

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ АВІАЦІЙНИЙ УНІВЕРСИТЕТ



ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 3

ДОСЛІДЖЕННЯ ВПЛИВУ ЧИСЕЛЬНОГО ЗНАЧЕННЯ КОЕФІЦІЄНТІВ
ДИФЕРЕНЦІАЛЬНОГО РІВНЯННЯ II-ГО ПОРЯДКУ
НА ЧАСТОТНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ
ЗА ДОПОМОГОЮ АНАЛОГОВОГО ОБЧИСЛЮВАЛЬНОГО
КОМПЛЕКСУ АОК-6

ДИСЦИПЛІНА «ТЕОРІЯ АВТОМАТИЧНОГО УПРАВЛІННЯ»

ФАКУЛЬТЕТ ІНФОРМАТИКИ

КАФЕДРА КОМП'ЮТЕРИЗОВАНИХ СИСТЕМ УПРАВЛІННЯ

Виконав:

Прийняв:

Київ 2003

Ціль роботи

Отримати навички експериментального дослідження впливу коефіцієнтів диференціального рівняння на частотні характеристики.

Порядок виконання роботи

1. Зібрати схему ланки II-го порядку для проведення дослідження (рис. 1).
2. Змінюючи частоту f , записати у відповідні колонки таблиць значення періоду T , кругової частоти ω , вхідної A_1 та вихідної A_2 амплітуд, комплексної амплітуди $A(\omega)$ та зсуву фаз між вихідним та вхідним сигналами ϕ .
3. По отриманим даним побудувати амплітудно-фазочастотні та амплітудно-частотні характеристики динамічних ланок у полярній системі координат.
4. Зробити висновки ^{про} вплив параметрів ланки на частотні характеристики.

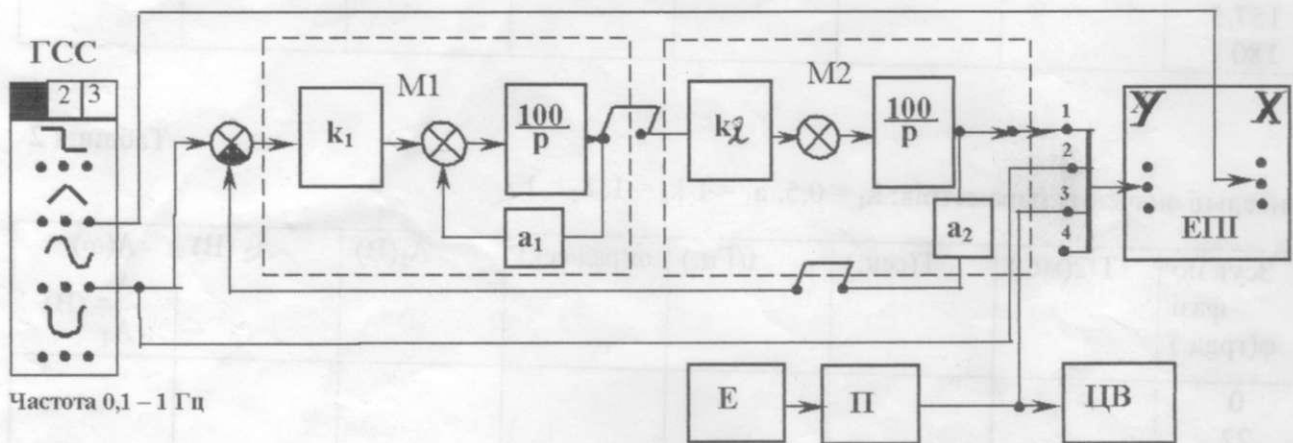


Рис.1. Схема для проведення досліджень

k_1, a_1, k_2, a_2 - параметри, що визначаються коефіцієнтами диференційного рівняння;
ГСС – генератор синхронних сигналів;

M1, M2 – лінійні модулі;

K – комутатор сигналів;

ЕПІ – електронно-променевий індикатор;

Е – еталонний елемент живлення;

П – подільник напруги елементу живлення;

Ц – цифровий вольтметр.

НЕОБХІДНО звернути увагу на те, що вимірювач тривалості вимірює час півперіоду.

Для того, щоб отримати значення кругової частоти, потрібно зробити деякі підрахунки. Отже, спочатку знаходимо період в секундах

$$T = 2 \cdot \frac{T}{2} \cdot 1000.$$

Знаючи період, отримуємо частоту в герцах

$$f = \frac{1}{T}.$$

Отримавши частоту f , отримуємо значення кругової частоти

$$\omega = 2 \cdot \pi f.$$

Комплексна амплітуда $A(\omega)$ знаходиться наступним чином

$$A(\omega) = \frac{A_{\text{вих.}}}{A_{\text{вх.}}}.$$

Экспериментальное получение частотных характеристик.

Комментарии и пояснения

Частотные характеристики исследуются в режиме непрерывного интегрирования (нажатая клавиша 1 ГСС). На У-вход ЭЛИ с помощью коммутатора К подаются следующие сигналы: первый такт (1) – выходной сигнал; второй такт (2) – входной сигнал; третий такт (3) – измерительная линейка; на Х-вход индикатора подается линейно нарастающее напряжение треугольной формы.

Схема для проведения исследований на АВК-6 приведена на рис. 1.

Если указанная схема составлена правильно и частота колебаний генератора находится в пределах 0,1-11 Гц (нажатая клавиша 0,1 (диапазон колебаний 0,1-1,1 Гц); или клавиша 1,0 (диапазон колебаний 1,0-11 Гц)), на экране формируется следующее изображение (рис.2).

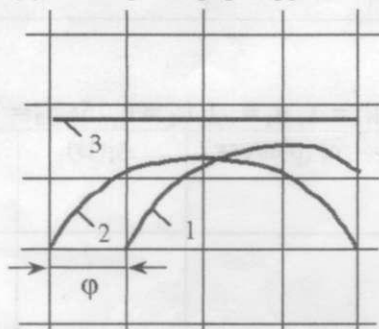


Рис. 2. Изображение на экране ЭЛИ: 1 – выходной сигнал; 2 – входной сигнал; 3 – измерительная линейка; φ – сдвиг фаз между выходным и входным сигналами.

Для определения амплитуд входного (A_1) (на рис. 2 – кривая 2) и выходного (A_2) (на рис. 2 – кривая 1) сигналов, используют измерительную линейку (на рис. 2 – линия 3), перемещая ее до точки соприкосновения с соответствующей кривой. Цифровой вольтметр покажет численные значения амплитуд сигналов.

Сдвиг фазы между выходным и входным сигналами измеряется с помощью сетки, которая нанесена на экран ЭЛИ.

Если амплитуду треугольных колебаний ГСС установить таким образом, чтобы полпериода колебаний занимали четыре клеточки, это будет соответствовать фазе 180° . В этом случае каждая клеточка составляет 45° .

Порядок выполнения исследований следующий:

1. Установить численные значения коэффициентов, которые приведены перед каждой таблицей.
2. Замерить и записать в таблицу значения амплитуды входного сигнала (желательно, чтобы $A_1 = \text{const}$ на протяжении всего эксперимента).
3. Выбрать частоту ГСС таким образом, чтобы выходной и входной сигналы совпадали ($\phi = 0$), измерить амплитуду A_2 и записать в соответствующую колонку таблицы значение полпериода колебаний.
4. Увеличить частоту ГСС таким образом, чтобы сдвиг по фазе составлял $22,5^\circ$ (полклеточки на экране ЭЛИ) и провести следующие измерения. И так далее.

Обработка результатов исследования

1. Сделать расчет и записать в соответствующие колонки таблицы значения:

- периода колебаний (в секундах):
$$T = 2 \cdot \frac{T}{2} / 1000;$$

- круговой частоты ω (рад/сек):
$$\omega = \frac{2 \cdot \pi}{T};$$

- комплексной амплитуды $A(\omega)$ (В):
$$A(\omega) = \frac{A_{\text{вых.}}}{A_{\text{вх.}}}$$

2. По табличным данным построить амплитудно-частотные и амплитудно-фазочастотные характеристики. Для удобства сравнительного анализа необходимо строить несколько характеристик на одних координатных осях.

Краткие теоретические сведения

Большое количество элементов разной физической природы, конструктивного выполнения и назначения, описывается линейным дифференциальным уравнением второго порядка вида

$$a_0 \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + a_1 \frac{dy(t)}{dt} + a_2 y(t) = b_0 x(t),$$

где $y(t)$ – выходная переменная (выходной сигнал);

$x(t)$ – входная переменная (входной сигнал);

$a_i; b_0$ – постоянные коэффициенты.

Если входной сигнал изменяется по закону $x(t) = A_1 \sin \omega t$ (рис. 3 а), где A_1 – амплитуда, ω – круговая частота, то после окончания переходного процесса выходной сигнал $y(t)$ также будет изменяться периодически по закону $x(t) = A_1 \sin(\omega t - \varphi)$ с той же частотой ω , что и входной, но отличаясь от входного сигнала амплитудой A_2 и сдвигом по фазе φ (рис. 3 б).

При изменении частоты входного сигнала ω ($A_1 = \text{const}$), будет изменяться амплитуда A_2 и сдвиг фазы φ выходного сигнала.

При этом для разных значений коэффициентов a_i дифференциального уравнения будут разные амплитуда A_2 и сдвиг фазы φ выходного сигнала при одной и той же частоте ω входного сигнала.

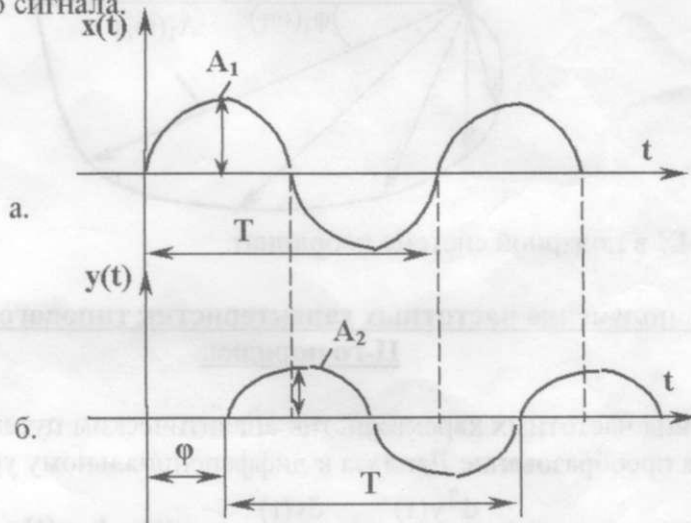


Рис. 3. а). входной сигнала $x(t)$; б). выходной сигнал $y(t)$:

T – период колебаний (в секундах); $\omega = 2\pi \cdot \frac{1}{T}$ (рад/сек).

Частотные характеристики можно снять экспериментально или получить аналитически, используя передаточную функцию.

График зависимости отношения амплитуд $\frac{A_2}{A_1} = A(\omega)$ от частоты входного сигнала ω

называют *амплитудной частотной характеристикой (АЧХ)*, а график зависимости комплексной амплитуды $A(\omega)$ и фазы выходного сигнала φ от частоты входного сигнала ω называют *амплитудно-фазочастотной характеристикой (АФЧХ)*.

Для элемента системы, описываемой дифференциальным уравнением II-го порядка, эти графики имеют вид (рис. 4):

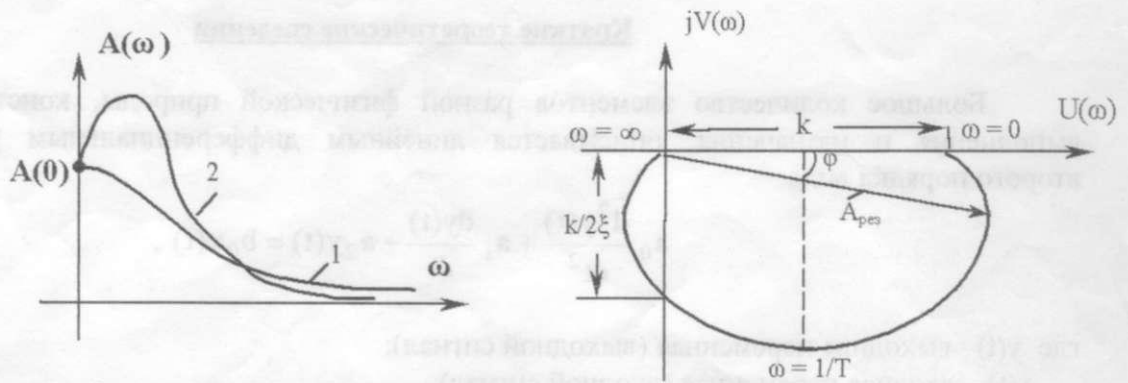


Рис.4. Графики АЧХ (а) и АФЧХ (б).

В зависимости от численных значений коэффициентов a_i , график АЧХ принимает вид 1 или 2.

График АФЧХ можно построить как на комплексной плоскости, используя оси прямоугольной системы координат (рис. 4 б), так и в полярной системе координат, причем в обоих случаях частота ω будет фигурировать как параметр (рис. 5).

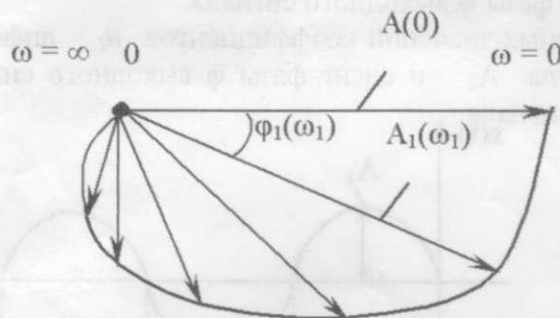


Рис. 5. АФЧХ в полярной системе координат.

Аналитическое получение частотных характеристик типового динамического звена II-го порядка.

Для получения частотных характеристик аналитическим путем, необходимо:

- 1.Применив преобразование Лапласа к дифференциальному уравнению звена,

$$a_0 \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + a_1 \frac{dy(t)}{dt} + a_2 y(t) = b_0 x(t),$$

записать уравнение в изображениях

$$T_p^2 Y_{\text{вих}}(p) + 2T\xi p Y_{\text{вих}}(p) + Y_{\text{вих}}(p) = k X_{\text{вх}}(p).$$

2. Из полученного уравнения вывести передаточную функцию. Она будет иметь вид

$$W(p) = \frac{k}{T^2 p^2 + 2\xi T p + 1}.$$

3. Сделать подстановку $p = j\omega$ в передаточную функцию, после чего выделить в полученном выражении действительную и мнимую части:

$$W(j\omega) = \frac{k}{-T^2\omega^2 + j2T\xi\omega + 1} = \frac{k}{(1 - T^2\omega^2) + j2T\xi\omega} \cdot \frac{(1 - T^2\omega^2) - j2T\xi\omega}{(1 - T^2\omega^2) - j2T\xi\omega} = \frac{k(1 - T^2\omega^2) - jk2T\xi\omega}{(1 - T^2\omega^2)^2 + 4\xi^2 T^2\omega^2} =$$

$$= \frac{k - kT^2\omega^2 - j2k\xi T\omega}{1 - 2T^2\omega^2 + T^4\omega^4 + 4\xi^2 T^2\omega^2} = \frac{k(1 - T^2\omega^2)}{T^4\omega^4 + T^2\omega^2(4\xi^2 - 2) + 1} \cdot -j \frac{2k\xi T\omega}{T^4\omega^4 + T^2\omega^2(4\xi^2 - 2) + 1}.$$

Действительная и мнимая части $W(j\omega)$ соответственно

$$U(\omega) = \frac{k(1 - T^2\omega^2)}{T^4\omega^4 + T^2\omega^2(4\xi^2 - 2) + 1}; jV(\omega) = \frac{2k\xi T\omega}{T^4\omega^4 + T^2\omega^2(4\xi^2 - 2) + 1}.$$

Задавая значения ω от 0 до $+\infty$, на комплексной плоскости строят график АФЧХ.

Из графиков АФЧХ колебательного звена (рис. 4 б; рис. 5) видно, что с увеличением частоты ω амплитуда $A(\omega)$ увеличивается, пока не достигнет максимума. Это произойдет на частоте, которая носит название *резонансная* $\omega_{\text{рез}}$.

При дальнейшем увеличении частоты $A(\omega)$ уменьшается. При $\omega \rightarrow \infty$, АФЧХ колебательного звена приближается к началу координат, то есть, комплексная амплитуда уменьшается до нуля. Из этого следует, что в области верхних частот ($\omega \gg \omega_{\text{рез}}$) колебательное звено вносит фазовые сдвиги, значения которых близки к $-\pi$. Такие фазовые сдвиги в элементах системы автоматического управления могут привести к неустойчивой работе всей системы.

Аналитическое выражение для АЧХ имеет следующий вид

$$A(\omega) = \sqrt{U^2(\omega) + V^2(\omega)}.$$

Графически зависимость $A(\omega)$ от ω представлена на рис. 4 а.

Таблиця 1

Чисельні значення параметрів: $k_1 = 1$, $a_1 = -1$, $k_2 = 1$, $a_2 = 1$.

Зсув по фазі φ (град.)	T/2(мс.)	T(сек.)	f(Гц.)	ω (рад/сек)	A_1 (В)	A_2 (В)	$A(\omega) = \frac{A_2}{A_1}$ (В)
0							
22,5							
45							
67,5							
90							
112,5							
135							
157,5							
180							

Таблиця 2

Чисельні значення параметрів: $k_1 = 0,5$, $a_1 = -1$, $k_2 = 1$, $a_2 = 1$.

Зсув по фазі φ (град.)	T/2(мс.)	T(сек.)	f(Гц.)	ω (рад/сек)	A_1 (В)	A_2 (В)	$A(\omega) = \frac{A_2}{A_1}$ (В)
0							
22							
45							
67,5							
90							
112,5							
135							
157,5							
180							

Таблиця 3

Чисельні значення параметрів: $k_1 = 0,25$, $a_1 = 1$, $k_2 = 1$, $a_2 = 1$.

Зсув по фазі φ (град.)	T/2(мс.)	T(сек.)	f(Гц.)	ω (рад/сек)	A_1 (В)	A_2 (В)	$A(\omega) = \frac{A_2}{A_1}$ (В)
0							
22,5							
45							
67,5							
90							
112,5							
135							
157,5							
180							

Для зручності порівняльного аналізу потрібно побудувати характеристики по табличним значенням на одних координатних осях (табл.1, табл.2, табл.3).

Таблиця 4

Чисельні значення параметрів: $k_1 = 1$, $a_1 = -0,5$; $k_2 = 1$, $a_2 = 1$.

Зсув по фазі φ (град.)	$T/2$ (мс.)	T (сек.)	f (Гц.)	ω (рад/сек)	A_1 (В)	A_2 (В)	$A(\omega) = \frac{A_2}{A_1}$ (В)
0							
22							
45							
67,5							
90							
112,5							
135							
157,5							
180							

Таблиця 5

Чисельні значення параметрів: $k_1 = 1$, $a_1 = -0,25$; $k_2 = 1$; $a_2 = 1$.

Зсув по фазі φ (град.)	$T/2$ (мс.)	T (сек.)	f (Гц.)	ω (рад/сек)	A_1 (В)	A_2 (В)	$A(\omega) = \frac{A_2}{A_1}$ (В)
0							
22,5							
45							
67,5							
90							
112,5							
135							
157,5							
180							

Таблиця 6

Чисельні значення параметрів: $k_1 = 1$; $a_1 = -1$; $k_2 = 0,5$; $a_2 = 1$.

Зсув по фазі φ (град.)	$T/2$ (мс.)	T (сек.)	f (Гц.)	ω (рад/сек)	A_1 (В)	A_2 (В)	$A(\omega) = \frac{A_2}{A_1}$ (В)
0							
22,5							
45							
67,5							
90							
112,5							
135							
157,5							
180							

По значенням таблиць 4, 5, та 6 побудувати характеристики на одних координатних осях.

Таблиця 7

Чисельні значення параметрів: $k_1 = 1$, $a_1 = -1$, $k_2 = 0,25$; $a_2 = 1$.

Зсув по фазі φ (град.)	$T/2$ (мс.)	T (сек.)	f (Гц.)	ω (рад/сек)	A_1 (В)	A_2 (В)	$A(\omega) = \frac{A_2}{A_1}$ (В)
0							
22,5							
45							
67,5							
90							
112,5							
135							
157,5							
180							

Таблиця 8

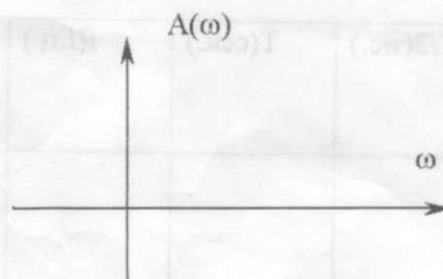
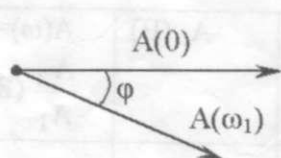
Чисельні значення параметрів: $k_1 = 1$, $a_1 = -1$, $k_2 = 1$, $a_2 = 0,5$.

Зсув по фазі φ (град.)	$T/2$ (мс.)	T (сек.)	f (Гц.)	ω (рад/сек)	A_1 (В)	A_2 (В)	$A(\omega) = \frac{A_2}{A_1}$ (В)
0							
22							
45							
67,5							
90							
112,5							
135							
157,5							
180							

По значенням таблиць 7 та 8 побудувати характеристики.

АФЧХ

АЧХ



ВИСНОВКИ: