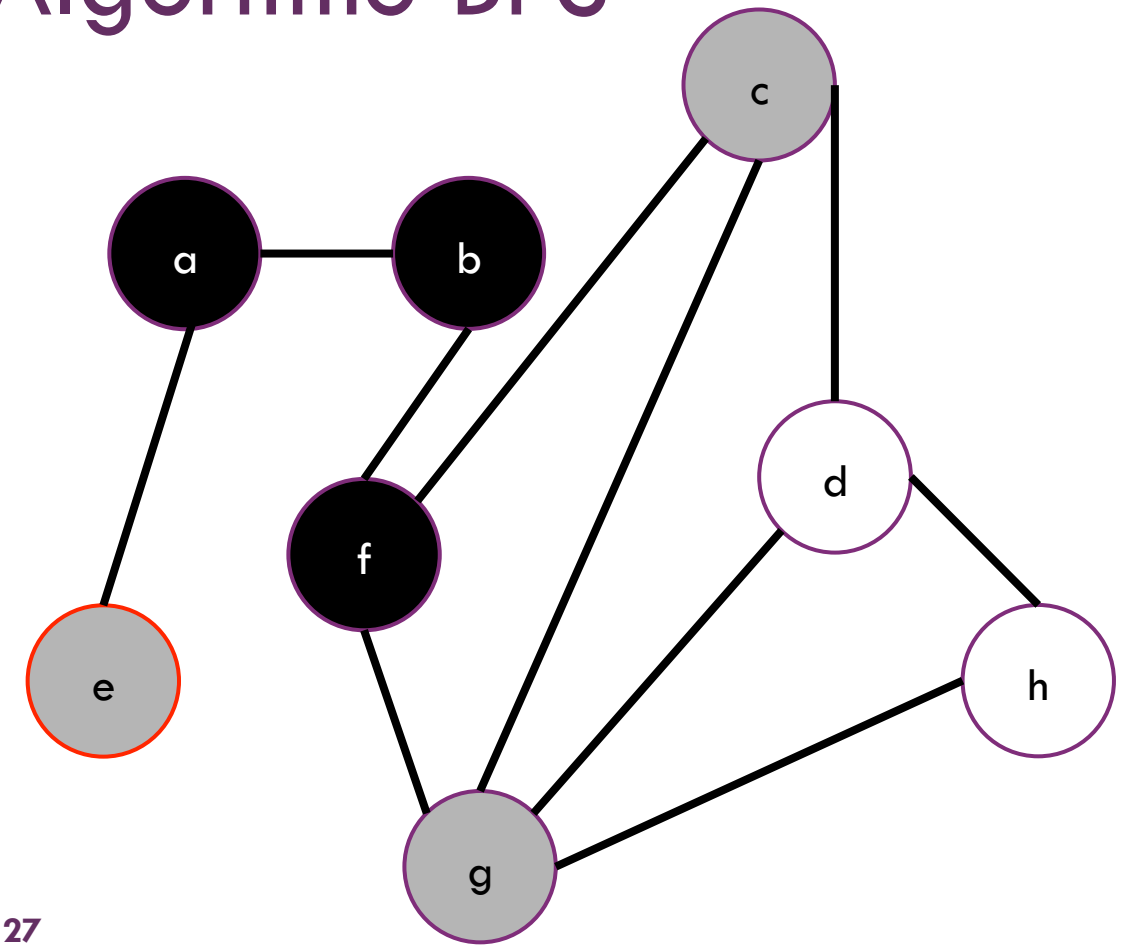
| a | b | c | d | e | f | g | h |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| b | - | f | - | a | b | f | - |

Fila Q

| e | g | c | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|

Vértice: f

# Algoritmo BFS




Distâncias

| a | b | c | d | e | f | g | h |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0 | 2 | - | 2 | 1 | 2 | - |

Pais

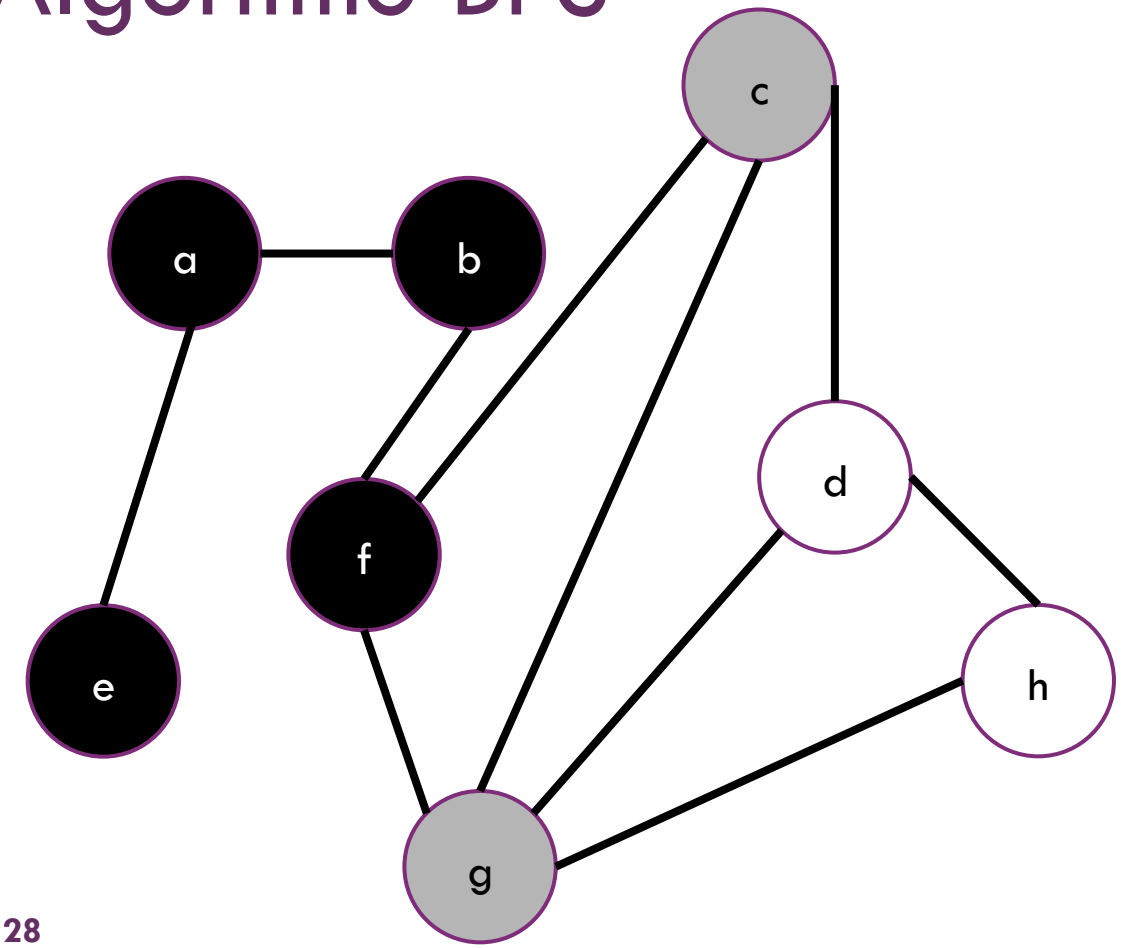
| a | b | c | d | e | f | g | h |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| b | - | f | - | a | b | f | - |

Fila Q

| g | c | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|

Vértice: e

# Algoritmo BFS




Distâncias

| a | b | c | d | e | f | g | h |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0 | 2 | - | 2 | 1 | 2 | - |

Pais

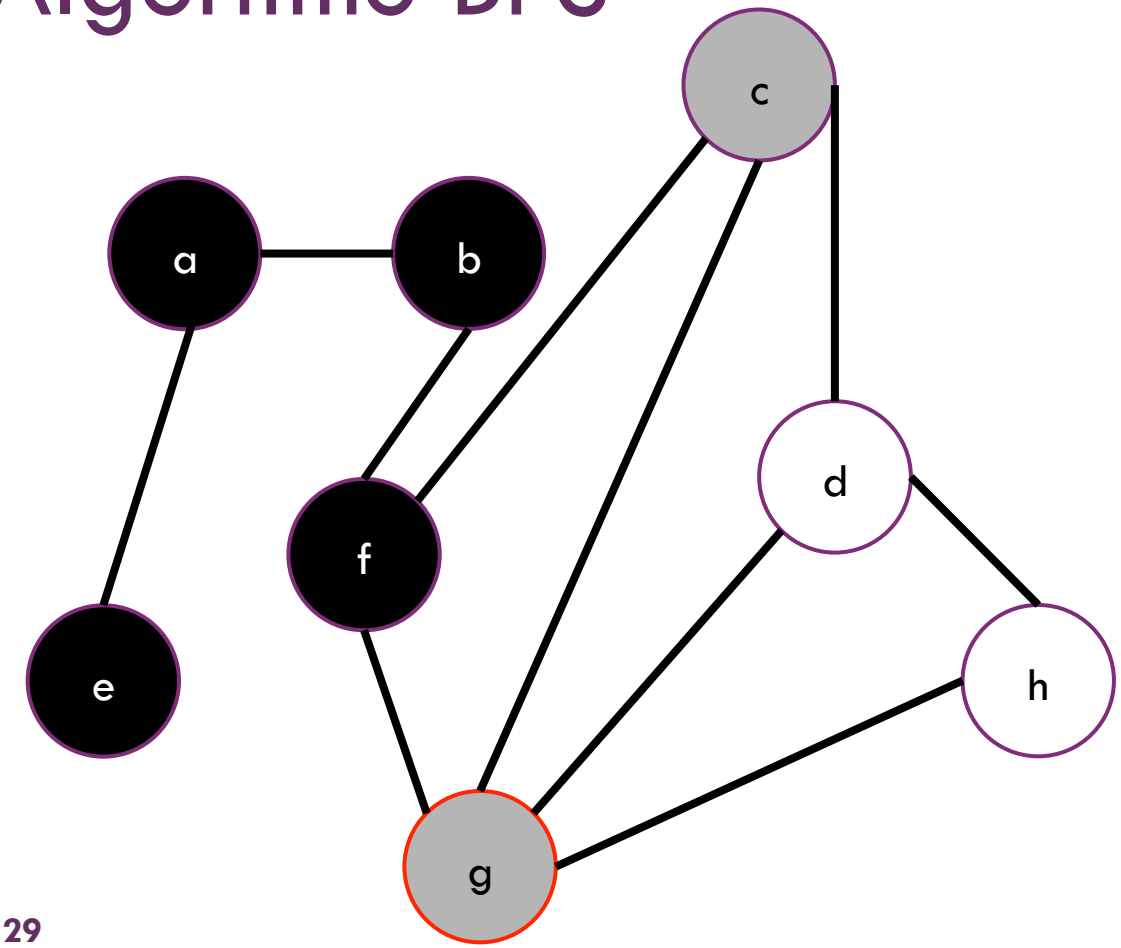
| a | b | c | d | e | f | g | h |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| b | - | f | - | a | b | f | - |

Fila Q

| g | c | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|

Vértice: e

# Algoritmo BFS




Distâncias

| a | b | c | d | e | f | g | h |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0 | 2 | - | 2 | 1 | 2 | - |

Pais

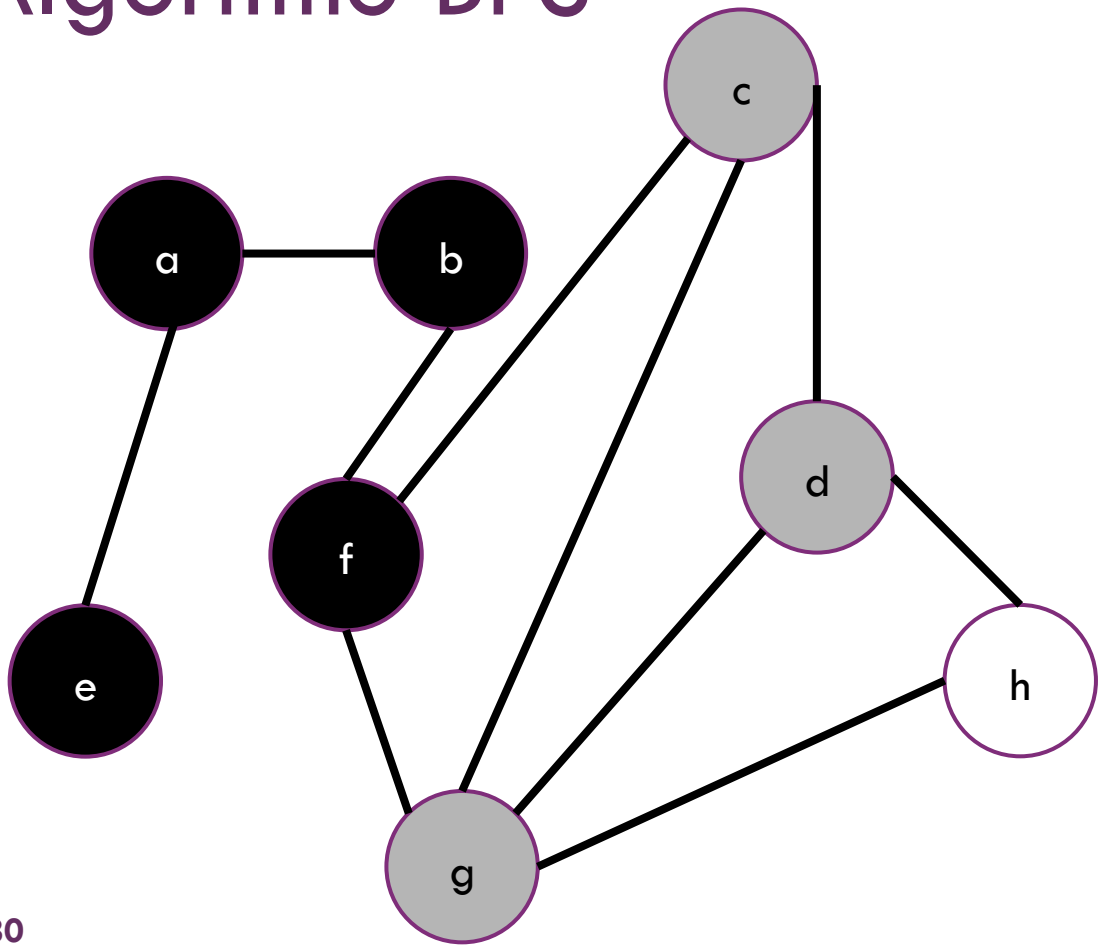
| a | b | c | d | e | f | g | h |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| b | - | f | - | a | b | f | - |

Fila Q

| c | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|

Vértice: g

# Algoritmo BFS




Distâncias

| a | b | c | d | e | f | g | h |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0 | 2 | 3 | 2 | 1 | 2 | - |

Pais

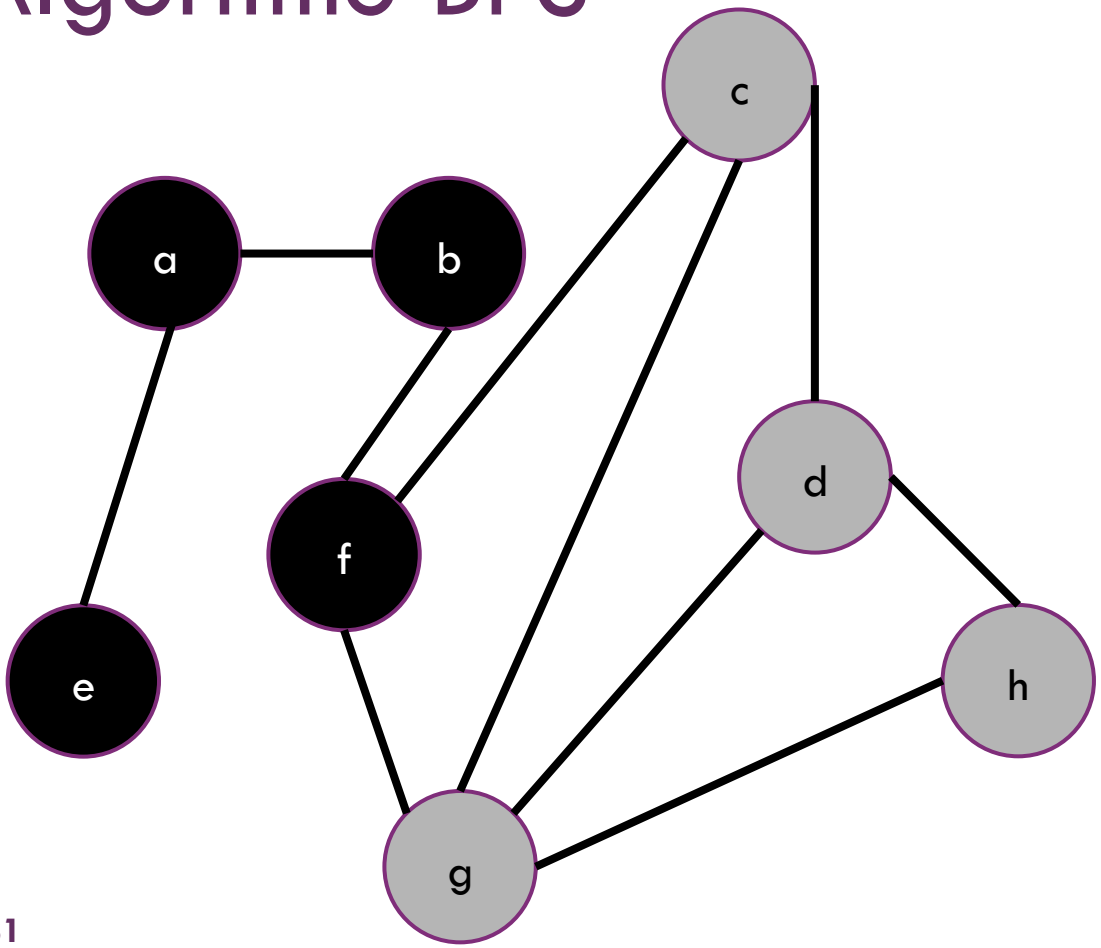
| a | b | c | d | e | f | g | h |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| b | - | f | g | a | b | f | - |

Fila Q

| c | d | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|

Vértice: g

# Algoritmo BFS




Distâncias

| a | b | c | d | e | f | g | h |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0 | 2 | 3 | 2 | 1 | 2 | 3 |

Pais

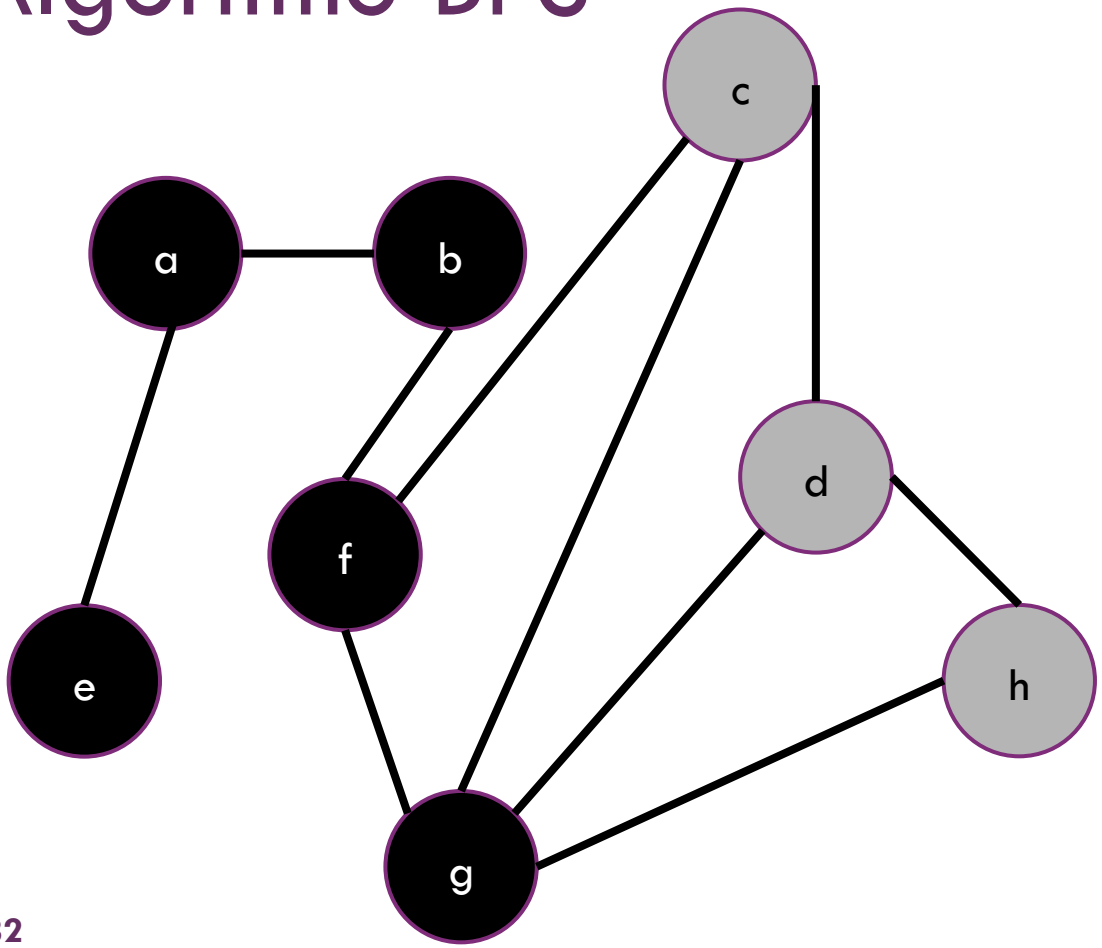
| a | b | c | d | e | f | g | h |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| b | - | f | g | a | b | f | g |

Fila Q

| c | d | h | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|

Vértice: g

# Algoritmo BFS




Distâncias

| a | b | c | d | e | f | g | h |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0 | 2 | 3 | 2 | 1 | 2 | 3 |

Pais

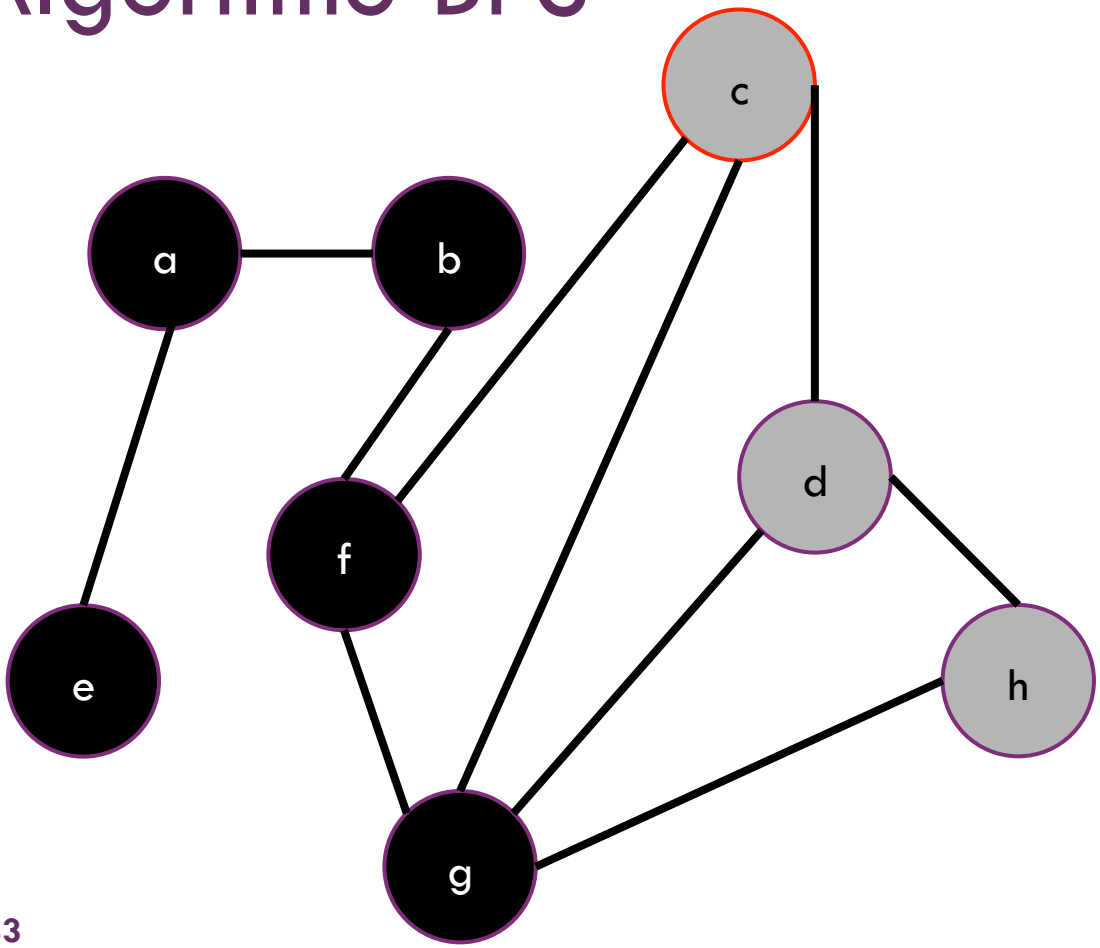
| a | b | c | d | e | f | g | h |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| b | - | f | g | a | b | f | g |

Fila Q

| c | d | h | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|

Vértice:

# Algoritmo BFS




Distâncias

| a | b | c | d | e | f | g | h |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0 | 2 | 3 | 2 | 1 | 2 | 3 |

Pais

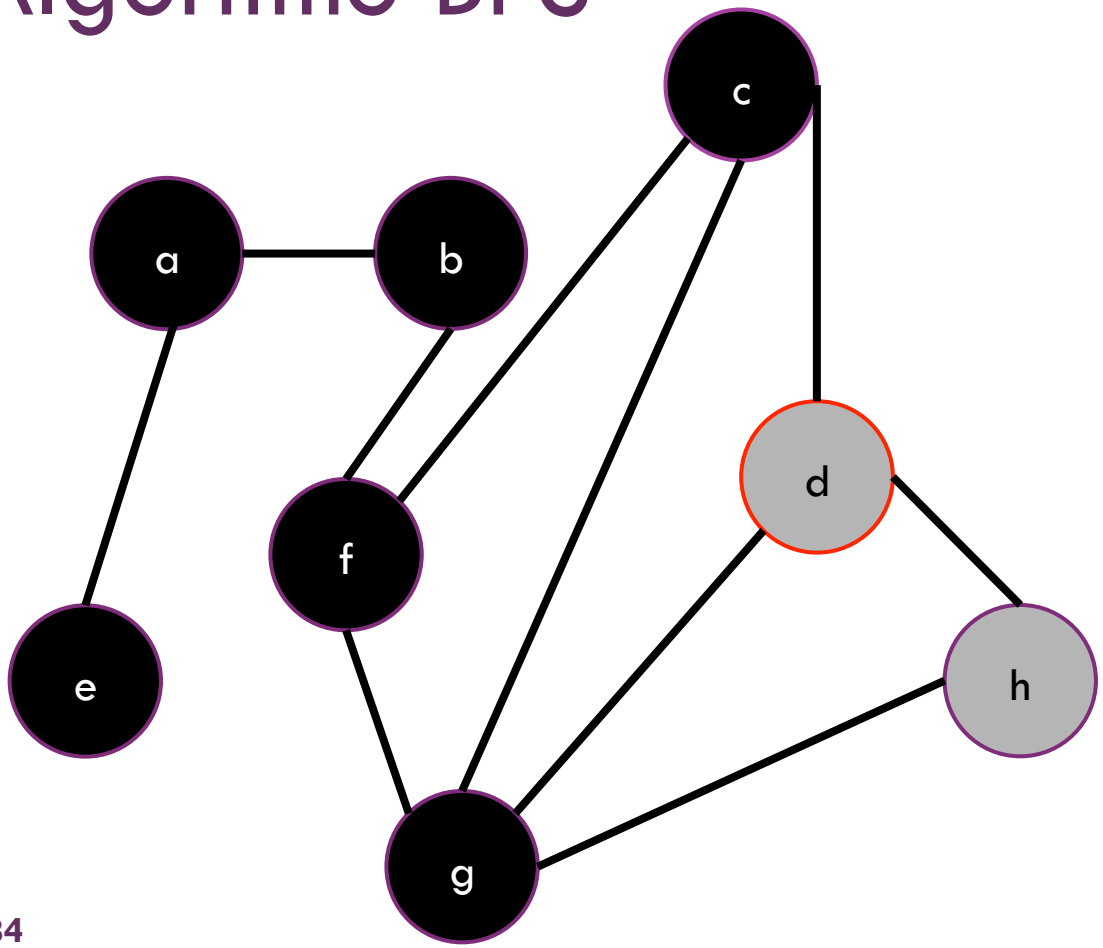
| a | b | c | d | e | f | g | h |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| b | - | f | g | a | b | f | g |

Fila Q

| d | h | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|

Vértice: c

# Algoritmo BFS




Distâncias

| a | b | c | d | e | f | g | h |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0 | 2 | 3 | 2 | 1 | 2 | 3 |

Pais

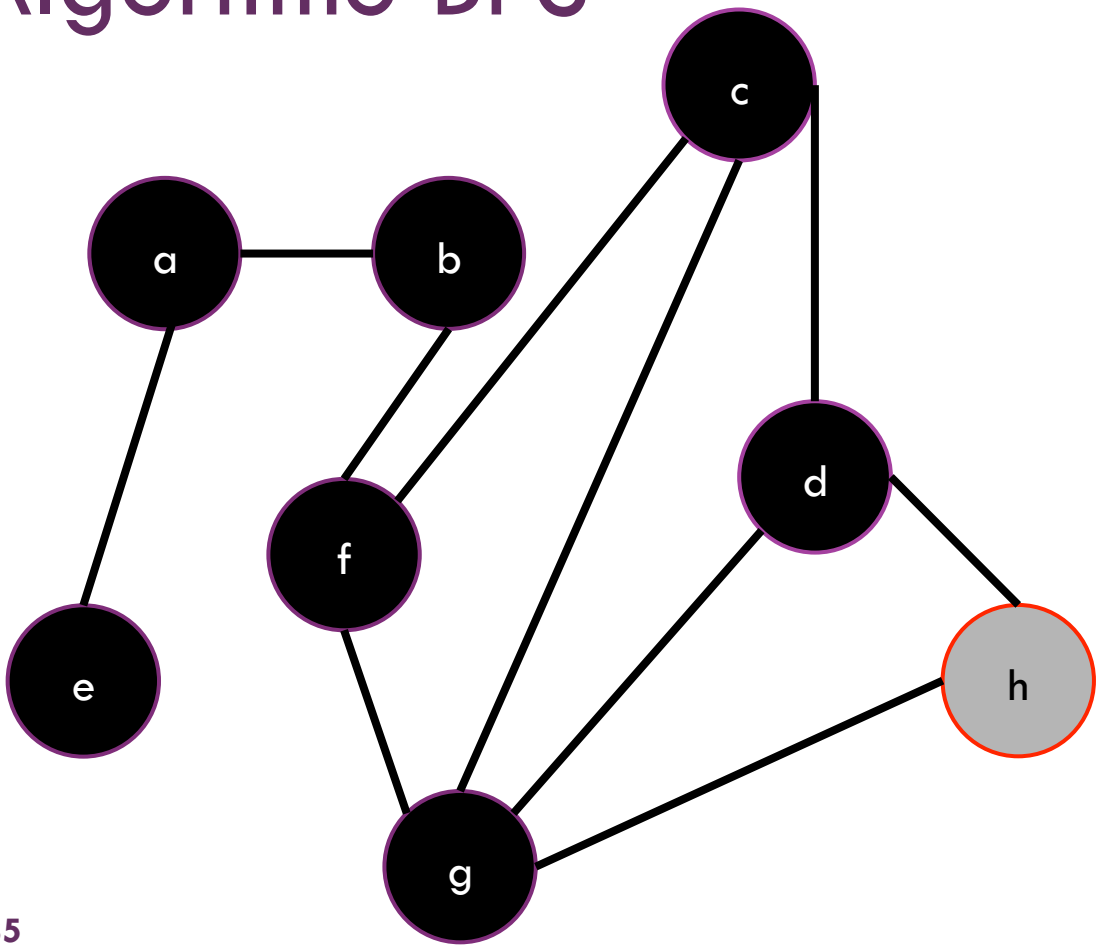
| a | b | c | d | e | f | g | h |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| b | - | f | g | a | b | f | g |

Fila Q

| h | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|

Vértice: d

# Algoritmo BFS




Distâncias

| a | b | c | d | e | f | g | h |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0 | 2 | 3 | 2 | 1 | 2 | 3 |

Pais

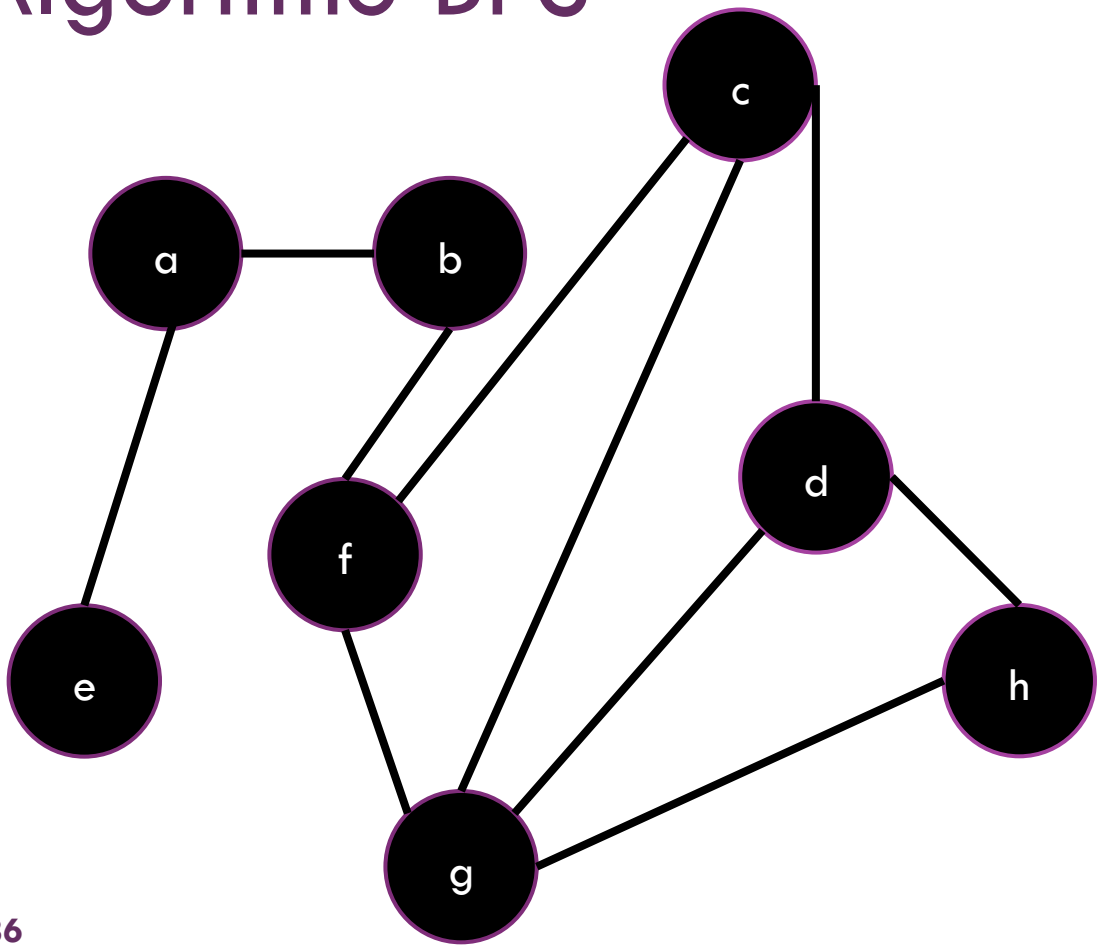
| a | b | c | d | e | f | g | h |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| b | - | f | g | a | b | f | g |

Fila Q

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | | |

Vértice: h

# Algoritmo BFS




Distâncias

| a | b | c | d | e | f | g | h |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0 | 2 | 3 | 2 | 1 | 2 | 3 |

Pais

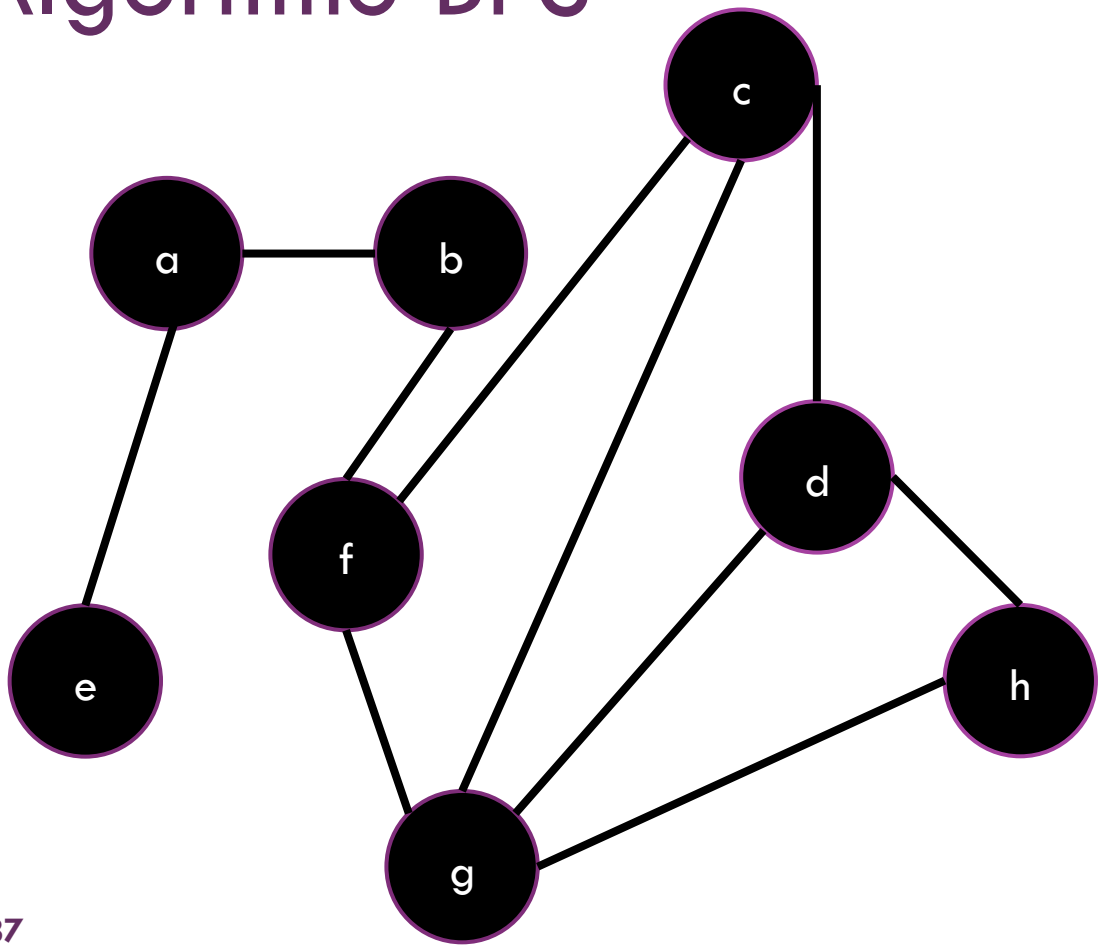
| a | b | c | d | e | f | g | h |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| b | - | f | g | a | b | f | g |

Fila Q

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | | |

**Fila vazia: fim**

# Algoritmo BFS




Distâncias

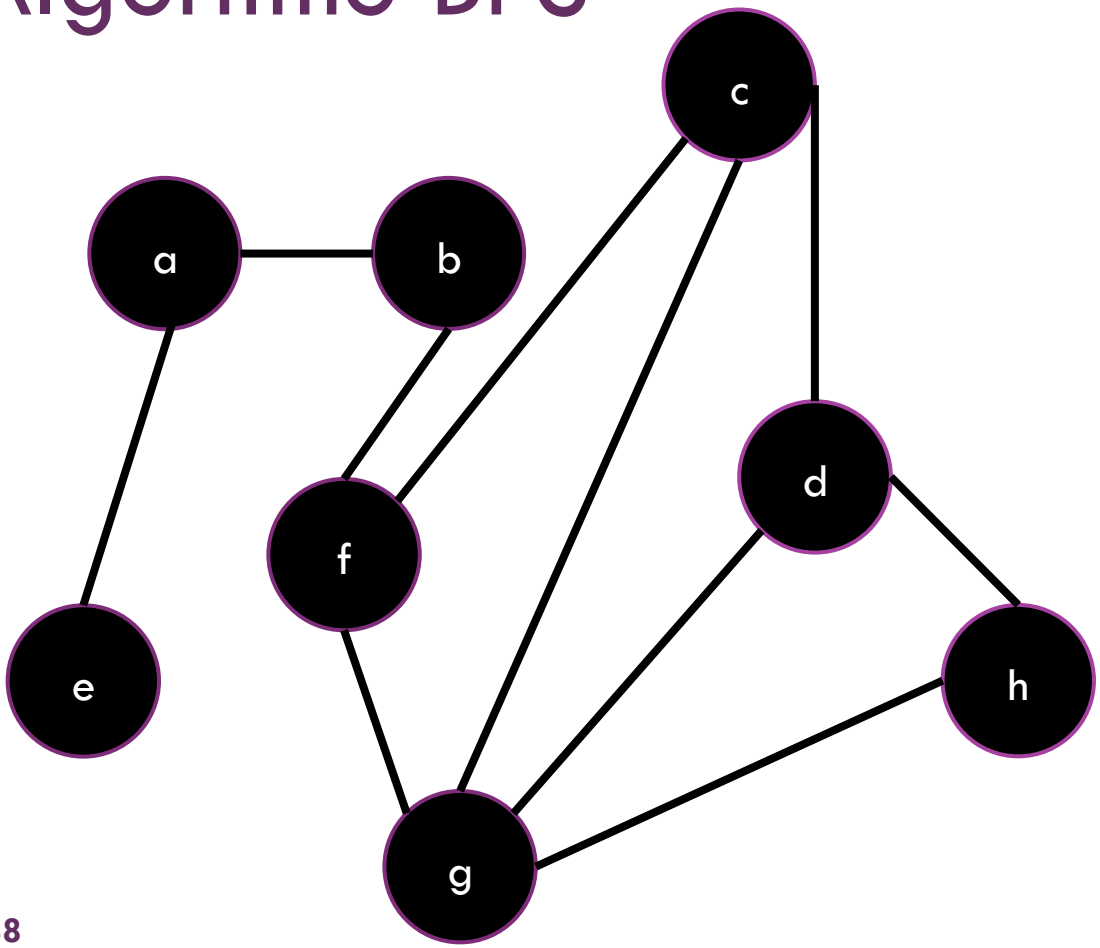
| a | b | c | d | e | f | g | h |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0 | 2 | 3 | 2 | 1 | 2 | 3 |

Pais

| a | b | c | d | e | f | g | h |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| b | - | f | g | a | b | f | g |

Caminho até o vértice h:
h

# Algoritmo BFS




Distâncias

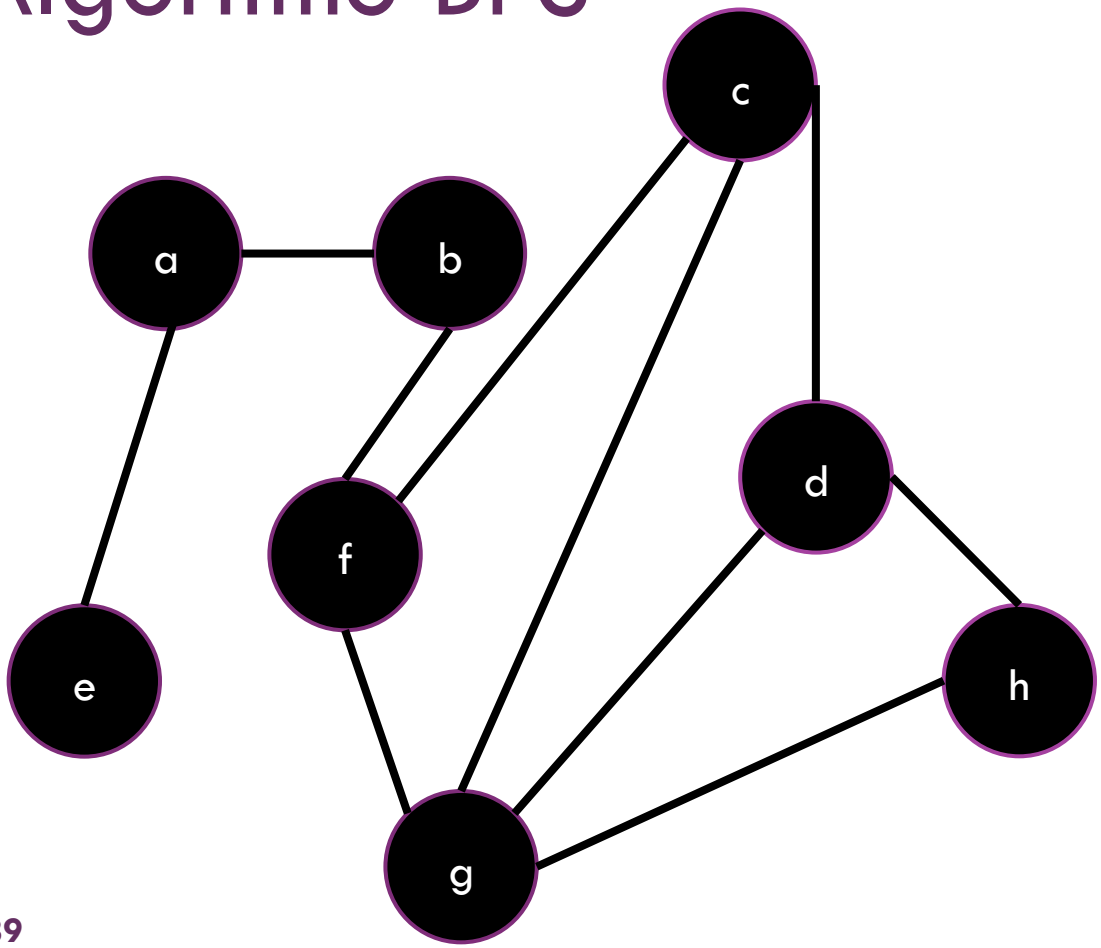
| a | b | c | d | e | f | g | h |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0 | 2 | 3 | 2 | 1 | 2 | 3 |

Pais

| a | b | c | d | e | f | g | h |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| b | - | f | g | a | b | f | g |

Caminho até o vértice h:
g-h

# Algoritmo BFS




Distâncias

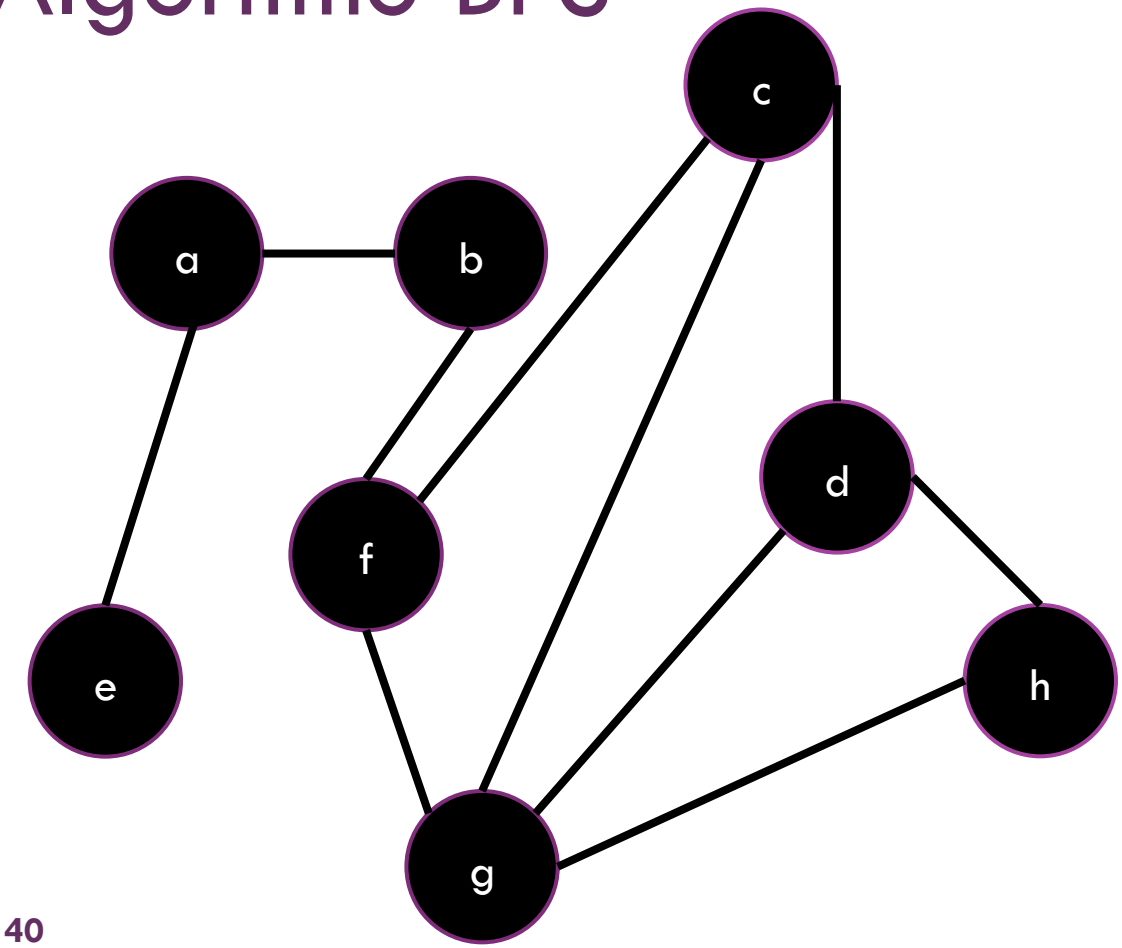
| a | b | c | d | e | f | g | h |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0 | 2 | 3 | 2 | 1 | 2 | 3 |

Pais

| a | b | c | d | e | f | g | h |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| b | - | f | g | a | b | f | g |

Caminho até o vértice h:
f-g-h

# Algoritmo BFS




Distâncias

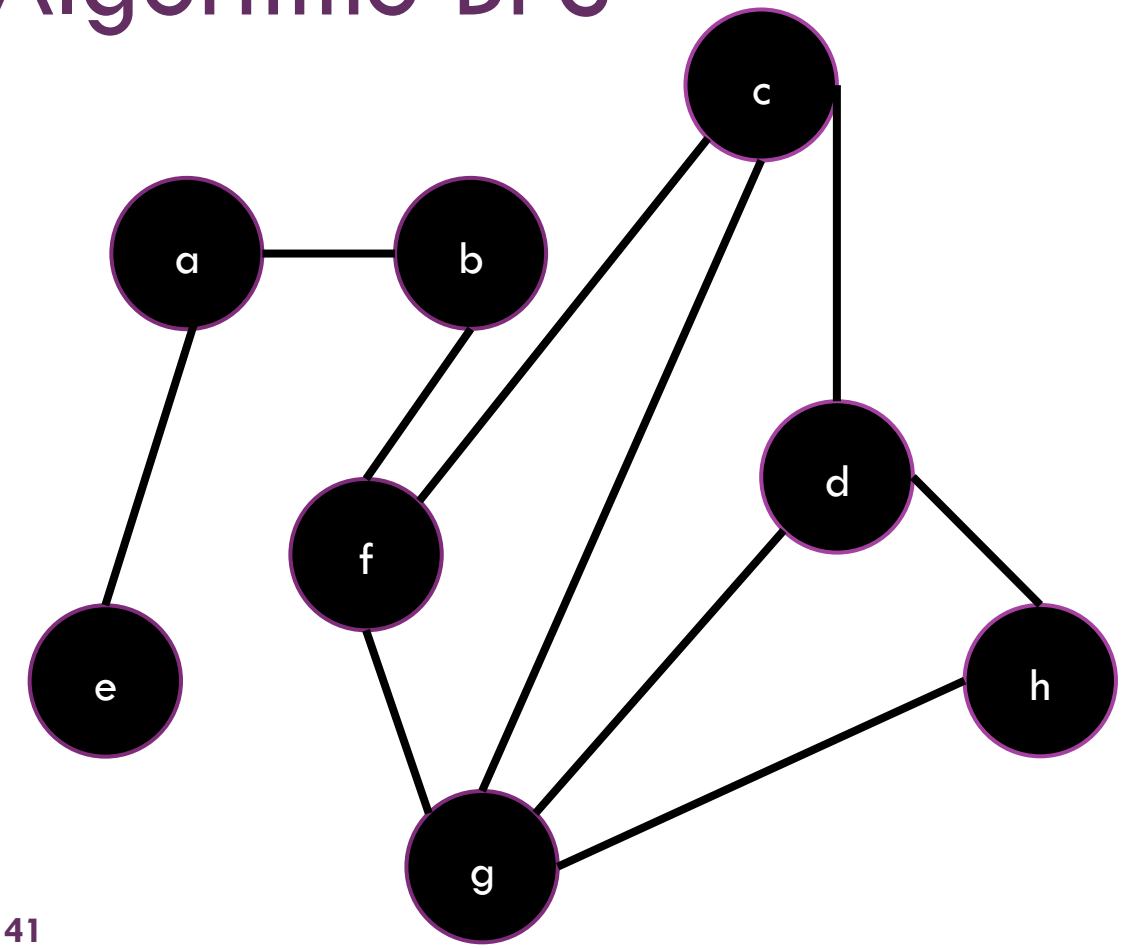
| a | b | c | d | e | f | g | h |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0 | 2 | 3 | 2 | 1 | 2 | 3 |

Pais

| a | b | c | d | e | f | g | h |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| b | - | f | g | a | b | f | g |

Caminho até o vértice h:
b-f-g-h

# Algoritmo BFS




Distâncias

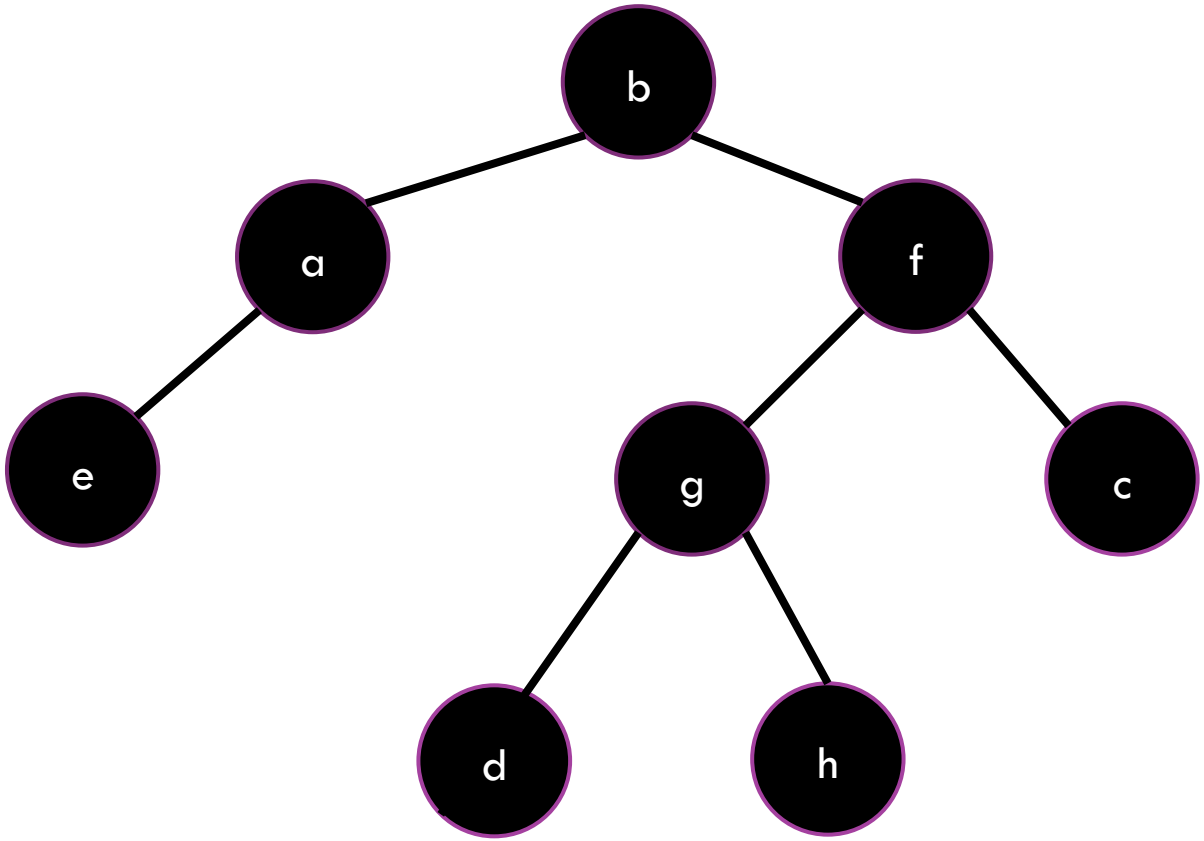
| a | b | c | d | e | f | g | h |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0 | 2 | 3 | 2 | 1 | 2 | 3 |

Pais

| a | b | c | d | e | f | g | h |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| b | - | f | g | a | b | f | g |

Caminho até o vértice h:
b-f-g-h

# Árvore BFS



# Busca em profundidade



- Em inglês, *Depth First Search* (DFS)
- A partir de um vértice de origem, busca recursivamente um vértice adjacente, até que não existam mais vértices a visitar
- Pode gerar várias árvores de profundidade (floresta de busca)

# Busca em profundidade



- Utiliza a estratégia de procurar “mais fundo” no grafo sempre que possível. As arestas são exploradas a partir do vértice v mais recentemente visitado que ainda tem arestas inexploradas saindo dele
- Quando todas as arestas de v são exploradas, a busca “regressa” para explorar as arestas que deixam o vértice a partir do qual v foi visitado
- Esse processo continua até que visitamos todos os vértices acessíveis a partir do vértice de origem inicial

# Busca em profundidade



- Mantidas as propriedades de estado
- Nova propriedade: *timestamps* (tempo da busca)
  - *Timestamp* de descoberta
  - *Timestamp* de término

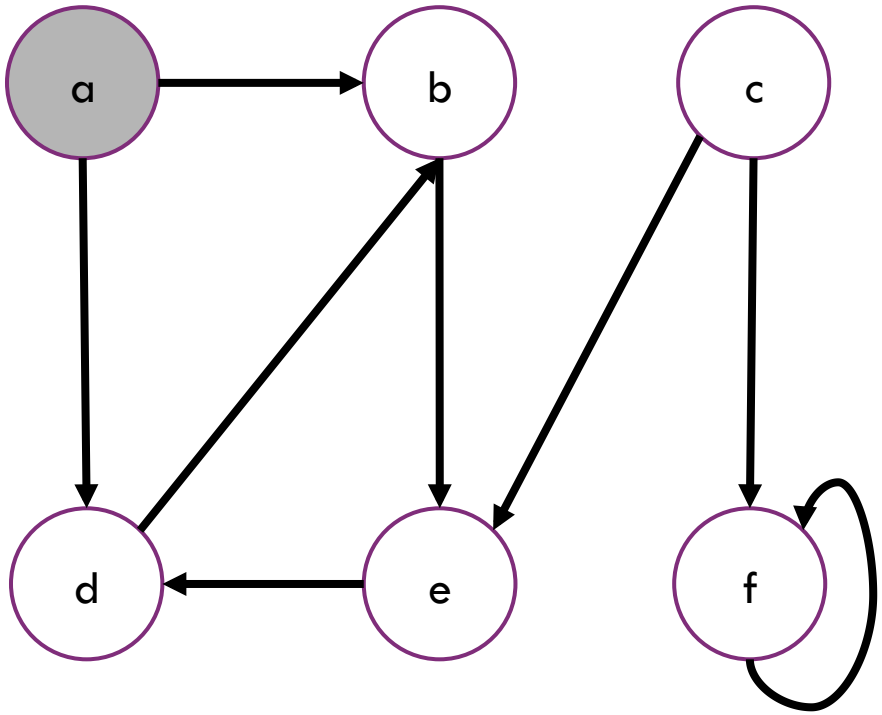
# Algoritmo DFS - inicialização

```
Para cada vértice u faça
        u.cor = branco;
        u.pai = null;
Fim para
timestamp = 0
Para cada vértice u faça
        se u.cor == branco
                Visitar(u);
        Fim se
Fim Para
```

# Algoritmo DFS – principal (visita)

```
timestamp = timestamp + 1;
u.descoberta = timestamp;
u.cor = cinza;
Para cada vértice v vizinho de u faça
        se v.cor == branco
                v.pai = u;
                Visitar(v);
        Fim se
Fim Para
u.cor = preto;
timestamp = timestamp+1;
u.término = timestamp;
```

# Algoritmo DFS




Descoberta

| a | b | c | d | e | f |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | - | - | - | - | - |

Finalização

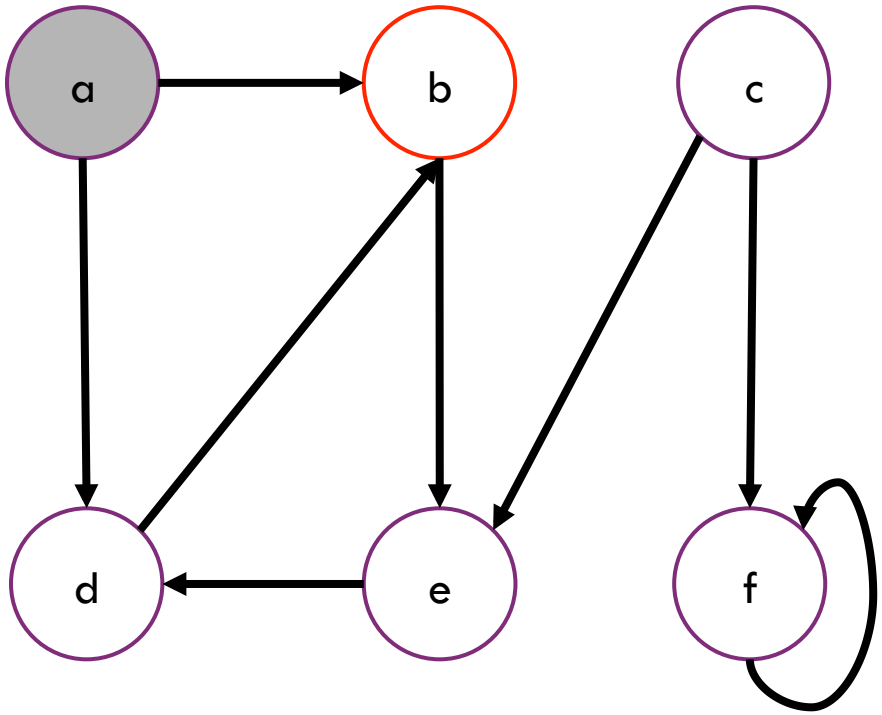
| a | b | c | d | e | f |
|---|---|---|---|---|---|
| - | - | - | - | - | - |

Pais

| a | b | c | d | e | f |
|---|---|---|---|---|---|
| - | - | - | - | - | - |

Timestamp: 1

# Algoritmo DFS




Descoberta

| a | b | c | d | e | f |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | - | - | - | - | - |

Finalização

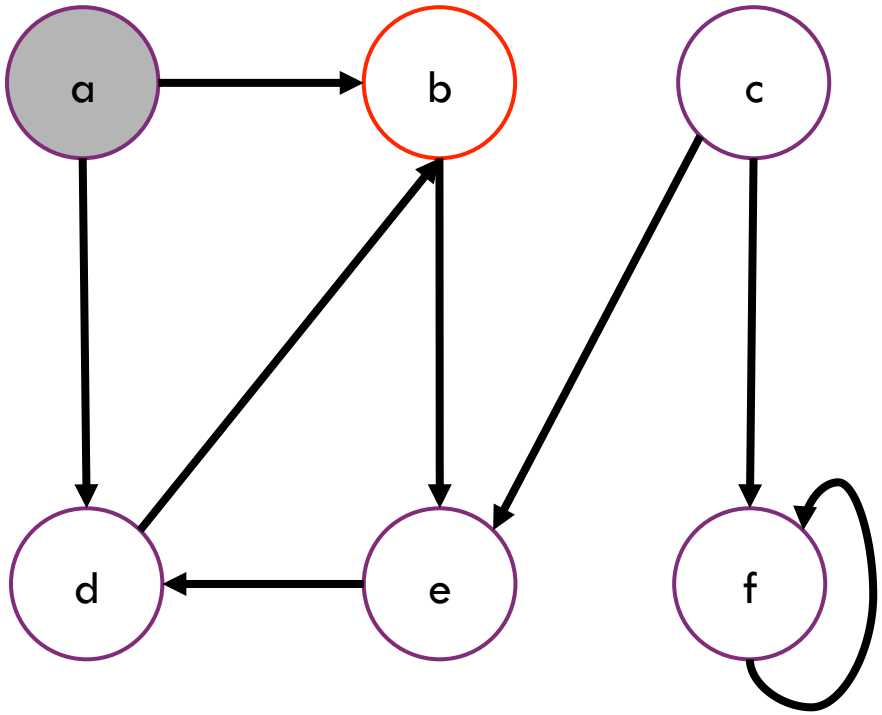
| a | b | c | d | e | f |
|---|---|---|---|---|---|
| - | - | - | - | - | - |

Pais

| a | b | c | d | e | f |
|---|---|---|---|---|---|
| - | - | - | - | - | - |

Timestamp: 1

# Algoritmo DFS




Descoberta

| a | b | c | d | e | f |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | - | - | - | - | - |

Finalização

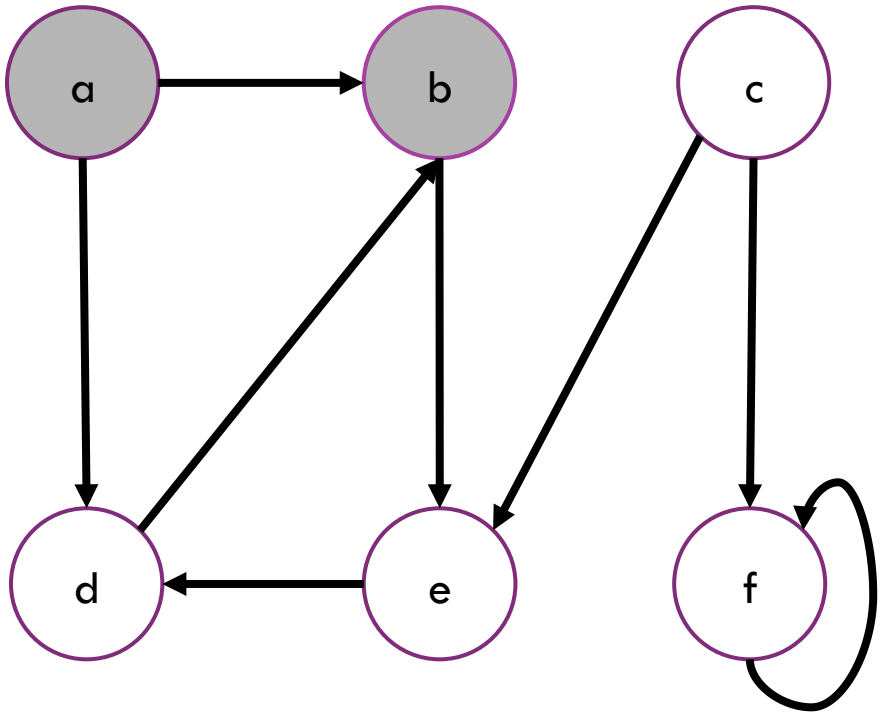
| a | b | c | d | e | f |
|---|---|---|---|---|---|
| - | - | - | - | - | - |

Pais

| a | b | c | d | e | f |
|---|---|---|---|---|---|
| - | a | - | - | - | - |

Timestamp: 1

# Algoritmo DFS




Descoberta

| a | b | c | d | e | f |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | - | - | - | - |

Finalização

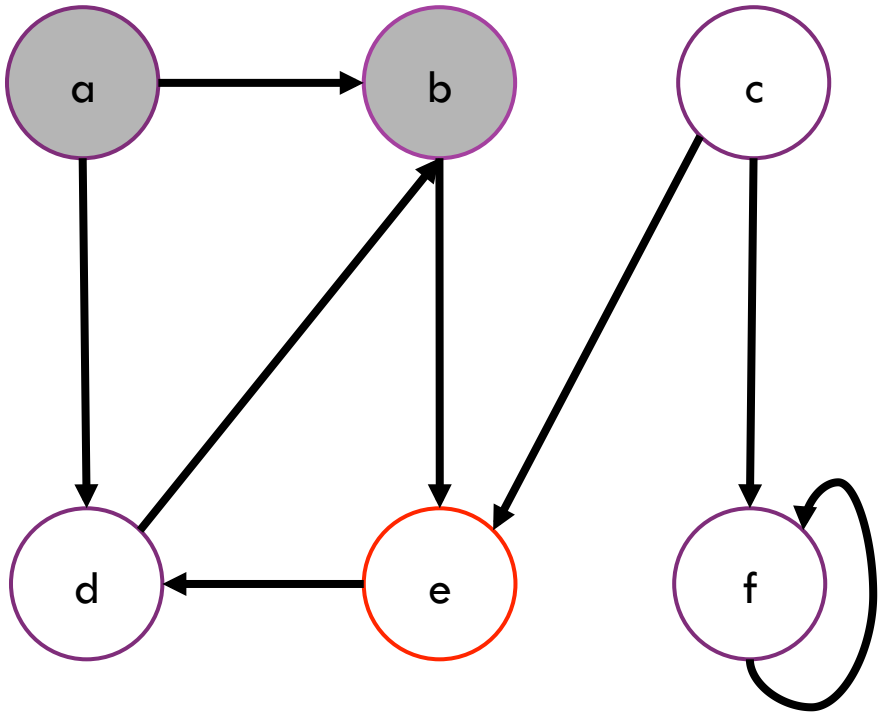
| a | b | c | d | e | f |
|---|---|---|---|---|---|
| - | - | - | - | - | - |

Pais

| a | b | c | d | e | f |
|---|---|---|---|---|---|
| - | a | - | - | - | - |

Timestamp: 2

# Algoritmo DFS




Descoberta

| a | b | c | d | e | f |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | - | - | - | - |

Finalização

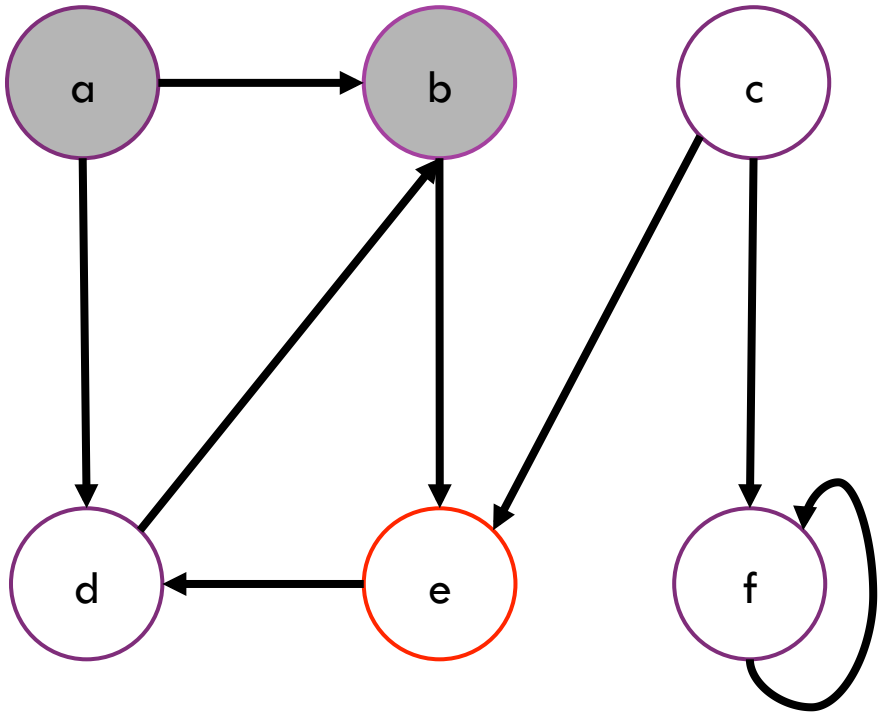
| a | b | c | d | e | f |
|---|---|---|---|---|---|
| - | - | - | - | - | - |

Pais

| a | b | c | d | e | f |
|---|---|---|---|---|---|
| - | a | - | - | - | - |

Timestamp: 2

# Algoritmo DFS




Descoberta

| a | b | c | d | e | f |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | - | - | - | - |

Finalização

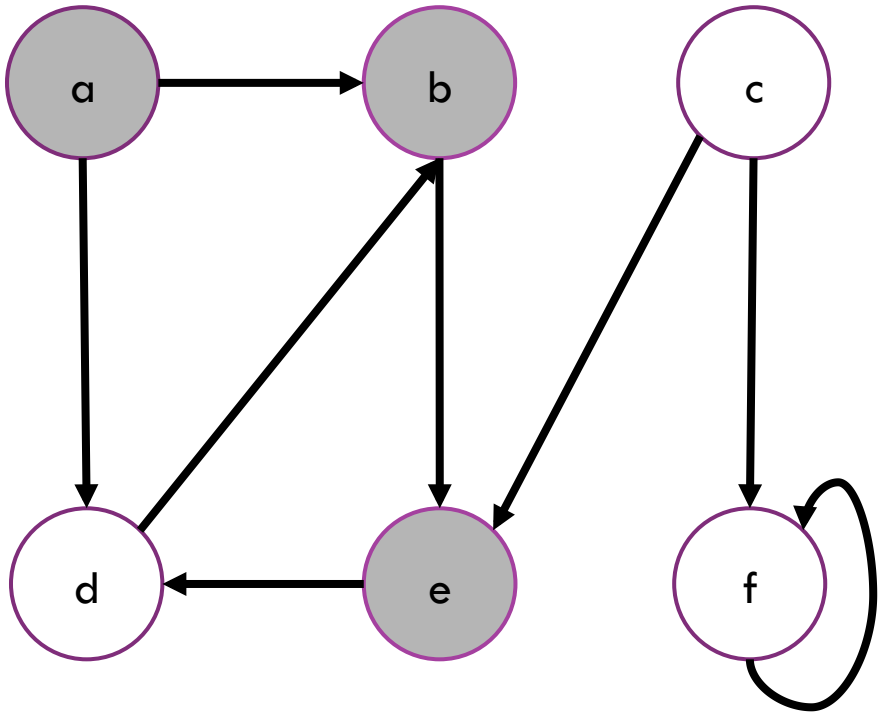
| a | b | c | d | e | f |
|---|---|---|---|---|---|
| - | - | - | - | - | - |

Pais

| a | b | c | d | e | f |
|---|---|---|---|---|---|
| - | a | - | - | b | - |

Timestamp: 2

# Algoritmo DFS




Descoberta

| a | b | c | d | e | f |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | - | - | 3 | - |

Finalização

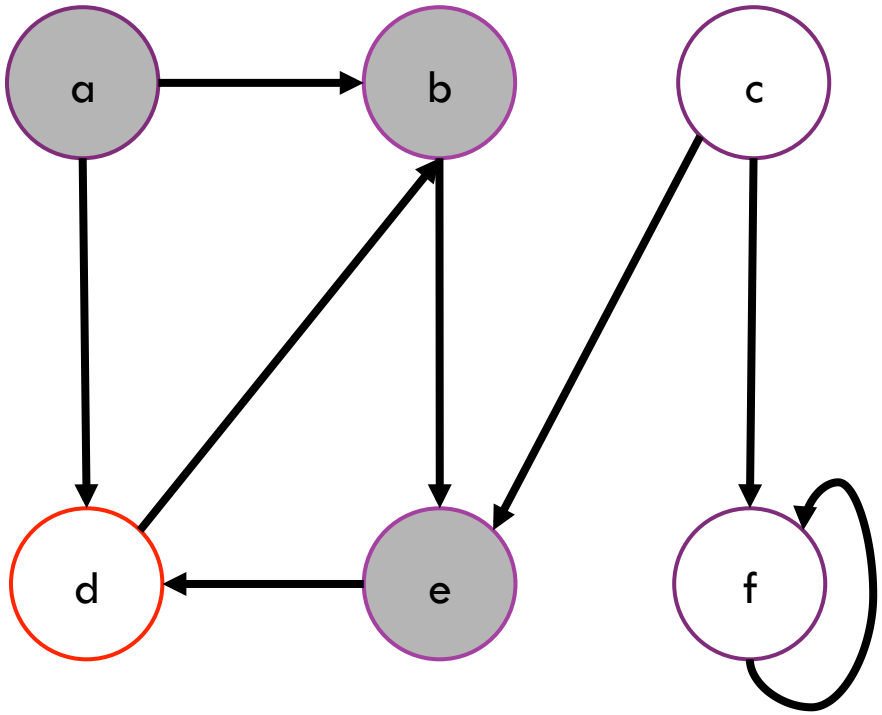
| a | b | c | d | e | f |
|---|---|---|---|---|---|
| - | - | - | - | - | - |

Pais

| a | b | c | d | e | f |
|---|---|---|---|---|---|
| - | a | - | - | b | - |

Timestamp: 3

# Algoritmo DFS




Descoberta

| a | b | c | d | e | f |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | - | - | 3 | - |

Finalização

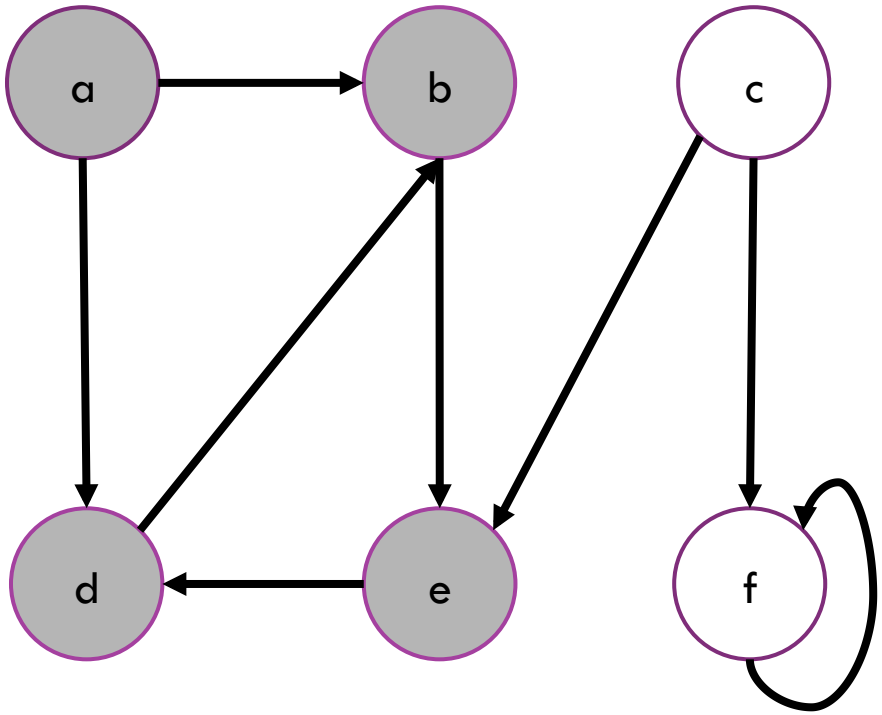
| a | b | c | d | e | f |
|---|---|---|---|---|---|
| - | - | - | - | - | - |

Pais

| a | b | c | d | e | f |
|---|---|---|---|---|---|
| - | a | - | e | b | - |

Timestamp: 3

# Algoritmo DFS




Descoberta

| a | b | c | d | e | f |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | - | 4 | 3 | - |

Finalização

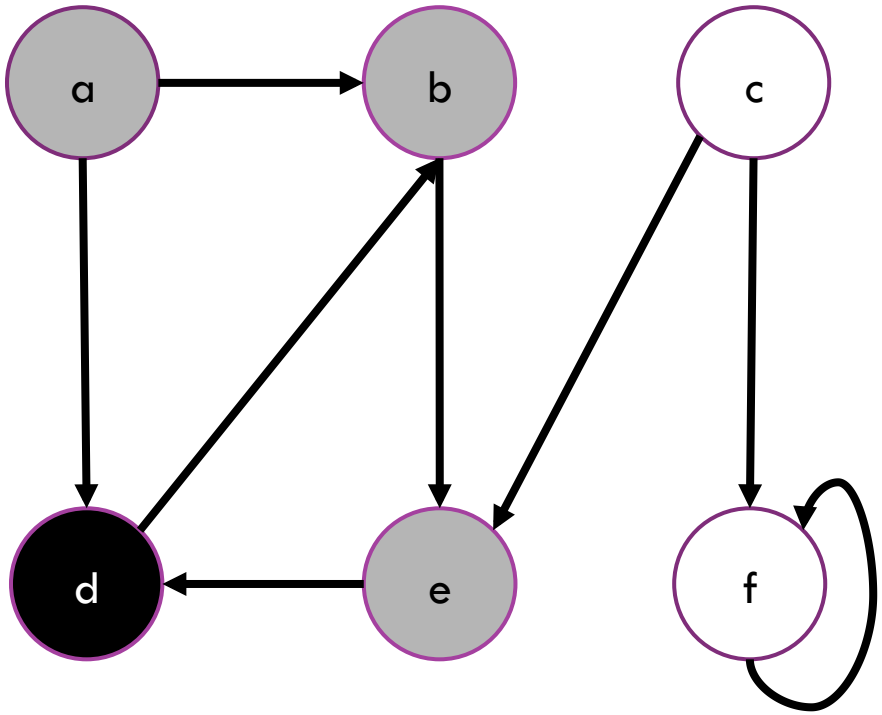
| a | b | c | d | e | f |
|---|---|---|---|---|---|
| - | - | - | - | - | - |

Pais

| a | b | c | d | e | f |
|---|---|---|---|---|---|
| - | a | - | e | b | - |

Timestamp: 4

# Algoritmo DFS




Descoberta

| a | b | c | d | e | f |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | - | 4 | 3 | - |

Finalização

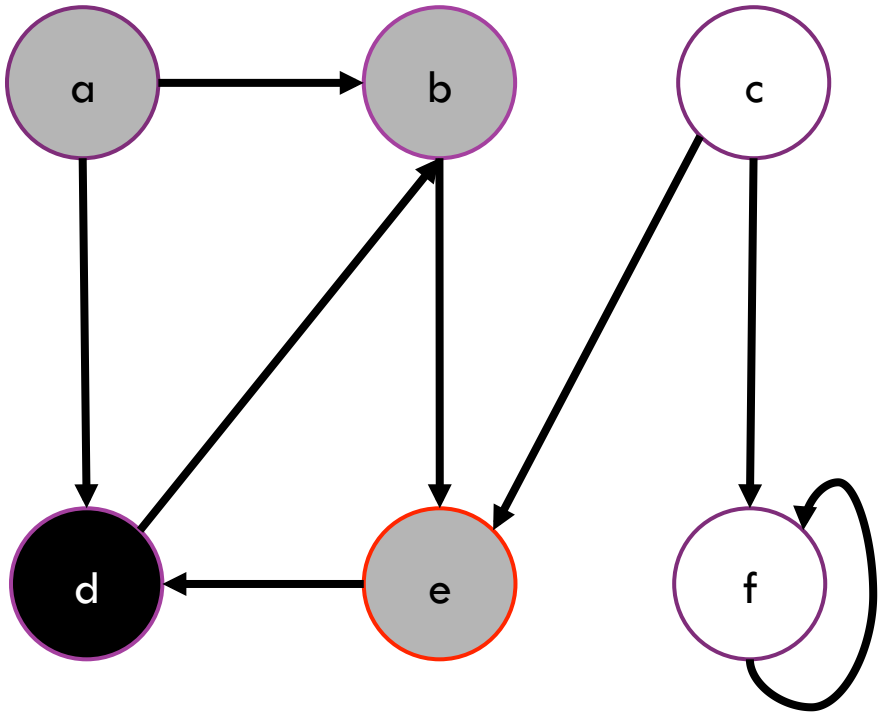
| a | b | c | d | e | f |
|---|---|---|---|---|---|
| - | - | - | 5 | - | - |

Pais

| a | b | c | d | e | f |
|---|---|---|---|---|---|
| - | a | - | e | b | - |

Timestamp: 5

# Algoritmo DFS




Descoberta

| a | b | c | d | e | f |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | - | 4 | 3 | - |

Finalização

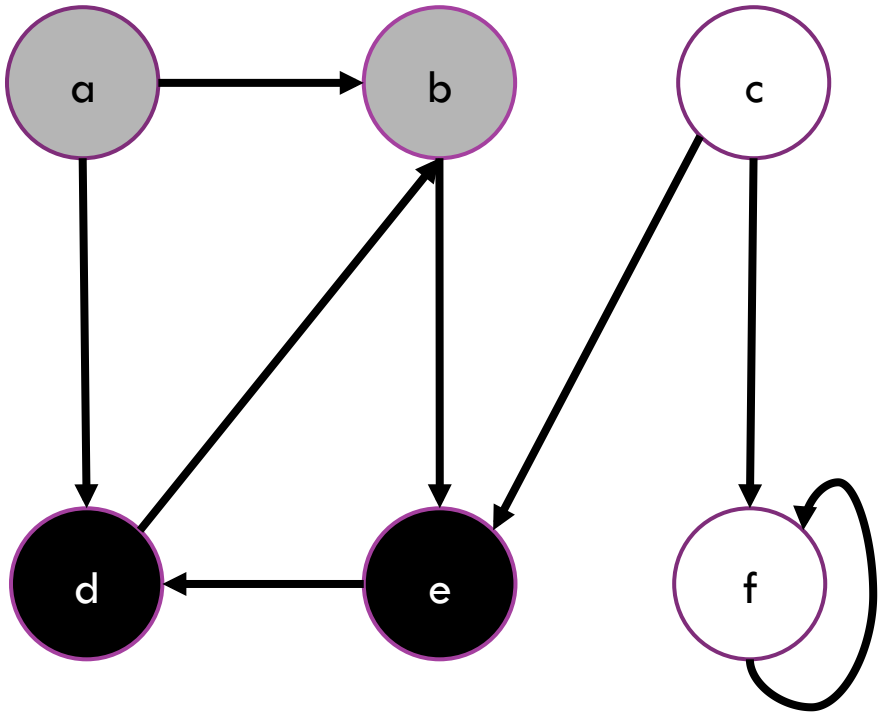
| a | b | c | d | e | f |
|---|---|---|---|---|---|
| - | - | - | 5 | - | - |

Pais

| a | b | c | d | e | f |
|---|---|---|---|---|---|
| - | a | - | e | b | - |

Timestamp: 5

# Algoritmo DFS




Descoberta

| a | b | c | d | e | f |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | - | 4 | 3 | - |

Finalização

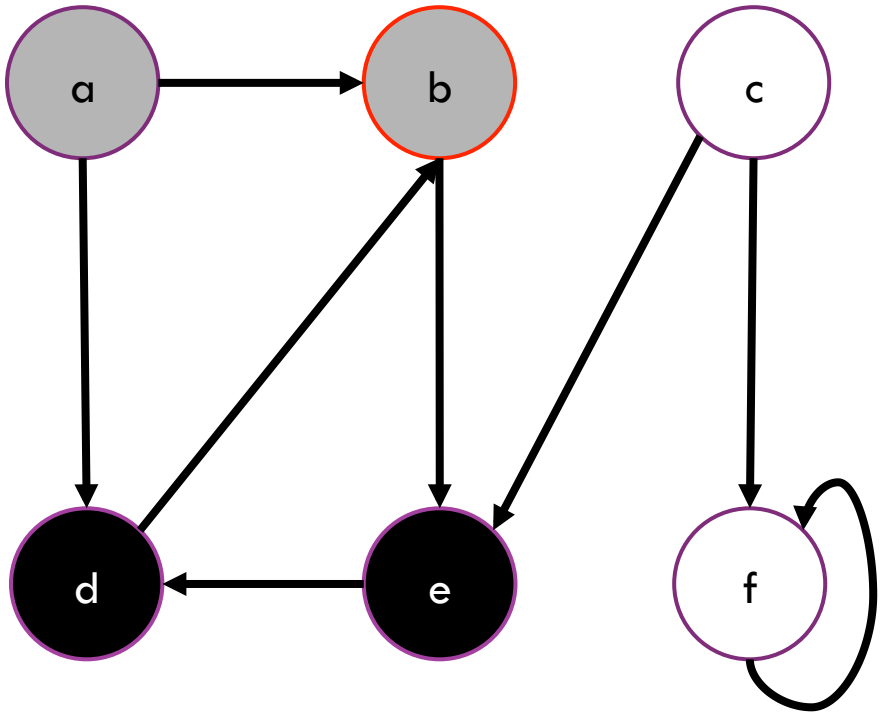
| a | b | c | d | e | f |
|---|---|---|---|---|---|
| - | - | - | 5 | 6 | - |

Pais

| a | b | c | d | e | f |
|---|---|---|---|---|---|
| - | a | - | e | b | - |

Timestamp: 6

# Algoritmo DFS




Descoberta

| a | b | c | d | e | f |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | - | 4 | 3 | - |

Finalização

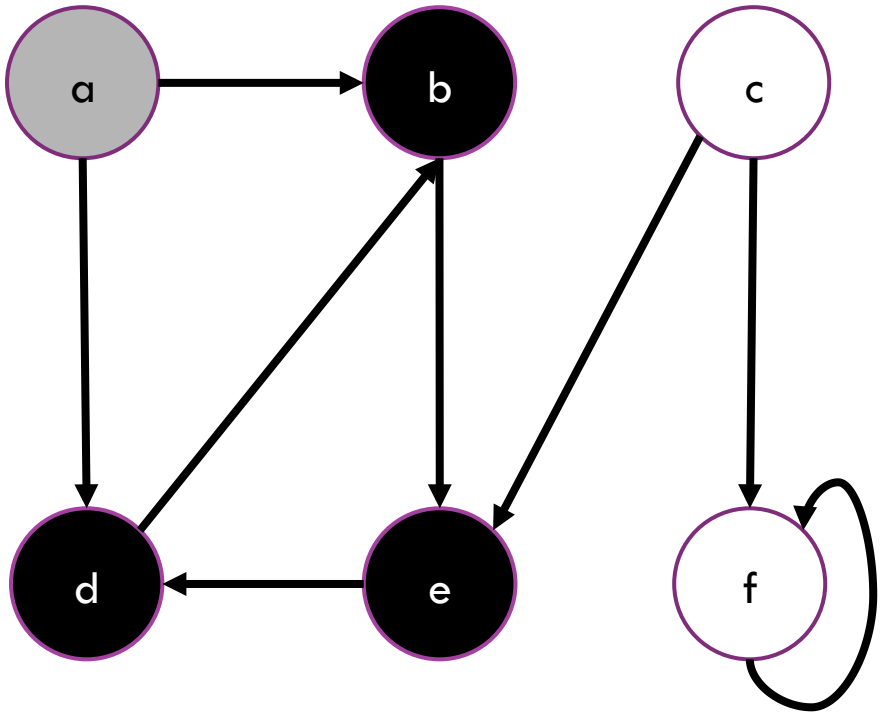
| a | b | c | d | e | f |
|---|---|---|---|---|---|
| - | - | - | 5 | 6 | - |

Pais

| a | b | c | d | e | f |
|---|---|---|---|---|---|
| - | a | - | e | b | - |

Timestamp: 6

# Algoritmo DFS




Descoberta

| a | b | c | d | e | f |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | - | 4 | 3 | - |

Finalização

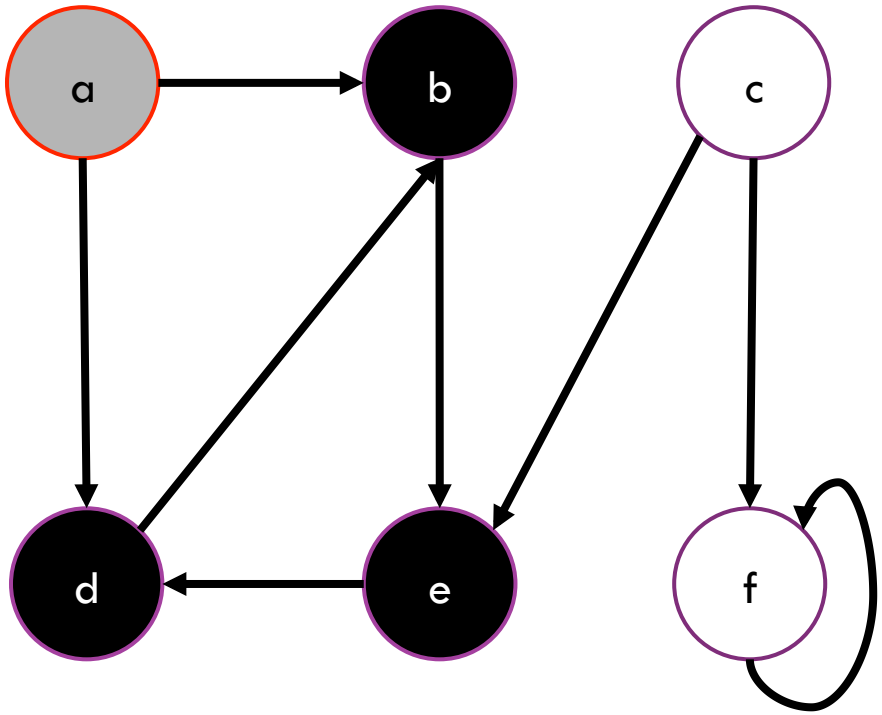
| a | b | c | d | e | f |
|---|---|---|---|---|---|
| - | 7 | - | 5 | 6 | - |

Pais

| a | b | c | d | e | f |
|---|---|---|---|---|---|
| - | a | - | e | b | - |

Timestamp: 7

# Algoritmo DFS




Descoberta

| a | b | c | d | e | f |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | - | 4 | 3 | - |

Finalização

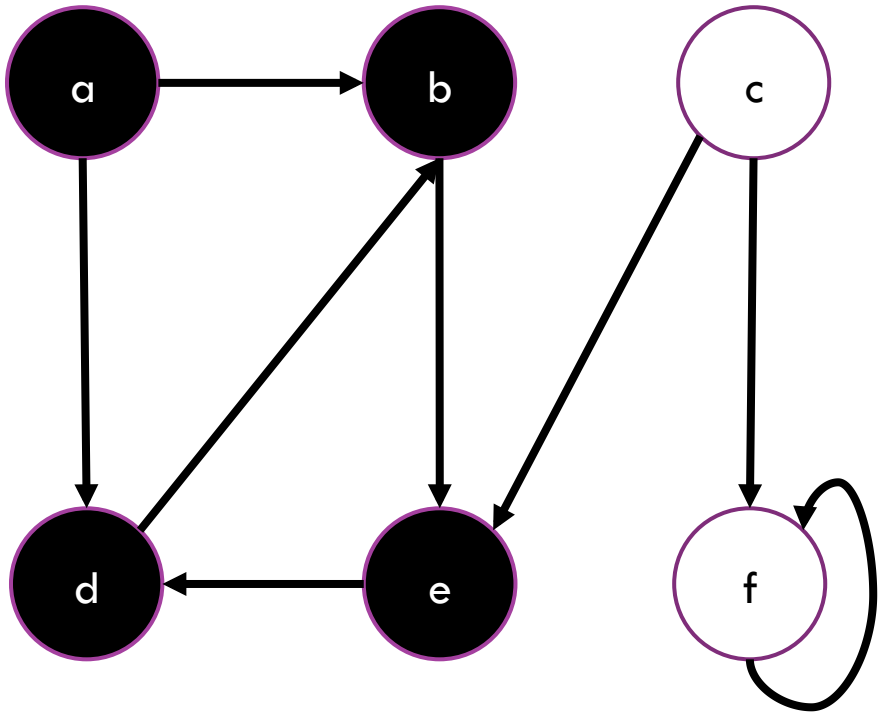
| a | b | c | d | e | f |
|---|---|---|---|---|---|
| - | 7 | - | 5 | 6 | - |

Pais

| a | b | c | d | e | f |
|---|---|---|---|---|---|
| - | a | - | e | b | - |

Timestamp: 7

# Algoritmo DFS




Descoberta

| a | b | c | d | e | f |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | - | 4 | 3 | - |

Finalização

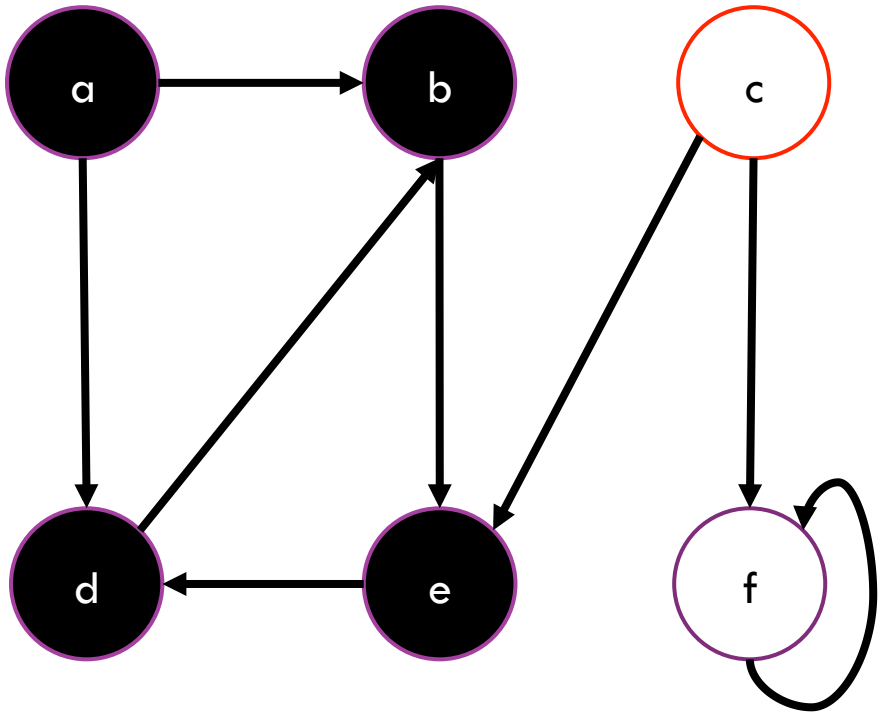
| a | b | c | d | e | f |
|---|---|---|---|---|---|
| 8 | 7 | - | 5 | 6 | - |

Pais

| a | b | c | d | e | f |
|---|---|---|---|---|---|
| - | a | - | e | b | - |

Timestamp: 8

# Algoritmo DFS




Descoberta

| a | b | c | d | e | f |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | - | 4 | 3 | - |

Finalização

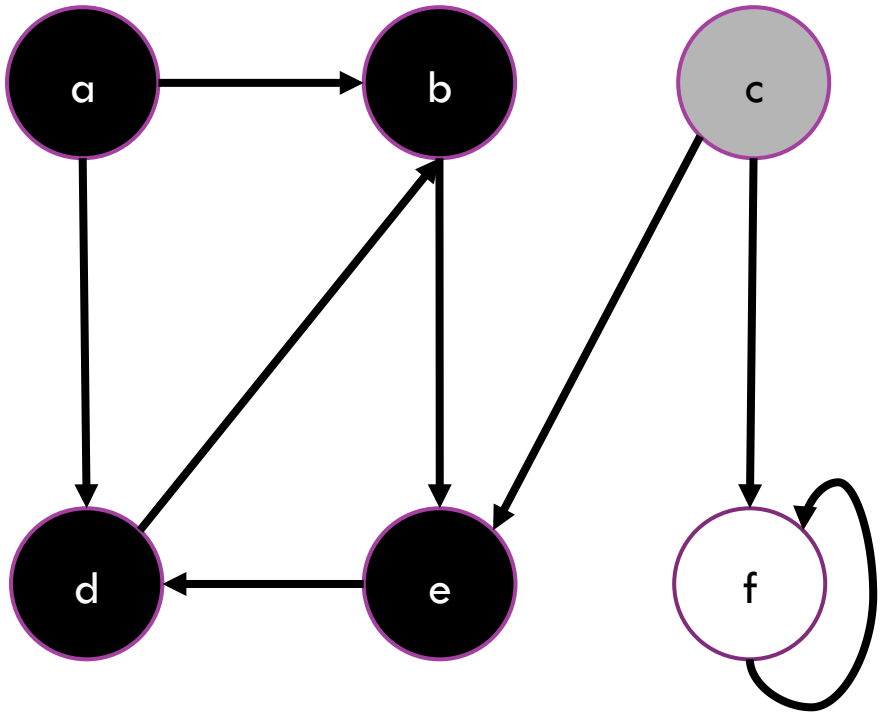
| a | b | c | d | e | f |
|---|---|---|---|---|---|
| 8 | 7 | - | 5 | 6 | - |

Pais

| a | b | c | d | e | f |
|---|---|---|---|---|---|
| - | a | - | e | b | - |

Timestamp: 8

# Algoritmo DFS




Descoberta

| a | b | c | d | e | f |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 9 | 4 | 3 | - |

Finalização

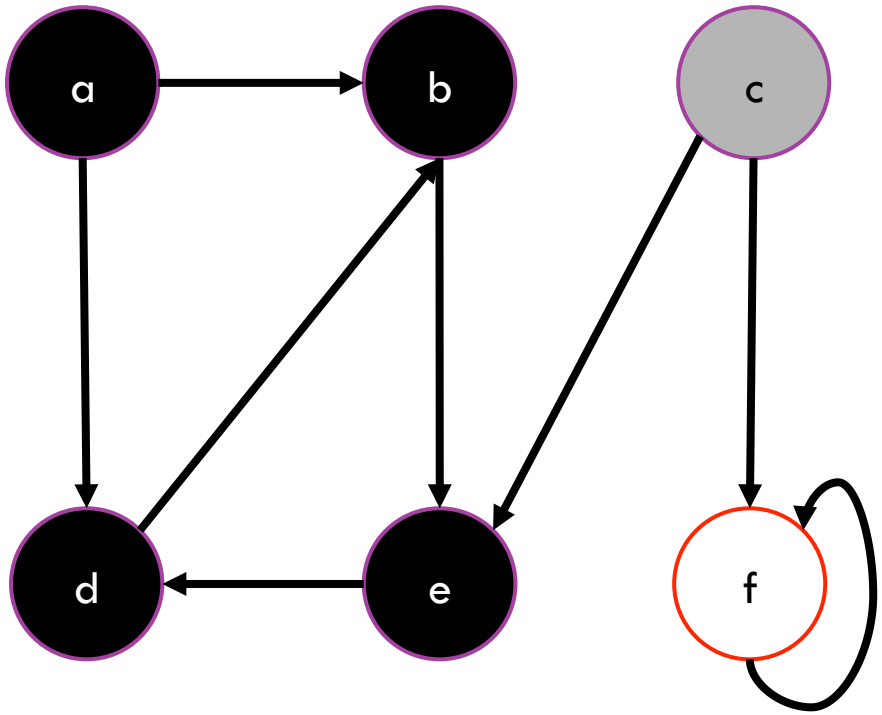
| a | b | c | d | e | f |
|---|---|---|---|---|---|
| 8 | 7 | - | 5 | 6 | - |

Pais

| a | b | c | d | e | f |
|---|---|---|---|---|---|
| - | a | - | e | b | - |

Timestamp: 9

# Algoritmo DFS




Descoberta

| a | b | c | d | e | f |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 9 | 4 | 3 | - |

Finalização

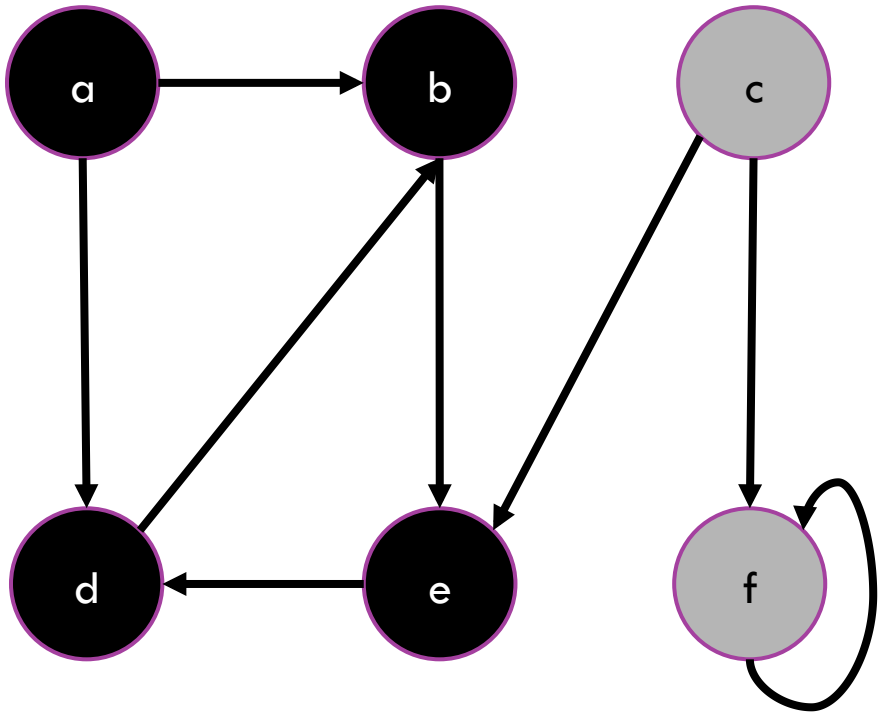
| a | b | c | d | e | f |
|---|---|---|---|---|---|
| 8 | 7 | - | 5 | 6 | - |

Pais

| a | b | c | d | e | f |
|---|---|---|---|---|---|
| - | a | - | e | b | c |

Timestamp: 9

# Algoritmo DFS




Descoberta

| a | b | c | d | e | f |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 9 | 4 | 3 | 10 |

Finalização

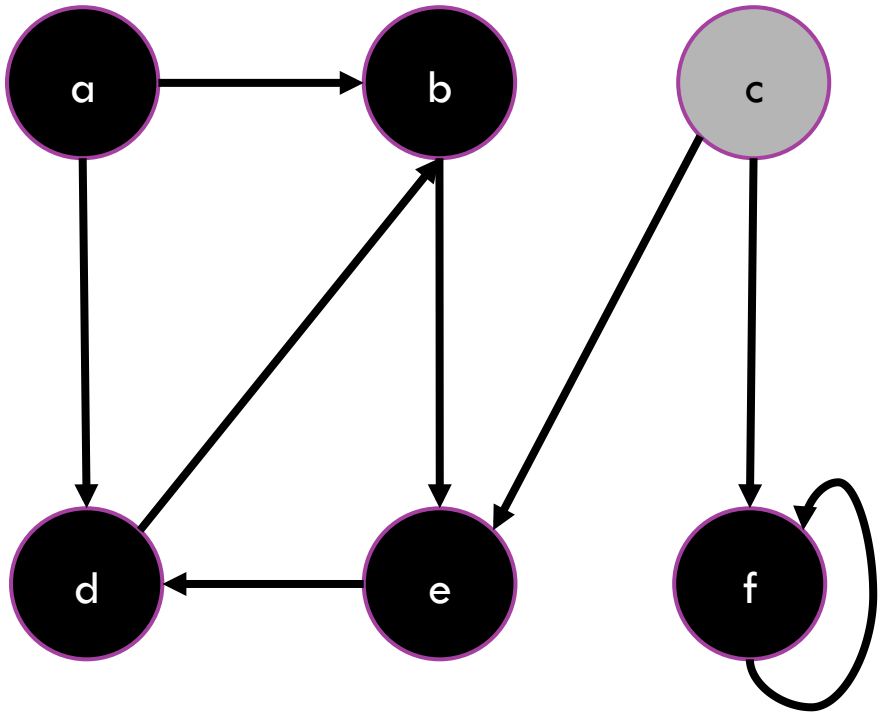
| a | b | c | d | e | f |
|---|---|---|---|---|---|
| 8 | 7 | - | 5 | 6 | - |

Pais

| a | b | c | d | e | f |
|---|---|---|---|---|---|
| - | a | - | e | b | c |

Timestamp: 10

# Algoritmo DFS




Descoberta

| a | b | c | d | e | f |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 9 | 4 | 3 | 10 |

Finalização

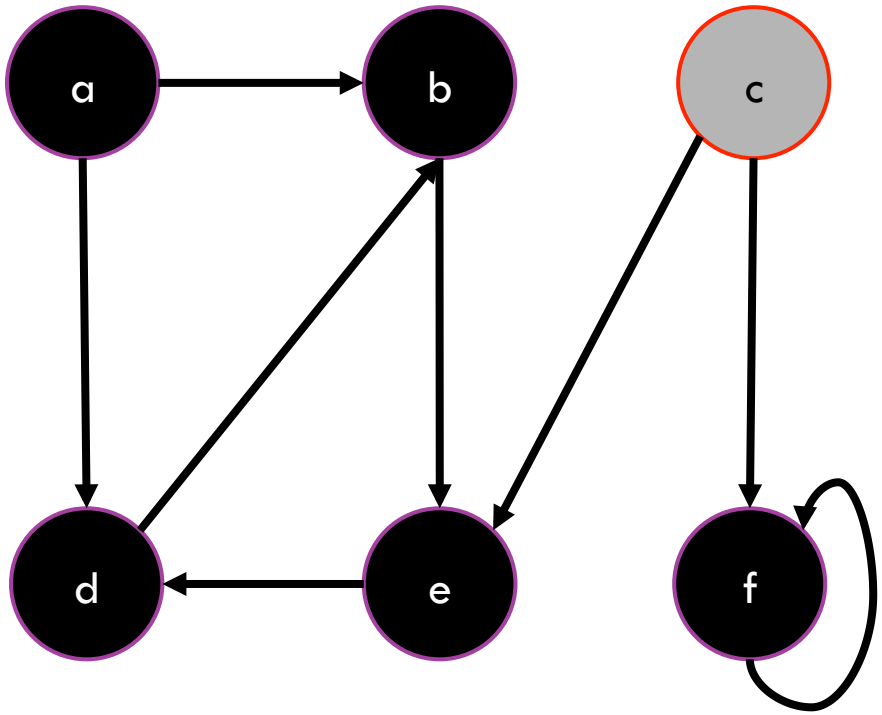
| a | b | c | d | e | f |
|---|---|---|---|---|---|
| 8 | 7 | - | 5 | 6 | 11 |

Pais

| a | b | c | d | e | f |
|---|---|---|---|---|---|
| - | a | - | e | b | c |

Timestamp: 11

# Algoritmo DFS




Descoberta

| a | b | c | d | e | f |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 9 | 4 | 3 | 10 |

Finalização

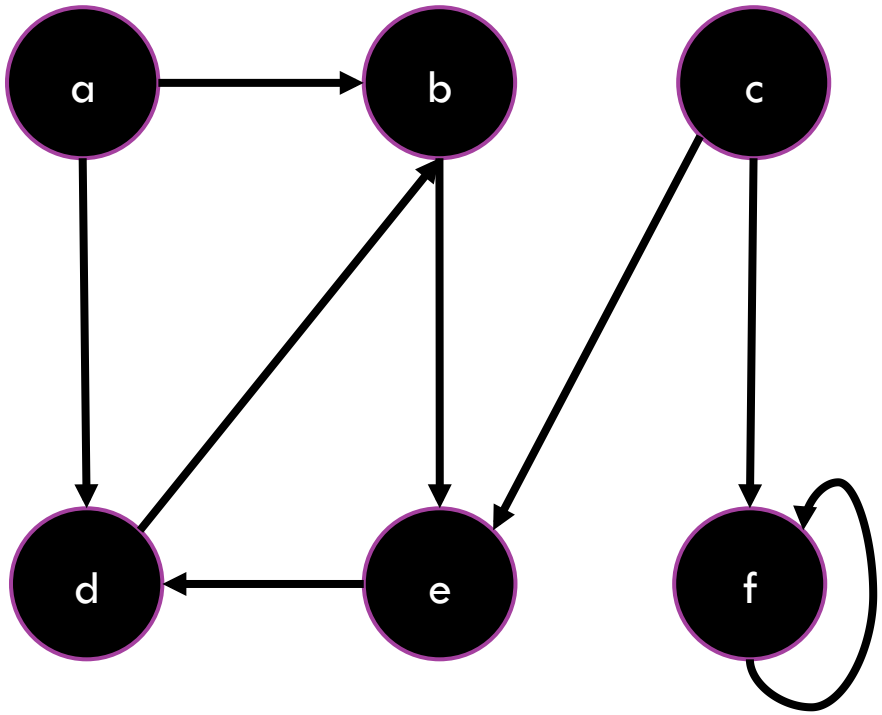
| a | b | c | d | e | f |
|---|---|---|---|---|---|
| 8 | 7 | - | 5 | 6 | 11 |

Pais

| a | b | c | d | e | f |
|---|---|---|---|---|---|
| - | a | - | e | b | c |

Timestamp: 11

# Algoritmo DFS




Descoberta

| a | b | c | d | e | f |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 9 | 4 | 3 | 10 |

Finalização

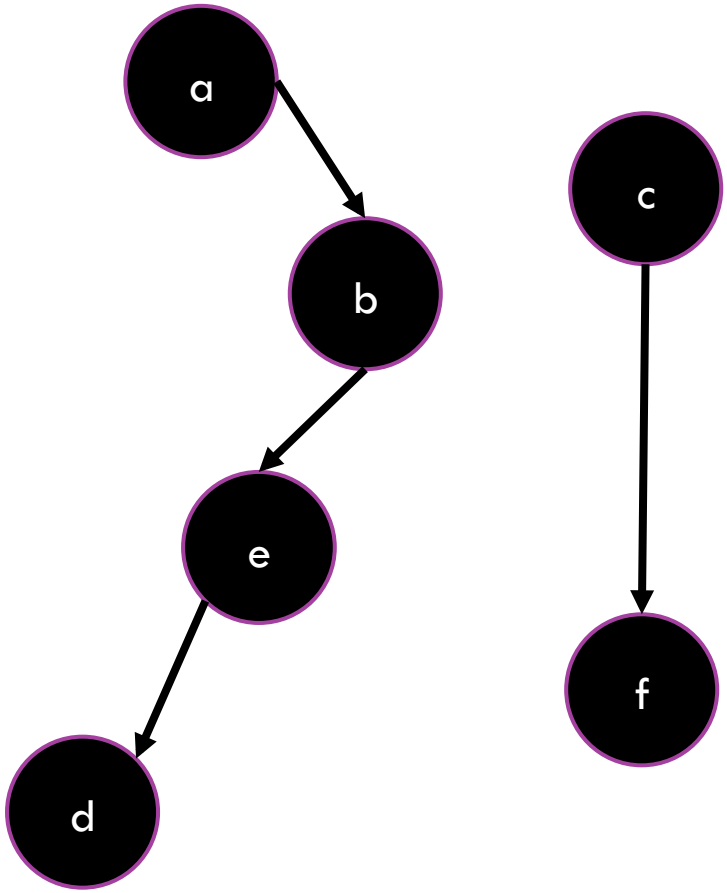
| a | b | c | d | e | f |
|---|---|---|---|---|---|
| 8 | 7 | 12 | 5 | 6 | 11 |

Pais

| a | b | c | d | e | f |
|---|---|---|---|---|---|
| - | a | - | e | b | c |

Timestamp: 12

# Floresta DFS



# Busca em profundidade



- Enquanto a Busca em largura usa uma fila como estrutura auxiliar, uma versão não-recursiva da Busca por profundidade utilizaria qual estrutura de dados?