Linguagens Regulares

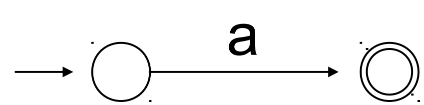
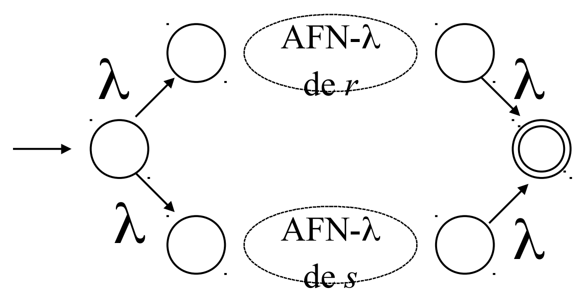
- Teorema de Kleene

Uma linguagem L é aceita por um autômato com alfabeto Σ se, e somente se, L for um conjunto regular sobre Σ.

- Prova - Mostrar que:
    1. expressão regular $\rightarrow$ autômato, e
    2. autômato $\rightarrow$ expressão regular.

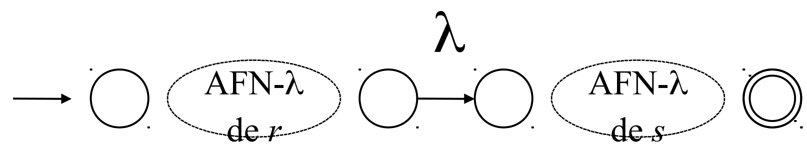
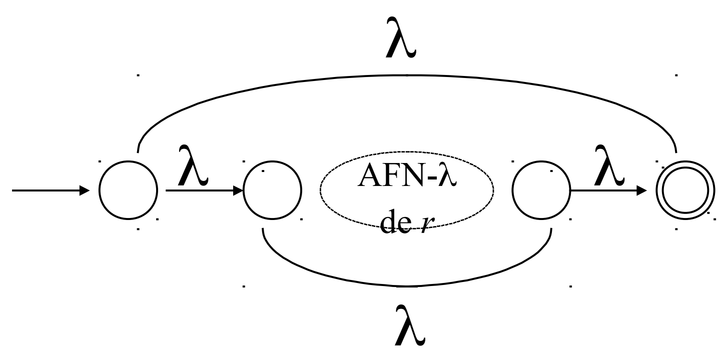
Prova

1. Todo conjunto regular é aceito por um autômato. Definição recursiva:

Expressão	Autômato
ϕ	
a	
$r \cup s$	

Prova

1. Todo conjunto regular é aceito por um autômato. Definição recursiva:

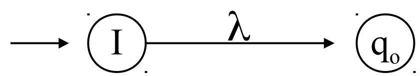
Expressão	Autômato
r s	
r*	

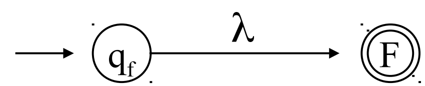
Prova

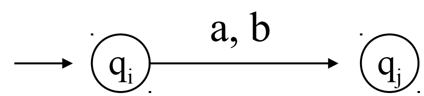
2. Toda linguagem aceita por um autômato é regular. Grafo de Expressão:

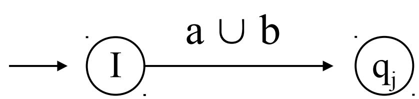
a) Use o autômato M acrescentando os estados I (inicial) e F (final).

b) Crie as transições para o estado inicial q_0 e para todo estado final q_f.





c) transforme cada transição do autômato 

em uma expressão regular 

.

Prova

d) para cada estado interno q_i do novo autômato faça

para cada par de transições $q_j \xrightarrow{w_{j,i}} q_i \xrightarrow{w_{i,k}} q_k$ faça

se não houver uma transição $q_i \circlearrowleft w_{i,i}$ então

crie a transição $q_j \xrightarrow{w_{j,i}\, w_{i,k}} q_k$

senão

crie a transição $q_j \xrightarrow{w_{j,i}\, w_{i,i}^{*}\, w_{i,k}} q_k$

fim se

se a nova transição resultou em $\begin{tikzcd} q_j \arrow[r, bend left, "w_1"] \arrow[r, bend right, "w_2"'] & q_k \end{tikzcd}$ então

substitua por $q_j \xrightarrow{w_1 \cup w_2} q_k$

fim se

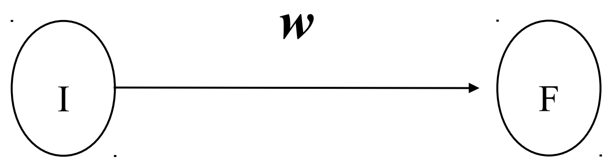
fim para

remova o estado q_i e suas transições.

fim para

Prova

A expressão final corresponde ao label *w* da transição:



Linguagens Regulares

- Uma linguagem é regular quando:
  - é denotada por uma expressão regular, ou
  - é aceita por um AFD, AFN ou AFN-λ.

- Propriedades de fechamento sobre Linguagens Regulares. Se M e N são linguagens regulares então:
  - $M \cup N$, $M N$, M^*, M', $M \cap N$ são também regulares.

Prove!

Linguagens Não Regulares

- Teorema
  - A linguagem $\{ a^i b^i,\ i \geq 0 \}$ não é regular.
  - Prova: *de não-existência.*

- Corolário
  - Seja L uma linguagem sobre Σ. Se existem *strings* $w \in \Sigma^*$ e $v \in \Sigma^*$ tais que:
    - $w_i v_i \in L$, para todo $i \geq 0$, e
    - $w_i v_k \notin L$, para todo $i \neq k$,

    então L **não é regular**.

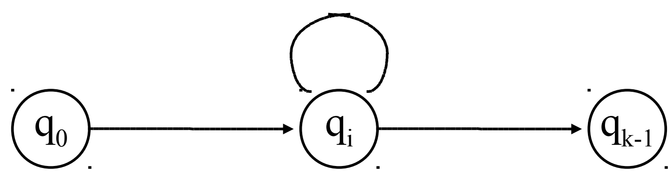
Linguagens Não Regulares

- Exemplos:
  - A linguagem dos palíndromos sobre {a, b},
  - $L = \{ a^n b^n c^n \}$.

Prove!

Pumping Lemma

- Lema
  - Seja M um AFD com k estados. Se M aceita um string *w* tal que | *w* | $\geq$ k, então existe pelo menos um ciclo no caminho de M no qual *w* é aceito.
    - todo string de tamanho maior ou igual a k percorre um ciclo em M em seus *p* primeiros símbolos, p $\leq$ k.



Pumping Lemma

- Seja L uma linguagem regular aceita por um autômato de k estados. Seja $z \in L$, tal que $|z| \geq k$. Então *z* pode ser escrito na forma uvw, onde:
  - $|uv| \leq k$,
  - $|v| > 0$, e
  - $uv^iw \in L$ para todo $i \geq 0$.

Exemplo

Provar que $L = \{a^i b^i,\ i \geq 0\}$ não é regular.

- Suponha a existência de um AFD M de k estados para L. M aceita o string $z = a^k b^k$. Como $|z| \geq k$, *z* pode ser escrito da forma *uvw*, com $|uv| \leq k$ e $|v| > 0$.

  Seja $|u| = i$ e $|v| = j$ então $z = a^i a^j a^{k-(i+j)} b^k$, $j > 0$.

  Pelo lema do bombeamento, $x = uv^2w$ também pertence a L.

  Mas $x = uv^2w = a^i a^{2j} a^{k-(i+j)} b^k = a^{k+j} b^k$, que não pertence a L.

Conclusão: A linguagem não é regular!