

# ДОМАШНЄ ЗАВДАННЯ №1

## Використання MATLAB для створення передаточних функцій

### Функція $tf()$

Виклик функції  $tf(n, m)$ ,

де  $n$  – вектор коефіцієнтів чисельника передаточної функції;

$m$  – вектор коефіцієнтів знаменника передаточної функції.

Вона служить для утворення передаточної функції ланок або системи в цілому.

#### Приклад 1.

Необхідно утворити передаточну функцію  $W(S) = \frac{2S + 5}{S^3 + 2S + 1}$ . У даному випадку вектори коефіцієнтів чисельника та знаменника передаточної функції мають вигляд:  $n = [2, 5]$ ,  $m = [1, 0, 2, 1]$ .

Процедура утворення передаточної функції  $W(S)$  має вигляд:

```
>> n=[2 5];  
>> m=[1 0 2 1];  
>> ws=tf(n,m)
```

Результатом виконання буде створена передаточна функція:

```
Transfer function:  
  2 s + 5  
-----  
s^3 + 2 s + 1
```

Функцію  $ws = tf(n, m)$  можна також представити у наступному вигляді:

```
>> ws=tf([2,5],[1,0,2,1])
```

Результат виконання буде аналогічним – утворення передаточної функції.

```
Transfer function:  
  2 s + 5  
-----  
s^3 + 2 s + 1
```

### Функція $pole()$ та $zero()$

Функції призначені для визначення, відповідно, полюсів та нулів передаточної функції  $W(S)$ . Вони мають вигляд:

$pole(ws)$

$zero(ws)$

де  $ws$  – назва передаточної функції, заданої оператором  $tf()$ . Нулями передаточної функції називаються корені чисельника, а полюсами – корені знаменника.

#### Приклад 2.

Необхідно визначити полюса та нулі передаточної функції  $ws$ , отриманої у Прикладі 1.

Процедури в MATLAB будуть мати вигляд:

```
>> ws=tf([2,5],[1,0,2,1]);  
>> P=pole(ws)
```

Результатом виконання будуть:

```

P =

    0.2267 + 1.4677i
    0.2267 - 1.4677i
   -0.4534

>> z=zero(ws)

z =

   -2.5000

```

### Функція *roots()* та *poly()*

Функції призначені, відповідно, для обчислення коренів поліному та його відновлення за значеннями коренів. Ці функції мають вигляд:

*roots(P)*

*poly(r)*

де  $P$  – вектор коефіцієнтів полінома;

$r$  – вектор коренів полінома.

### Приклад 3.

Необхідно знайти корені рівняння  $S^3 + 3S^2 + 4$  та за коренями відновити поліном. У даному випадку  $P = [1 \quad 3 \quad 0 \quad 4]$ . Процедури вирішення будуть мати вигляд:

```

>> P=[1 3 0 4];
>> r=roots(P)

r =

   -3.3553
    0.1777 + 1.0773i
    0.1777 - 1.0773i

>> P=poly(r)

P =

    1.0000    3.0000   -0.0000    4.0000

```

Функції *roots()* та *poly()* використовують для визначення полюсів та нулів в умовах, коли за певних причин функції *pole()* та *zero()* не можуть дати розв'язок.

### Функція *conv()*

Функція застосовується для множення поліномів. Вона має наступний вигляд:

*conv(P,q)*

де  $P, q$  – вектори коефіцієнтів поліномів  $P(S)$  та  $q(S)$ .

### Приклад 4.

Необхідно перемножити поліноми  $P(S) = 3S^2 + 2S + 1$  та  $q(S) = S + 4$ .

Процедури в MATLAB будуть мати вигляд:

```
>> P=[3 2 1];
>> q=[1 4];
>> G=conv(P,q)

G =
```

```
      3      14      9      4
```

Або  $G = 3S^3 + 14S^2 + 9S + 4$ .

### Функція *polyval()*

Функція призначена для обчислення значень полінома при заданому значенні змінної. Функція має вигляд:

*polyval(n,k)*,

де  $n$  – вектор коефіцієнтів полінома;

$k$  – значення змінної  $S$ .

#### Приклад 5.

Необхідно визначити значення полінома  $P(S) = 3S^2 + 2S + 1$  при  $S = -2$

Розв'язком буде:

```
>> n=[3 2 1];
>> P=polyval(n,-2)
```

```
P =
```

```
9
```

## Додавання передаточних функцій

Додавання передаточних функцій відбувається за допомогою оператора «+».

#### Приклад 6.

Необхідно додати наступні передаточні функції:

$$W_1(S) = \frac{10}{S^2 + 2S + 5} \text{ та } W_2(S) = \frac{2S^2 + 12S + 15}{S^3 + 3S^2 + 7S + 5}$$

Розв'язок матиме наступний вигляд:

```
>> w1=tf([10],[1 2 5])
```

```
Transfer function:
```

```
      10
```

```
-----
s^2 + 2 s + 5
```

```
>> w2=tf([2 12 15],[1 3 7 5])
```

```
Transfer function:
```

```
      2 s^2 + 12 s + 15
```

```
-----
s^3 + 3 s^2 + 7 s + 5
```

```
>> G=w1+w2
```

Transfer function:

$$2 s^4 + 26 s^3 + 79 s^2 + 160 s + 125$$
$$s^5 + 5 s^4 + 18 s^3 + 34 s^2 + 45 s + 25$$

Аналогічно здійснюється віднімання, множення та ділення передаточних функцій, за допомогою операторів «-», «\*» та «/» відповідно.

## Функція *pzmap()*

Функція *pzmap()* показує розташування полюсів та нулів передаточної функції на комплексній площині  $S$ . Функція має вигляд:

*pzmap(W)*, де  $W$  – назва передаточної функції.

### Приклад 7.

Представити на площині  $S$  нулі та полюса функції

$$W(S) = \frac{6S^5 + 18S^4 + 25S^3 + 75S^2 + 4S + 12}{S^5 + 6S^4 + 14S^3 + 16S^2 + 9S + 2}$$

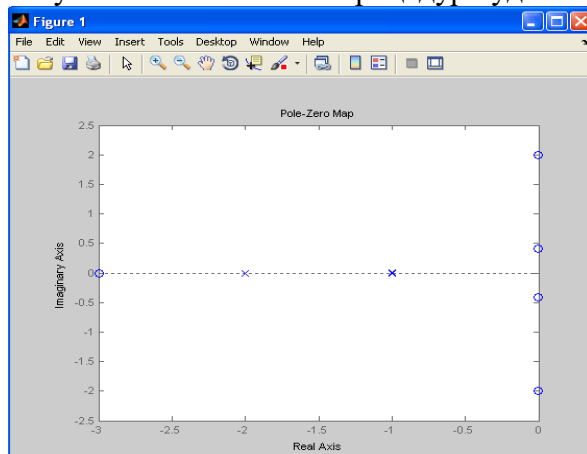
Процедура визначення полюсів та нулів передаточної функції виглядає наступним чином:

Transfer function:

$$6 s^5 + 18 s^4 + 25 s^3 + 75 s^2 + 4 s + 12$$
$$s^5 + 6 s^4 + 14 s^3 + 16 s^2 + 9 s + 2$$

```
>> pzmap(ws)
```

Результатом виконання процедур буде:



Тут кружечки – нулі, зірочки – полюса на площині  $S$ . В даному випадку на малюнку вказано лише два полюса, так як чотири кореня рівняння дорівнюють -1.

## Робота з передаточними функціями в MATLAB, дослідження частотних характеристик систем управління

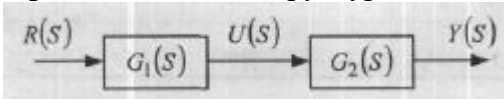
### Функція *series()*

Використовується для утворення передаточної функції системи, що складається з послідовного з'єднання ланок. Вона має вигляд:

$$\text{series}(g_1, g_2)$$

де  $g_1$  та  $g_2$  – передаточні функції послідовно з'єднаних ланок.

**Приклад 1.** Якщо структурна схема має вигляд:



Необхідно отримати передаточну функцію:

$$G(S) = \frac{Y(S)}{R(S)}$$

Якщо передаточні функції ланок:

$$G_1(S) = \frac{U(S)}{R(S)} = \frac{S+1}{S+2}, \quad G_2(S) = \frac{Y(S)}{U(S)} = \frac{1}{5S^2}$$

```
>> n1=[1 1];  
>> m1=[1 2];  
>> g1=tf(n1,m1);  
>> n1=[1];  
>> n1=[1 1];  
>> m1=[1 2];  
>> g1=tf(n1,m1);  
>> n2=[1];  
>> m2=[5 0 0];  
>> g2=tf(n2,m2);  
>> G=series(g1,g2)
```

```
Transfer function:  
      s + 1  
-----  
5 s^3 + 10 s^2
```

Відповідь: добуток передаточних функцій ланок.

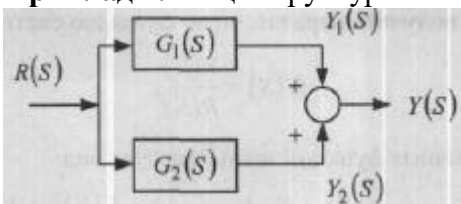
### Функція *parallel()*

Використовується для утворення передаточної функції системи, що складається з паралельного з'єднання ланок. Вона має вигляд:

$$\text{parallel}(g_1, g_2)$$

де  $g_1$  та  $g_2$  – передаточні функції паралельно з'єднаних ланок.

**Приклад 2.** Якщо структурна схема має вигляд:



Необхідно отримати передаточну функцію:

$$G(S) = \frac{Y(S)}{R(S)}$$

Якщо передаточні функції ланок:

$$G_1(S) = \frac{Y_1(S)}{R(S)} = \frac{S+1}{S^2+3S+1}, \quad G_2(S) = \frac{Y_2(S)}{R(S)} = \frac{S+2}{S^2+S+3}.$$

```
>> n1=[1 1];
>> m1=[1 3 1];
>> g1=tf(n1,m1);
>> n2=[1 2];
>> m2=[1 1 3];
>> g2=tf(n2,m2);
>> G=parallel(g1,g2)

Transfer function:
      2 s^3 + 7 s^2 + 11 s + 5
-----
s^4 + 4 s^3 + 7 s^2 + 10 s + 3
```

## Функція *feedback()*

Застосовується для утворення передаточних функцій замкненої системи за відомими передаточними функціями розімкненої системи та ланцюга зворотного зв'язку.

Функція має вигляд:

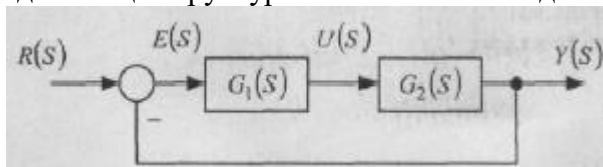
*feedback(g,q,±1)*

де  $g$  – передаточна функція розімкненої системи;

$q$  – передаточна функція ланцюга зворотного зв'язку;

$\pm 1$  – вказує на вид зворотного зв'язку ( $-1$  – додатній,  $+1$  – від'ємний).

**Приклад 3.** Якщо структурна схема має вигляд:



Передаточні функції ланок мають вигляд:

$$G_1(S) = \frac{S+1}{S+2}, \quad G_2(S) = \frac{1}{5S^2}.$$

Передаточна функція ланцюга зворотного зв'язку утворює від'ємний зворотний зв'язок з коефіцієнтом передачі, що дорівнює 1. необхідно отримати передаточну функцію замкненої системи управління:

$$G(S) = \frac{Y(S)}{R(S)}, \quad G(S) = \frac{G_1(S) \cdot G_2(S)}{1 + G_1(S) \cdot G_2(S)}$$

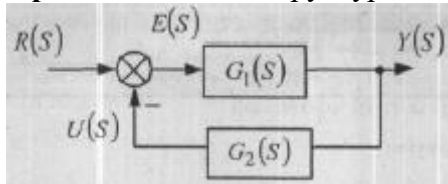
```
>> n1=[1 1];
>> m1=[1 2];
>> g1=tf(n1,m1);
>> n2=[1];
>> m2=[5 0 0];
>> g2=tf(n2,m2);
>> g=series(g1,g2)

Transfer function:
      s + 1
-----
5 s^3 + 10 s^2

>> feedback(g,[1])

Transfer function:
      s + 1
-----
5 s^3 + 10 s^2 + s + 1
```

**Приклад 4.** Якщо структурна схема має вигляд:



Передаточні функції ланок мають вигляд:

$$G_1(s) = \frac{s+1}{s+2}, \quad G_2(s) = s+0,5$$

Необхідно отримати передаточну функцію:

$$G(s) = \frac{Y(s)}{R(s)}$$

Розв'язок:

```
>> n1=[1 1];
>> m1=[1 2];
>> g1=tf(n1,m1);
>> n2=[1 0.5];
>> m2=[1];
>> g2=tf(n2,m2);
>> feedback(g1,g2,-1)

Transfer function:
      s + 1
-----
s^2 + 2.5 s + 2.5
```

## Функція `min real()`

Дозволяє виконати скорочення передаточної функції за наявності однакових співмножників у чисельнику та знаменнику. Функція має вигляд: `min real(G)`.

**Приклад 5.** Нехай передаточна функція системи управління має вигляд:

$$G(s) = \frac{s^2 + 4s + 3}{s^3 + s^2 + 2s + 2}$$

Необхідно виконати скорочення, якщо в чисельнику та знаменнику є однакові співмножники.

Рішення буде мати вигляд:

```
>> n=[1 4 3];  
>> m=[1 1 2 2];  
>> g=tf(n,m);  
>> minreal(g)  
  
Transfer function:  
          s + 3  
-----  
s^2 + 2.22e-016 s + 2
```

Досліджувати перехідні процеси в системах управління можна наступними методами:

- безпосередній вирішення диференціальних рівнянь, що описують динаміку системи управління;

- за допомогою перетворень Лапласа передаточної функції системи;

- за допомогою вбудованої функції *step()*.

Всі ці підходи можна реалізувати в MatLab.

Для дослідження перехідних процесів за допомогою перетворень Лапласа необхідно отримати зворотне перетворення Лапласа передаточної функції ланки  $Y(S)$  та представити його графічно, а по тім за виглядом графіка визначити вид перехідного процесу (аперіодичний, коливальний) та його тривалість.

### Функція *ezplot()*

Функція призначена для графічного відтворення результату. Функція має вигляд:

*ezplot(Y(t), x<sub>k</sub>, x<sub>n</sub>)*

де  $Y(t)$  - функція, записана у символьному вигляді (береться в лапки);

$x_k, x_n$  - діапазон зміни аргументу, в даному випадку  $t$ .

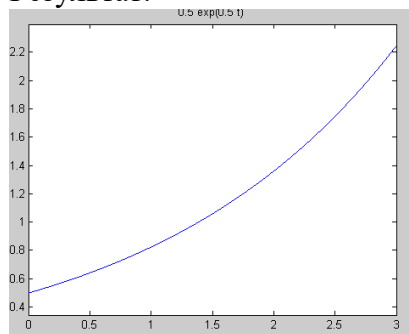
#### Приклад 6.

Нехай обернене представлення функції має вигляд  $y(t) = 0.5e^{-0.5t}$

Тоді процедура відтворення графіка буде мати вигляд:

```
>> y='0.5*exp(0.5*t)';  
>> ezplot(y,0,3)
```

Результат:



### Функція *step()*

Функція обчислює реакцію системи управління на одиничний ступінчатий вплив. Якщо метою дослідження є отримання графіка, то функція записується наступним чином:

*step(g,t)*

При цьому графік буде отримано автоматично із позначенням змінних по осях. Якщо ж графік потрібен для іншої мети, то функція записується із зазначенням аргументів лівої частини:

$[y,t] = \text{step}(g,t)$

Після цього для утворення графіка застосовується функція *plot(t,y)*



### Приклад 7.

Необхідно визначити перехідну характеристику системи управління, передаточна функція якої має вигляд:

$$Y(s) = \frac{5400}{2s^2 + 2.5s + 5402}$$

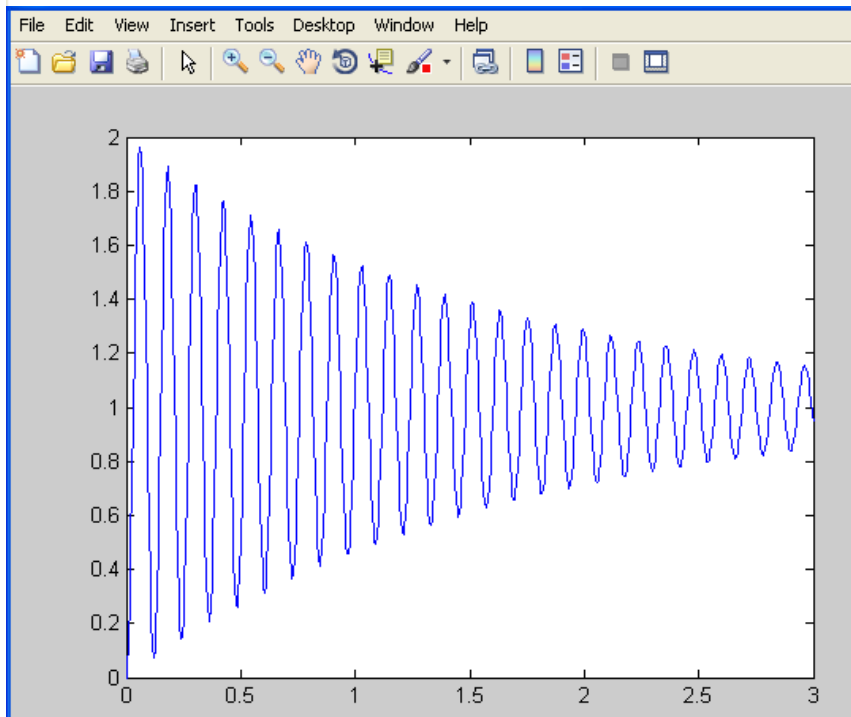
Розв'язок:

```
>> n1=[5400];  
>> m1=[2,2.5,5402];  
>> g=tf(n1,m1)
```

```
Transfer function:  
      5400
```

```
-----  
2 s^2 + 2.5 s + 5402
```

```
>> t=[0:0.005:3];  
>> [y,t]=step(g,t);  
>> plot(t,y)
```



### Функція *bode()*

Амплітудно-частотна та фазочастотна характеристики будуються в Matlab за допомогою функції *bode()*.

Ця функція записується наступним чином: *bode(g)*.

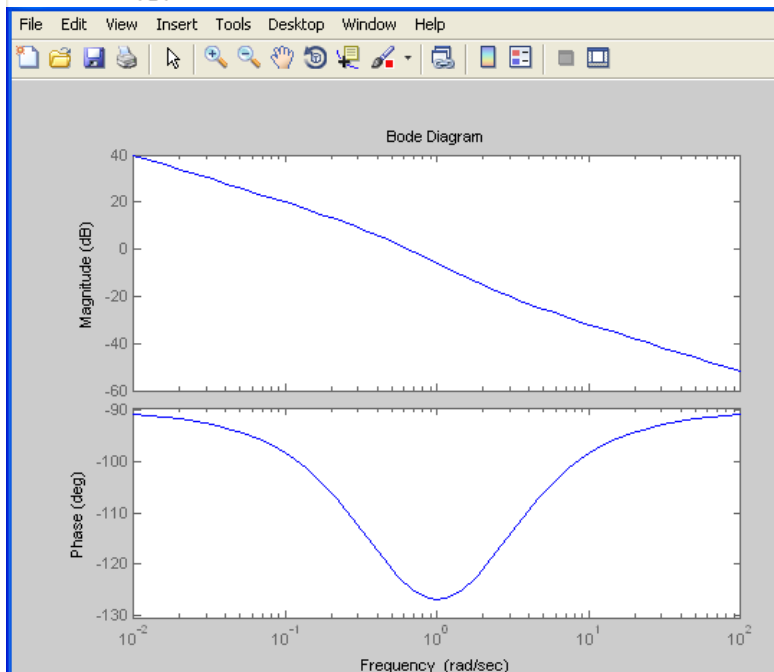
### Приклад 8.

Необхідно побудувати частотні характеристики ланки, передаточна функція якої має вигляд:

$$Y(s) = \frac{0.5s + 1}{s(2s + 1)}$$

Розв'язок.

```
>> n=[0.5 1];
>> m=[2 1 0];
>> g=tf(n,m);
>> bode(g)
```



Тут частота вимірюється в «рад/с» і представляється у логарифмічному масштабі. Амплітуда вимірюється в децибелах, фаза – в градусах.

Якщо необхідно побудувати діаграму в області бажаних частот використовується функція:  
`logspace(a,b,n)`

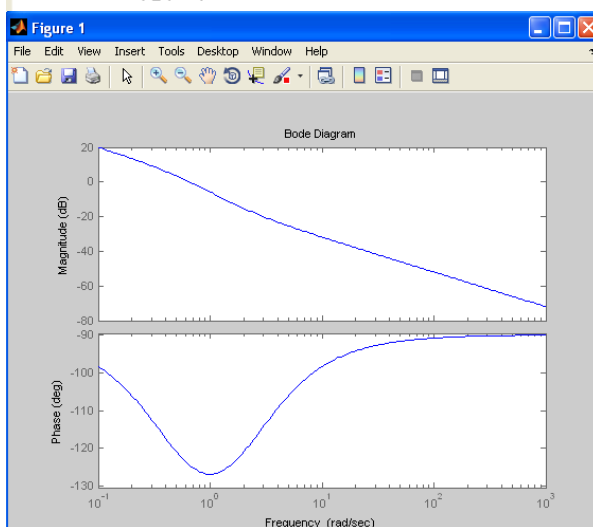
де  $a$  - початкове значення частоти;

$b$  - кінцеве значення частоти;

$n$  - число точок в заданому діапазоні.

В такому випадку для заданого прикладу процедура рішення буде мати наступне значення:

```
>> n=[0.5 1];
>> m=[2 1 0];
>> g=tf(n,m);
>> w=logspace(-1,3,200);
>> bode(g,w)
```



## Функція `nyquist()`

Амплітудно-фазову характеристику можна побудувати, використовуючи функцію `nyquist(g)`.

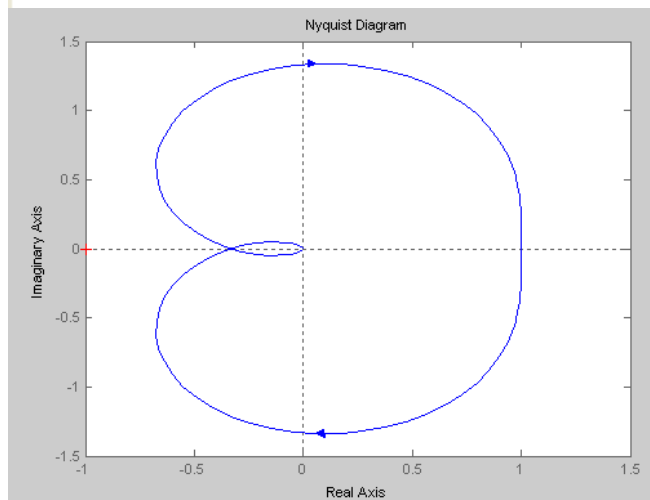
Приклад 9.

Необхідно побудувати амплітудно-фазову частотну характеристику ланки, передаточна функція якої

$$Y(S) = \frac{0.5}{S^3 + 2S^2 + S + 0.5}$$

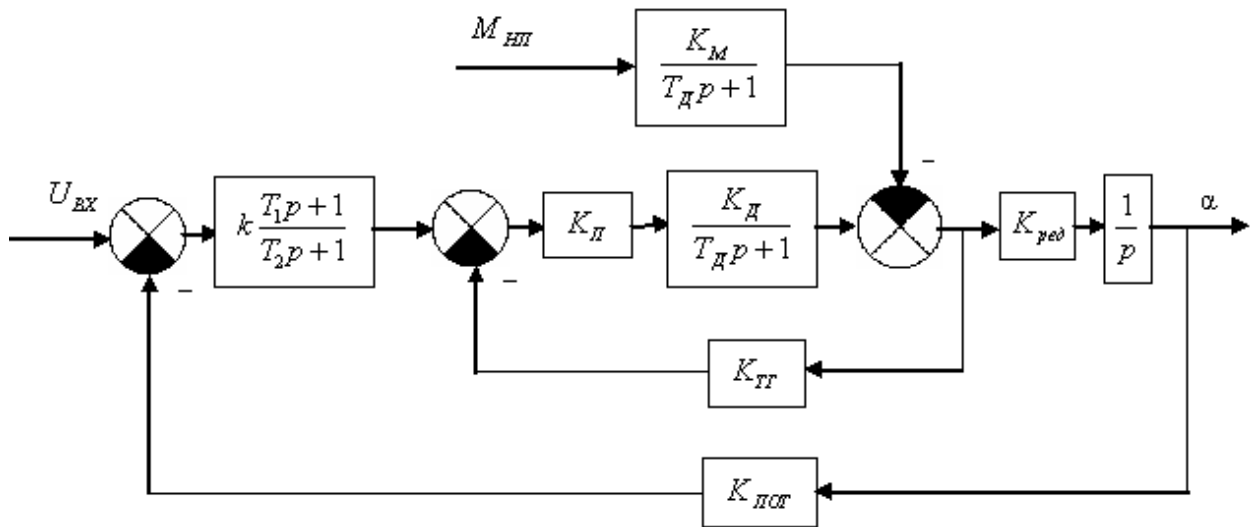
Розв'язок.

```
>> n=[0.5];  
>> m=[1 2 1 0.5];  
>> g=tf(n,m);  
>> nyquist(g)
```



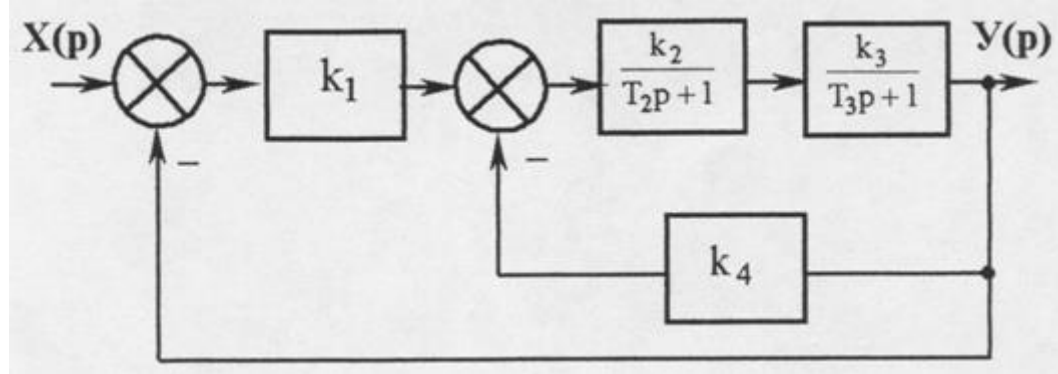
### Варіант №1

Визначити передаточну функцію системи, що задана наступною структурною схемою:



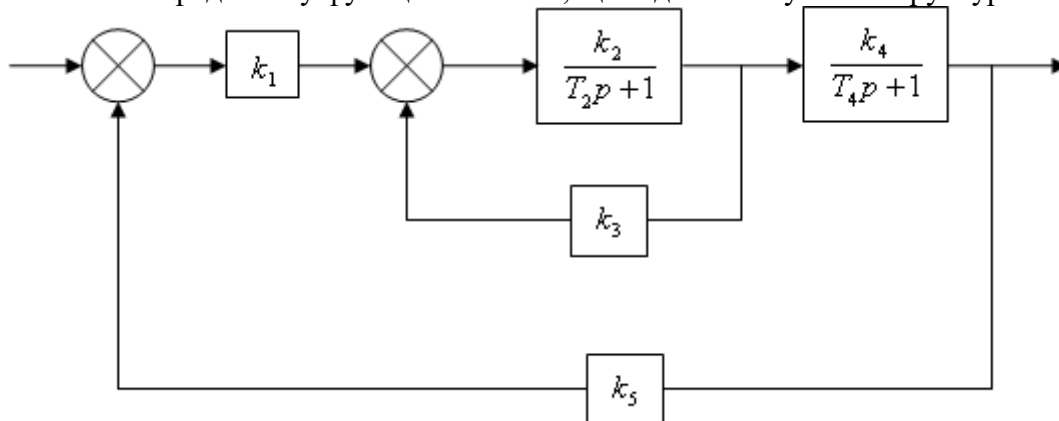
### Варіант №2

Визначити передаточну функцію системи, що задана наступною структурною схемою:



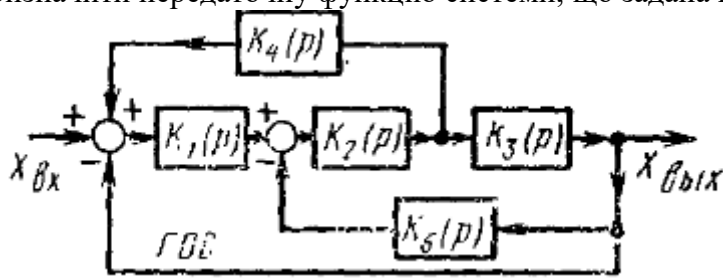
### Варіант №3

Визначити передаточну функцію системи, що задана наступною структурною схемою:



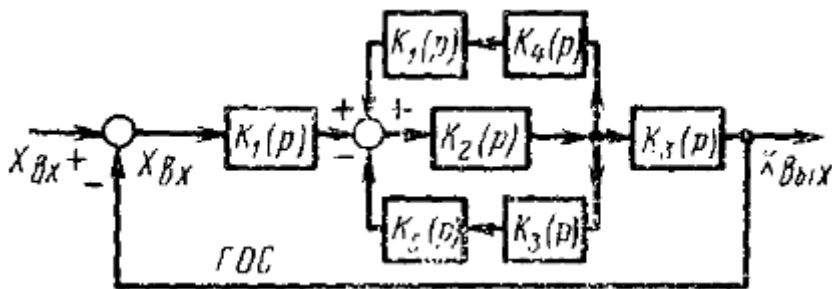
#### Варіант №4

Визначити передаточну функцію системи, що задана наступною структурною схемою:



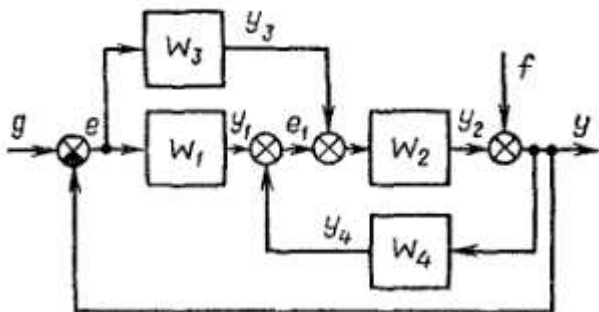
#### Варіант №5

Визначити передаточну функцію системи, що задана наступною структурною схемою:



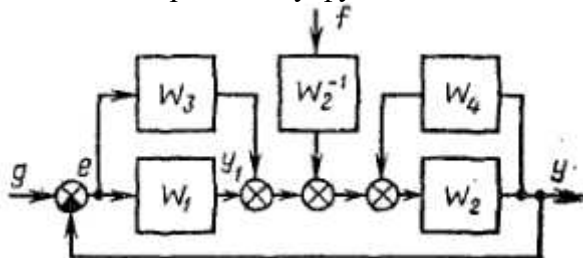
#### Варіант №6

Визначити передаточну функцію системи, що задана наступною структурною схемою:



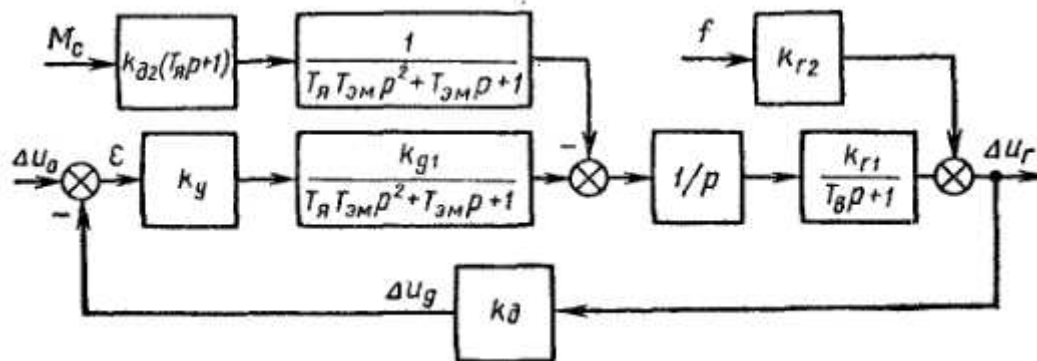
#### Варіант №7

Визначити передаточну функцію системи, що задана наступною структурною схемою:



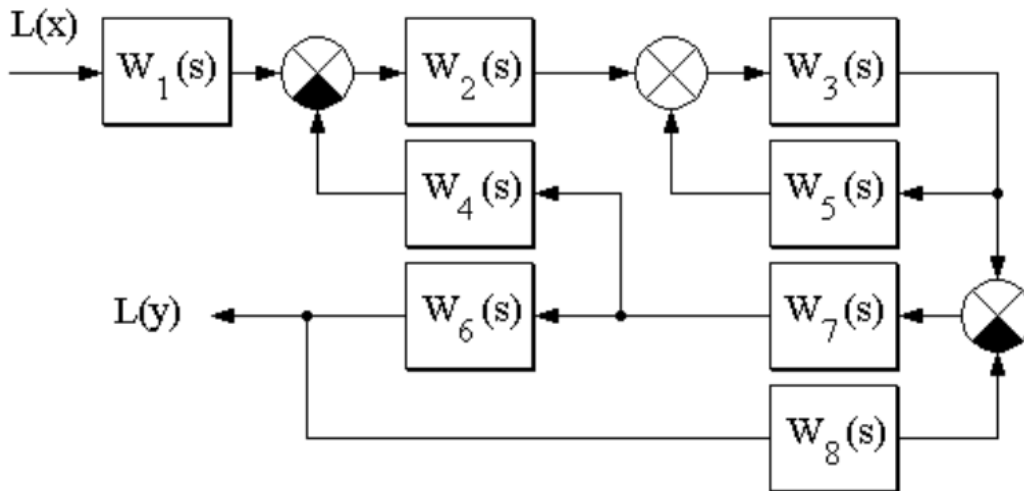
### Варіант №8

Визначити передаточну функцію системи, що задана наступною структурною схемою:



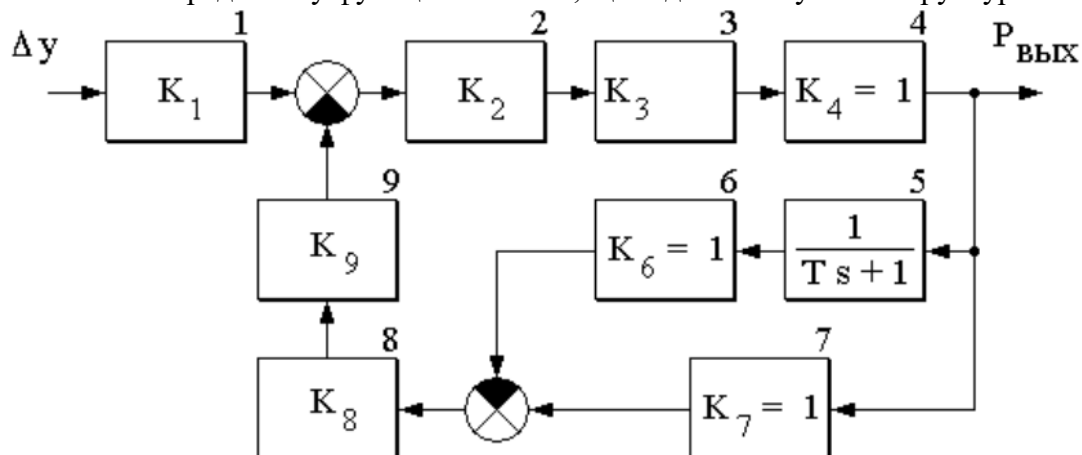
### Варіант №9

Визначити передаточну функцію системи, що задана наступною структурною схемою:



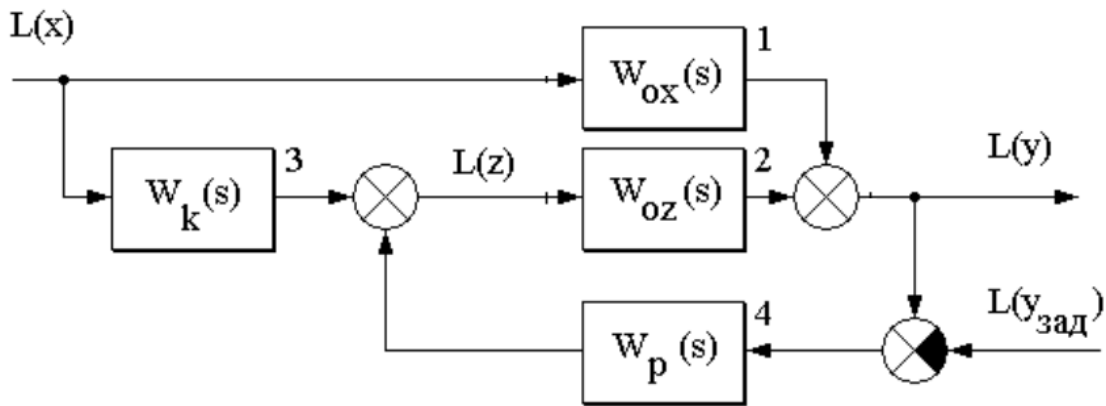
### Варіант №10

Визначити передаточну функцію системи, що задана наступною структурною схемою:

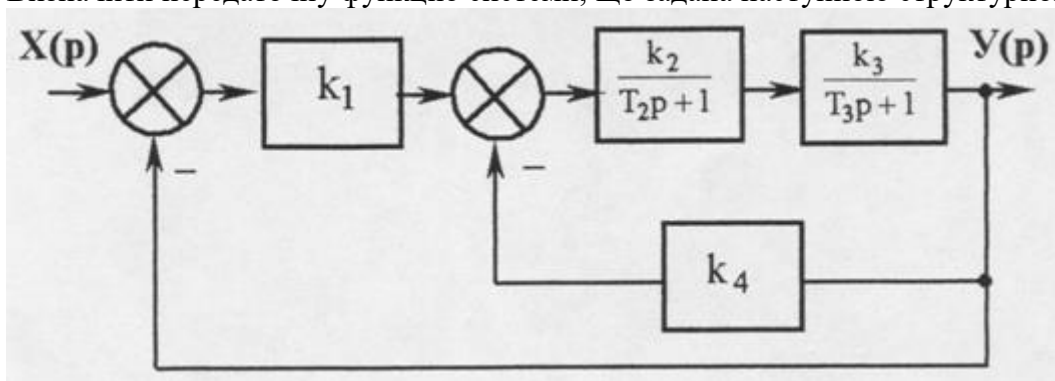


**Варіант №11**

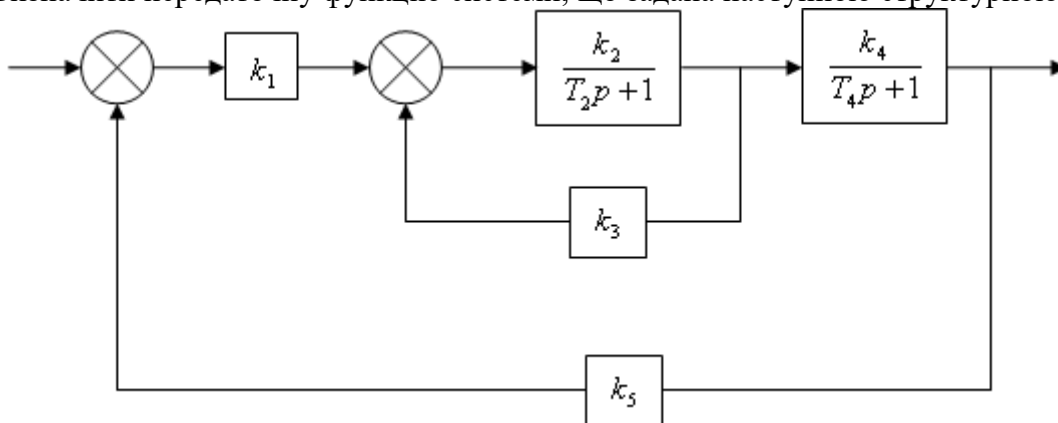
Визначити передаточну функцію системи, що задана наступною структурною схемою:

**Варіант №12**

Визначити передаточну функцію системи, що задана наступною структурною схемою:

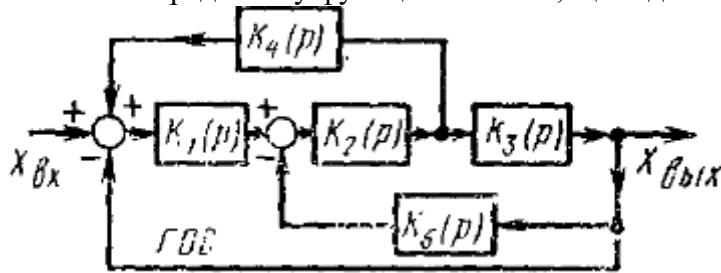
**Варіант №13**

Визначити передаточну функцію системи, що задана наступною структурною схемою:



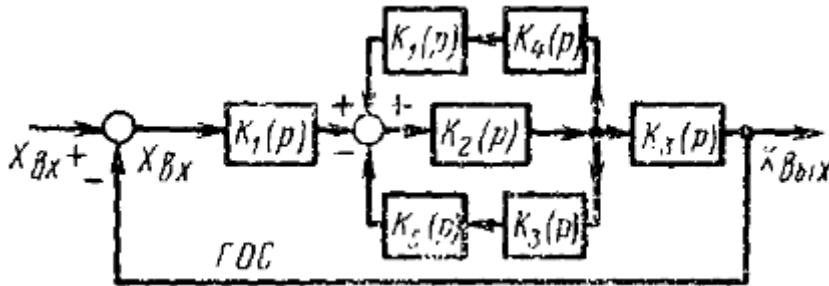
#### Варіант №14

Визначити передаточну функцію системи, що задана наступною структурною схемою:



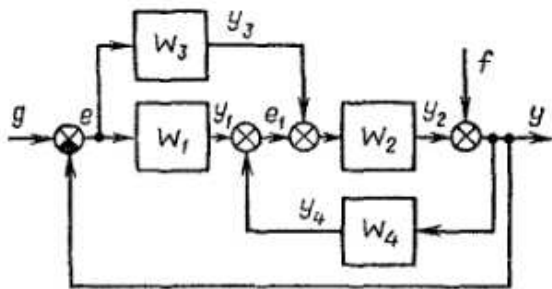
#### Варіант №15

Визначити передаточну функцію системи, що задана наступною структурною схемою:



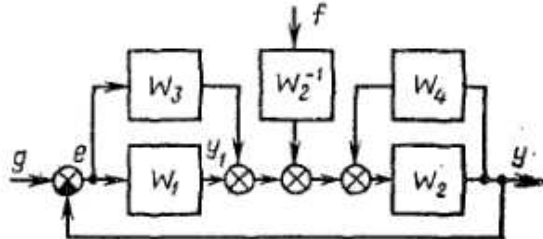
#### Варіант №16

Визначити передаточну функцію системи, що задана наступною структурною схемою:



#### Варіант №17

Визначити передаточну функцію системи, що задана наступною структурною схемою:



#### Варіант №18

Визначити передаточну функцію системи, що задана наступною структурною схемою:

