Міністерство освіти і науки України
Національний авіаційний університет
Факультет кібербезпеки, комп'ютерної та програмної інженерії
Кафедра комп'ютеризованих систем управління

Лабораторна робота № 1.2
з дисципліни «Дослідження операцій»
на тему «Симплексний метод розв'язку задачі лінійного програмування.
Метод штучного базису»

Виконав:
студент ФККПІ
групи СП-425
Клокун В. Д.
Перевірила:
Яковенко Л. В.

Київ 2019

1. Завдання роботи

Розв'язати задачу лінійного програмування:

$$L = -4x_1 - 3x_2 + 2x_3 \to \min,$$
$$\begin{cases} x_1 + x_2 \geqslant -2, \\ -2x_1 + -2x_2 + 1x_3 = 4, \\ x_3 \leqslant -5, \quad x_1 \geqslant 0, \quad x_2 \geqslant 0, \quad x_3 \geqslant 0. \end{cases}$$

2. Хід роботи

Щоб розв'язати поставлену задачу симплексним методом, спочатку треба звести її до матричного вигляду. Нехай $\boldsymbol{c}$ — вектор коефіцієнтів при цільовій функції, $\boldsymbol{A}_{\mathbf{ub}}$ — матриця коефіцієнтів при керованих змінних у нерівностях обмежень зверху, $\boldsymbol{x}$ — вектор керованих змінних, $\boldsymbol{b}_{\mathbf{ub}}$ — вектор вільних членів при нерівностях верхніх обмежень, $\boldsymbol{A}_{\mathbf{eq}}$ — матриця коефіцієнтів при керованих змінних у рівняннях обмежень, $\boldsymbol{b}_{\mathbf{eq}}$ — вектор вільних членів при рівняннях обмежень, $\boldsymbol{l}$ — вектор обмежень знизу для керованих змінних, $\boldsymbol{u}$ — вектор обмежень зверху для керованих змінних. Тоді задачу лінійного програмування можна представити так:

$$\min_{x_1, x_2, x_3} \boldsymbol{c}^T \boldsymbol{x} \quad \text{так, що} \quad \boldsymbol{A}_{\mathbf{ub}} \boldsymbol{x} \leqslant \boldsymbol{b}_{\mathbf{ub}}, \boldsymbol{A}_{\mathbf{eq}} \boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}_{\mathbf{eq}}, \boldsymbol{l} \leqslant \boldsymbol{x} \leqslant \boldsymbol{u}.$$

Так як за умовою завдання ми маємо обмеження виду $\boldsymbol{ax} \geqslant b$, то перетворимо його до зручної форми. Для цього помножимо обидві частини нерівності на -1 і змінюємо знак:

$$x_1 + x_2 \geqslant -2,$$
$$-x_1 + -x_2 \leqslant 2.$$

Отже, маємо таку задачу лійного програмування:

$$L = -4x_1 - 3x_2 + 2x_3 \to \min,$$
$$\begin{cases} -1x_1 + -1x_2 + 0x_3 \leqslant 2, \\ -2x_1 + -2x_2 + 1x_3 = 4, \\ 0x_1 + 0x_2 + 1x_3 \leqslant -5, \\ \quad x_1 \geqslant 0, \\ \quad x_2 \geqslant 0, \\ \quad x_3 \geqslant 0. \end{cases}$$

Запишемо її у матричному представленні:

$$\boldsymbol{c} = (-4, -3, 2), \quad \boldsymbol{b}_{\mathbf{ub}} = (2, -5), \quad \boldsymbol{b}_{\mathbf{eq}} = (4),$$
$$\boldsymbol{A}_{\mathbf{ub}} = \begin{pmatrix} -1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{A}_{\mathbf{eq}} = \begin{pmatrix} -2 & -2 & 1 \end{pmatrix}.$$

Отримане матричне представлення і буде вхідними даними для розв'язання задачі лінійного програмування симплекс-методом. Розробляємо програму для вирішення сформульованої задачі (лістинг А.1) і запускаємо її (рис. 1).

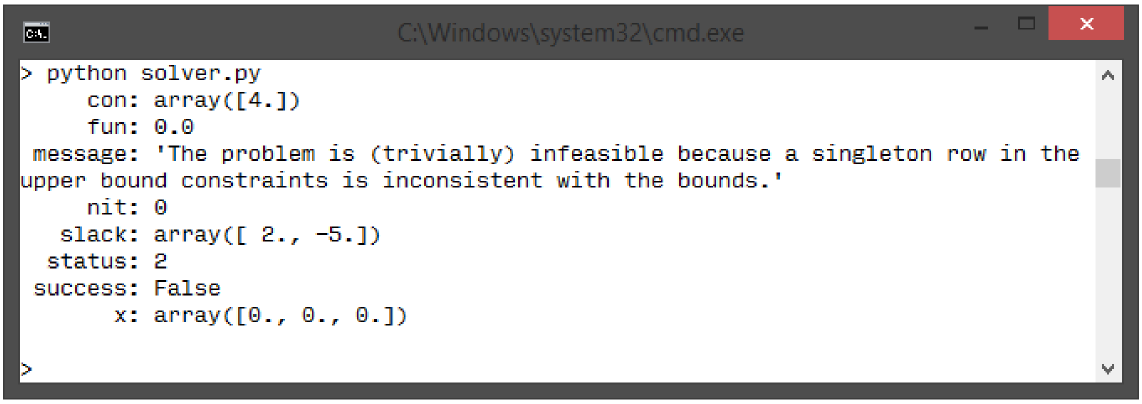

Рис. 1: Результат розв'язання задачі програмою

В результаті бачимо, що розроблена програма повідомляє, що дана задача не має рішень, так як обмеження у рівняннях зверху несумісні з обмеженнями значень керованих змінних. І дійсно: не існує такого значення x_3, при якому буде істинною система нерівностей $\{x_3 \leqslant -5,\ x_3 \geqslant 0\}$.

3. Висновок

Виконуючи дану лабораторну роботу, ми навчились використовувати симплекс-метод для розв'язання задач лінійного програмування, а також розробляти програмне забезпечення для допомоги при розв'язанні задачі лінійного програмування симплекс-методом.

А. Програма для розв'язку поставленої задачі

Лістинг А.1: Початковий код програми для розв'язання поставленої задачі лінійного програмування симплекс-методом

```
from scipy.optimize import linprog

# Objective function coefficients
c = [-4, -3, 2]

# Upper bound ineqality constraints coefficients
A_ub = [
    [-1, -1, 0],
    [0, 0, 1],
]

# Upper bound inequality (less than) constraints vector
b_ub = [
    2,
    -5
]

# Equation constraints coefficients
A_eq = [
    [-2, -2, 1],
]
# Equation constraints vector
b_eq = [
    4,
]

# Variable bounds (x_{1, 2, 3} \geqslant 0)
x1_bounds = (0, None)
x2_bounds = (0, None)
x3_bounds = (0, None)

# Solve the problem
res = linprog(
    c=c,
    A_ub=A_ub,
    b_ub=b_ub,
    A_eq=A_eq,
    b_eq=b_eq,
    bounds=[x1_bounds, x2_bounds, x3_bounds],
    method="revised-simplex",
)

```

```python
# Print the result
print(res)
```

Лістинг A.2: Файл з описом залежностей розробленої програми

```
numpy==1.17.2
scipy==1.3.1
```