

## Лабораторна робота №8

### Штучні нейронні мережі. Моделювання логічних функцій

**Мета:** Отримати початкові навички по створенню штучних нейронних мереж, що здатні виконувати прості логічні функції.

#### Теоретичні відомості

**Штучний нейрон** – вузол штучної нейронної мережі, що є спрощеною моделлю природного нейрона.

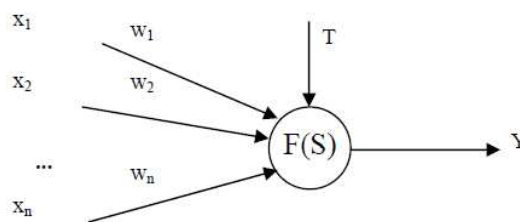


Рисунок 1.1 – Схема штучного нейрона

$x_1 - x_n$  – входи нейрона (синапси);

$w_1 - w_n$  – вагові коефіцієнти входів;

$S$  – зважена сума входів нейрона;

$F(S)$  – функція активації нейрона;

$T$  – порогове значення (значення, після якого нейрон переходить у стан збудження), є не у всіх типів штучних нейронів;

$Y$  – вихід нейрона (аксон).

**Зважена сума  $S$**  обчислюється за наступною формулою:

$$S = x_1 \cdot w_1 + x_2 \cdot w_2 + \dots + x_n \cdot w_n. \quad (1.1)$$

**Функція активації  $F(S)$**  – визначає залежність сигналу на виході нейрона від зваженої суми сигналів на його входах. Використання різних функцій активації дозволяє вносити нелінійність в роботу нейрона і в цілому нейронної мережі.

#### Приклади функцій активації

Лінійна передавальна функція:

$$F(S) = \begin{cases} 0 & \text{if } S \leq 0 \\ 1 & \text{if } S \geq 1 \\ S & \text{else} \end{cases}, \quad (1.2)$$

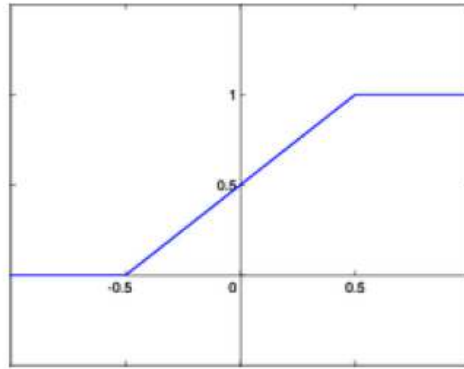


Рисунок 1.2 – Лінійна передавальна функція

Порогова передавальна функція:

$$F(S) = \begin{cases} 1 & \text{if } S \geq 0 \\ 0 & \text{else} \end{cases}, \quad (1.3)$$

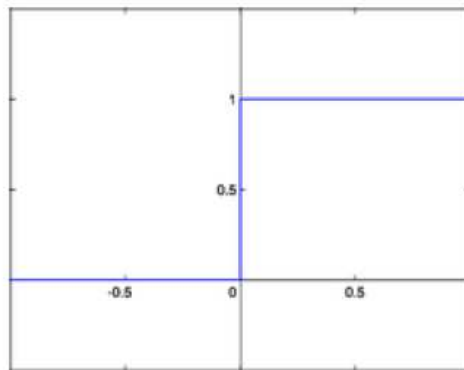


Рисунок 1.3 – Порогова передавальна функція

Сигмоїдальна передавальна функція:

$$F(S) = \frac{1}{(1 + \exp(-S))}, \quad (1.4)$$

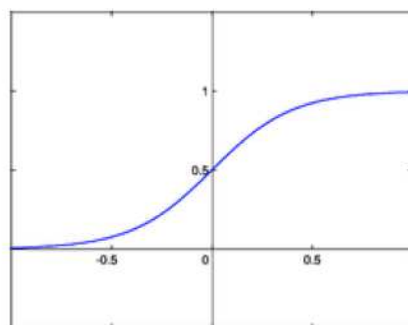


Рисунок 1.4 – Сигмоїдальна передавальна функція

## Моделювання логічних функцій за допомогою нейронів та нейронних мереж

### Моделювання логічної функції "І" (AND)

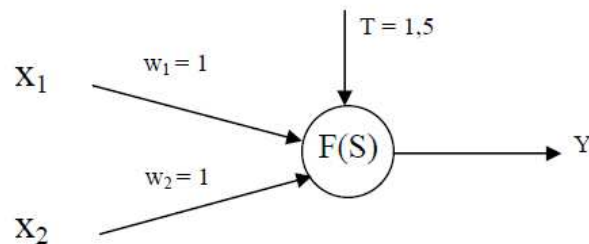


Рисунок 1.5 – Схема штучного нейрону, налаштованого на моделювання логічної функції "І"

Функція активації даного нейрона:

$$F(S) = \begin{cases} 0 & \text{if } S < 1,5 \\ 1 & \text{if } S \geq 1,5 \end{cases} \quad (1.5)$$

Таблиця 1.1 – Таблиця істинності логічної функції "І" (AND)

$x_1$	$x_2$	$Y$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Розглянемо як обчислюється вихідний сигнал даного нейрона при різних вхідних даних:

$$\begin{aligned} x_1 &= 0; x_2 = 0 \\ S &= 0 \cdot 1 + 0 \cdot 1 = 0 \\ Y &= F(S) = 0 \text{ (тому що } S < 1,5) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x_1 &= 0; x_2 = 1 \\ S &= 0 \cdot 1 + 1 \cdot 1 = 1 \\ Y &= F(S) = 0 \text{ (тому що } S < 1,5) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x_1 &= 1; x_2 = 0 \\ S &= 1 \cdot 1 + 0 \cdot 1 = 1 \\ Y &= F(S) = 0 \text{ (тому що } S < 1,5) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x_1 &= 1; x_2 = 1 \\ S &= 1 \cdot 1 + 1 \cdot 1 = 2 \\ Y &= F(S) = 1 \text{ (тому що } S > 1,5) \end{aligned}$$

## Модельовання логічної функції "АБО" (OR)

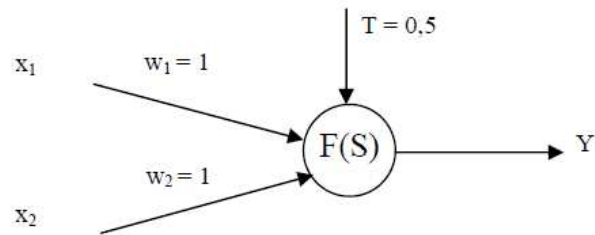


Рисунок 1.6 – Схема штучного нейрону, налаштованого на моделювання логічної функції "АБО"

Функція активації даного нейрона:

$$F(S) = \begin{cases} 0 & \text{if } S < 0,5 \\ 1 & \text{if } S \geq 0,5 \end{cases} \quad (1.6)$$

Таблиця 1.2 – Таблиця істинності логічної функції "АБО" (OR)

x <sub>1</sub>	x <sub>2</sub>	Y
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Розглянемо як обчислюється вихідний сигнал даного нейрона при різних вхідних даних:

$$\begin{aligned} x_1 &= 0; x_2 = 0 \\ S &= 0 \cdot 1 + 0 \cdot 1 = 0 \\ Y &= F(S) = 0 \text{ (тому що } S < 0,5) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x_1 &= 0; x_2 = 1 \\ S &= 0 \cdot 1 + 1 \cdot 1 = 1 \\ Y &= F(S) = 1 \text{ (тому що } S > 0,5) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x_1 &= 1; x_2 = 0 \\ S &= 1 \cdot 1 + 0 \cdot 1 = 1 \\ Y &= F(S) = 1 \text{ (тому що } S > 0,5) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x_1 &= 1; x_2 = 1 \\ S &= 1 \cdot 1 + 1 \cdot 1 = 2 \\ Y &= F(S) = 1 \text{ (тому що } S > 0,5) \end{aligned}$$

## Моделювання логічної функції "НІ" (NOT)

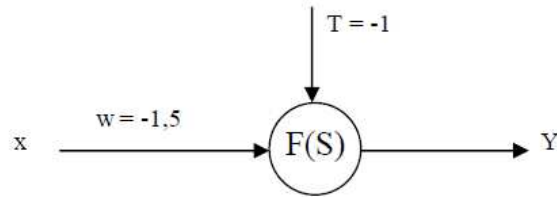


Рисунок 1.7 – Схема штучного нейрона, налаштованого на моделювання логічної функції "НІ"

Функція активації даного нейрона:

$$F(S) = \begin{cases} 0 & \text{if } S < -1 \\ 1 & \text{if } S \geq -1 \end{cases} \quad (1.7)$$

Таблиця 1.3 – Таблиця істинності логічної функції "НІ" (NOT)

x	Y
0	1
1	0

Розглянемо як обчислюється вихідний сигнал даного нейрона при різних вхідних даних:

$x = 0$   
 $S = 0 \cdot (-1,5) = 0$   
 $Y = F(S) = 1$  (тому що  $S \geq -1$ )

$x = 1$   
 $S = 1 \cdot (-1,5) = -1,5$   
 $Y = F(S) = 0$  (тому що  $S < -1$ )

## Моделювання логічної функції "Виключне АБО" (XOR)

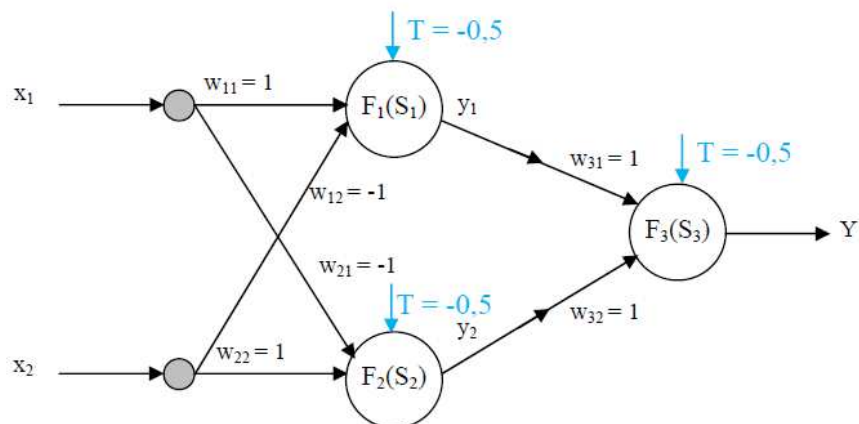


Рисунок 1.8 – Схема штучної нейронної мережі, налаштованої на моделювання логічної функції "Виключне АБО" (XOR)

Таблиця 1.4 – Таблиця істинності логічної функції "Виключне АБО" (XOR)

$x_1$	$x_2$	Y
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Функція активації даного нейрона:

$$F(S) = \begin{cases} 0 & \text{if } S < 0,5 \\ 1 & \text{if } S \geq 0,5 \end{cases} \quad (1.8)$$

Розглянемо як обчислюється вихідний сигнал даної мережі при різних вхідних даних:

$$\begin{aligned} x_1 &= 1; x_2 = 1 \\ S_1 &= 1 \cdot 1 + 1 \cdot (-1) = 0 \\ Y_1 &= F(S) = 0 \text{ (тому що } S < 0,5) \\ S_2 &= 1 \cdot (-1) + 1 \cdot 1 = 0 \\ Y_2 &= F(S) = 0 \text{ (тому що } S < 0,5) \\ S_3 &= 0 \cdot 1 + 0 \cdot 1 = 0 \\ Y_3 &= F(S) = 0 \text{ (тому що } S < 0,5) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x_1 &= 0; x_2 = 1 \\ S_1 &= 0 \cdot 1 + 1 \cdot (-1) = -1 \\ Y_1 &= F(S) = 0 \text{ (тому що } S < 0,5) \\ S_2 &= 0 \cdot (-1) + 1 \cdot 1 = 1 \\ Y_2 &= F(S) = 1 \text{ (тому що } S > 0,5) \\ S_3 &= 0 \cdot 1 + 1 \cdot 1 = 1 \\ Y_3 &= F(S) = 1 \text{ (тому що } S > 0,5) \end{aligned}$$

### Завдання до лабораторної роботи:

Написати програму для реалізації штучних нейронів та нейронних мереж (варіанти завдань):

1. моделювання логічної функції І;
2. моделювання логічної функції АБО;
3. моделювання логічної функції НІ;
4. моделювання логічної функції Виключне АБО.

Для отримання максимального бала за лабораторну роботу необхідно виконати додаткове завдання.

**Додаткове завдання:**

Написати програму для реалізації штучної нейронної мережі, що моделює логічну функцію, таблиця істинності якої наводиться в таблиці 1.7.

Таблиця 1.7 – Таблиця істинності логічної функції

x <sub>1</sub>	x <sub>2</sub>	x <sub>2</sub>	y
0	0	0	1
0	1	0	1
1	0	0	0
1	1	1	1

**Контрольні питання:**

1. З яких елементів складається штучний нейрон? Яке призначення цих елементів?
2. Що таке функція активізації? Які існують функції активації?
3. Як можна змодельовати за допомогою штучного нейрона логічну функцію AND?
4. Як можна змодельовати за допомогою штучного нейрона логічну функцію OR?
5. Як можна змодельовати за допомогою штучного нейрона логічну функцію NOT?
6. Яку структуру має нейронна мережа, що моделює логічну функцію XOR?