Міністерство освіти і науки України
Національний авіаційний університет
Навчально-науковий інститут комп'ютерних інформаційних технологій
Кафедра комп'ютеризованих систем управління

Академічна різниця
з дисципліни:
«Комп'ютерна логіка»
І семестр

Виконав:
студент ННІКІТ СП-225
Клокун Владислав

Київ 2017

Білет №11

Завдання 1. Опишіть логічні (булеві) функції від двох змінних.

Розв'язання 1. Булева функція від двох змінних — це відображення $f: B^2 \mapsto B$, де $B = \{0,1\}$. Для двох аргументів існує $2^{2^2} = 16$ можливих булевих функцій. Однак, найчастіше використовуються лише декілька. Розглянемо їх за допомогою таблиці істинності (табл. 1.1).

x	y	$x \wedge y$	$x \vee y$	$x \to y$	$x \leftrightarrow y$	$x \oplus y$
0	0	0	0	1	1	0
0	1	0	1	1	0	1
1	0	0	1	0	0	1
1	1	1	1	1	1	0

Табл. 1.1: Таблиця істинності основних булевих функцій

Завдання 2. Побудувати таблицю істинності для функції F:

$$F(x,y,z) = (\neg(x \wedge y) \to z) \leftrightarrow (x \wedge \neg z \to y)\,.$$

Розв'язання 2. Таблиця істинності заданої функції наведена у табл. 2.1.

x	y	z	$F(x,y,z)$
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

Табл. 2.1: Таблиця істинності заданої функції

Завдання 3. Виконайте спрощення логічного виразу L та мінімізацію логічного виразу F, якщо:

$$L = x_3 \wedge x_2 \vee x_3 \wedge \neg x_2 \vee \neg(\neg x_1 \vee \neg(x_1 \vee x_2)),$$
$$F = 0 \vee 4 \vee 7 \vee 8 \vee 11 \vee 12 \vee 13 \vee 15.$$

Розв'язання 3. Спростимо логічний вираз L, використовуючи закони Де Моргана, подвійного заперечення, ідемпотенції та дистрибутивності.

$$
\begin{aligned}
L &= x_3 \wedge x_2 \vee x_3 \wedge \neg x_2 \vee \neg(\neg x_1 \vee \neg(x_1 \vee x_2)\\
&= x_3 \wedge x_2 \vee x_3 \wedge \neg x_2 \vee \neg(\neg x_1) \wedge \neg(\neg(x_1 \vee x_2))\\
&= x_3 \wedge x_2 \vee x_3 \wedge \neg x_2 \vee x_1 \wedge (x_1 \vee x_2)\\
&= x_3 \wedge x_2 \vee x_3 \wedge \neg x_2 \vee x_1 \wedge x_1 \vee x_1 \wedge x_2\\
&= x_3 \wedge (x_2 \vee \neg x_2) \vee x_1 \vee x_1 \wedge x_2\\
&= x_3 \vee x_1 \vee x_1 \wedge x_2\\
&= x_3 \vee x_1 \wedge (1 \vee x_2)\\
&= x_3 \vee x_1.
\end{aligned}
$$

Мінімізуємо логічний вираз F. Для цього представимо його у двійковому вигляді:

$$
\begin{aligned}
F &= 0 \vee 4 \vee 7 \vee 8 \vee 11 \vee 12 \vee 13 \vee 15\\
&= 0000 \vee 0100 \vee 0111 \vee 1000 \vee 1011 \vee 1100 \vee 1101 \vee 1111\\
&= \neg A \wedge \neg B \wedge \neg C \wedge \neg D\\
&\quad \vee \neg A \wedge B \wedge \neg C \wedge \neg D\\
&\quad \vee \neg A \wedge B \wedge C \wedge D\\
&\quad \vee A \wedge \neg B \wedge \neg C \wedge \neg D\\
&\quad \vee A \wedge \neg B \wedge C \wedge D\\
&\quad \vee A \wedge B \wedge \neg C \wedge \neg D\\
&\quad \vee A \wedge B \wedge \neg C \wedge D\\
&\quad \vee A \wedge B \wedge C \wedge D.
\end{aligned}
$$

Побудуємо карту Карно (рис. 3.1). Звідси маємо:

$$F = \neg C \wedge \neg D \vee A \wedge B \wedge D \vee B \wedge C \wedge D \vee A \wedge C \wedge D.$$

Завдання 4. Отримати МДНФ перемикальної функції, що задана діаграмою Вейча (рис. 4.1). Для мінімізації застосувати метод Квайна — МакКласкі. Перемикальну функцію реалізувати в елементному базисі АБО—НЕ.

Розв'язання 4. Нехай задана перемикальна функція $f(x_1, x_2, x_3, x_4)$, тоді побудуємо таблицю істинності (табл. 4.1) за діаграмою Вейча заданої функції (рис. 4.1).

Запишемо функцію у вигляді досконалої диз'юнктивної нормальної форми двійкових представлень.

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = 0100 \vee 0110 \vee 1001 \vee 1100 \vee 1101.$$

Складемо таблицю мінтермів (табл. 4.2). Для виконання мінімізації внесемо до неї не тільки мінтерми, а й терми, значення яких нас не цікавить (англ. *don't-care terms*).

AB \ CD	00	01	11	10
00	1			
01	1		1	
11	1	1	1	
10	1		1	

Рис. 3.1: Карта Карно логічного виразу F

x_3

0	0	1	0
—	—	1	—
1	0	1	1
0	—	0	0

x_4, x_2, x_1

Рис. 4.1: Діаграма Вейча заданої перемикальної функції

x_1	x_2	x_3	x_4	$f(x_1, x_2, x_3, x_4)$
0	0	0	0	0
0	0	0	1	0
0	0	1	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	0	1
0	1	0	1	—
0	1	1	0	1
0	1	1	1	—
1	0	0	0	0
1	0	0	1	1
1	0	1	0	—
1	0	1	1	0
1	1	0	0	1
1	1	0	1	1
1	1	1	0	0
1	1	1	1	—

Табл. 4.1: Таблиця істинності заданої функції $f(x_1, x_2, x_3, x_4)$

Кількість одиниць	Мінтерм	Двійкове представлення
1	m04	0100
2	m06	0110
	m09	1001
	m12	1100
	d05	0101
	d10	1010
3	m13	1101
	d07	0111
4	d15	1111

Табл. 4.2: Таблиця мінтермів

Побудуємо таблицю для пошуку простих імплікант (табл. 4.3). Прості імпліканти виділені жирним шрифтом.

Кількість одиниць	Мінтерм		2-імпліканти		4-імпліканти	
1	m04	0100	(m04,m06)	01–0	**(m04,m06,d05,d07)**	**01––**
			(m04,m12)	–100	**(m04,m12,m13,d05)**	**–10–**
			(m04,d05)	010–		
2	m06	0110	(m06,d07)	011–	**(m13,d05,d07,d15)**	**–1–1**
	m09	1001	**(m09,m13)**	**1–01**		
	m12	1100	(m12,m13)	110–		
	d05	0101	(d05,m13)	–101		
			(d05,d07)	01–1		
	d10	**1010**				
3	m13	1101	(m13,d15)	11–1		
	d07	0111	(d07,d15)	–111		
4	d15	1111				

Табл. 4.3: Таблиця пошуку простих імплікант

Складаємо таблицю простих імплікант (табл. 4.4). До неї заносимо лише ті виходи функції, які мають значення. Ядрами будуть ті значення, у рядках яких існує лише одне перекриття.

	01––	–10–	–1–1	1–01
m04	×	×		
m06	✖			
m09				✖
m12		✖		
m13		×	×	×

Табл. 4.4: Таблиця покриття

Таким чином за методом Квайна — МакКласкі отримали МДНФ такого вигляду:

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = x_1 \land \neg x_3 \land x_4 \lor x_2 \land \neg x_3 \lor \neg x_1 \land x_2.$$

Переходимо у базис АБО—НЕ:

$$\begin{aligned} f(x_1, x_2, x_3, x_4) &= x_1 \land \neg x_3 \land x_4 \lor x_2 \land \neg x_3 \lor \neg x_1 \land x_2 \\ &= (\neg x_1 \downarrow \neg x_3) \downarrow (x_1 \downarrow x_2) \downarrow (x_2 \downarrow x_4). \end{aligned}$$

Реалізуємо отриману перемикальну функцію (рис. 4.2).

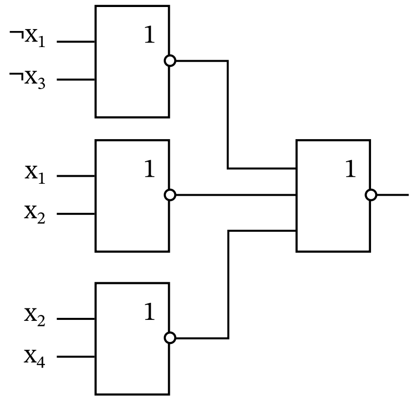

Рис. 4.2: Схема отриманої перемикальної функції

Завдання 5. За даним графом автомата (рис. 5.1) виконати синтез керуючого автомата. Для побудови функціональної схеми використати Т-тригери. Елементний базис: І, АБО, НЕ.

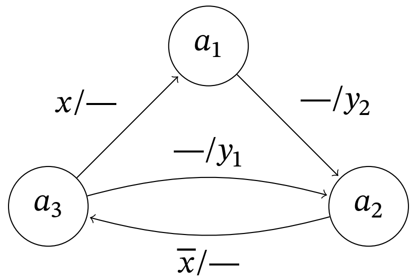

Рис. 5.1: Граф даного автомата Мілі

Розв'язання 5. Оскільки для побудови функціональної схеми необхідно використати Т-тригери, наведемо таблицю їх переходів (табл. 5.1). Побудуємо таблицю, що описує заданий автомат (табл. 5.2). Для цього пронумеруємо стани за принципом кодування Грея: a_1 — 00, a_2 — 01, a_3 — 11.

Q_t	Q_{t+1}	T
0	0	0
1	1	0
0	1	1
1	0	1

Табл. 5.1: Таблиця переходів Т-тригера

t			$t+1$					
A_1	A_2	x_1	A_1	A_2	y_1	y_2	T_1	T_2
0	0	—	0	1	0	1	0	1
0	1	0	1	1	0	0	1	0
1	1	1	0	0	0	0	1	1
1	1	—	1	0	1	0	0	1

Табл. 5.2: Таблиця заданого автомата

Складемо та мінімізуємо функції, що описують залежності станів:

$$
\begin{aligned}
T_1(A_1, A_2, x) &= \neg A_1 \wedge A_2 \vee A_2 \wedge x, \\
T_2(A_1, A_2, x) &= \neg A_1 \wedge \neg A_2 \vee A_1 \wedge A_2. \\
y(A_1, A_2, x) &= A_1 \wedge \neg x, \\
y(A_1, A_2, x) &= \neg A_2.
\end{aligned}
$$

За мінімізованими функціями будуємо функціональну схему керуючого автомата (рис. 5.2) в базисі, що складається з логічних елементів І, НЕ, АБО.

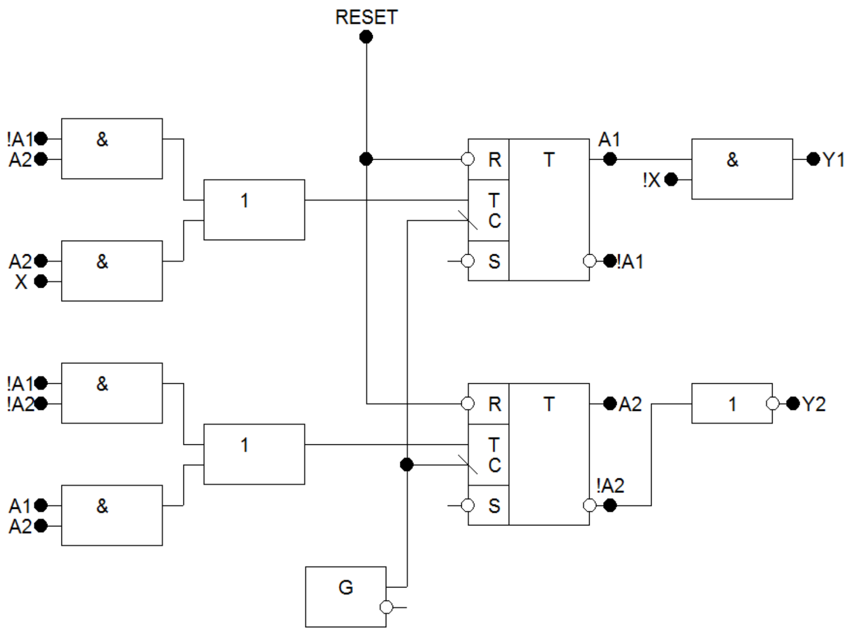

Рис. 5.2: Функціональна схема керуючого автомата