

Міністерство освіти і науки України
Національний авіаційний університет
Факультет кібербезпеки, комп'ютерної та програмної інженерії
Кафедра комп'ютеризованих систем управління

Лабораторна робота № 3.6
з дисципліни «Технології проектування комп'ютерних систем»
на тему «Аналіз мереж масового обслуговування»
Варіант № 3

Виконав:
студент ФККПІ
групи СП-425
Клокун В. Д.
Перевірила:
Голего Н. М.

Київ 2020

1. МЕТА РОБОТИ

Отримати практичні навички розрахунку системних характеристик експоненціальних мереж масового обслуговування.

2. ХІД РОБОТИ

За варіантом завдання дана експоненціальна МеМО. Відповідно до завдання варіанта (табл. 1), побудуємо її модифіковану схему (рис. 1).

Табл. 1: Завдання варіанта

Номер варіанту	Номера СМО					
	1	2	3	4	5	6
3	–	–	+	+	–	+

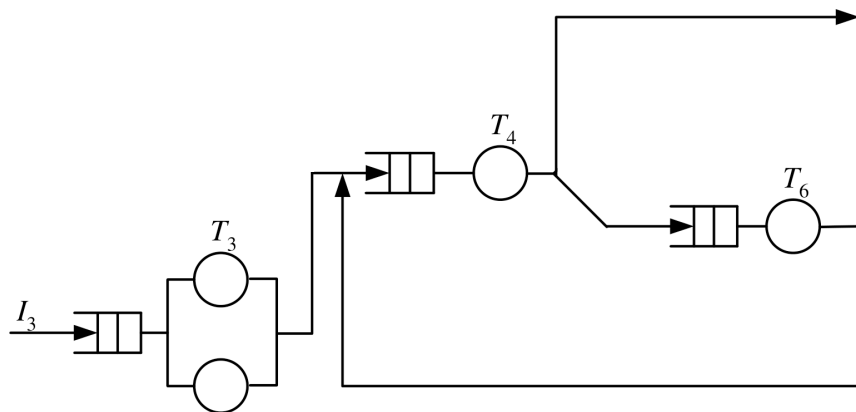


Рис. 1: Модифікована схема, яка відповідає завданню варіанта

Враховуючи зміни, внесені до схеми, наведемо параметри заданої системи масового обслуговування:

1. Число систем масового обслуговування $N = 3$.
2. Число каналів K в системі масового обслуговування: $K_3 = 2, K_4 = 1, K_6 = 1$.
3. Ймовірності переходів p_{ij} : $p_{34} = 1; p_{40} = 0,8$, так як зі схеми була видалена система № 5; $p_{46} = 0,2; p_{61} = 1$. Тоді матриця переходів виглядає так:

$$P = \begin{matrix} & \begin{matrix} 0 & 3 & 4 & 6 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 3 \\ 4 \\ 6 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0,8 & 0 & 0 & 0,2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

4. Інтенсивності вхідних потоків заявок $I_1 = 0, I_2 = 0, I_3 = 1/50$.

5. Середні часи обслуговування: $T_3 = 90$, $T_4 = 7$, $T_6 = 40$.

2.1. Баланс інтенсивностей

За наявними завданнями складаємо рівняння балансу інтенсивностей, перетворюємо та спрощуємо їх, щоб знайти інтенсивності λ_n :

$$\begin{aligned} \begin{cases} \lambda_3 = I_3 \\ \lambda_4 = \lambda_3 + \lambda_6 \\ \lambda_6 = p_{46}\lambda_4 \end{cases} &\Rightarrow \begin{cases} \lambda_3 = \frac{1}{50} = 0,02 \\ \lambda_4 = 0,02 + p_{46}\lambda_4 \\ \lambda_6 = p_{46}\lambda_4 = 0,2\lambda_4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \lambda_3 = 0,02 \\ \lambda_4 = 0,02 + 0,2\lambda_4 \\ \lambda_6 = 0,2\lambda_4 \end{cases} \\ &\Rightarrow \begin{cases} \lambda_3 = 0,02 \\ 0,8\lambda_4 = 0,02 \\ \lambda_6 = 0,2\lambda_4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \lambda_3 = 0,02 \\ \lambda_4 = 0,02 : 0,8 = 0,025 \\ \lambda_6 = 0,2 \cdot 0,025 = 0,005 \end{cases} \end{aligned}$$

Отже, отримали: $\lambda_3 = 0,02$, $\lambda_4 = 0,025$, $\lambda_6 = 0,005$.

2.2. Середній час перебування заявки в МеМО

Щоб знайти середній час перебування заявки в МеМО, необхідно обчислити значення середнього числа заявок в каналі ρ_i для кожної системи масового обслуговування:

$$\begin{aligned} \rho_3 &= \lambda_3 \cdot \bar{T}_{\text{обсл}_3} / 2 = 0,02 \cdot 90 / 2 = 0,9, \\ \rho_4 &= \lambda_4 \cdot \bar{T}_{\text{обсл}_4} = 0,025 \cdot 7 = 0,175, \\ \rho_6 &= \lambda_6 \cdot \bar{T}_{\text{обсл}_6} = 0,005 \cdot 40 = 0,2. \end{aligned}$$

Обчисливши значення середніх чисел заявок в каналах, можемо обчислити середній час перебування заявки в кожному каналі $\bar{T}_{\text{пер}_i}$ за формулою:

$$\bar{T}_{\text{пер}_i} = \frac{\bar{T}_{\text{обсл}_i} \rho_i}{1 - \rho_i}.$$

Обчислюємо за отриманими даними:

$$\begin{aligned} \bar{T}_{\text{пер}_3} &= \frac{\bar{T}_{\text{обсл}_3} \cdot \rho_3}{1 - \rho_3} = \frac{90 \cdot 0,9}{1 - 0,9} = 810, & \bar{T}_{\text{пер}_4} &= \frac{\bar{T}_{\text{обсл}_4} \cdot \rho_4}{1 - \rho_4} = \frac{7 \cdot 0,175}{1 - 0,175} = 1,48, \\ \bar{T}_{\text{пер}_6} &= \frac{\bar{T}_{\text{обсл}_6} \cdot \rho_6}{1 - \rho_6} = \frac{40 \cdot 0,2}{1 - 0,2} = 10. \end{aligned}$$

За середніми значення для кожного каналу, можна обчислити середнє значення для мережі за формулою:

$$\bar{T}_{\text{пер}} = \frac{1}{I} \sum_{j=1}^N \lambda_j \bar{T}_{\text{пер}_j}.$$

Обчислюємо середнє значення для заданої мережі.

$$\begin{aligned}\bar{T}_{\text{пер}} &= \frac{1}{I} \sum_{j=1}^N \lambda_j \bar{T}_{\text{пер}_j} = \frac{1}{0,02} (\lambda_3 \bar{T}_{\text{пер}_3} + \lambda_4 \bar{T}_{\text{пер}_4} + \lambda_6 \bar{T}_{\text{пер}_6}) \\ &= 50 \cdot (0,02 + 810 + 0,025 \cdot 1,48 + 0,005 \cdot 10) = 814,35.\end{aligned}$$

Отже, середній час перебування заявки у мережі складає $\bar{T}_{\text{пер}} = 814,35$.

2.3. Передаточні коефіцієнти

Щоб визначити передаточні коефіцієнти α_{ij} , необхідно скласти рівняння балансу, враховуючи всі вхідні потоки I_i :

$$\begin{aligned}\begin{cases} \lambda_3 = I_3 \\ \lambda_4 = \lambda_3 + \lambda_6 + I_4 \\ \lambda_6 = p_{46} + I_6 \end{cases} &\Rightarrow \begin{cases} \lambda_3 = I_3 \\ \lambda_4 = I_3 + (0,2\lambda_4 + I_6) + I_4 \\ \lambda_6 = 0,2\lambda_4 + I_6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \lambda_3 = I_3 \\ 0,8\lambda_4 = I_3 + I_4 + I_6 \\ \lambda_6 = 0,2\lambda_4 + I_6 \end{cases} \\ &\Rightarrow \begin{cases} \lambda_3 = I_3 \\ \lambda_4 = \frac{I_3 + I_4 + I_6}{0,8} \\ \lambda_6 = \frac{0,2(I_3 + I_4 + I_6)}{0,8} + I_6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \lambda_3 = I_3 \\ \lambda_4 = 1,25(I_3 + I_4 + I_6) \\ \lambda_6 = \frac{I_3 + I_4 + I_6}{4} + I_6 \end{cases}\end{aligned}$$

Щоб знайти передаточні коефіцієнти, підставляємо кортежі значень інтенсивностей потоків (I_3, I_4, I_6) , де $I_i = 1, I_{j \in \{N \setminus j\}} = 0$ і отримуємо:

$$I = (1, 0, 0): \lambda_i = (1; 1,25; 0,25),$$

$$I = (0, 1, 0): \lambda_i = (0; 1,25; 0,25),$$

$$I = (0, 0, 1): \lambda_i = (0; 1,25; 1,25).$$

Отже, матриця передаточних коефіцієнтів A :

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1,25 & 0,25 \\ 0 & 1,25 & 0,25 \\ 0 & 1,25 & 1,25 \end{bmatrix}$$

2.4. Розрахунок вхідних середніх проміжків часу перебування в мережі F_1, \dots, F_N

Щоб обчислити вхідні середні проміжки часу перебування в мережі F_1, \dots, F_N , достатньо помножити передаточні коефіцієнти на середній час перебування заявок. Тоді отримуємо:

$$A \cdot \begin{bmatrix} \bar{T}_{\text{пер}_3} & \bar{T}_{\text{пер}_4} & \bar{T}_{\text{пер}_6} \end{bmatrix}^T = A \cdot \begin{bmatrix} 810 & 1,48 & 10 \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} 814,35 & 4,35 & 14,35 \end{bmatrix}^T.$$

Щоб перевірити дані, наприклад, для першого вхідного потоку, необхідно скласти формулу для заданої схеми:

$$\begin{cases} F_3 = \bar{T}_{\text{пер}_3} + F_4 \\ F_4 = \bar{T}_{\text{пер}_4} + 0,2F_6 \\ F_6 = \bar{T}_{\text{пер}_6} + F_4 \end{cases} \implies \begin{cases} F_3 = 810 + F_4 \\ F_4 = 1,48 + 0,2F_6 \\ F_6 = 10 + F_4 \end{cases} \implies \begin{cases} F_3 = 814,35 \\ F_4 = 4,35 \\ F_6 = 14,35 \end{cases}$$

Дані збігаються, отже розрахунки виконані вірно: $F_3 = 814,35$, $F_4 = 4,35$, $F_6 = 14,35$.

2.5. Розрахунок часу перебування в МеМО $\bar{T}_{\text{пер}}$ та для кожної СМО $\bar{T}_{\text{пер}_i}$

Розрахунки наведені в підрозділі 2.2.

3. ВИСНОВОК

Виконуючи дану лабораторну роботу, ми отримали практичні навички розрахунку системних характеристик експоненціальних мереж масового обслуговування.