

ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ЕЛЕКТРОТЕХНІКИ. ЧАСТИНА II

Розділ III. Трифазні електричні кола

ТЕМА 6. Теорія та розрахунок трифазних лінійних кіл

На попередніх лекціях ми розглядали кола однофазного змінного струму, а саме такі кола, в яких кожне джерело енергії створює лише одну синусоїдну ЕРС. Але на практиці основна кількість електричної енергії генерується і споживається в формі трифазного струму.

6.1. Поняття про трифазні системи ЕРС, струмів та напруг

Трифазною системою ЕРС (струмів, напруг) називають сукупність трьох ЕРС однієї частоти, зсунутих одна відносно другої по фазі на 120° :

$$\begin{aligned}e_1 &= E_{m1} \sin \omega t, \\e_2 &= E_{m2} \sin (\omega t - 120^\circ), \\e_3 &= E_{m3} \sin (\omega t - 240^\circ).\end{aligned}$$

Крім трифазної бувають дво-, шести-, і багатофазні системи ЕРС.

Двофазний струм використовується для живлення надпотужних асинхронних двигунів у системах автоматики. Шестифазні струми використовуються при перетворенні змінного струму в постійний.

Трифазні кола у порівнянні з однофазними мають такі переваги:

- забезпечують економію металу проводів (до 25%),
- дають можливість використовувати прості асинхронні двигуни.

Засновником трифазної системи є російський вчений М.О.Доліво-Добровольський. Він у 1889р. винайшов і розробив всі головні елементи трифазної системи електрозабезпечення: генератор, трансформатор, асинхронний двигун, трифазну лінію електропередач. В 1891р. він вперше виконав передачу електричної енергії трифазним током на відстань 175 кілометрів.

6.2. Принцип роботи трифазних джерел електричної енергії

Раніше ми показали, що синусоїдну ЕРС можна одержати, якщо в однорідному магнітному полі обертати виток з сталою кутовою швидкістю ω проти годинникової стрілки.

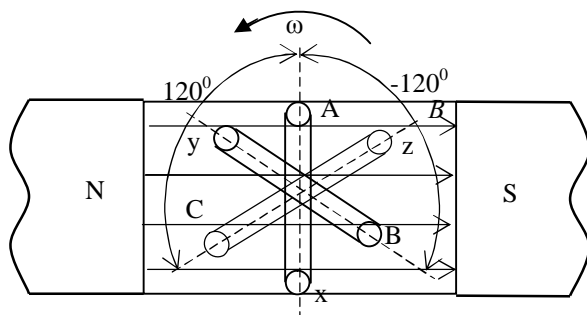


Рис. 6.1

Розмістимо тепер в магнітному полі постійного магніту три котушки, зсунуті в просторі одна відносно іншої на кут 120° . Будемо їх обертати з постійною кутовою швидкістю ω проти годинникової стрілки (рис. 6.1).

Позначимо літерами А, В, С початки котушок, а літерами х, у, z – їх кінці.

При обертанні у кожній котушці буде наводитись ЕРС:

$$\text{А-х: } -e_A = E_{mA} \sin \omega t, \psi_{eA}=0.$$

В комплексній формі: $\underline{E}_A = E_A$.

$$\text{В-у: } -e_B = E_{mB} \sin (\omega t - 120^\circ), \psi_{eB} = -120^\circ.$$

$$\underline{E}_B = E_B e^{-j120^\circ}.$$

$$\text{С-з: } -e_C = E_{mC} \sin (\omega t - 240^\circ), \psi_{eC} = -240^\circ.$$

$$\underline{E}_C = E_C e^{-j240^\circ}.$$

Кожну з трьох котушок називають “фазою:” фаза А; фаза В; фаза С.

Таким чином, в електротехніці термін фаза використовується в двох випадках:

фаза – як стадія періодичного процесу,

фаза – як відокремлене коло трифазної або багатофазної системи.

На практиці частіше використовуються симетричні трифазні системи ЕРС.

Симетричною трифазною системою ЕРС називають систему трьох ЕРС, амплітуди яких рівні та зсунуті одна відносно одної на 120° ($2\pi/3$), тобто:

$$\begin{aligned} 1. & E_{mA} = E_{mB} = E_{mC} = E_m, \\ 2. & \psi_{eA} - \psi_{eB} = \psi_{eB} - \psi_{eC} = \psi_{eC} - \psi_{eA} = 120^\circ. \end{aligned} \quad (6.1)$$

Зобразимо часову та векторну діаграми симетричної трифазної системи ЕРС (рис. 6.2).

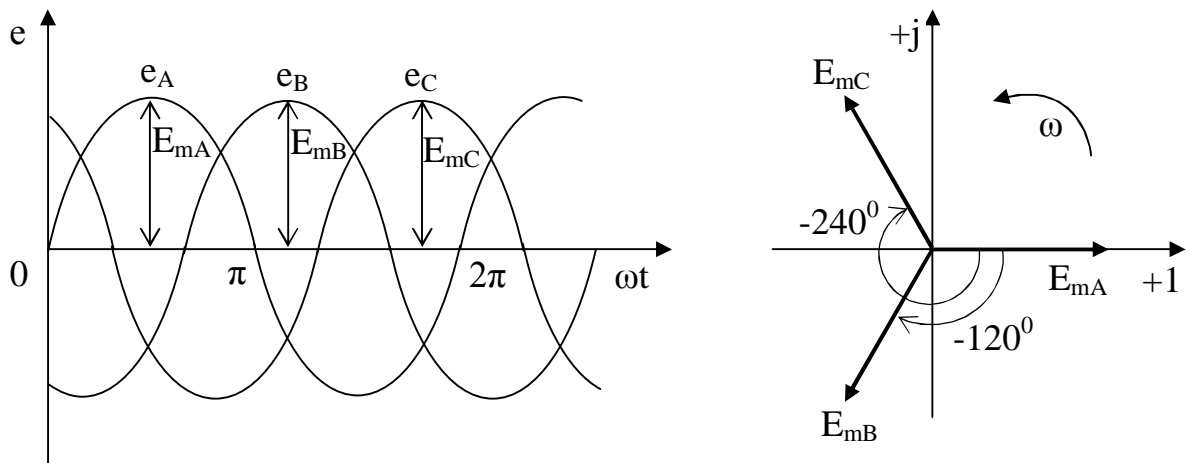


Рис. 6.2

З діаграми бачимо, що для симетричної трифазної системи ЕРС

$$e_A + e_B + e_C = 0,$$

$$\text{або } \underline{E}_A + \underline{E}_B + \underline{E}_C = E_A + E_A e^{-j120^\circ} + E_A e^{-j240^\circ} = E_A(1 + e^{-j120^\circ} + e^{-j240^\circ}).$$

Позначимо $a = e^{j120^\circ}$ – оператор обертання на 120° , $a^2 = e^{j240^\circ}$ – оператор обертання на 240° , тоді:

$$a = e^{j120^\circ} = e^{-j240^\circ} = \cos 120^\circ + j \sin 120^\circ = -0,5 + j\sqrt{3}/2;$$

$$a^2 = e^{j240^\circ} = e^{-j120^\circ} = \cos 120^\circ - j \sin 120^\circ = -0,5 - j\sqrt{3}/2;$$

З урахуванням цього маємо:

$$E_A(1 + e^{-j120^\circ} + e^{-j240^\circ}) = E_A(1 + a^2 + a) = E_A(1 - 0,5 - j\sqrt{3}/2 - 0,5 + j\sqrt{3}/2) = 0.$$

Таким чином, для симетричної системи ЕРС повинні завжди виконуватись умови (6.1).

Якщо не виконується хоча б одна умова, системи ЕРС (струмів або напруг) є несиметричні.

Якщо вектори симетричної трифазної системи ЕРС обертаються проти годинникової стрілки з кутовою швидкістю ω , то вони проходять через вісь уявних чисел в наступному порядку: $E_{mA} \rightarrow E_{mB} \rightarrow E_{mC}$, або в порядку чередування фаз: $A \rightarrow B \rightarrow C$. Такий порядок чередування називається прямою послідовністю фаз. Якщо замінити місцями будь-які дві фази, то одержимо обернену послідовність фаз: $A \rightarrow C \rightarrow B$.

На практиці для одержання трифазної системи ЕРС використовують синхронні трифазні генератори, які складаються із нерухомої частини - статора і рухомої - ротора. На статорі розміщуються обмотки фаз А, В, С. На літальних апаратах використовуються синхронні трифазні генератори потужністю 7,5...120 кВА, напругою 200/115 В, частотою 400...900 Гц.

6.3. З'єднання обмоток генератора та фаз приймача зіркою

Розглянемо трифазну симетричну систему ЕРС, кожна обмотка якої є самостійне джерело електричної енергії. Ввімкнемо до затискачів кожної обмотки свій приймач.

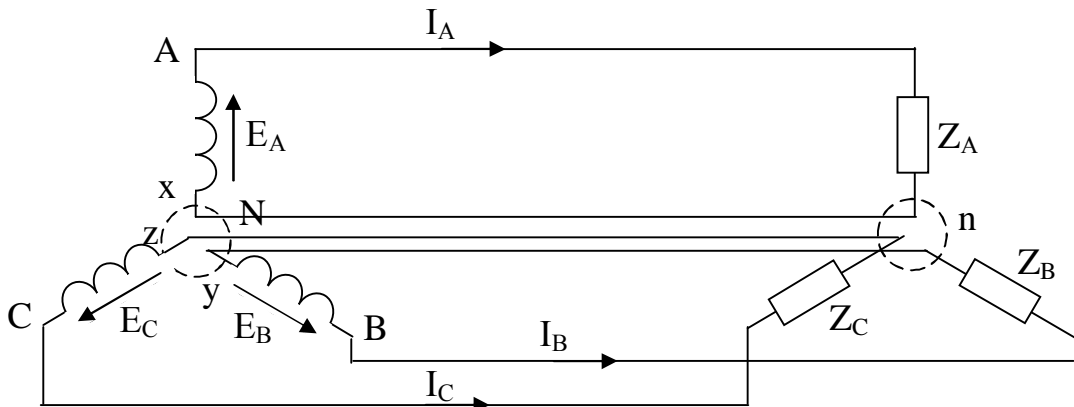


Рис. 6.3

За додатній напрямок ЕРС приймаємо напрям від кінця обмотки до її початку.

Трифазні кола, в яких окремі фази не мають електричного з'єднання, називають незв'язаними, або незалежними. Така система неекономічна, має шість проводів і на практиці використовується дуже рідко (рис. 6.3).

Кількість проводів можна зменшити, якщо три зворотні проводи з'єднати в один.

Якщо кінці обмоток генератора x, y, z з'єднати в одну точку N , а кінці приймача – в точку n , то одержимо чотирипроводове з'єднання трифазного кола зіркою. Умовне позначення:

Точки N та n називаються нульовими або нейтральними. Провід, що з'єднує точки N та n , називається нейтральним. Якщо нейтральний провід заземляється, то він називається нульовим. На літальних апаратах роль нейтрального проводу виконує корпус літака.

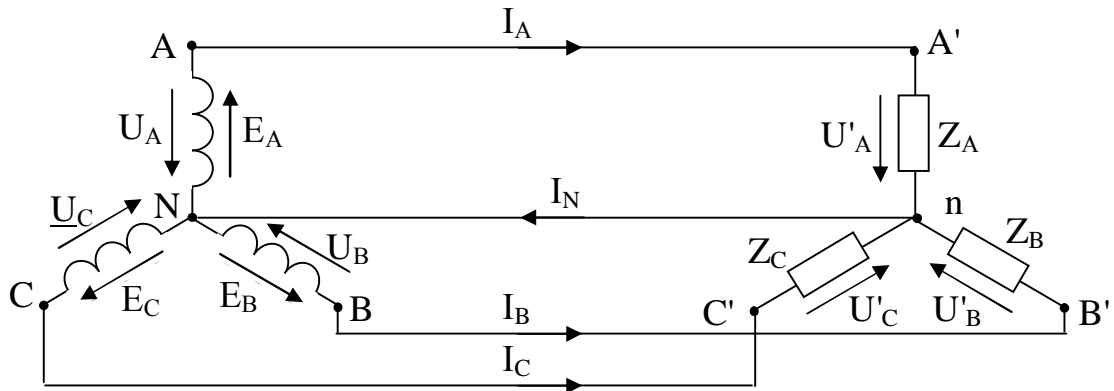


Рис. 6.4

I_N – струм в нейтральному проводі.

Провід, що з'єднує генератор з приймачем, називається лінійним. Струми, що протікають в цих проводах, також називаються лінійними:

I_A, I_B, I_C – лінійні струми I_L .

Струми, що протікають в фазах генератора чи приймача, називаються фазними: – I_ϕ . Для з'єднання зіркою $I_L = I_\phi$.

Напруги на затискачах фаз генератора або приймача називають фазними напругами:

U_A, U_B, U_C – фазні напруги генератора U_ϕ ,

$U_{A'}, U_{B'}, U_{C'}$ – фазні напруги приймача $U_{\phi'}$.

Напруги між лінійними проводами називаються лінійними:

U_{AB}, U_{BC}, U_{CA} – лінійні напруги U_L .

Для чотирипроводового з'єднання трифазного кола зіркою завжди справедливо:

$$I_L = I_\phi, \quad I_N = I_A + I_B + I_C.$$

Встановимо зв'язок між фазними та лінійними напругами. Для цього на комплексній площині побудуємо векторну діаграму напруг (рис. 6.5).

Для кращого сприйняття векторної діаграми розвернемо комплексну площину на 90° , а вектори напруг – на 180° . Математичні залежності при цьому зберігаються незмінними.

В цьому випадку $\underline{U}_A = U$; $\underline{U}_B = Ue^{j120^\circ}$; $\underline{U}_C = Ue^{j240^\circ}$.

З векторної діаграми маємо:

$$\underline{U}_{AB} = \underline{U}_A - \underline{U}_B; \quad \underline{U}_{BC} = \underline{U}_B - \underline{U}_C; \quad \underline{U}_{CA} = \underline{U}_C - \underline{U}_A. \quad (6.2)$$

Рівняння (6.2) описують аналітичний зв'язок між U_L та U_ϕ .

З векторної діаграми бачимо, що завжди

$$\underline{U}_{AB} + \underline{U}_{BC} + \underline{U}_{CA} = 0.$$

Ця рівність застосовується для перевірки правильності розрахунку кола.

Одержимо чисельне співвідношення між лінійними та фазними напругами для симетричної трифазної системи напруг:

$$\begin{aligned}\underline{U}_{AB} &= \underline{U}_A - \underline{U}_B = U_\phi - U_\phi e^{-j120^\circ} = U_\phi (1 - e^{-j120^\circ}) = U_\phi (1 + 0,5 + j\sqrt{3}/2) = \\ &= U_\phi (3/2 + j\sqrt{3}/2) = U_\phi \sqrt{3} (\sqrt{3}/2 + j 0,5) = U_\phi \sqrt{3} (\cos 30^\circ + j \sin 30^\circ) = \\ &= U_\phi \sqrt{3} e^{j30^\circ} = U_L e^{j\psi_{UAB}}.\end{aligned}$$

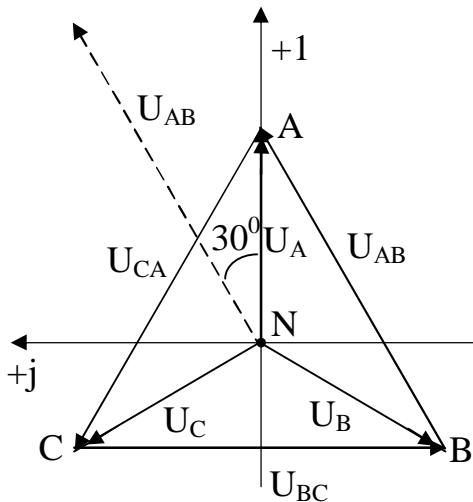


Рис. 6.5

Звідси $U_L = U_\phi \sqrt{3}$, $\psi_{UAB} = 30^\circ$.

Таким чином, в трифазному колі, з'єднаним зіркою, при симетричній системі фазних напруг лінійні напруги в $\sqrt{3}$ разів більші за фазні. Векторна діаграма лінійних напруг випереджає векторну діаграму фазних напруг на кут 30° .

Отже, для чотирипроводового з'єднання трифазного кола зіркою справедливо:

$$\underline{I}_L = \underline{I}_\phi; \quad \underline{I}_N = \underline{I}_A + \underline{I}_B + \underline{I}_C; \quad U_L = \sqrt{3} U_\phi.$$

Промислові значення напруг:

$$U_\phi = 127 \text{ В}, \quad U_L = 220 \text{ В};$$

$$U_\phi = 220 \text{ В}, \quad U_L = 380 \text{ В}.$$

Трифазні напруги літакової мережі:

$$\text{- для генератора: } U_\phi = 120 \text{ В}, \quad U_L = 208 \text{ В};$$

$$\text{- для приймача: } U_\phi = 115 \text{ В}, \quad U_L = 200 \text{ В}.$$

При розрахунку трифазного кола за додатній напрямок лінійних струмів, звичайно, вибирають напрямок від генератора до приймача. Згідно з цим вибирають і додатній напрямок напруг.

6.4. З'єднання обмоток генератора і фаз приймача трикутником

Якщо в незв'язаному трифазному колі з'єднати точки A і z, B і x, C і y фаз генератора, а фази приймача з'єднати в замкнутий контур, то одержимо трипроводове трифазне коло, з'єднане трикутником (рис.6.6). Умовне позначення: Δ - Δ .

При симетричній системі фазних ЕРС і правильному їх з'єднанні завжди виконується умова:

$$\underline{E}_{AB} + \underline{E}_{BC} + \underline{E}_{CA} = 0.$$

Якщо з'єднати обмотки генератора трикутником при несиметричній системі трифазних ЕРС то може статися коротке замикання.

При з'єднанні трикутником мають місце фазні і лінійні напруги та струми:

$\underline{E}_{AB}, \underline{E}_{BC}, \underline{E}_{CA}$ – фазні ЕРС генератора \underline{E}_ϕ ;

$\underline{I}_A, \underline{I}_B, \underline{I}_C$ – лінійні струми \underline{I}_L , які протікають в лінійних проводах;

$\underline{I}_{AB}, \underline{I}_{BC}, \underline{I}_{CA}$ – фазні струми \underline{I}_ϕ , які протікають в фазах генератора та приймача;

$\underline{U}_{AB}, \underline{U}_{BC}, \underline{U}_{CA}$ – фазні напруги генератора \underline{U}_ϕ ;

$\underline{U}_{A'B'}, \underline{U}_{B'C'}, \underline{U}_{C'A'}$ – фазні напруги приймача \underline{U}'_ϕ .

Позитивний напрям фазних ЕРС приймаємо від кінця обмотки до початку, напруги – від початку до кінця, а позитивний напрям струму співпадає з позитивним напрямом напруги.

Із електричної схеми видно, що при з'єднанні трифазного кола трикутником $\underline{U}_\phi = \underline{U}_L$.

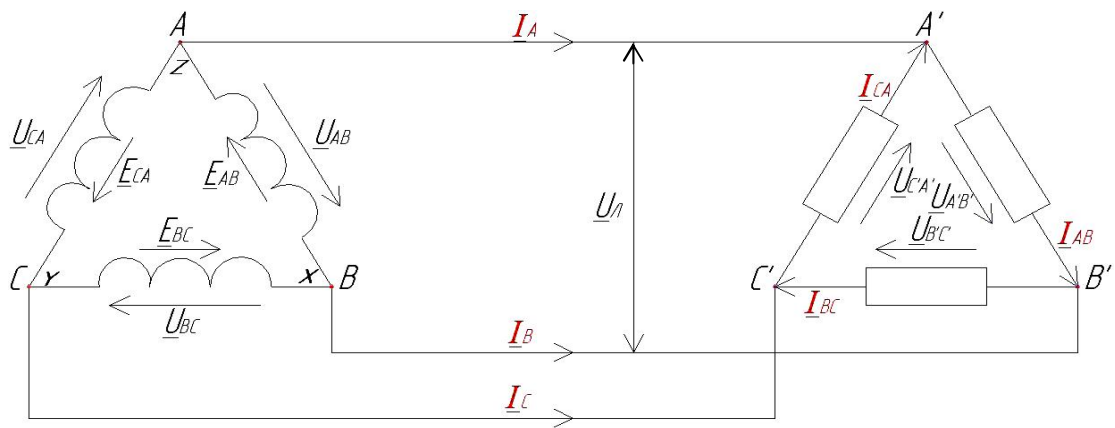


Рис. 6.6

Встановимо зв'язок між фазними та лінійними струмами. Для цього скористаємося рівняннями за першим законом Кірхгофа для вузлів A', B', C':

$$\begin{aligned} \text{вузол A':} & \rightarrow \underline{I}_A - \underline{I}_{AB} + \underline{I}_{AC} = 0 \\ \text{вузол B':} & \rightarrow \underline{I}_B + \underline{I}_{AB} - \underline{I}_{BC} = 0 \\ \text{вузол C':} & \rightarrow \underline{I}_C + \underline{I}_{BC} - \underline{I}_{CA} = 0 \end{aligned} \quad \Rightarrow \quad \begin{aligned} \underline{I}_A &= \underline{I}_{AB} - \underline{I}_{CA}; \\ \underline{I}_B &= \underline{I}_{BC} - \underline{I}_{AB}; \\ \underline{I}_C &= \underline{I}_{CA} - \underline{I}_{BC}. \end{aligned} \quad \Rightarrow \quad \underline{I}_A + \underline{I}_B + \underline{I}_C = 0.$$

Для трифазного кола, з'єданого трикутником, завжди виконується рівність: $\underline{I}_A + \underline{I}_B + \underline{I}_C = 0$, і тому вона використовується для перевірки правильності розрахунку кола.

Побудуємо векторну діаграму струмів для симетричної трифазної системи (рис. 6.7).

Симетричною називається система, коли струми рівні по величині і зсунуті на кут 120° .

Послідовність побудови:

1. Зображаємо комплексну площину.
2. Будуємо векторну діаграму фазних струмів, при цьому струм \underline{I}_{AB} відкладаємо по осі дійсних чисел, а інші – під кутом $\pm 120^\circ$ від нього: $\underline{I}_{AB} = \underline{I}_\phi$; $\underline{I}_{BC} = \underline{I}_\phi e^{-j120^\circ}$; $\underline{I}_{CA} = \underline{I}_\phi e^{j120^\circ}$.

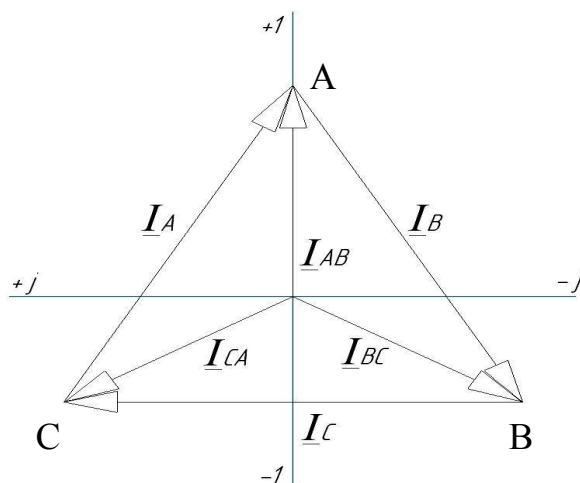


Рис. 6.7

3. Будуємо векторну діаграму лінійних струмів, для цього достатньо з'єднати вершини А, В, С. Струми I_A, I_B, I_C рівні.

Чисельне співвідношення між I_ϕ та I_L таке ж, як між U_ϕ та U_L для з'єднання зіркою: $I_L = \sqrt{3} I_\phi$.

Отже, для трипровідного з'єднання трифазного кола трикутником справедливо:

$$\underline{U}_L = \underline{U}_\phi; \quad I_L = \sqrt{3} I_\phi.$$

6.5. Потужності в трифазних колах

В загальному випадку потужності в трифазному колі (миттєва, активна, реактивна, повна) знаходяться як суми відповідних потужностей окремих фаз.

Визначимо потужності в симетричному трифазному колі.

Трифазне коло, в якому трифазне джерело енергії симетричне, а комплексні опори фаз приймача однакові, називається симетричним, тобто:

1. $E_A = E_B = E_C; \quad \psi_{eA} - \psi_{eB} = \psi_{eB} - \psi_{eC} = \psi_{eC} - \psi_{eA} = 120^\circ;$
2. $\underline{Z}_A = \underline{Z}_B = \underline{Z}_C = Z e^{j\varphi_\phi}.$

Миттєва потужність трифазного кола дорівнює сумі миттєвих потужностей, що споживаються кожною фазою.

Нехай: $u_A = U_{m,\phi} \sin \omega t, \quad \psi_u = 0;$

$$i_A = I_{m,\phi} \sin(\omega t - \varphi_\phi), \quad \psi_i = \psi_u - \varphi_\phi = -\varphi_\phi.$$

$$p = p_A + p_B + p_C = u_A i_A + u_B i_B + u_C i_C = U_{m,\phi} \sin \omega t I_{m,\phi} \sin(\omega t - \varphi_\phi) + \\ + U_{m,\phi} \sin(\omega t - 120^\circ) I_{m,\phi} \sin(\omega t - \varphi_\phi - 120^\circ) + U_{m,\phi} \sin(\omega t - 240^\circ) I_{m,\phi} \sin(\omega t - \varphi_\phi - 240^\circ).$$

Враховуючи, що

$$\sin \alpha \sin \beta = 1/2 [\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta)]; \quad U_{m,\phi} I_{m,\phi} = 2 U_\phi I_\phi,$$

отримаємо:

$$p = U_\phi I_\phi [\cos \varphi_\phi - \cos(2\omega t - \varphi_\phi) + \cos \varphi_\phi - \cos(2\omega t - \varphi_\phi - 240^\circ) + \\ + \cos \varphi_\phi - \cos(2\omega t - \varphi_\phi - 480^\circ)] = 3 U_\phi I_\phi \cos \varphi_\phi,$$

так, як сума трьох косинусоїд, зсунутих одна відносно іншої на $\pm 240^\circ$ (чи на $\pm 120^\circ$) рівна нулю.

$$\text{Отже} \quad p = 3 U_\phi I_\phi \cos \varphi_\phi = P = \text{const},$$

тобто, миттєва потужність постійна, не залежить від часу і дорівнює активній потужності кола.

Трифазні кола, в яких миттєва потужність не залежить від часу, називаються врівноваженими. Це значить, що коли навантаженням є двигун, то обертаючий момент на валу двигуна буде сталим.

Активна потужність:

$$P = P_A + P_B + P_C = 3P_\phi = 3R_\phi I_\phi^2 = 3 U_\phi I_\phi \cos\varphi_\phi$$

Виразимо активну потужність через лінійний струм та напругу.

При з'єднанні зіркою $I_\phi = I_L$; $U_L = \sqrt{3} U_\phi$; $U_\phi = U_L / \sqrt{3}$,

при з'єднанні трикутником $U_\phi = U_L$; $I_L = \sqrt{3} I_\phi$; $I_\phi = I_L / \sqrt{3}$.

Тому завжди $P = 3U_\phi I_\phi \cos\varphi_\phi = \sqrt{3} U_L I_L \cos\varphi_\phi$,

де φ_ϕ – зсув фаз між напругою та струмом у фазах споживача.

Реактивна потужність:

$$Q = Q_A + Q_B + Q_C = 3Q_\phi = 3X_\phi I_\phi^2 = 3 U_\phi I_\phi \sin\varphi_\phi = \sqrt{3} U_L I_L \sin\varphi_\phi.$$

Повна потужність:

$$S = S_A + S_B + S_C = 3S_\phi = 3Z_\phi I_\phi^2 = 3 U_\phi I_\phi = \sqrt{3} U_L I_L = \sqrt{P^2 + Q^2}.$$

Активну потужність в симетричному трифазному колі можна виміряти одним ватметром в одній із фаз, помноживши його вимір на три.

Для несиметричного трифазного кола миттєва потужність не є величиною постійною:

$$p = p_A + p_B + p_C = u_A i_A + u_B i_B + u_C i_C = f(t).$$

Така трифазна система називається неврівноваженою.

В цьому випадку потужності дорівнюватимуть:

$$1. \quad P = P_A + P_B + P_C = U_A I_A \cos\varphi_A + U_B I_B \cos\varphi_B + U_C I_C \cos\varphi_C = R_A I_A^2 + R_B I_B^2 + R_C I_C^2.$$

$$2. \quad Q = Q_A + Q_B + Q_C = U_A I_A \sin\varphi_A + U_B I_B \sin\varphi_B + U_C I_C \sin\varphi_C = X_A I_A^2 + X_B I_B^2 + X_C I_C^2.$$

$$3. \quad \underline{S} = \underline{U}_A \underline{I}_A^* + \underline{U}_B \underline{I}_B^* + \underline{U}_C \underline{I}_C^* = P + jQ.$$

Враховуючи, що для трифазного трипроводового кола

$$\underline{I}_A^* + \underline{I}_B^* + \underline{I}_C^* = 0, \quad \text{то} \quad \underline{I}_C^* = -\underline{I}_A^* - \underline{I}_B^* = 0, \quad \text{тоді:}$$

$$\begin{aligned} \underline{S} &= \underline{U}_A \underline{I}_A^* + \underline{U}_B \underline{I}_B^* - \underline{U}_C \underline{I}_A^* - \underline{U}_C \underline{I}_B^* = \underline{I}_A^* (\underline{U}_A - \underline{U}_C) + \underline{I}_B^* (\underline{U}_B - \underline{U}_C) = \\ &= \underline{U}_{AC} \underline{I}_A^* + \underline{U}_{BC} \underline{I}_B^* = P + jQ. \end{aligned}$$

$$\text{Отже} \quad \underline{S} = \underline{U}_{AC} \underline{I}_A^* + \underline{U}_{BC} \underline{I}_B^* = P + jQ.$$

Звідси визначимо активну потужність:

$$\begin{aligned} \underline{S} &= U_{AC} e^{j\varphi_{uAC}} I_A e^{-j\varphi_A} + U_{BC} e^{j\varphi_{uBC}} I_B e^{-j\varphi_B} = \underline{U}_{AC} I_A e^{j(\varphi_{uAC} - \varphi_A)} + \\ &+ U_{BC} I_B e^{j(\varphi_{uBC} - \varphi_B)} = U_{AC} I_A \cos(\varphi_{uAC} - \varphi_A) + U_{BC} I_B \cos(\varphi_{uBC} - \varphi_B) + \\ &+ j(U_{AC} I_A \sin(\varphi_{uAC} - \varphi_A) + U_{BC} I_B \sin(\varphi_{uBC} - \varphi_B)) = P + jQ. \\ P &= U_{AC} I_A \cos(\varphi_{uAC} - \varphi_A) + U_{BC} I_B \cos(\varphi_{uBC} - \varphi_B), \end{aligned}$$

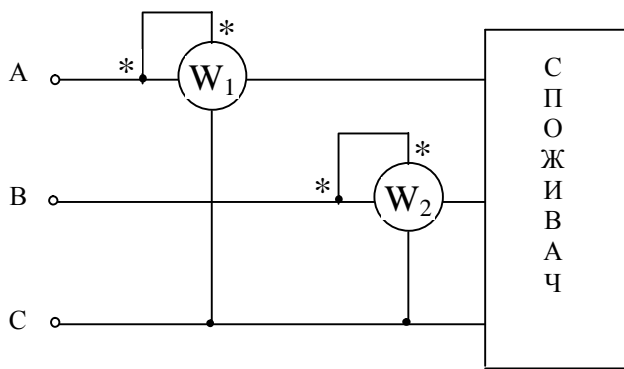


Рис. 6.8

де $U_{AC} = U_{CA}$, $\varphi_{uac} = \varphi_{uca} \pm 180^\circ$,
 $(\underline{U}_{AC} = -\underline{U}_{CA})$.

Тобто, для вимірювання активної потужності в трифазовому несиметричному трифазному колі можна використовувати два ватметра, ввімкнуті за схемою, приведеною на рис. 6.8.

6.6. Розрахунок симетричних трифазних кіл

Трифазне коло є складним електричним колом, тому для його розрахунку застосовуються всі відомі методи розрахунку складних кіл синусоїдного струму (рівнянь Кірхгофа, контурних струмів, вузлових потенціалів тощо).

Метою розрахунку трифазного кола є визначення фазних та лінійних струмів і напруг, а також потужностей споживачів за відомими напругою генератора та опорами фаз споживачів.

На практиці зустрічаються симетричні трифазні кола і несиметричні.

Симетричним трифазним колом називається коло, в якому ЕРС генератора створюють симетричну систему, а комплексний опір всіх фаз споживача однаковий.

I. Розрахунок симетричного трифазного кола, з'єднаного зіркою (рис. 6.9).

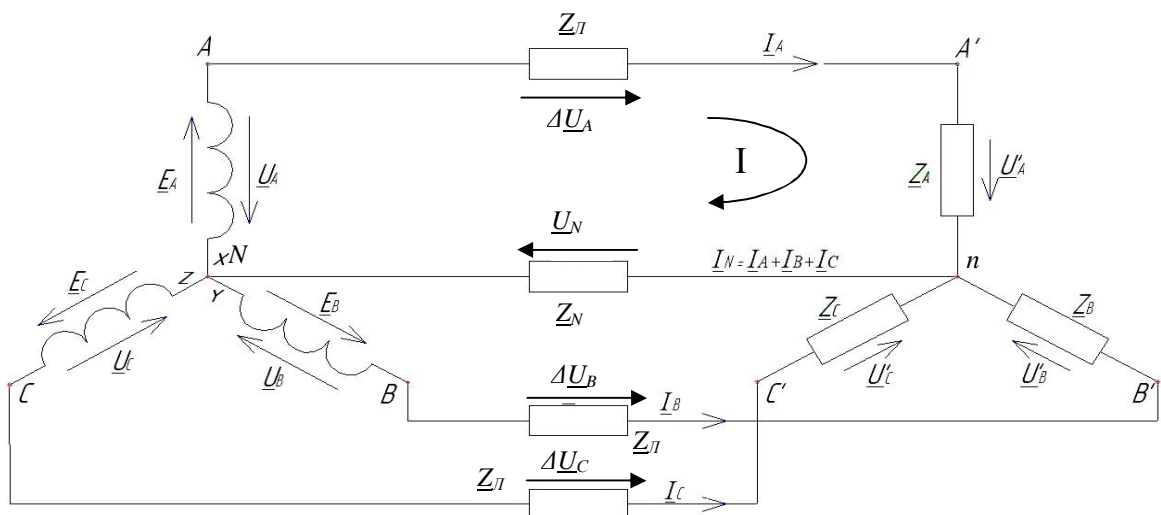


Рис. 6.9

Позначимо позитивні напрями ЕРС, напруг та струмів.

Дано:

1. $U_A = U_B = U_C$; $\psi_{uA} - \psi_{uB} = \psi_{uB} - \psi_{uC} = \psi_{uC} - \psi_{uA} = 120^\circ$;
2. $Z_A = Z_B = Z_C = Z = Z e^{j\varphi}$ – навантаження рівномірне

Визначити I_A ; I_B ; I_C .

I випадок: $Z_L = Z_N = 0$.

Тоді: $\underline{U}_A = \underline{U}'_A$; $\underline{U}_B = \underline{U}'_B$; $\underline{U}_C = \underline{U}'_C$,
а струми дорівнюють:

$$\underline{I}_A = \underline{U}_A / \underline{Z}; \quad \underline{I}_B = \underline{U}_B / \underline{Z} = (\underline{U}_A / \underline{Z}) e^{-j120^\circ} = \underline{I}_A e^{-j120^\circ}; \quad \underline{I}_C = \underline{U}_C / \underline{Z} = (\underline{U}_A / \underline{Z}) e^{-j240^\circ} = \underline{I}_A e^{-j240^\circ}.$$

Тобто, при симетричному режимі достатньо розрахувати струм в одній фазі. Струми в двох інших будуть рівні першому, але зсунуті по фазі на -120° та -240° відповідно.

Струм в нейтральному проводі буде дорівнювати:

$$\underline{I}_N = \underline{I}_A + \underline{I}_B + \underline{I}_C = (1 + e^{-j120^\circ} + e^{-j240^\circ}) \underline{I}_A = 0.$$

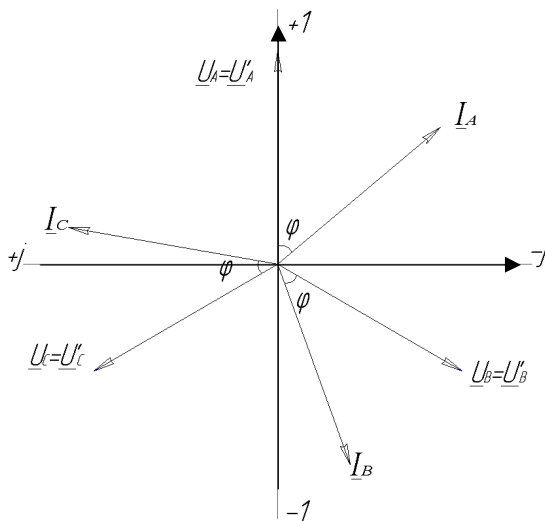


Рис. 6.10

Таким чином, при симетричному режимі роботи трифазного кола струм в нейтральному проводі дорівнює нулю. Але нейтральний провід необхідний для зменшення впливу однієї фази на інші при появі несиметричного навантаження.

Побудуємо векторну діаграму напруг та струмів (рис. 6.10).

1. Будуємо векторну діаграму напруг генератора \underline{U}_A , \underline{U}_B , \underline{U}_C . Напругу \underline{U}_A відкладаємо по осі дійсних чисел, а інші – під кутом $\pm 120^\circ$ від неї.

2. Будуємо векторну діаграму

струмів \underline{I}_A , \underline{I}_B , \underline{I}_C , яка утворює симетричну систему, що зсунута відносно напруг на кут φ : $Z_A = Z_B = Z_C = Z e^{j\varphi}$.

II випадок: $Z_L \neq 0$, $Z_N = 0$.

За другим законом Кірхгофа для контуру I маємо (рис. 6.9):

$$\underline{U}_A = \underline{U}'_A + \Delta \underline{U}_A, \quad \text{де } \underline{U}'_A = \underline{I}_A Z_A; \quad \Delta \underline{U}_A = \underline{I}_A Z_L, \quad \text{тому } \underline{U}_A = \underline{I}_A (Z_A + Z_L).$$

$$\text{Звідси} \quad \underline{I}_A = \underline{U}_A / (Z_L + Z_A).$$

Аналогічно для інших фаз:

$$\underline{I}_B = \underline{U}_B / (Z_L + Z_B) = \underline{U}_A e^{-j120^\circ} / (Z_L + Z_B);$$

$$\underline{I}_C = \underline{U}_C / (Z_L + Z_C) = \underline{U}_A e^{-j240^\circ} / (Z_L + Z_C).$$

Побудуємо векторну діаграму (рис. 6.11).

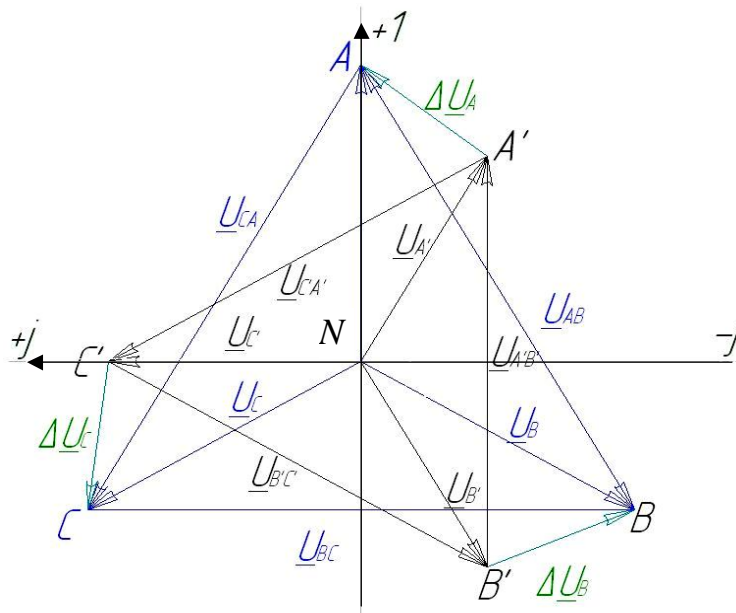


Рис. 6.11

Послідовність побудови.

1. Будуємо векторну діаграму фазних і лінійних напруг генератора: \underline{U}_A , \underline{U}_B , \underline{U}_C ; \underline{U}_{AB} , \underline{U}_{BC} , \underline{U}_{CA} .

2. Будуємо векторну діаграму фазних і лінійних напруг споживача: \underline{U}'_A , \underline{U}'_B , \underline{U}'_C ; \underline{U}'_{AB} , \underline{U}'_{BC} , \underline{U}'_{CA} .

3. З'єднуємо точки А і А'; В і В'; С і С' і отримуємо спади напруг на \underline{Z}_L .

II. Розрахунок симетричного трифазного кола, в якому генератор з'єднаний зіркою, а споживач трикутником.

I випадок: $\underline{Z}_L = 0$.

Визначимо лінійні напруги:

$$\underline{U}_{AB} = \underline{U}_A - \underline{U}_B; \underline{U}_{BC} = \underline{U}_B - \underline{U}_C; \underline{U}_{CA} = \underline{U}_C - \underline{U}_A.$$

$$\underline{U}_{A'B'} = \underline{U}_{AB}; \underline{U}_{B'C'} = \underline{U}_{BC}; \underline{U}_{C'A'} = \underline{U}_{CA}.$$

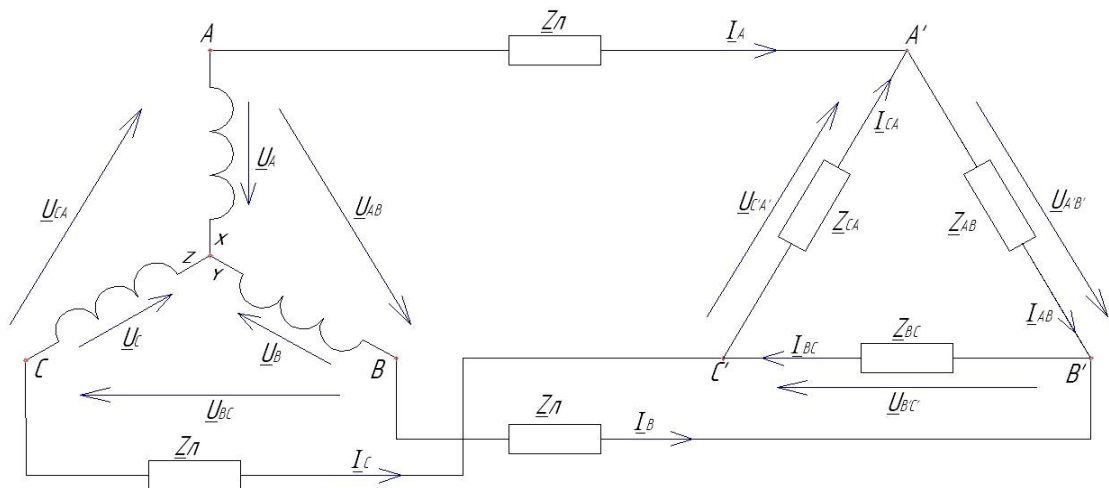


Рис. 6.12

Визначимо струми в фазах споживача:

$$\underline{I}_{AB} = \underline{U}_{A'B'}/\underline{Z}_{AB}; \underline{I}_{BC} = \underline{U}_{B'C'}/\underline{Z}_{BC}; \underline{I}_{CA} = \underline{U}_{C'A'}/\underline{Z}_{CA}.$$

Визначимо лінійні струми:

$$\underline{I}_A = \underline{I}_{AB} - \underline{I}_{CA}; \underline{I}_B = \underline{I}_{BC} - \underline{I}_{AB}; \underline{I}_C = \underline{I}_{CA} - \underline{I}_{BC}.$$

II випадок: $\underline{Z}_L \neq 0$.

Якщо опором лінії знехтувати неможливо, необхідно перейти від трикутника до еквівалентної зірки:

$$\underline{Z}_A = (\underline{Z}_{AB} \underline{Z}_{CA}) / (\underline{Z}_{AB} + \underline{Z}_{BC} + \underline{Z}_{CA});$$

$$\underline{Z}_B = (\underline{Z}_{BC} \underline{Z}_{AB}) / (\underline{Z}_{AB} + \underline{Z}_{BC} + \underline{Z}_{CA});$$

$$\underline{Z}_C = (\underline{Z}_{BC} \underline{Z}_{CA}) / (\underline{Z}_{AB} + \underline{Z}_{BC} + \underline{Z}_{CA}).$$

Якщо $\underline{Z}_{AB} = \underline{Z}_{BC} = \underline{Z}_{CA} = \underline{Z}$, то $\underline{Z}_A = \underline{Z}_B = \underline{Z}_C = \underline{Z}/3$.

Одержали симетричне трифазне коло з'єднане зіркою, розрахунок якого розглянуто раніше.

6.7. Розрахунок несиметричних трифазних кіл, з'єднаних зіркою, з нульовим та без нульового проводу

I. Розглянемо трифазне коло, з'єднане зіркою, з нейтральним проводом (рис. 6.13).

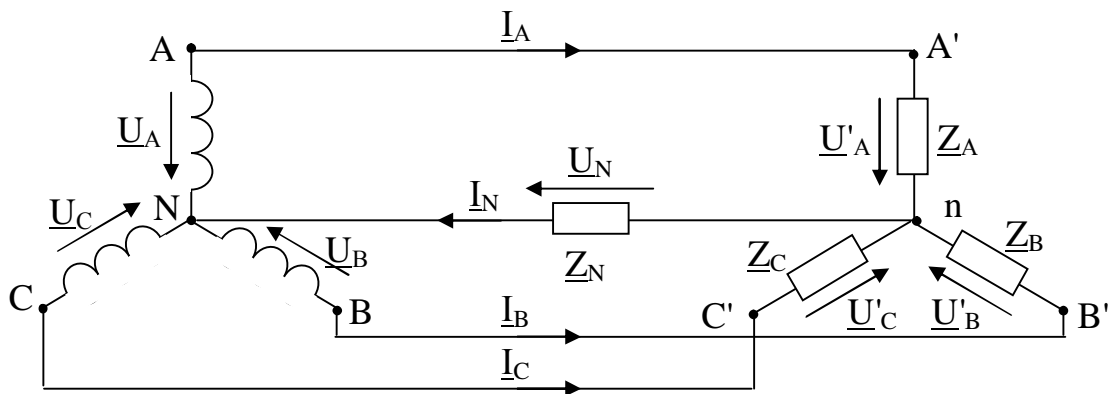


Рис. 6.13

Відомо: $\underline{U}_A = \underline{U}_B = \underline{U}_C$ – фазні напруги генератора,
 \underline{Z}_N – комплексний опір нейтрального дроту.
 $\underline{Z}_A \neq \underline{Z}_B \neq \underline{Z}_C$ – комплексні опори фаз несиметричного споживача.

Визначимо: $\underline{I}_A; \underline{I}_B; \underline{I}_C$ – лінійні (фазні) струми.

Струми в фазах приймача можна визначити за формулами:

$$\underline{I}_A = \frac{\underline{U}'_A}{\underline{Z}_A}, \quad \underline{I}_B = \frac{\underline{U}'_B}{\underline{Z}_B}, \quad \underline{I}_C = \frac{\underline{U}'_C}{\underline{Z}_C}$$

Визначимо напругу на фазі A приймача. Для цього складемо рівняння за II законом Кірхгофа для контуру I:

$$-\underline{U}_A + \underline{U}'_A + \underline{U}_N = 0,$$

звідси

$$\underline{U}'_A = \underline{U}_A - \underline{U}_N.$$

Аналогічно можемо визначити напруги на фазах B і C приймача:

$$\underline{U}_{B'} = \underline{U}_B - \underline{U}_N, \quad \underline{U}_{C'} = \underline{U}_C - \underline{U}_N.$$

Визначимо напругу між нейтральними точками U_N , для цього скористаємося методом вузлових потенціалів. Нехай $\underline{V}_N = 0$, тоді $\underline{U}_N = \underline{V}_n$.

$$\underline{U}_N = \frac{\underline{U}_A \underline{Y}_A + \underline{U}_B \underline{Y}_B + \underline{U}_C \underline{Y}_C}{\underline{Y}_A + \underline{Y}_B + \underline{Y}_C + \underline{Y}_N}, \quad (6.3)$$

де

$$\underline{Y}_A = \frac{1}{\underline{Z}_A}; \quad \underline{Y}_B = \frac{1}{\underline{Z}_B}; \quad \underline{Y}_C = \frac{1}{\underline{Z}_C}; \quad \underline{Y}_N = \frac{1}{\underline{Z}_N}.$$

Таким чином, порядок розрахунку несиметричного трифазного кола, з'єднаного зіркою, з нульовим проводом зводиться до наступного:

1. Визначаємо \underline{U}_N .
2. Визначаємо напругу на фазах приймача

$$\underline{U}_{A'} = \underline{U}_A - \underline{U}_N, \quad \underline{U}_{B'} = \underline{U}_B - \underline{U}_N, \quad \underline{U}_{C'} = \underline{U}_C - \underline{U}_N.$$

3. Визначаємо струми в фазах приймача

$$\underline{I}_A = \frac{\underline{U}'_A}{\underline{Z}_A}, \quad \underline{I}_B = \frac{\underline{U}'_B}{\underline{Z}_B}, \quad \underline{I}_C = \frac{\underline{U}'_C}{\underline{Z}_C}.$$

Струм в нейтральному проводі буде дорівнювати:

$$\underline{I}_{N'} = \underline{I}_A + \underline{I}_B + \underline{I}_C, \quad \text{або} \quad \underline{I}_N = \frac{\underline{U}'_N}{\underline{Z}_N}.$$

Наявність напруги між нейтральними точками \underline{U}_N визиває зміщення на векторній діаграмі нейтральної точки приймача n відносно нейтральної точки генератора N .

Побудуємо векторну діаграму (рис. 6.14).

Порядок побудови:

1. Будуємо фазні та лінійні напруги генератора.
2. Будуємо вектор напруги \underline{U}_N , отримуємо точку n .
3. Будуємо фазні напруги приймача.
4. Будуємо векторну діаграму струмів.

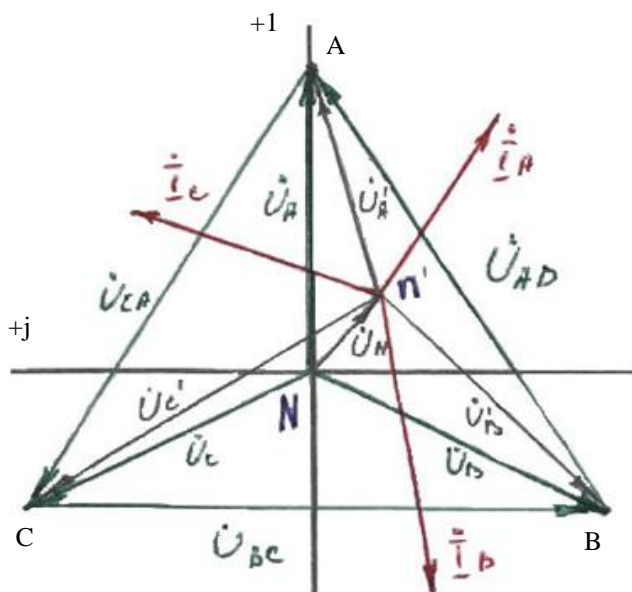


Рис. 6.14

II. Розглянемо трифазне коло з'єднане зіркою без нейтрального проводу (рис.6.15).

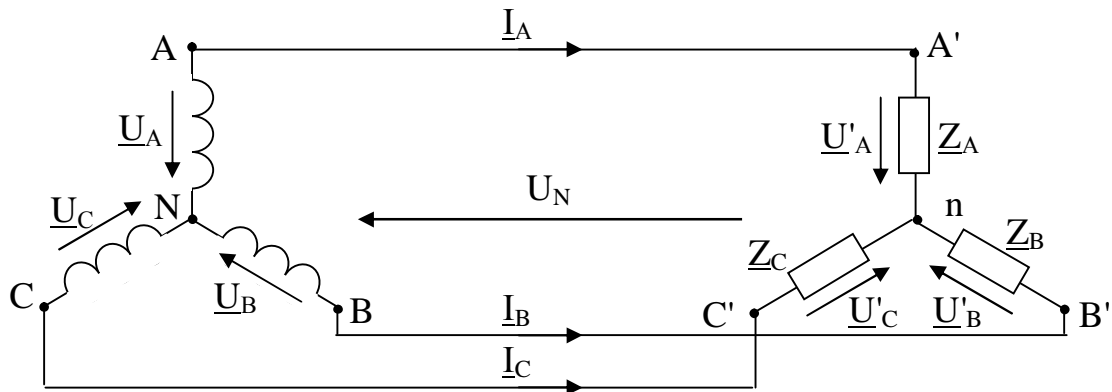


Рис. 6.15

В цьому випадку $\underline{Z}_n \rightarrow \infty$, а $\underline{Y}_N = \frac{1}{\underline{Z}_N} = 0$.

Тоді
$$\underline{U}_N = \frac{\underline{U}_A \underline{Y}_A + \underline{U}_B \underline{Y}_B + \underline{U}_C \underline{Y}_C}{\underline{Y}_A + \underline{Y}_B + \underline{Y}_C}.$$

Далі розрахунок кола проводимо по знайомій методиці.

Проаналізуємо вираз (6.3) для \underline{U}_N .

1) Нехай $\underline{Z}_n = 0$, тоді $\underline{Y}_n \rightarrow \infty$, а $\underline{U}_N = 0$

Тому $\underline{U}'_A = \underline{U}_A - \underline{U}_N = \underline{U}_A$, $\underline{U}'_B = \underline{U}_B$, $\underline{U}'_C = \underline{U}_C$.

Тобто, напруга на фазах приймача дорівнює напрузі на фазах генератора.

Струми будуть дорівнювати:

$$\underline{I}_A = \frac{\underline{U}_A}{\underline{Z}_A}, \quad \underline{I}_B = \frac{\underline{U}_B}{\underline{Z}_B}, \quad \underline{I}_C = \frac{\underline{U}_C}{\underline{Z}_C}.$$

Таким чином, при зміні опору в одній із фаз струми в двох інших фазах змінюватися не будуть.

Трифазне коло “зірка з нульовим проводом” забезпечує незалежну роботу фаз.

2) Нехай $\underline{Z}_n \neq 0$, тоді $\underline{U}_N \neq 0$.

Тому при зміні опору в одній із фаз буде змінюватись \underline{U}_N , а також фазні напруги на приймачі ($\underline{U}'_A = \underline{U}_A - \underline{U}_N$), а це приведе до зміни струмів в інших фазах.

Таким чином, трифазне коло з $\underline{Z}_n \neq 0$, і особливо коло без нульового проводу, не забезпечує незалежну роботу фаз.

6.8. Розрахунок несиметричного трифазного кола, з'єднаного трикутником

Розглянемо трифазне коло, з'єднане трикутником (рис. 6.16).

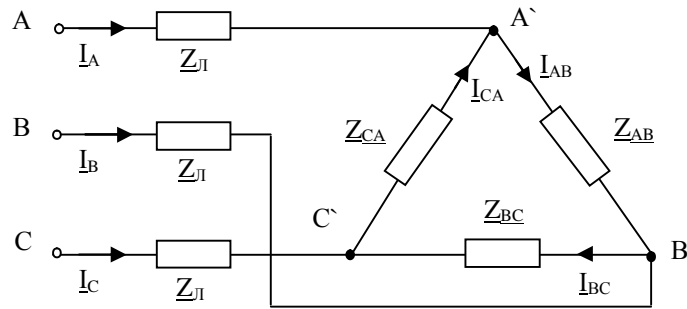


Рис. 6.16

Відомо: $\underline{U}_A, \underline{U}_B, \underline{U}_C$ – фазні напруги генератора;
 \underline{Z}_L – опір лінійного дроту;
 $\underline{Z}_{AB} \neq \underline{Z}_{BC} \neq \underline{Z}_{CA}$ – опір фаз приймача.

Визначимо фазні та лінійні струми.

Нехай обмотки генератора з'єднані зіркою, тоді

$$\underline{U}_{AB} = \underline{U}_A - \underline{U}_B; \quad \underline{U}_{BC} = \underline{U}_B - \underline{U}_C; \quad \underline{U}_{CA} = \underline{U}_C - \underline{U}_A.$$

1) Якщо $\underline{Z}_L = 0$, то напруга на фазах генератора дорівнюють напрузі на фазах приймача, а фазні струми будуть:

$$\underline{I}_{AB} = \frac{\underline{U}_{AB}}{\underline{Z}_{AB}}, \quad \underline{I}_{BC} = \frac{\underline{U}_{BC}}{\underline{Z}_{BC}}, \quad \underline{I}_{AC} = \frac{\underline{U}_{AC}}{\underline{Z}_{AC}}.$$

2) Якщо $\underline{Z}_L \neq 0$, то фазні напруги приймача будуть невідомі. Для їх визначення необхідно трикутник перетворити в еквівалентну зірку (рис. 6.17)

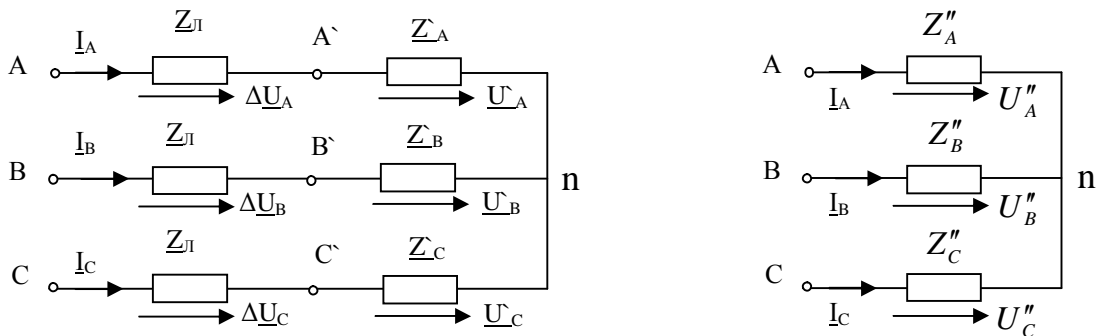


Рис. 6.17

$$\underline{Z}'_A = \frac{\underline{Z}_{AB} \underline{Z}_{CA}}{\underline{Z}_{AB} + \underline{Z}_{BC} + \underline{Z}_{CA}}, \quad \underline{Z}'_B = \frac{\underline{Z}_{AB} \underline{Z}_{BC}}{\underline{Z}_{AB} + \underline{Z}_{BC} + \underline{Z}_{CA}}, \quad \underline{Z}'_C = \frac{\underline{Z}_{BC} \underline{Z}_{CA}}{\underline{Z}_{AB} + \underline{Z}_{BC} + \underline{Z}_{CA}}.$$

Тоді опір в кожній фазі буде дорівнювати:

$$\underline{Z}''_A = \underline{Z}'_A + \underline{Z}_L; \quad \underline{Z}''_B = \underline{Z}'_B + \underline{Z}_L; \quad \underline{Z}''_C = \underline{Z}'_C + \underline{Z}_L;$$

$$\underline{Y}''_A = \frac{1}{\underline{Z}''_A}; \quad \underline{Y}''_B = \frac{1}{\underline{Z}''_B}; \quad \underline{Y}''_C = \frac{1}{\underline{Z}''_C}.$$

Визначимо напругу між нейтральними точками

$$\underline{U}_N = \frac{\underline{U}_A \underline{Y}''_A + \underline{U}_B \underline{Y}''_B + \underline{U}_C \underline{Y}''_C}{\underline{Y}''_A + \underline{Y}''_B + \underline{Y}''_C}.$$

Визначимо напругу на фазах приймача з урахуванням \underline{Z}_L

$$\underline{U}''_A = \underline{U}_A - \underline{U}_N, \quad \underline{U}''_B = \underline{U}_B - \underline{U}_N, \quad \underline{U}''_C = \underline{U}_C - \underline{U}_N.$$

Визначимо лінійні струми

$$\underline{I}_A = \underline{U}''_A \underline{Y}'_A; \quad \underline{I}_B = \underline{U}''_B \underline{Y}'_B; \quad \underline{I}_C = \underline{U}''_C \underline{Y}'_C;$$

Перевірка: $\underline{I}_A + \underline{I}_B + \underline{I}_C = 0.$

Визначимо спади напруги на лінійних проводах та на фазах еквівалентної зірки

$$\begin{aligned} \Delta \underline{U}_A &= \underline{I}_A \underline{Z}_L & \Delta \underline{U}_B &= \underline{I}_B \underline{Z}_L & \Delta \underline{U}_C &= \underline{I}_C \underline{Z}_L \\ \underline{U}'_A &= \underline{I}_A \underline{Z}_A & \underline{U}'_B &= \underline{I}_B \underline{Z}_B & \underline{U}'_C &= \underline{I}_C \underline{Z}_C \end{aligned}$$

Визначаємо напругу на фазах приймача, з'єднаного трикутником

$$\underline{U}_{A'B'}' = \underline{U}_A' - \underline{U}_B', \quad \underline{U}_{B'C'}' = \underline{U}_B' - \underline{U}_C', \quad \underline{U}_{C'A'}' = \underline{U}_C' - \underline{U}_A'.$$

Перевірка: $\underline{U}_{A'B'}' + \underline{U}_{B'C'}' + \underline{U}_{C'A'}' = 0.$

Визначимо струми в фазах приймача вихідної схеми

$$\underline{I}_{AB} = \frac{\underline{U}_{A'B'}'}{\underline{Z}_{AB}}, \quad \underline{I}_{BC} = \frac{\underline{U}_{B'C'}'}{\underline{Z}_{BC}}, \quad \underline{I}_{CA} = \frac{\underline{U}_{C'A'}'}{\underline{Z}_{CA}}.$$

Будуємо векторну діаграму (рис. 6.18).

Порядок побудови:

1. Будуємо векторну діаграму фазних та лінійних напруг генератора \underline{U}_A , \underline{U}_B , \underline{U}_C ; \underline{U}_{AB} , \underline{U}_{BC} , \underline{U}_{CA} .
2. Будуємо вектор напруги між нейтральними точками \underline{U}_N .
3. Будуємо фазні напруги приймача (з урахуванням опору лінії \underline{Z}_L) \underline{U}''_A ; \underline{U}''_B ; \underline{U}''_C .
4. Будуємо фазні напруги еквівалентної зірки \underline{U}'_A ; \underline{U}'_B ; \underline{U}'_C .
5. Будуємо фазні напруги вихідного трикутника $\underline{U}_{A'B'}$; $\underline{U}_{B'C'}$; $\underline{U}_{C'A'}$.
6. Будуємо спади напруги на опорах лінійних проводів $\Delta \underline{U}_A$; $\Delta \underline{U}_B$; $\Delta \underline{U}_C$.

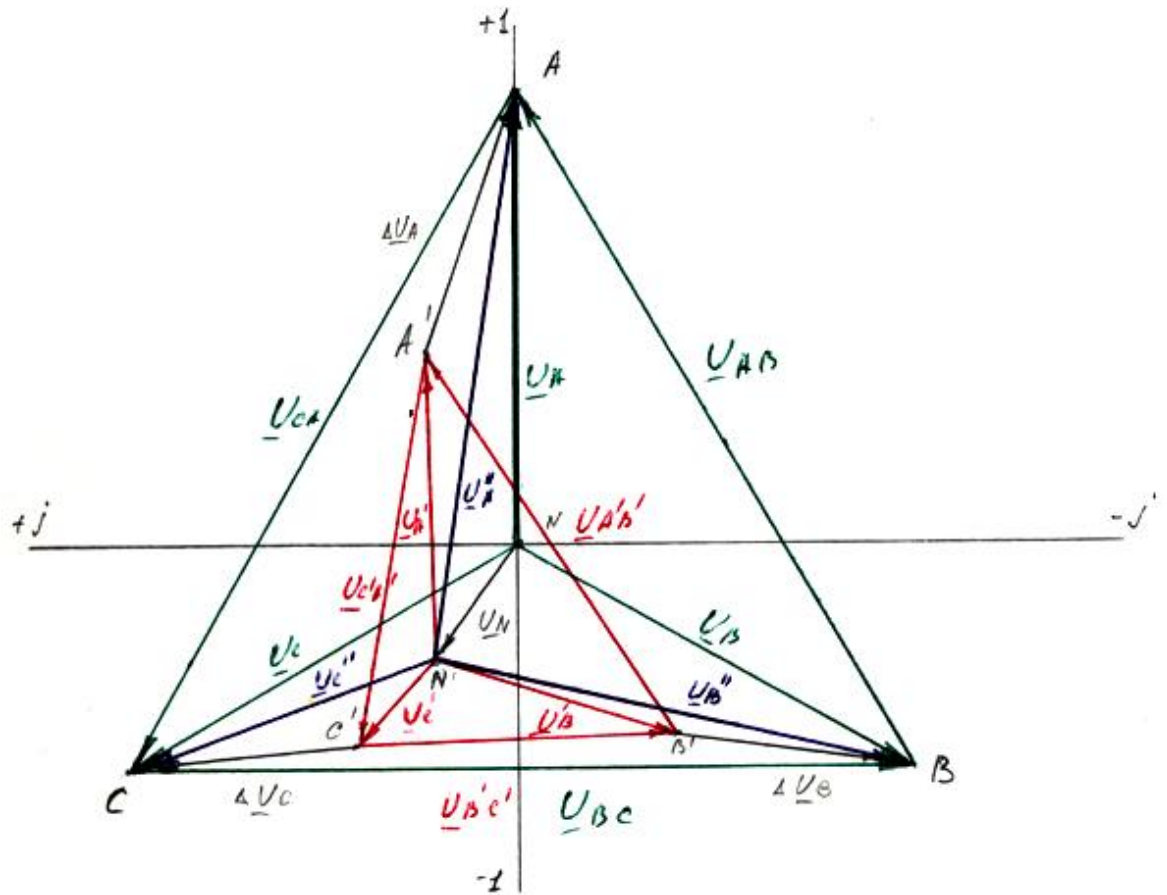


Рис. 6.18

6.9. Обертальне магнітне поле

Значною перевагою багатофазових систем енергозабезпечення перед однофазними являється можливість одержання обертального магнітного поля. Це дозволяє створювати різні електричні машини.

Обертальне магнітне поле одержують шляхом накладення системи пульсуючих магнітних полів.

6.9.1. Пульсуюче магнітне поле

Пульсуюче магнітне поле утворюється в котушці, по якій протікає синусоїдний струм.

Розглянемо поперечний переріз електричної машини з однією обмоткою (катушкою) (рис. 6.19).

Пропустимо по обмотці постійний струм I_0 . Створюване ним магнітне поле проходить по колу: статор-повітряний проміжок-ротор-повітряний проміжок-статор.

Напрямок силових ліній магнітного поля визначається за правилом буравчика. Місце виходів силових ліній із ротора утворює південний полюс S , а місце входів – північний полюс N . Таким чином, при наявності однієї

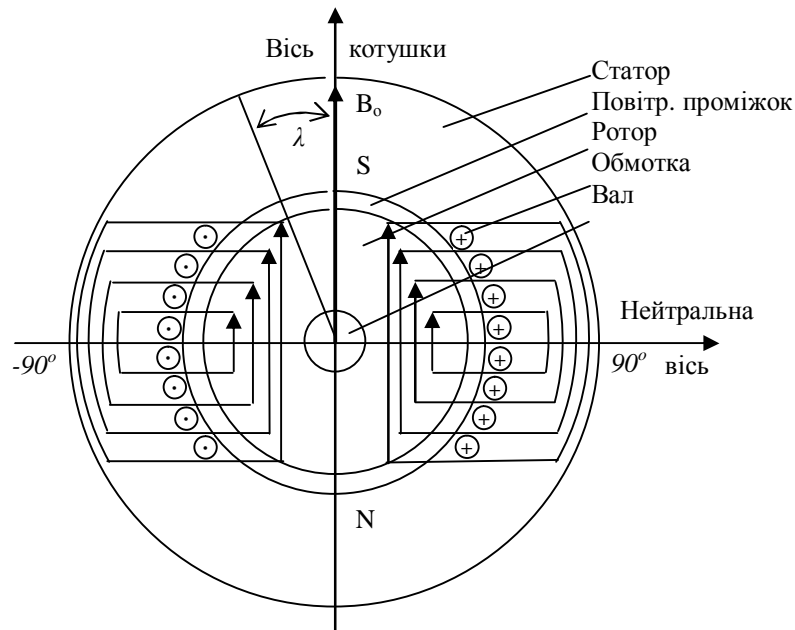
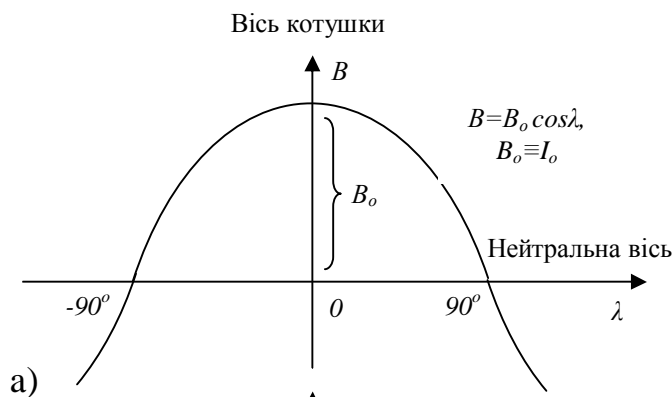


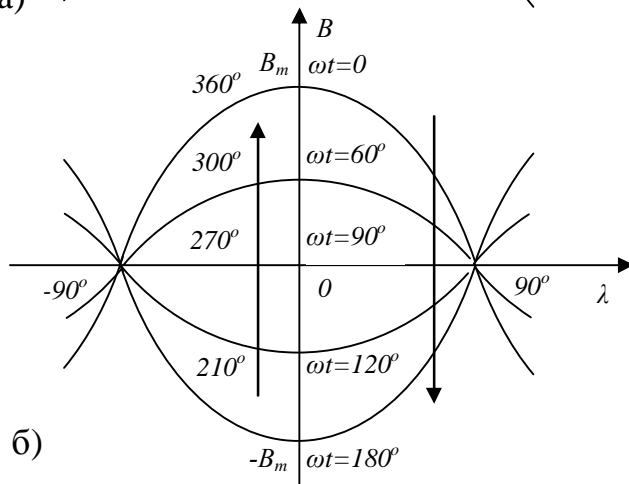
Рис. 6.19

обмотки утворюється магнітне поле з однією парою полюсів $N-S$, вектор магнітної індукції B_0 якої направлений вздовж осі котушки.

Вектор магнітної індукції котушки B_0 в повітряному проміжку відраховується від осі котушки. Він має максимальне значення B_0 на осі обмотки ($\lambda = 0$) і дорівнює нулю на нейтральній осі, яка проходить через



а)



б)

Рис. 6.20

середину обмотки. Цю залежність в електричних машинах конструктивним методом роблять косинусоїдною, тобто $B = B_0 \cos \lambda$, (рис. 6.20,а), при цьому $B_0 \equiv I_0$.

$$\left(B_0 = \frac{\phi}{S} \approx M_0 \frac{\omega I_0}{2\delta}; \phi = \frac{F}{R_M} = \frac{\omega I_0}{2\delta / M_0 S} \right)$$

Якщо по обмотці протікає косинусоїдний струм $i = I_m \cos \omega t$, то амплітуда магнітної індукції, яка пропорційна струму, буде дорівнювати $B_0 = B_m \cos \omega t$. Тоді в повітряному проміжку магнітна індукція буде змінюватися за законом:

$$B = B_0 \cos \lambda = B_m \cos \omega t \cdot \cos \lambda = f(\lambda, t)$$

Змінюючи значення ωt від 0 до 180° побудуємо картину магнітного поля в повітряному проміжку машини (рис. 6.20,б). Бачимо, що амплітуда B зменшується від $+B_m$ до $-B_m$. При подальшому збільшенні ωt від 180° до 360° амплітуда B буде збільшуватися від $-B_m$ до $+B_m$.

Магнітне поле, яке в просторі не змінює свого положення, а тільки змінює величину вздовж осі котушки, називається пульсуючим.

6.9.2. Двофазне обертальне магнітне поле

Розглянемо дві котушки, які розміщені взаємно перпендикулярно і живляться двофазним синусоїдним струмом:

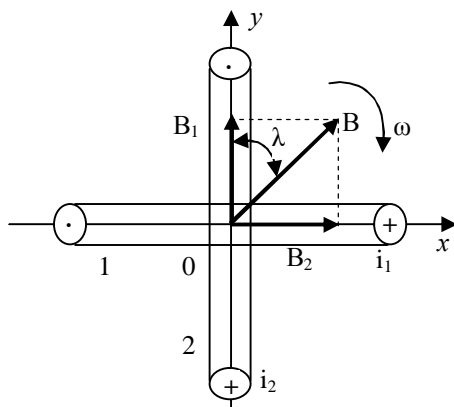


Рис. 6.21

$$i_1 = I_m \sin \omega t, \quad i_2 = I_m \sin(\omega t - \pi/2).$$

В кожній котушці виникає пульсуюче магнітне поле, яке направлене вздовж її осі. Так як магнітна індукція пропорційна струму, то:

$$B_1 = B_m \sin \omega t \text{ — направлена по осі } oy,$$

$$B_2 = B_m \sin(\omega t - \pi/2) = -B_m \cos \omega t \text{ — направлена по осі } ox.$$

Миттєва магнітна індукція результуючого магнітного поля буде дорівнювати:

$$B = \sqrt{B_1^2 + B_2^2} = \sqrt{B_m^2 \sin^2 \omega t + B_m^2 \cos^2 \omega t} = B_m = \text{const}.$$

Тобто, індукція результуючого магнітного поля B є сталою величиною і дорівнює B_m .

Визначимо кут λ між напрямками B та oy .

$$\text{Так як } \operatorname{tg} \lambda = \frac{B_2}{B_1} = \frac{-\cos \omega t}{\sin \omega t} = -\operatorname{ctg} \omega t = \operatorname{tg}(\omega t - \frac{\pi}{2}) \Rightarrow \text{то: } \lambda = \omega t - \frac{\pi}{2} = f(t).$$

$$\text{Кут } \lambda \text{ змінюється в часі зі швидкістю: } \frac{d\lambda}{dt} = \omega = \text{const}.$$

При цьому вектор магнітної індукції B результуючого магнітного поля обертається за годинниковою стрілкою, що витікає із його діаграм (рис. 6.22), побудованих за рівняннями його складових B_1 і B_2 : для деяких значень ωt .

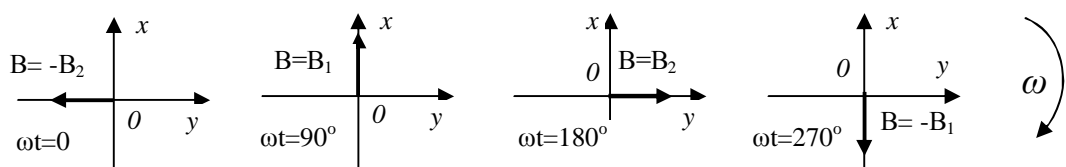


Рис. 6.22

Таким чином, якщо скласти два взаємно перпендикулярні пульсуючі поля, зсунуті по фазі на 90° , то одержимо результуюче магнітне поле зі сталим вектором магнітної індукції B_m , що обертається зі сталою кутовою швидкістю ω за годинниковою стрілкою.

6.9.3. Трифазне обертальне магнітне поле

Розмістимо в статорі електричної машини три однакові обмотки, повернуті одна від іншої на кут 120° , і забезпечимо живлення їх трифазним струмом:

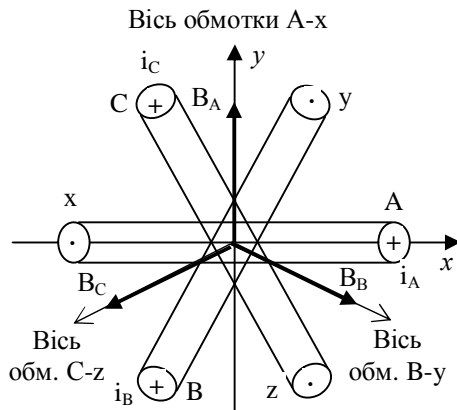


Рис. 6.23

$$i_A = I_m \sin \omega t,$$

$$i_B = I_m \sin(\omega t - 120^\circ),$$

$$i_C = I_m \sin(\omega t + 120^\circ).$$

В кожній котушці виникає пульсуюче магнітне поле, вектор магнітної індукції якого пропорційний струму в котушці і направлений вздовж її осі:

$$B_A = B_m \sin \omega t,$$

$$B_B = B_m \sin(\omega t - 120^\circ),$$

$$B_C = B_m \sin(\omega t + 120^\circ).$$

Покажемо позитивні напрями струмів i_A , i_B , i_C відповідно в фазах A, B, C та векторів магнітної індукції B_A , B_B , B_C (рис. 6. 23).

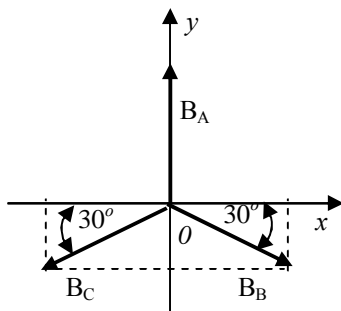


Рис. 6.24

Визначимо вектор магнітної індукції B результуючого магнітного поля. Для цього знайдемо проекції векторів B_A , B_B , B_C на осі ox та oy (рис. 6.24).

Проекції на вісь ox :

$$B_{AX} = 0; \quad B_{BX} = B_m \sin(\omega t - 120^\circ) \cos 30^\circ;$$

$$B_{CX} = B_m \sin(\omega t + 120^\circ) \cos 30^\circ.$$

Сумарна проекція на вісь ox дорівнює:

$$\begin{aligned} B_X &= B_{AX} + B_{BX} + B_{CX} = -\frac{\sqrt{3}}{2} B_m \sin(\omega t + 120^\circ) - \frac{\sqrt{3}}{2} B_m \sin(\omega t - 120^\circ) = \\ &= -\frac{\sqrt{3}}{2} B_m (\sin \omega t \cos 120^\circ + \cos \omega t \sin 120^\circ - \sin \omega t \cos 120^\circ + \cos \omega t \sin 120^\circ) = \\ &= -\frac{3}{2} B_m \cos \omega t. \end{aligned}$$

Проекції на вісь oy :

$$B_{AY} = B_m \sin \omega t; \quad B_{BY} = -B_m \sin(\omega t - 120^\circ \cos 60^\circ); \quad B_{CY} = -B_m \sin(\omega t + 120^\circ \cos 60^\circ).$$

Сумарна проекція на вісь oy дорівнює:

$$\begin{aligned} B_Y &= B_{AY} + B_{BY} + B_{CY} = B_m \sin \omega t - B_m \sin(\omega t - 120^\circ \cos 60^\circ) - B_m \sin(\omega t + 120^\circ \cos 60^\circ) = \\ &= -\frac{3}{2} B_m \sin \omega t. \end{aligned}$$

Результуючий вектор буде дорівнювати (рис. 6.25):

$$B = \sqrt{B_X^2 + B_Y^2} = \frac{3}{2} B_m = \text{const}.$$

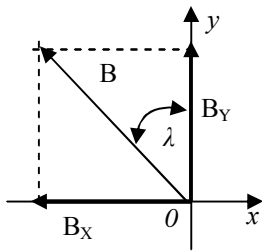


Рис. 6.25

Таким чином, вектор магнітної індукції сумарного магнітного поля B є сталим за величиною. В кожному мить він утворює з віссю oy кут λ , для якого:

$$\operatorname{tg} \lambda = \frac{B_X}{B_Y} = \frac{-\cos \omega t}{\sin \omega t} = -\operatorname{ctg} \omega t = \operatorname{tg}(\omega t - \frac{\pi}{2}),$$

$$\text{тому } \lambda = \omega t - \frac{\pi}{2} = f(t).$$

Результуючий вектор \vec{B} також обертається зі сталою швидкістю $\frac{d\lambda}{dt} = \omega$ за годинниковою стрілкою, що видно із його діаграм, побудованих за його проекціями B_X і B_Y для деяких значень ωt (рис. 6.26).

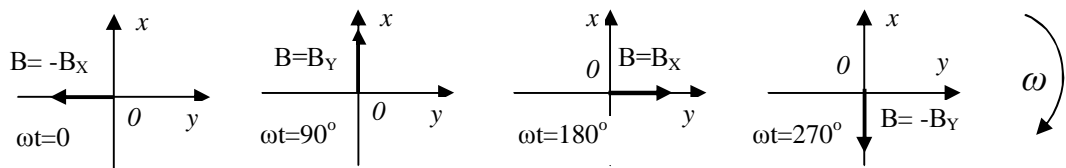


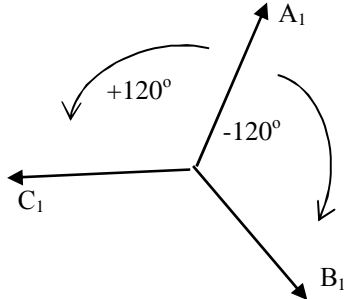
Рис. 6.26

6.10. Розкладання несиметричної трифазної системи векторів на три симетричні системи

Для аналізу та розрахунку несиметричних трифазних кіл (особливо коли несиметричний генератор) широко застосовують метод симетричних складових. Цей метод базується на тому, що будь-яку несиметричну систему векторів (\vec{I} , \vec{U} , \vec{B} , \vec{E} , $\vec{\Phi}$) заміняють сумою трьох симетричних трифазних систем векторів, які зветься симетричними складовими. Ці три симетричні складові відрізняються одна від іншої величиною векторів та послідовністю

чередування фаз і називаються прямою, оберненою та нульовою послідовностями.

Пряма послідовність: A_1, B_1, C_1



$$\underline{A_1} = \underline{A_1};$$

$$\underline{B_1} = \underline{A_1} e^{-j120^\circ};$$

$$\underline{C_1} = \underline{A_1} e^{j120^\circ}$$

З урахуванням оператора обертання

$$a = e^{j120^\circ} = e^{-j240^\circ}; \quad a^2 = e^{j240^\circ} = e^{-j120^\circ},$$

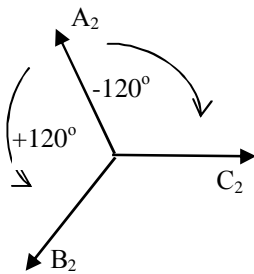
маємо:

$$\underline{A_1} = \underline{A_1};$$

$$\underline{B_1} = a^2 \underline{A_1};$$

$$\underline{C_1} = a \underline{A_1}.$$

Обернена послідовність: A_2, B_2, C_2

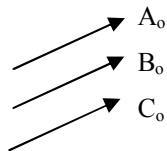


$$\underline{A_2} = \underline{A_2};$$

$$\underline{B_2} = \underline{A_2} e^{j120^\circ} = a \underline{A_2};$$

$$\underline{C_2} = \underline{A_2} e^{-j120^\circ} = a^2 \underline{A_2}.$$

Нульова послідовність: A_0, B_0, C_0



Три однакові вектори.

Доведемо, що будь-яку несиметричну систему векторів $\underline{A}, \underline{B}, \underline{C}$ можна розкласти на три симетричні системи: пряму, обернену та нульову послідовності, тобто:

$$\begin{cases} \underline{A} = \underline{A_1} + \underline{A_2} + \underline{A_0} \\ \underline{B} = \underline{B_1} + \underline{B_2} + \underline{B_0} \\ \underline{C} = \underline{C_1} + \underline{C_2} + \underline{C_0} \end{cases} \quad \text{або} \quad \begin{cases} \underline{A} = \underline{A_1} + \underline{A_2} + \underline{A_0} \\ \underline{B} = a^2 \underline{A_1} + a \underline{A_2} + \underline{A_0} \\ \underline{C} = a \underline{A_1} + a^2 \underline{A_2} + \underline{A_0} \end{cases} \quad (1)$$

В цих рівняннях невідомі A_1, A_2, A_0 . Визначимо їх за допомогою відомих векторів $\underline{A}, \underline{B}, \underline{C}$, чим і докажемо справедливості такого розкладення.

Для визначення A_0 складемо всі три рівняння системи (1):

$$\underline{A} + \underline{B} + \underline{C} = \underline{A_1}(1 + a^2 + a) + \underline{A_2}(1 + a + a^2) + 3\underline{A_0} = 3\underline{A_0}.$$

Звідси
$$\underline{A}_0 = \frac{1}{3}(\underline{A} + \underline{B} + \underline{C}).$$

Для визначення \underline{A}_1 друге рівняння системи (1) помножимо на a , а третє-на a^2 :

Врахуємо що:

$$\begin{aligned} \underline{A} &= \underline{A}_1 + \underline{A}_2 + \underline{A}_0, & \underline{A} &= \underline{A}_1 + \underline{A}_2 + \underline{A}_0, \\ a\underline{B} &= a^3 \underline{A}_1 + a^2 \underline{A}_2 + a\underline{A}_0, & a\underline{B} &= \underline{A}_1 + a^2 \underline{A}_2 + a\underline{A}_0, \\ a^2 \underline{C} &= a^3 \underline{A}_1 + a^4 \underline{A}_2 + a^2 \underline{A}_0; & a^2 \underline{C} &= \underline{A}_1 + a\underline{A}_2 + a^2 \underline{A}_0; \end{aligned} \quad (2)$$

$a^3 = a^2 \cdot a = e^{-j120^\circ} e^{j120^\circ} = 1, \quad a^4 = a^3 \cdot a = a \Rightarrow$

Складемо всі три рівняння системи (2):

$$\underline{A} + a\underline{B} + a^2 \underline{C} = 3\underline{A}_1 + \underline{A}_2(1 + a^2 + a) + \underline{A}_0(1 + a + a^2) = 3\underline{A}_1,$$

звідси:
$$\underline{A}_1 = \frac{1}{3}(\underline{A} + a\underline{B} + a^2 \underline{C}).$$

Для визначення \underline{A}_2 друге рівняння системи (1) помножимо на a^2 , а третє на a :

$$\begin{aligned} \underline{A} &= \underline{A}_1 + \underline{A}_2 + \underline{A}_0, & \underline{A} &= \underline{A}_1 + \underline{A}_2 + \underline{A}_0, \\ a^2 \underline{B} &= a^4 \underline{A}_1 + a^3 \underline{A}_2 + a^2 \underline{A}_0, & a^2 \underline{B} &= a \underline{A}_1 + \underline{A}_2 + a^2 \underline{A}_0, \\ a \underline{C} &= a^2 \underline{A}_1 + a^3 \underline{A}_2 + a \underline{A}_0; & a \underline{C} &= a^2 \underline{A}_1 + \underline{A}_2 + a \underline{A}_0; \end{aligned} \quad (3)$$

Складемо всі три рівняння системи (3):

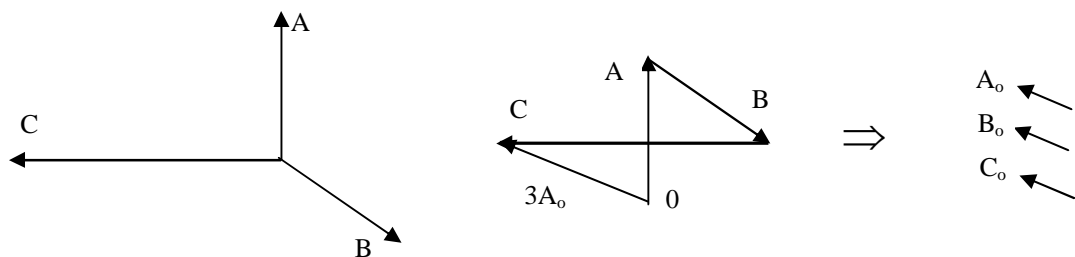
$$\underline{A} + a\underline{B} + a^2 \underline{C} = \underline{A}_1(1 + a + a^2) + 3\underline{A}_2 + \underline{A}_0(1 + a^2 + a) = 3\underline{A}_2,$$

звідси:
$$\underline{A}_2 = \frac{1}{3}(\underline{A} + a^2 \underline{B} + a \underline{C}).$$

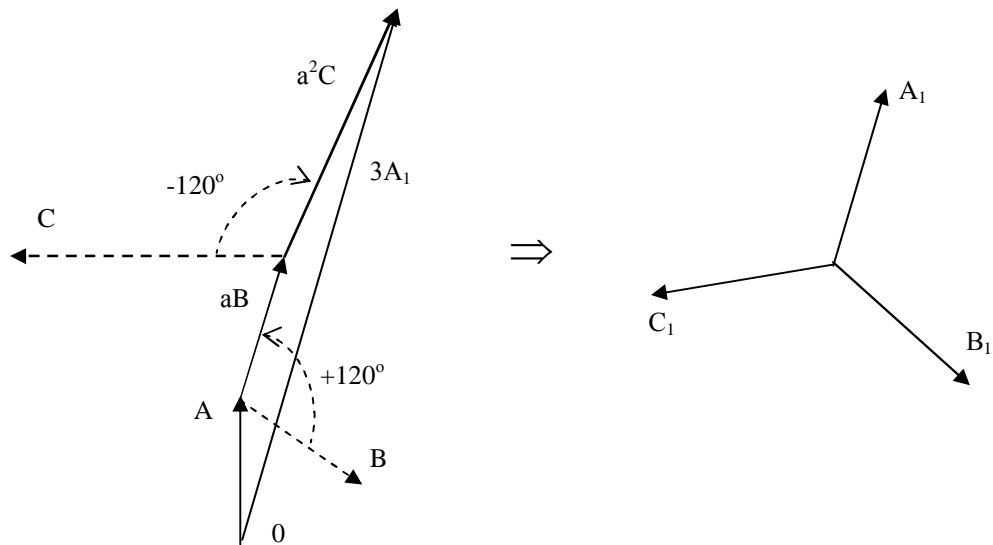
Несиметричну систему векторів \underline{A} , \underline{B} , \underline{C} можна також розкласти на симетричні складові графічно. Для цього скористаємося виразами для $\underline{A}_0, \underline{A}_1, \underline{A}_2$ і виконаємо графічний розрахунок.

Дано: несиметрична система векторів \underline{A} , \underline{B} , \underline{C} .

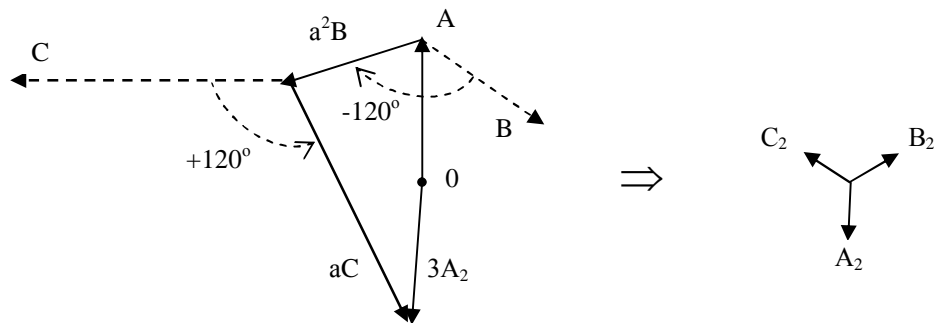
Визначимо \underline{A}_0 :
$$3\underline{A}_0 = \underline{A} + \underline{B} + \underline{C}.$$



Визначимо \underline{A}_1 : $3\underline{A}_1 = \underline{A} + a\underline{B} + a^2\underline{C}$

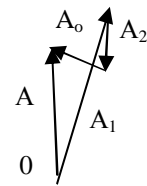


Визначимо: \underline{A}_2 : $3\underline{A}_2 = \underline{A} + a^2\underline{B} + a\underline{C}$



Перевірка для фази A:

$$\underline{A}_1 + \underline{A}_2 + \underline{A}_0 = \underline{A}$$



6.11. Опори симетричного трифазного кола для струмів різних послідовностей

Розглянемо симетричне трифазне коло з нейтральним проводом і опорами фаз статичного приймача $\underline{Z}_A = \underline{Z}_B = \underline{Z}_C = \underline{Z}$.

Прикладемо до кола симетричну систему фазних напруг прямої послідовності:

$$\begin{aligned}\underline{U}_A &= \underline{U}_{A1}, \\ \underline{U}_B &= \underline{U}_{B1} = \underline{U}_{A1} e^{-j120^\circ}, \\ \underline{U}_C &= \underline{U}_{C1} = \underline{U}_{A1} e^{j120^\circ}.\end{aligned}$$

Тоді в фазах приймача буде протікати також симетрична система струмів прямої послідовності:

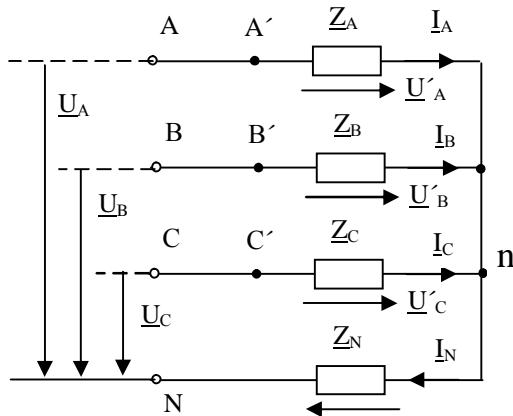


Рис. 6.27

$$\underline{I}_A = \underline{I}_{A1},$$

$$\underline{I}_B = \underline{I}_{B1} = \underline{I}_{A1} e^{-j120^\circ},$$

$$\underline{I}_C = \underline{I}_{C1} = \underline{I}_{A1} e^{j120^\circ}.$$

Тому струм в нейтральному проводі та напруга на ньому буде дорівнювати нулю:

$$\underline{I}_N = \underline{I}_{A1} + \underline{I}_{A1} e^{-j120^\circ} + \underline{I}_{A1} e^{j120^\circ} = 0,$$

а також $\underline{U}_N = 0$.

А це значить, що фазні напруги генератора та приймача будуть рівними.

Визначимо опір фаз приймача для струмів прямої послідовності, тобто опір прямої послідовності:

$$\underline{Z}_1 = \frac{\underline{U}_{A1}}{\underline{I}_{A1}} = \frac{\underline{U}_{B1}}{\underline{I}_{B1}} = \frac{\underline{U}_{C1}}{\underline{I}_{C1}} = \underline{Z} = \text{const.}$$

Аналогічно, якщо до кола приєднати обернену послідовність фазних напруг, то в фазах приймача буде протікати симетрична система струмів оберненої послідовності. Тому $\underline{I}_{N2} = 0$ і $\underline{U}_{N2} = 0$, а опір оберненої послідовності буде дорівнювати:

$$\underline{Z}_2 = \frac{\underline{U}_{A2}}{\underline{I}_{A2}} = \frac{\underline{U}_{B2}}{\underline{I}_{B2}} = \frac{\underline{U}_{C2}}{\underline{I}_{C2}} = \underline{Z}.$$

І в цьому випадку $\underline{Z}_2 = \underline{Z}$.

Прикладемо тепер до кола симетричну систему фазних напруг нульової послідовності $\underline{U}_A = \underline{U}_B = \underline{U}_C = \underline{U}_0$.

В цьому випадку в фазах буде протікати симетрична система струмів нульової послідовності $\underline{I}_A = \underline{I}_B = \underline{I}_C = \underline{I}_0$, а струм в нейтральному проводі дорівнює: $\underline{I}_{N0} = \underline{I}_A + \underline{I}_B + \underline{I}_C = 3\underline{I}_0$.

Визначимо комплексний опір нульової послідовності: $\underline{Z}_0 = \frac{\underline{U}_0}{\underline{I}_0}$.

Для цього для зовнішнього контуру кола складемо рівняння за другим законом Кірхгофа:

$$\underline{U}_A = \underline{Z}\underline{I}_A + \underline{Z}_N \underline{I}_N, \text{ де } \underline{I}_A = \underline{I}_0, \quad \underline{I}_N = 3\underline{I}_0, \quad \underline{U}_A = \underline{U}_0.$$

$$\text{Тоді: } \underline{U}_0 = \underline{Z}\underline{I}_0 + 3\underline{Z}_N \underline{I}_0 = \underline{I}_0(\underline{Z} + 3\underline{Z}_N).$$

$$\text{Звідки } \underline{Z}_0 = \frac{\underline{U}_0}{\underline{I}_0} = \underline{Z} + 3\underline{Z}_N.$$

Якщо нульовий провід відсутній, то $Z_N = \infty$, $Z_0 = \infty$ і струми нульової послідовності не протікають. В фазах приймача протікають тільки струми прямої та оберненої послідовності, для яких опір нейтрального проводу не має значення.

Таким чином, при симетричному статичному навантаженні фаз $Z_A = Z_B = Z_C$ маємо $Z_A = Z_B \neq Z_0$, де Z_1, Z_2, Z_0 – комплексні опори прямої, оберненої та нульової послідовностей.

Якщо приймачем трифазного кола являється трифазний електричний двигун, тобто динамічне навантаження, то $Z_1 \neq Z_2 \neq Z_0$. Це обумовлено тим, що магнітне поле прямої послідовності обертається в одному напрямку з ротором, а магнітне поле оберненої послідовності обертається проти ротора. Як зазвичай $Z_1 > Z_2$.

Складові оберненої послідовності шкідливо впливають на роботу електричних машин. Тому стандартом допускається рівень несиметрії до 4%, тобто

$$\frac{U_2}{U_1} \cdot 100\% \leq 4\%.$$

6.12. Застосування методу симетричних складових для розрахунку трифазних кіл

6.12.1. Розрахунок несиметричного трифазного кола з симетричним навантаженням та несиметричним генератором

В цьому випадку використовують метод накладення стосовно симетричних складових.

Несиметричну систему фазних напруг генератора розкладають на 3 симетричні складові – пряму, обернену та нульову послідовності і для кожної з них окремо розраховують вже симетричні трифазні кола.

Для випадку $Z_A = Z_B = Z_C = Z$ розрахункові схеми мають наступний вигляд (рис. 6.28; рис. 6.29):

- для визначення струмів прямої та оберненої послідовностей:
- для визначення струмів нульової послідовності:

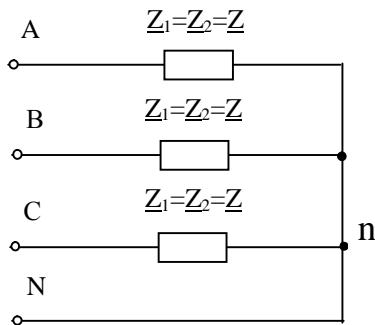


Рис. 6.28

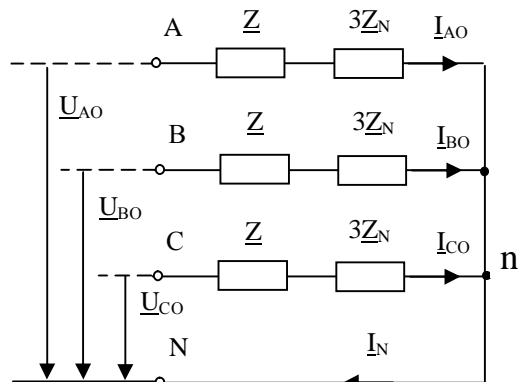


Рис. 6.29

Так як ці трифазні кола вже симетричні, то розрахунок їх достатньо зробити, наприклад, тільки для фази A , скориставшись наступними розрахунковими схемами:

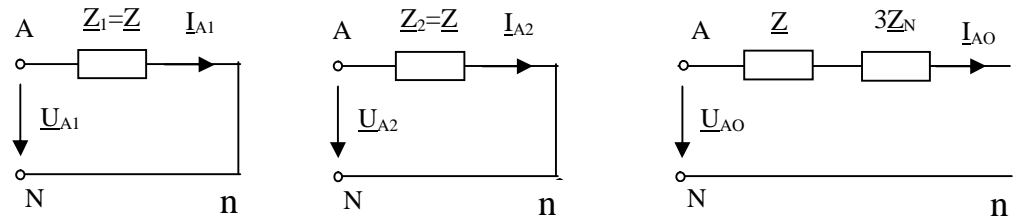


Рис. 6.30

$$\underline{I}_{A1} = \underline{U}_{A1} / \underline{Z}, \quad \underline{I}_{A2} = \underline{U}_{A2} / \underline{Z}, \quad \underline{I}_{A0} = \underline{U}_{A0} / (\underline{Z} + 3\underline{Z}_N).$$

Ці рівняння виражають принцип незалежності симетричних складових в трифазному колі з симетричним навантаженням.

Далі знаходимо фазні струми приймача:

$$\begin{aligned} \underline{I}_A &= \underline{I}_{A1} + \underline{I}_{A2} + \underline{I}_{A0}; \\ \underline{I}_B &= \underline{I}_{B1} + \underline{I}_{B2} + \underline{I}_{B0} = a^2 \underline{I}_{A1} + a \underline{I}_{A2} + \underline{I}_{A0}; \\ \underline{I}_C &= \underline{I}_{C1} + \underline{I}_{C2} + \underline{I}_{C0} = a \underline{I}_{A1} + a^2 \underline{I}_{A2} + \underline{I}_{A0}. \end{aligned}$$

При несиметричному навантаженні ($\underline{Z}_A \neq \underline{Z}_B \neq \underline{Z}_C$) принцип незалежності симетричних складових не виконується і тому розрахунок несиметричного трифазного кола методом накладення неможливий.

6.12.2. Основні рівняння для розрахунку будь-яких несиметричних режимів роботи трифазних кіл

Розглянемо трифазне коло, з'єднане зіркою.

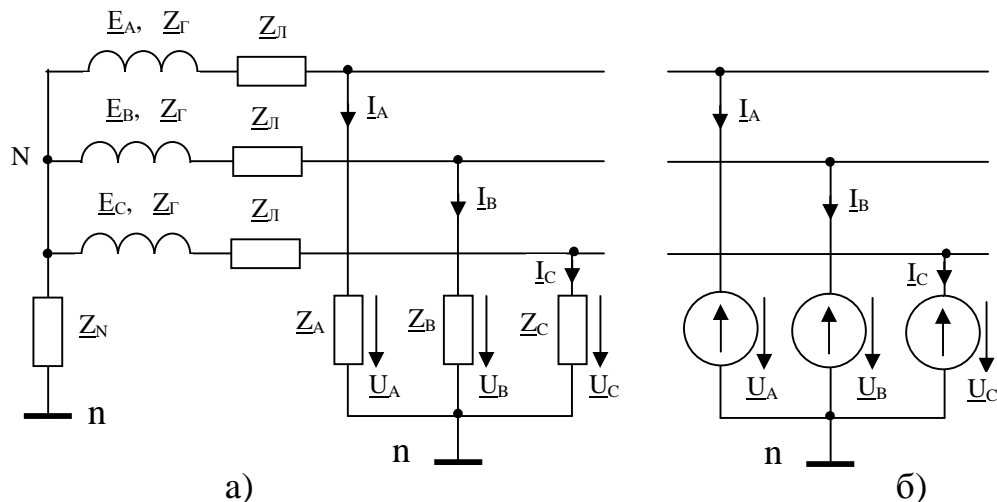


Рис. 6.31

Нехай генератор виробляє симетричну трифазну систему ЕРС прямої послідовності (рис. 6.31,а):

$$\underline{E}_A = E_1, \quad \underline{E}_B = a^2 E_1, \quad \underline{E}_C = a E_1 \quad (\underline{E}_2 = \underline{E}_0 = 0).$$

Приймач несиметричний: $(\underline{Z}_A \neq \underline{Z}_B \neq \underline{Z}_C)$.

Одержимо основні рівняння для розрахунку будь-яких несиметричних режимів роботи трифазного кола, скориставшись принципом компенсації.

Принцип компенсації стверджує, що пасивний елемент, який має опір, можна замінити джерелом енергії, ЕРС якого чисельно дорівнює спаду напруги на цьому елементі і направлена протилежно струму в ньому.

Замінімо комплексні опори фаз приймача \underline{Z}_A , \underline{Z}_B , \underline{Z}_C на джерела ЕРС з напругами на їх затискачах \underline{U}_A , \underline{U}_B , \underline{U}_C (рис. 6.31,б).

Так як $\underline{Z}_A \neq \underline{Z}_B \neq \underline{Z}_C$, то $\underline{U}_A \neq \underline{U}_B \neq \underline{U}_C$, тобто маємо несиметричну трифазну систему напруг приймача.

Розкладемо цю несиметричну систему напруг \underline{U}_A , \underline{U}_B , \underline{U}_C на симетричні складові, прийнявши фазу A за основну:

$$\begin{aligned} \underline{U}_A &= \underline{U}_1 + \underline{U}_2 + \underline{U}_0; \\ \underline{U}_B &= a^2 \underline{U}_1 + a \underline{U}_2 + \underline{U}_0; \\ \underline{U}_C &= a \underline{U}_1 + a^2 \underline{U}_2 + \underline{U}_0. \end{aligned}$$

Зобразимо відповідну електричну схему трифазного кола (рис. 6.32).

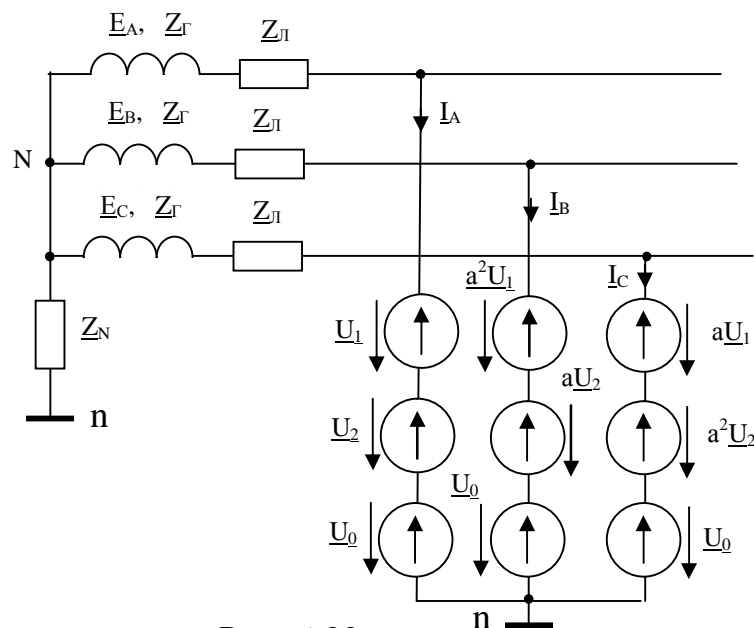


Рис. 6.32

Для розрахунку цього кола можна скористатися принципом накладення, так як кожна систематична послідовність напруг обумовлює симетричну систему струмів тієї ж послідовності. Тому для кожної фази можна скласти три незалежні розрахункові схеми і знайти струм фази як суму струмів в цих трьох схемах.

Наприклад для фази A :

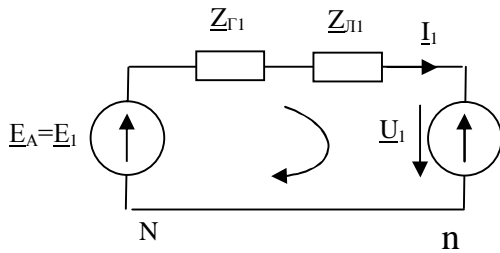


Рис. 6.33

- схема для розрахунку струму прямої послідовності (рис. 6.33):

$$\underline{E}_1 = \underline{I}_1 (\underline{Z}_{Г1} + \underline{Z}_{Л1}) + \underline{U}_1 = \underline{I}_1 \underline{Z}_1 + \underline{U}_1,$$

$$\underline{I}_1 = (\underline{E}_1 - \underline{U}_1) / \underline{Z}_1,$$

$$\underline{Z}_1 = \underline{Z}_{Г1} + \underline{Z}_{Л1}.$$

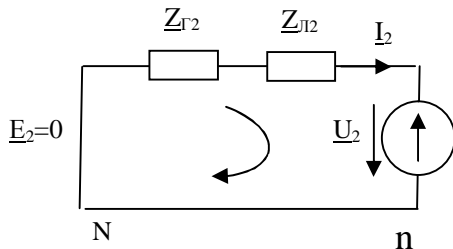


Рис. 6.34

- схема для розрахунку струму оберненої послідовності (рис. 6.34):

$$0 = \underline{I}_2 (\underline{Z}_{Г2} + \underline{Z}_{Л2}) + \underline{U}_2 = \underline{I}_2 \underline{Z}_2 + \underline{U}_2,$$

$$\underline{I}_2 = - \underline{U}_2 / \underline{Z}_2,$$

$$\underline{Z}_2 = \underline{Z}_{Г2} + \underline{Z}_{Л2}.$$

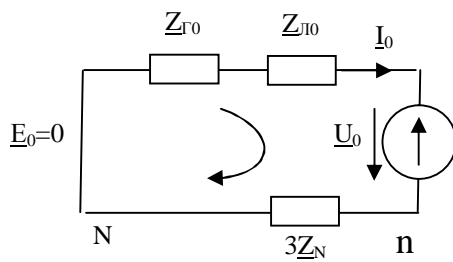


Рис. 6.35

- схема для розрахунку струму нульової послідовності (рис. 6.35):

$$0 = \underline{I}_0 (\underline{Z}_{Г0} + \underline{Z}_{Л0} + 3\underline{Z}_N) + \underline{U}_0 = \underline{I}_0 \underline{Z}_0 + \underline{U}_0,$$

$$\underline{I}_0 = - \underline{U}_0 / \underline{Z}_0,$$

$$\underline{Z}_0 = \underline{Z}_{Г0} + \underline{Z}_{Л0} + 3\underline{Z}_N.$$

Таким чином, одержали систему основних рівнянь, яка дозволяє розрахувати будь-який несиметричний режим роботи трифазного кола:

$$\left. \begin{aligned} \underline{E}_1 &= \underline{I}_1 \underline{Z}_1 + \underline{U}_1, \\ 0 &= \underline{I}_2 \underline{Z}_2 + \underline{U}_2, \\ 0 &= \underline{I}_0 \underline{Z}_0 + \underline{U}_0. \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

Тут $\underline{Z}_{Г1}, \underline{Z}_{Г2}, \underline{Z}_{Г0}$; $\underline{Z}_{Л1}, \underline{Z}_{Л2}, \underline{Z}_{Л0}$; $\underline{Z}_1, \underline{Z}_2, \underline{Z}_0$ – комплексні опори прямої, оберненої, нульової послідовностей відповідно фаз генератора, проводів і всього кола.

Ці рівняння містять шість невідомих $\underline{I}_1, \underline{I}_2, \underline{I}_0, \underline{U}_1, \underline{U}_2, \underline{U}_0$. Тому три додаткових рівняння складаються на основі конкретного трифазного кола та параметрів несиметричного режиму його роботи, тобто із умов конкретної задачі.

6.13. Застосування методу симетричних складових для розрахунку трифазних кіл

Нехай фаза A замкнулась на корпус ЛА ($\underline{U}_A=0$), а інші фази генератора не навантажені, тобто $\underline{I}_B=\underline{I}_C=0$.

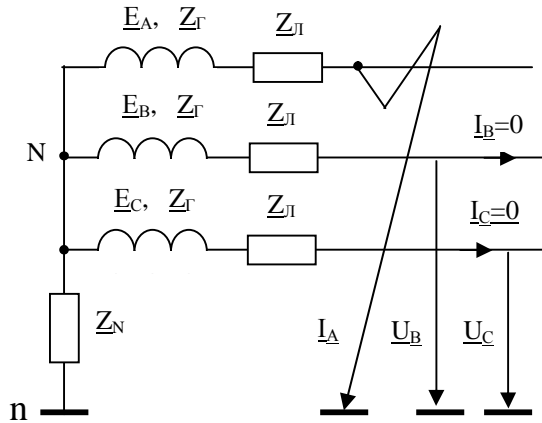


Рис. 6.36

Визначимо струм короткого замикання \underline{I}_A , а також напруги \underline{U}_B , \underline{U}_C .

Для розрахунку скористаємося системою рівнянь (1), доповнивши її трьома додатковими рівняннями із умови задачі:

$$\left. \begin{aligned} \underline{E}_1 &= \underline{I}_1 \underline{Z}_1 + \underline{U}_1, \\ 0 &= \underline{I}_2 \underline{Z}_2 + \underline{U}_2, \\ 0 &= \underline{I}_0 \underline{Z}_0 + \underline{U}_0, \\ \underline{U}_A &= 0, \\ \underline{I}_B &= 0, \\ \underline{I}_C &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Для визначення струму \underline{I}_A спершу знайдемо його симетричні складові із рівнянь:

$$\begin{aligned} \underline{I}_1 &= 1/3(\underline{I}_A + a\underline{I}_B + a^2\underline{I}_C), \\ \underline{I}_2 &= 1/3(\underline{I}_A + a^2\underline{I}_B + a\underline{I}_C), \\ \underline{I}_0 &= 1/3(\underline{I}_A + \underline{I}_B + \underline{I}_C). \end{aligned}$$

Так як $\underline{I}_B=\underline{I}_C=0$, то $\underline{I}_1=\underline{I}_2=\underline{I}_0=\underline{I}_A/3$.

Підставимо ці значення в перші три рівняння системи (2):

$$\left. \begin{aligned} \underline{E}_1 &= \underline{I}_A \underline{Z}_1 / 3 + \underline{U}_1, \\ 0 &= \underline{I}_A \underline{Z}_2 / 3 + \underline{U}_2, \\ 0 &= \underline{I}_A \underline{Z}_0 / 3 + \underline{U}_0. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Складемо ці три рівняння:

$$\underline{E}_1 = \underline{I}_A / 3(\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 + \underline{Z}_0) + \underline{U}_1 + \underline{U}_2 + \underline{U}_0.$$

Враховуючи, що $\underline{U}_1 + \underline{U}_2 + \underline{U}_0 = \underline{U}_A = 0$, визначимо струм КЗ в фазі A

$$\underline{I}_A = 3 \underline{E}_1 / (\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 + \underline{Z}_0)$$

Для визначення напруг \underline{U}_B , \underline{U}_C спершу знайдемо їх симетричні складові із системи рівнянь (3):

$$\begin{aligned} \underline{U}_1 &= \underline{E}_1 - \underline{I}_A \underline{Z}_1 / 3 = \underline{E}_1 - \underline{E}_1 \underline{Z}_1 / (\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 + \underline{Z}_0) = \underline{E}_1 (\underline{Z}_2 + \underline{Z}_0) / (\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 + \underline{Z}_0); \\ \underline{U}_2 &= - \underline{I}_A \underline{Z}_2 / 3 = - \underline{E}_1 \underline{Z}_2 / (\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 + \underline{Z}_0); \\ \underline{U}_0 &= - \underline{I}_A \underline{Z}_0 / 3 = - \underline{E}_1 \underline{Z}_0 / (\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 + \underline{Z}_0). \end{aligned}$$

Тоді:

$$\begin{aligned} \underline{U}_B &= a^2 \underline{U}_1 + a \underline{U}_2 + \underline{U}_0 = \underline{E}_1 [(a^2 - 1) \underline{Z}_0 + (a^2 - a) \underline{Z}_2] / (\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 + \underline{Z}_0), \\ \underline{U}_C &= a \underline{U}_1 + a^2 \underline{U}_2 + \underline{U}_0 = \underline{E}_1 [(a - 1) \underline{Z}_0 + (a - a^2) \underline{Z}_2] / (\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 + \underline{Z}_0). \end{aligned}$$

6.14. Фільтри симетричних складових

Фільтром симетричних складових називається пристрій, за допомогою якого з несиметричних трифазних систем струмів або напруг виділяється струм або напруга, пропорційні одній із симетричних складових.

Фільтри застосовуються в регуляторах напруги, а також в системах управління та захисту трифазних генераторів.

Аварійний режим роботи трифазного кола можна виявити за виникненням симетричних складових нульової та оберненої послідовностей в лінійних або фазних напругах чи струмах.

Розглянемо фільтри для виділення нульової, прямої та оберненої послідовностей.

6.14.1. Фільтр нульової послідовності

Фільтр нульової послідовності приведений на рис. 6.37.

K_U – коефіцієнт трансформації трифазного трансформатора.

Фільтр реалізує рівняння:

$$3\underline{U}_0 = \underline{U}_A + \underline{U}_B + \underline{U}_C.$$

Напруга на вольтметрі дорівнює:

$$\underline{U}_V = K_U (\underline{U}_A + \underline{U}_B + \underline{U}_C) = 3K_U \underline{U}_0.$$

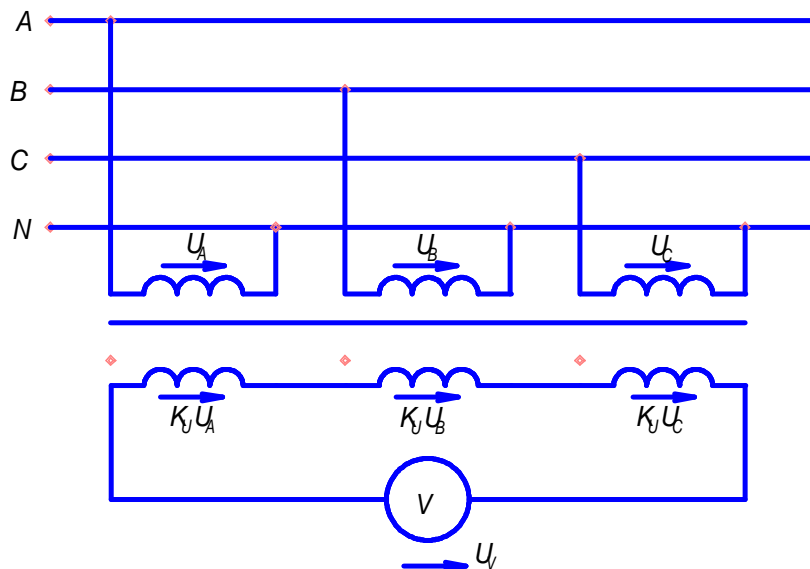


Рис. 6.37

Звідси: $U_0 = \frac{U_V}{3K_U}$, де U_V – показання вольтметра.

6.14.2. Фільтр оберненої послідовності

Розглянемо схему чотириелементного ємнісного фільтра (рис. 6.38).

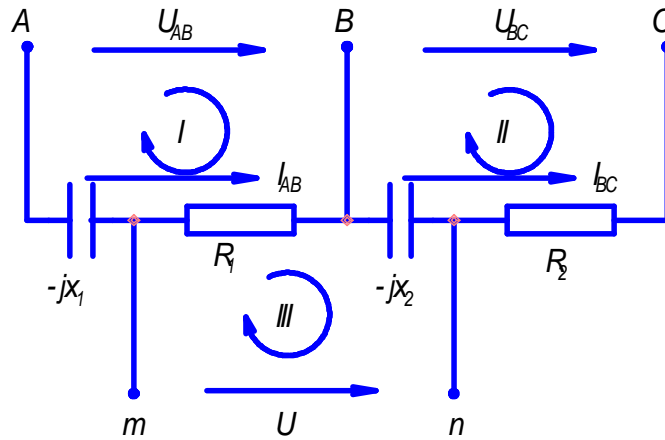


Рис. 6.38

Покажемо, що U пропорційна напрузі оберненої послідовності: $U \equiv U_2$.
За II законом Кірхгофа для контурів I, II, III маємо:

$$\begin{aligned} (1) \quad \underline{U}_{AB} - \underline{I}_{AB}R_1 + jx_1\underline{I}_{AB} &= 0, \quad \text{звідси} \quad \underline{I}_{AB} = \frac{\underline{U}_{AB}}{R_1 - jx_1}; \\ (2) \quad \underline{U}_{BC} - \underline{I}_{BC}R_2 + jx_2\underline{I}_{BC} &= 0, \quad \text{звідси} \quad \underline{I}_{BC} = \frac{\underline{U}_{BC}}{R_2 - jx_2}; \\ (3) \quad -\underline{U} + \underline{I}_{AB}R_1 - jx_2\underline{I}_{BC} &= 0. \end{aligned}$$

Підставимо значення струмів \underline{I}_{AB} , \underline{I}_{BC} в третє рівняння:

$$\frac{R_1}{R_1 - jx_1}\underline{U}_{AB} - \frac{jx_2}{R_2 - jx_2}\underline{U}_{BC} = \underline{U}. \quad (4)$$

Нехай параметри фільтра відповідають таким умовам:

$$\frac{R_1}{x_1} = \frac{x_2}{R_2} = \sqrt{3}, \quad \text{тобто} \quad R_1 = x_2, \quad R_2 = x_1 = \frac{R_2}{\sqrt{3}}.$$

З урахуванням цього підрахуємо значення коефіцієнтів перед напругами в рівняння (4):

$$\frac{R_1}{R_1 - jx_1} = \frac{R_1}{R_1 - j\frac{R_1}{\sqrt{3}}} = \frac{1}{1 - j\frac{1}{\sqrt{3}}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3} - j} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2} - j\frac{1}{2}} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\cos 30^\circ - j\sin 30^\circ} = \frac{\sqrt{3}}{2}e^{j30^\circ}.$$

$$\frac{jx_2}{R_2 - jx_2} = \frac{jR_1}{\frac{R_1}{\sqrt{3}} - jR_1} = \frac{j}{\frac{1}{\sqrt{3}} - j} = \frac{j\sqrt{3}}{1 - j\sqrt{3}} = \frac{j\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}e^{j90^\circ}}{\cos 60^\circ - j\sin 60^\circ} = \frac{\sqrt{3}}{2}e^{j150^\circ} = -\frac{\sqrt{3}}{2}e^{-j30^\circ}$$

Тоді рівняння (4) запишеться в такому вигляді:

$$\frac{\sqrt{3}}{2}(\underline{U}_{AB} e^{j30^\circ} + \underline{U}_{BC} e^{-j30^\circ}) = \underline{U} \quad (5)$$

Виразимо напруги \underline{U}_{AB} та \underline{U}_{BC} через симетричні складові прямої та оберненої послідовностей. В лінійних напругах нульова складова відсутня.

$$\underline{U}_{AB} = \underline{U}_1 + \underline{U}_2; \quad \underline{U}_{BC} = a^2 \underline{U}_1 + a \underline{U}_2.$$

В цьому випадку:

$$\frac{\sqrt{3}}{2}[(\underline{U}_1 + \underline{U}_2)e^{j30^\circ} + (a^2 \underline{U}_1 + a \underline{U}_2)e^{-j30^\circ}] = \underline{U},$$

або
$$\frac{\sqrt{3}}{2}[(e^{j30^\circ} + a^2 e^{-j30^\circ})\underline{U}_1 + (e^{j30^\circ} + a e^{-j30^\circ})\underline{U}_2] = \underline{U}.$$

Визначимо коефіцієнти:

$$e^{j30^\circ} + a^2 e^{-j30^\circ} = e^{j30^\circ} + e^{-j120^\circ} e^{-j30^\circ} = e^{j30^\circ} + e^{-j150^\circ} = e^{j30^\circ} - e^{j30^\circ} = 0;$$

$$\begin{aligned} e^{j30^\circ} + a e^{-j30^\circ} &= e^{j30^\circ} + e^{j120^\circ} e^{-j30^\circ} = e^{j30^\circ} + e^{j90^\circ} = \\ &= \frac{\sqrt{3}}{2} + j\frac{1}{2} + j = \frac{\sqrt{3}}{2} + j\frac{3}{2} = \sqrt{3}\left(\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \sqrt{3}e^{j60^\circ} \end{aligned}$$

Тоді одержимо:

$$\frac{3}{2}\underline{U}_2 e^{j60^\circ} = \underline{U} \quad (6),$$

тобто, напруга між точками m та n пропорційна симетричній складовій оберненої послідовності. Вольтметр між точками m та n покаже діючу напругу, яка дорівнює модулю комплексної напруги (6):

$$U_V = U = \frac{3}{2}U_2.$$

Даний фільтр можна також використовувати для виділення симетричної складової прямої послідовності, для цього необхідно тільки поміняти місцями дві будь-які фази, наприклад B і C .

Крім того для виділення симетричної складової прямої послідовності можуть використовуватись спеціальні фільтри.

6.14.3. Фільтр прямої послідовності

Також виконується в вигляді чотириелементного фільтра (рис. 6.39).

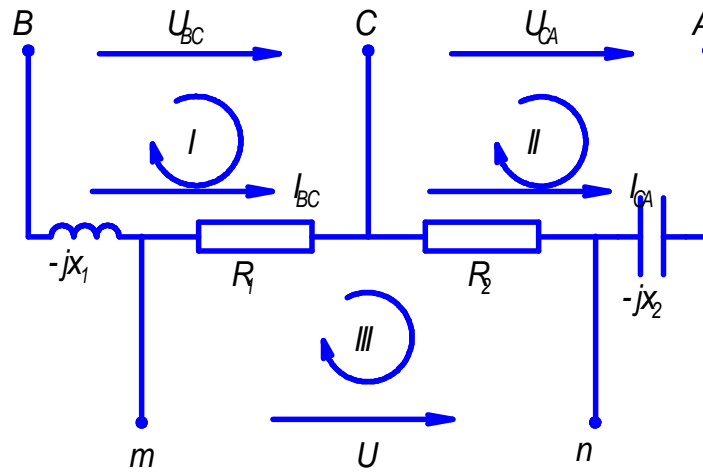


Рис. 6.39

Параметри вибираються із умови:

$$R_1 = R_2 = R; \quad x_1 = x_2 = \frac{R}{\sqrt{3}}.$$

Для даного фільтра:

$$\underline{U} = -\frac{3}{2}\underline{U}_1.$$

Доведення проводиться аналогічно, як і для фільтра оберненої послідовності.

Приклади розрахунку трифазних електричних кіл

Задача № 1

До симетричного трифазного генератора с фазовою напругою $U_\phi=100\text{В}$ підключене несиметричне навантаження, з'єднане зіркою (рис. Р6.1,а): $Z_A = -j100\text{ Ом}$, $Z_B = Z_C = 100\text{ Ом}$.

Визначити струми в фазах споживача та активну напругу. Побудувати топографічну діаграму.

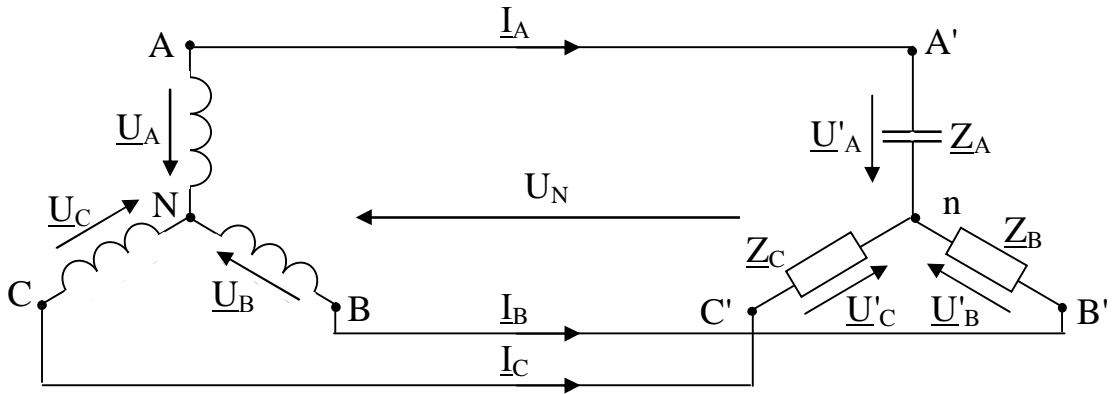


Рис. Р6.1,а

Розв'язок

1. Визначимо напругу U_N між нейтральними точками споживача та генератора:

$$\underline{U}_N = \frac{\underline{U}_A \underline{Y}_A + \underline{U}_B \underline{Y}_B + \underline{U}_C \underline{Y}_C}{\underline{Y}_A + \underline{Y}_B + \underline{Y}_C}.$$

Візьмемо $\underline{U}_A = 100\text{В}$.

Тоді $\underline{U}_B = 100 e^{j120^\circ} \text{ В}$, де $e^{j120^\circ} = -0.5 - j0.87$,
 $\underline{U}_C = 100 e^{j120^\circ} \text{ В}$, де $e^{j120^\circ} = -0.5 + j0.87$.

$$\underline{Y}_A = \frac{1}{\underline{Z}_A} = \frac{1}{-j100} = j0.01 \text{ См}; \quad \underline{Y}_B = \underline{Y}_C = \frac{1}{\underline{Z}_B} = 0.01 \text{ См};$$

$$\begin{aligned} \underline{U}_N &= \frac{100 \cdot j0.01 + 100 e^{-j120^\circ} \cdot 0.01 + 100 e^{j120^\circ} \cdot 0.01}{j0.01 + 0.01 + 0.01} = \\ &= \frac{100}{2+j} (j - 0.5 - j0.87 - 0.9 + j0.87) = \frac{100(j-1)(2-j)}{(2+j)(2-j)} = 20(j2-2+1+j) = -20 + j60 \text{ В}. \end{aligned}$$

2. Визначимо напругу на фазах споживача:

$$\underline{U}'_A = \underline{U}_A - \underline{U}_N = 100 - (-20 + j60) = 120 - j60 = 134 e^{-j26^\circ 34'} \text{ В};$$

$$\begin{aligned} \underline{U}'_B &= \underline{U}_B - \underline{U}_N = 100 e^{j120^\circ} - (-20 + j60) = -50 - j87 + 20 - j60 = \\ &= -30 - j147 = -150 e^{+j78^\circ 28'} \text{ В}; \end{aligned}$$

$$\underline{U}'_C = \underline{U}_C - \underline{U}_N = 100 e^{j120^\circ} - (-20 + j60) = -50 + j87 + 20 - j60 = -30 + j27 = -40 e^{-j42^\circ} \text{ В};$$

3. Знайдемо фазові струми

$$\underline{I}_A = \frac{\underline{U}'_A}{\underline{Z}_A} = \frac{134e^{-j26^\circ 34'}}{-j100} = 1.24e^{j63^\circ 26'} \text{ A};$$

$$\underline{I}_B = \frac{\underline{U}'_B}{\underline{Z}_B} = \frac{-150e^{j78^\circ 28'}}{100} = 1.5e^{j78^\circ 28'} \text{ A};$$

$$\underline{I}_C = \frac{\underline{U}'_C}{\underline{Z}_C} = \frac{-40e^{-j42^\circ}}{100} = -0.4e^{-j42^\circ} \text{ A}.$$

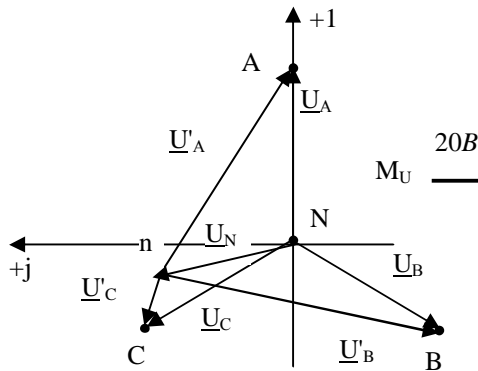


Рис. Р6.1,б

4. Знайдемо споживану активну потужність

$$\begin{aligned} P_A &= 0, \\ P_B &= R_B I_B^2 = 100 (1,5)^2 = 225 \text{ Вт}, \\ P_C &= R_C I_C^2 = 100 (0,4)^2 = 16 \text{ Вт}, \\ P &= P_B + P_C = 225 + 16 = 241 \text{ Вт}. \end{aligned}$$

5. Побудуємо топографічну діаграму (рис. Р6.1,б).

Бачимо, що напруги на фазах B та C споживача сильно відрізняються між собою, хоча опори цих фаз однакові.

Задача № 2

Симетричний трифазний приймач з комплексним опором фаз $\underline{Z}=40+j30$ Ом, з'єднаний трикутником, працює від симетричного генератора (рис. Р6.2,а).

Визначити фазні та лінійні струми, а також активну, реактивну та повну потужності приймача, якщо $\underline{U}_A=200$ В. Побудувати векторну діаграму струмів.

Розв'язок

1. Так як в колі симетричний режим, то струми в фазах приймача рівні за величиною, але зсунуті по фазі один від одного на 120° .

Визначимо фазний струм:

$$I_\phi = \frac{U_\phi}{Z} = \frac{200}{\sqrt{40^2 + 30^2}} = 4 \text{ А};$$

$$\varphi_\phi = \arctg \frac{30}{40} = 36^\circ 50'.$$

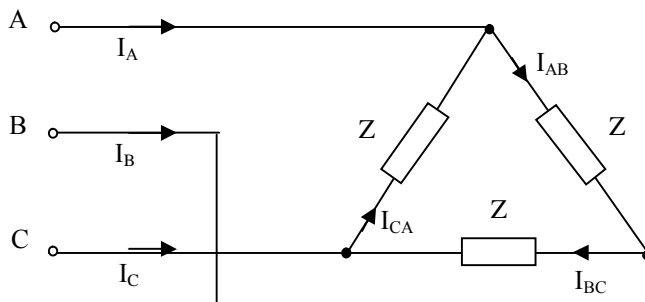


Рис. Р6.2,а

2. Лінійні струми також створюють симетричну систему струмів і рівні:

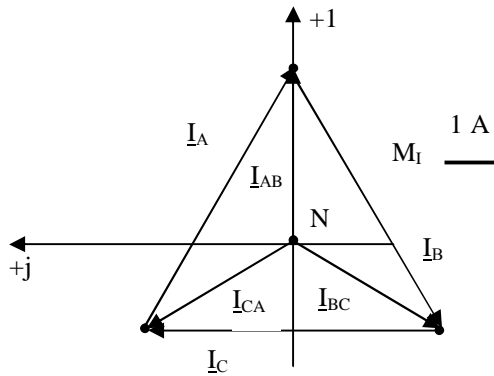


Рис. Р6.2,б

$$I_L = \sqrt{3}I_\phi = 4\sqrt{3} = 6.9 \text{ A}.$$

3. Визначимо потужності:

$$P = 3RI_\phi^2 = 3 \cdot 40 \cdot 4^2 = 1920 \text{ Вт};$$

$$Q = 3XI_\phi^2 = 3 \cdot 30 \cdot 4^2 = 1440 \text{ вар};$$

$$S = 3ZI_\phi^2 = 3 \cdot 50 \cdot 4^2 = 2400 \text{ ВА};$$

4. Побудуємо векторну діаграму струмів (рис. Р6.2,б)

Задача № 3

До трифазного симетричного генератора ввімкнуті 2 споживачі (рис. Р6.3). Визначити струми в лінійних та нульовому проводах, якщо $U_\phi = 100 \text{ В}$, $Z_A = 10 \text{ Ом}$, $Z_B = 10e^{-j30^\circ} \text{ Ом}$, $Z_C = 10e^{j30^\circ} \text{ Ом}$, $Z_{AB} = 17,3e^{j30^\circ} \text{ Ом}$, $Z_{BC} = 17,3e^{-j90^\circ} \text{ Ом}$, $Z_{CA} = 17,3e^{j60^\circ} \text{ Ом}$.

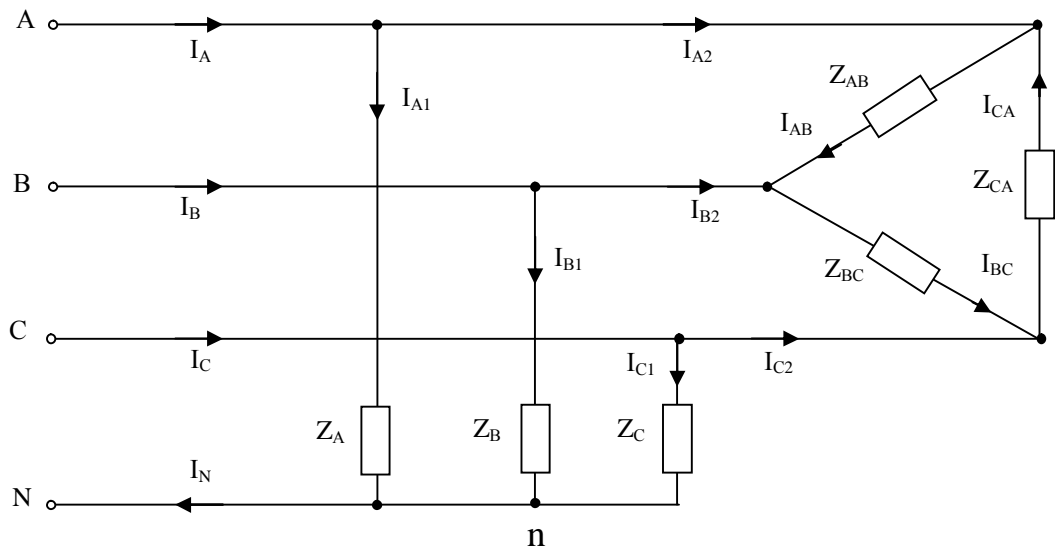


Рис. Р6.3

Розв'язок

1. Запишемо в символічній формі фазні та лінійні напруги генератора:

$$\underline{U}_A = 100 \text{ В}; \quad \underline{U}_B = 100 e^{-j120^\circ} \text{ В}; \quad \underline{U}_C = 100 e^{j120^\circ} \text{ В}.$$

$$\underline{U}_{AB} = \sqrt{3} \cdot 100 e^{j30^\circ} \text{ В}; \quad \underline{U}_{BC} = \sqrt{3} \cdot 100 e^{-j90^\circ} \text{ В}; \quad \underline{U}_{CA} = \sqrt{3} \cdot 100 e^{j150^\circ} \text{ В}.$$

Лінійні та фазні напруги зв'язані залежністю:

$$\begin{aligned}\underline{U}_{AB} &= \underline{U}_A - \underline{U}_B = U_A - U_A e^{-j120^\circ} = U_A (1 + 0,5 + \sqrt{3}/2j) = \\ &= \sqrt{3} U_A (\sqrt{3}/2 + 0,5j) = \sqrt{3} U_A e^{j30^\circ},\end{aligned}$$

аналогічно: $\underline{U}_{BC} = \underline{U}_B - \underline{U}_C$; $\underline{U}_{CA} = \underline{U}_C - \underline{U}_A$.

2. Знайдемо струми споживача, з'єднаного зіркою:

$$\begin{aligned}\underline{I}_{A1} &= \frac{\underline{U}_A}{\underline{Z}_A} = \frac{100}{10} = 10A; \\ \underline{I}_{B1} &= \frac{\underline{U}_B}{\underline{Z}_B} = \frac{100e^{-j120^\circ}}{10e^{-j30^\circ}} = 10e^{-j90^\circ} = -j10A; \\ \underline{I}_{C1} &= \frac{\underline{U}_C}{\underline{Z}_C} = \frac{100e^{j120^\circ}}{10e^{j30^\circ}} = 10e^{j90^\circ} = j10A.\end{aligned}$$

3. Визначимо струм в нульовому проводі:

$$\underline{I}_N = \underline{I}_{A1} + \underline{I}_{B1} + \underline{I}_{C1} = 10 - j10 + j10 = 10A.$$

4. Знайдемо фазні струми споживача, з'єднаного трикутником:

$$\begin{aligned}\underline{I}_{AB} &= \frac{\underline{U}_{AB}}{\underline{Z}_{AB}} = \frac{173e^{j30^\circ}}{17,3e^{j30^\circ}} = 10A; \\ \underline{I}_{BC} &= \frac{\underline{U}_{BC}}{\underline{Z}_{BC}} = \frac{173e^{-j90^\circ}}{17,3e^{-j90^\circ}} = 10A; \\ \underline{I}_{CA} &= \frac{\underline{U}_{CA}}{\underline{Z}_{CA}} = \frac{173e^{j150^\circ}}{17,3e^{j60^\circ}} = 10e^{j90^\circ} A;\end{aligned}$$

5. Визначимо лінійні струми другого споживача:

$$\begin{aligned}\underline{I}_{A2} &= \underline{I}_{AB} - \underline{I}_{CA} = 10 - j10 A; \\ \underline{I}_{B2} &= \underline{I}_{BC} - \underline{I}_{AB} = 10 - 10 = 0; \\ \underline{I}_{C2} &= \underline{I}_{CA} - \underline{I}_{BC} = j10 - 10 A.\end{aligned}$$

6. Розрахуємо лінійні струми генератора:

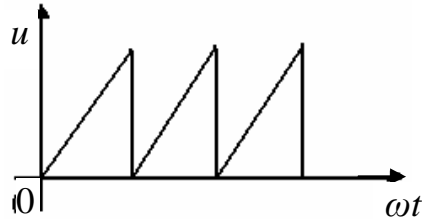
$$\begin{aligned}\underline{I}_A &= \underline{I}_{A1} + \underline{I}_{A2} = 10 + 10 - j10 = 20 - j10 = 22,4 e^{-j26^\circ 34'} A; \\ \underline{I}_B &= \underline{I}_{B1} + \underline{I}_{B2} = -j10 = 10 e^{-j90^\circ} A; \\ \underline{I}_C &= \underline{I}_{C1} + \underline{I}_{C2} = j10 + j10 - 10 = -10 + j20 = 22,4 e^{j63^\circ 26'} A.\end{aligned}$$

Розділ IV. Несинусоїдні електричні напруги і струми

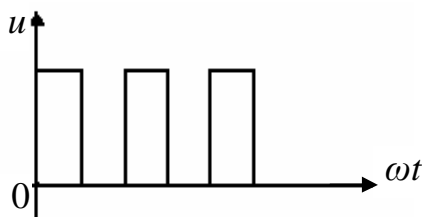
Тема 7. Теорія та розрахунок лінійних кіл несинусоїдного струму

Вступ

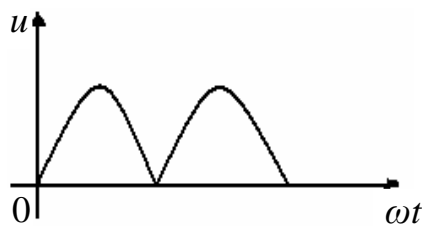
На практиці дуже часто застосовуються струми та напруги, які змінюються за несинусоїдним законом: це пилкоподібні та прямокутні імпульси, випрямлена напруга та інші (рис. 7.1).



- пилкоподібна напруга (телевізійні генератори кадрової розгортки);



- прямокутні імпульси (обчислювальна техніка);



- випрямлена напруга (при двонапівперіодному випрямленні)

Рис. 7.1

Несинусоїдним періодичним сигналом (e , i , u , ϕ) називається сигнал, миттєве значення якого змінюється за періодичним несинусоїдним законом.

Несинусоїдні струми можуть бути також в електричних колах з синусоїдними ЕРС, якщо в колі є нелінійні елементи R , L , C .

7.1. Несинусоїдні періодичні сигнали, розкладання їх в ряд Фур'є

Аналіз та розрахунок несинусоїдних кіл можна спростити, якщо періодичну несинусоїдну функцію $F(\omega t)$, яка задовольняє умову Діріхле (функція обмежена і за період має скінчене число розривів I роду, максимумів і мінімумів), розкласти в тригонометричний ряд (ряд Фур'є або гармонічний ряд) такого вигляду:

$$F(\omega t) = A_0 + A_1 \sin(\omega t + \psi_1) + A_2 \sin(2\omega t + \psi_2) + A_3 \sin(3\omega t + \psi_3) + \dots = \\ = A_0 + \sum_{k=1}^{\infty} A_k \sin(k\omega t + \psi_k) - \text{це перша форма запису ряду Фур'є,}$$

де: A_0 – постійна складова ряду (середнє значення або нульова гармоніка);

$A_1 \sin(\omega t + \psi_1)$ – головна або перша гармоніка, яка змінюється з частотою несинусоїдної функції ω ;

$A_k \sin(k\omega t + \psi_k)$ – k -а гармоніка – це вищі гармоніки, які змінюються з частотою $k\omega$;

A_k, ψ_k – амплітуда та початкова фаза k -ої гармоніки;

$F(\omega t)$ – періодична несинусоїдна функція e, i, u, ϕ .

Врахуємо, що:

$$A_k \sin(k\omega t + \psi_k) = A_k \cos \psi_k \sin k\omega t + A_k \sin \psi_k \cos k\omega t = B_k \sin k\omega t + C_k \cos k\omega t,$$

$$\text{де} \quad B_k = A_k \cos \psi_k; \quad C_k = A_k \sin \psi_k.$$

Тоді ряд Фур'є запишеться так:

$$F(\omega t) = A_0 + \sum_{k=1}^{\infty} B_k \sin k\omega t + \sum_{k=1}^{\infty} C_k \cos k\omega t - \text{це друга форма запису ряду}$$

Фур'є.

При розрахунку електричних кіл застосовують I або II форми запису ряду Фур'є. Перехід від однієї до іншої форми здійснюється за формулами:

$$I \rightarrow II: \quad B_k = A_k \cos \psi_k; \quad C_k = A_k \sin \psi_k.$$

$$II \rightarrow I: \quad A_k = \sqrt{B_k^2 + C_k^2}; \quad \psi_k = \arctg \frac{C_k}{B_k}.$$

Знак ψ_k визначається за знаками $\sin \psi_k$ і $\cos \psi_k$:

$$\sin \psi_k = \frac{C_k}{A_k}, \quad \cos \psi_k = \frac{B_k}{A_k}$$

7.2. Визначення коефіцієнтів ряду Фур'є

Для того, щоб розкласти несинусоїдну функцію в ряд Фур'є, необхідно визначити коефіцієнти B_k, C_k і A_0 , які являються амплітудами відповідних гармонік.

Коефіцієнти ряду Фур'є можна визначити аналітичним та графоаналітичним методами, або за допомогою спеціальних пристроїв.

Якщо несинусоїдна функція задана аналітично, то для визначення коефіцієнтів застосовують формули Ейлера:

$$\begin{aligned} A_0 &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} F(\omega t) d\omega t = \frac{1}{T} \int_0^T F(\omega t) dt; \\ B_k &= \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} F(\omega t) \sin k\omega t d\omega t = \frac{2}{T} \int_0^T F(\omega t) \sin k\omega t dt; \\ C_k &= \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} F(\omega t) \cos k\omega t d\omega t = \frac{2}{T} \int_0^T F(\omega t) \cos k\omega t dt. \end{aligned} \quad (7.1)$$

Об'єм роботи по визначенню B_k, C_k і A_0 можна зменшити, якщо несинусоїдна функція має якусь симетрію.

7.2.1. Ряди Фур'є симетричних функцій

Функції $F(\omega t)$ можуть бути симетричними відносно осей абсцис, ординат і початку координат, що впливає на структуру їх гармонічного ряду.

Функція, симетрична відносно осі абсцис

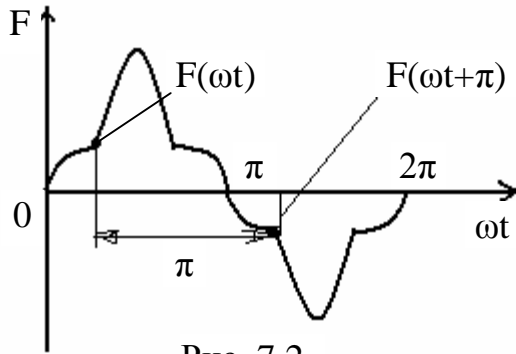


Рис. 7.2

Для такої функції справедливо:

$$F(\omega t) = -F(\omega t + \pi).$$

В її ряду Фур'є відсутні нульова і всі парні гармоніки, тобто: $A_0 = 0$; $A_{2k} = 0$, тому

$$F(\omega t) = \sum_{k=1}^{\infty} A_{2k-1} \sin[(2k-1)\omega t + \psi_{2k-1}].$$

Функція, симетрична відносно осі ординат

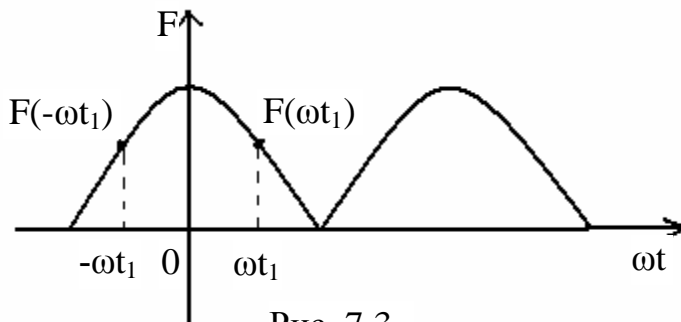


Рис. 7.3

Для такої функції виконується умова:

$$F(\omega t) = F(-\omega t).$$

В її ряду Фур'є відсутні синусоїди, тобто $B_k = 0$, тому:

$$F(\omega t) = A_0 + \sum_{k=1}^{\infty} C_k \cos k\omega t.$$

Функція, симетрична відносно початку координат

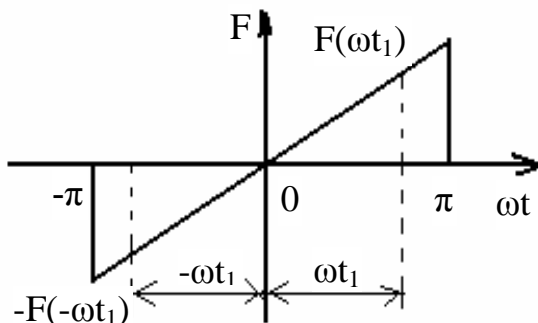


Рис. 7.4

В цьому випадку:

$$F(\omega t) = -F(-\omega t),$$

а гармонічний ряд має тільки синусоїди, тобто $A_0 = 0$ і $C_k = 0$, тому

$$F(\omega t) = \sum_{k=1}^{\infty} B_k \sin k\omega t.$$

Таким чином, при розкладанні функцій в ряд Фур'є необхідно врахувати їх симетрію, що набагато спрощує процес визначення коефіцієнтів A_0 , B_k , C_k .

7.2.2. Графоаналітичний метод визначення коефіцієнтів ряду Фур'є

Якщо несинусоїдна періодична функція $F(\omega t)$ задана у вигляді графіка, то коефіцієнти ряду Фур'є A_0 , B_k , C_k можна визначити графоаналітичним методом.

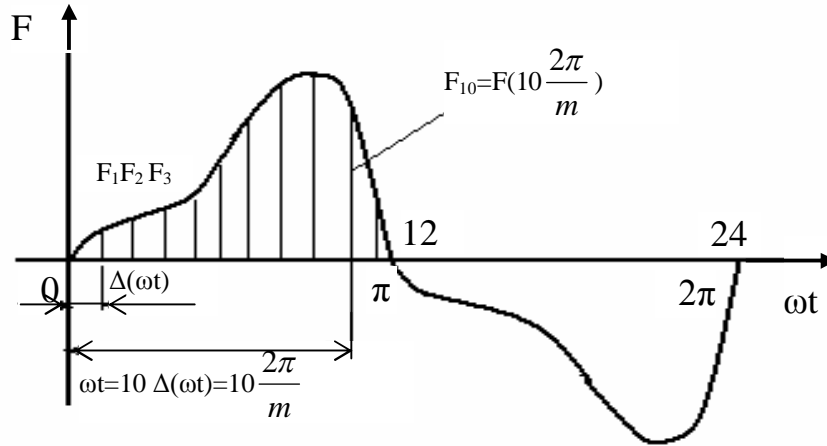


Рис. 7.5

Період синусоїдної функції поділяють на m рівних ділянок ($m=24$) і вимірюють відповідні ординати F_0 , F_1 , ..., F_m . Потім інтеграли в формулі Ейлера (7.1) заміняють наближеною сумою.

При цьому враховуємо, що:

$$\Delta(\omega t) = \frac{2\pi}{m}, \quad \omega t = n \frac{2\pi}{m}, \quad n = 1, 2, \dots, m.$$

Тоді

$$A_0 = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} F(\omega t) d\omega t \cong \frac{1}{2\pi} \sum_{n=1}^m F\left(n \frac{2\pi}{m}\right) \frac{2\pi}{m} = \frac{1}{m} \sum_{n=1}^m F\left(n \frac{2\pi}{m}\right),$$

$$B_k = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} F(\omega t) \sin k\omega t d\omega t \cong \frac{1}{\pi} \sum_{n=1}^m F\left(n \frac{2\pi}{m}\right) \sin\left(kn \frac{2\pi}{m}\right) * \frac{2\pi}{m} = \frac{2}{m} \sum_{n=1}^m F\left(n \frac{2\pi}{m}\right) \sin\left(kn \frac{2\pi}{m}\right),$$

$$C_k = \frac{2}{m} \sum_{n=1}^m F\left(n \frac{2\pi}{m}\right) \cos\left(kn \frac{2\pi}{m}\right),$$

де n – порядковий номер ординати ($n=1 \dots m$),

k – порядковий номер гармоніки ($k=1 \dots \infty$).

Число гармонік, котрі необхідно визначити, залежить від конкретного завдання. Але, взагалі, визначають перші три гармоніки, виконують їх побудову і додають. Якщо результуюча крива мало відрізняється за формою від заданої, то цим і обмежуються. Якщо ж має місце значне розходження кривих, то визначається ще одна гармоніка і т. д.

При побудові гармонік необхідно пам'ятати, що масштаб по осі абсцис для різних гармонік різний, а на інтервалі періоду першої гармоніки повинні

розміститися k періодів k -тої гармоніки. Тому при побудові k -тої гармоніки її початкова фаза відкладається рівною $\frac{\psi_k}{k}$

7.3. Діючі та середні значення несинусоїдних періодичних струмів, ЕРС і напруг

Несинусоїдну функцію можна розкласти в ряд Фур'є, який складається з постійної складової, першої гармоніки і вищих гармонік.

Крім того, несинусоїдну функцію можна охарактеризувати ще трьома величинами:

- максимальними значеннями несинусоїдної функції: $i_{max}, u_{max}, e_{max}$;
- діючими значеннями несинусоїдної функції: I, U, E ;
- середніми значеннями несинусоїдної функції: I_c, U_c, E_c .

Максимальне значення – це найбільше значення несинусоїдної функції за період, позначається символом max.

Взагалі, середні і діючі значення несинусоїдних функцій знаходяться за тими ж формулами, що і синусоїдних функцій.

7.3.1. Діючі значення

Діючі значення несинусоїдних функцій знаходяться за формулами:

$$I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2 dt}, \quad U = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T u^2 dt}, \quad E = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T e^2 dt}.$$

Тут i, u, e – несинусоїдні функції.

Знайдемо вираз для квадрату миттєвого несинусоїдного струму:

$$i^2 = (i_0 + i_1 + i_2 + \dots + i_k + \dots + i_n)^2 = \sum_{k=0}^n i_k^2 + \sum_{\substack{p=0 \\ q=0}}^n 2i_p i_q, \quad (p \neq q).$$

Тоді

$$I^2 = \frac{1}{T} \int_0^T \sum_{k=0}^n i_k^2 dt + \frac{1}{T} \int_0^T \sum_{\substack{p=0 \\ q=0}}^n 2i_p i_q dt = \frac{1}{T} \sum_{k=0}^n \int_0^T i_k^2 dt + \frac{1}{T} \sum_{\substack{p=0 \\ q=0}}^n \int_0^T 2i_p i_q dt.$$

Розглянемо окремо другий інтеграл:

$$\int_0^T 2i_p i_q dt = 2 \int_0^T I_{mp} \sin(p\omega t + \psi_p) I_{qm} \sin(q\omega t + \psi_q) dt = 2 \int_0^T I_{pm} \sin \alpha I_{qm} \sin \beta dt =$$

$$= \left| \begin{array}{l} \sin \alpha \sin \beta = \\ = \frac{1}{2} (\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta)) \end{array} \right| = \int_0^T I_{pm} I_{qm} \cos(\alpha - \beta) dt - \int_0^T I_{pm} I_{qm} \cos(\alpha + \beta) dt = 0$$

Інтеграл від косинусоїдної функції за період дорівнює нулю, через це отримаємо:

$$I^2 = \frac{1}{T} \sum_0^n \int_0^T i_k^2 dt = \frac{1}{T} \int_0^T I_0^2 dt + \frac{1}{T} \int_0^T I_{1m}^2 \sin^2(\omega t + \psi_1) dt + \frac{1}{T} \int_0^T I_{2m}^2 \sin^2(2\omega t + \psi_2) dt + \dots +$$

$$+ \frac{1}{T} \int_0^T I_{km}^2 \sin^2(k\omega t + \psi_k) dt + \dots = I_0^2 + \frac{I_{1m}^2}{2} + \frac{I_{2m}^2}{2} + \dots + \frac{I_{km}^2}{2} + \dots$$

Звідси

$$I = \sqrt{I_0^2 + \frac{I_{1m}^2}{2} + \frac{I_{2m}^2}{2} + \dots + \frac{I_{km}^2}{2} + \dots} = \sqrt{I_0^2 + I_1^2 + \dots + I_k^2 + \dots}.$$

Отже, діюче значення несинусоїдного періодичного струму дорівнює кореню квадратному із суми квадратів сталої складової і діючих струмів гармонік.

Аналогічно можна отримати вирази для діючих значень ЕРС і напруг:

$$E = \sqrt{E_0^2 + E_1^2 + \dots + E_k^2 + \dots}; \quad U = \sqrt{U_0^2 + U_1^2 + \dots + U_k^2 + \dots}.$$

7.3.2. Середні значення

Середнє значення несинусоїдного струму – це таке значення постійного струму, при якому за визначений проміжок часу через поперечний переріз провідника проходить стільки ж електрики, скільки і при даному несинусоїдному струмі.

Так як несинусоїдна функція може бути симетрична відносно вісі абсцис, то середнє значення беруть за модулем:

$$I_c = \frac{1}{T} \int_0^T |i| dt.$$

Аналогічно: $U_c = \frac{1}{T} \int_0^T |u| dt, \quad E_c = \frac{1}{T} \int_0^T |e| dt.$

7.4. Коефіцієнти, що характеризують форму несинусоїдних періодичних кривих

Для оцінки форми несинусоїдних кривих користуються такими коефіцієнтами:

1. Коефіцієнт форми – це відношення діючого значення несинусоїдної функції до її середнього значення, взятого за абсолютною величиною

$$K_{\phi} = \frac{I}{I_{cp}} = \frac{\sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2 dt}}{\frac{1}{T} \int_0^T |i| dt}.$$

Для синусоїди:

$$K_{\phi} = \frac{I}{I_{cp}} = \frac{I_m}{\sqrt{2}} \frac{\pi}{2I_m} = \frac{\pi}{2\sqrt{2}} = 1.11.$$

2. Коефіцієнт амплітуди – це відношення максимального значення несинусоїдної функції до її діючого значення

$$K_a = \frac{i_{\max}}{I} = \frac{i_{\max}}{\sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2 dt}}.$$

Для синусоїди:

$$K_a = \frac{I_m}{I} = \frac{I_m \sqrt{2}}{I_m} = 1.41.$$

3. Коефіцієнт спотворення – це відношення діючого значення першої гармоніки несинусоїдної функції до її діючого значення

$$K_u = \frac{I_m}{I} = \frac{I_1}{\sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2 dt}}.$$

Для синусоїди:

$$K_u = \frac{I_1}{I_1} = 1.$$

Крім того, в електронній техніці для оцінки форми кривої струму або напруги користуються коефіцієнтом нелінійних спотворень або коефіцієнтом гармонік

$$K_2 = \frac{\sqrt{I_2^2 + I_3^2 + \dots + I_k^2 + \dots}}{I_1}.$$

Тобто, це відношення діючого значення всіх вищих гармонік струму до діючого значення головної (першої) гармоніки.

7.5. Потужності в колі несинусоїдного періодичного струму

Активна потужність в колі несинусоїдного періодичного струму визначається за формулою:

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T p dt = \frac{1}{T} \int_0^T u i dt ,$$

при цьому

$$\begin{aligned} u &= u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_k + \dots; \\ i &= i_0 + i_1 + i_2 + \dots + i_k + \dots; \end{aligned}$$

де $u_0 = U$; $i_0 = I$ – постійні складові;

$u_k = U_{km} \sin(k\omega t + \psi_{uk})$, $i_k = I_{km} \sin(k\omega t + \psi_{ik})$ – гармонічні складові напруги і струму.

Запишемо вираз для миттєвої потужності ($p \neq q$):

$$p = ui = (u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_k + \dots)(i_0 + i_1 + i_2 + \dots + i_k + \dots) = U_0 I_0 + \sum_{k=1}^{\infty} u_k i_k + \sum_{\substack{p=0 \\ q=0}}^{\infty} u_p i_q.$$

Тоді

$$\begin{aligned} P &= U_0 I_0 + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{T} \int_0^T u_k i_k dt + \sum_{\substack{p=0 \\ q=0}}^{\infty} \frac{1}{T} \int_0^T u_p i_q dt = U_0 I_0 + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{T} \int_0^T u_k i_k dt = U_0 I_0 + \\ &+ \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{T} \int_0^T U_{km} \sin(k\omega t + \psi_{uk}) I_{km} \sin(k\omega t + \psi_{ik}) dt = U_0 I_0 + \\ &+ \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{2T} U_{km} I_{km} \left[\int_0^T \cos \psi_k dt - \int_0^T \cos(2k\omega t + \psi_{uk} + \psi_{ik}) dt \right] = U_0 I_0 + \sum_{k=1}^{\infty} U_k I_k \cos \psi_k. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Або:} \quad P &= U_0 I_0 + U_1 I_1 \cos \psi_1 + U_2 I_2 \cos \psi_2 + \dots + U_k I_k \cos \psi_k + \dots = \\ &= P_0 + P_1 + P_2 + \dots + P_k = R_0 I_0^2 + R_1 I_1^2 + R_2 I_2^2 + \dots = R(I_0^2 + I_1^2 + I_2^2 + \dots) = R I^2, \end{aligned}$$

якщо при цьому нехтувати поверхневим ефектом і вважати, що $R_0 = R_1 = R_2 = R_k = R$.

Таким чином, активна потужність в колі несинусоїдного струму дорівнює арифметичній сумі активних потужностей постійної і всіх гармонічних складових струму.

Аналогічно активній потужності під реактивною потужністю будемо розуміти алгебраїчну суму реактивних потужностей, створених однойменними гармоніками напруги та струму:

$$\begin{aligned} Q &= U_1 I_1 \sin \psi_1 + U_2 I_2 \sin \psi_2 + \dots + U_k I_k \sin \psi_k = Q_1 + Q_2 + \dots + Q_k + \dots = \\ &= X_1 I_1^2 + X_2 I_2^2 + \dots + X_k I_k^2 + \dots \end{aligned}$$

Повна потужність, що споживається колом, буде дорівнювати $S = UI$,

$$\text{де} \quad U = \sqrt{U_0^2 + U_1^2 + \dots + U_k^2 + \dots}; \quad I = \sqrt{I_0^2 + I_1^2 + \dots + I_k^2 + \dots}.$$

Для несинусоїдних струмів $S > \sqrt{P^2 + Q^2}$

Це можна пояснити таким чином:

нехай $U_0 = 0$; $I_0 = 0$, тоді

$$\begin{aligned} S &= UI = \sqrt{(U_1^2 + U_2^2 + \dots + U_k^2 + \dots)} \sqrt{(I_1^2 + I_2^2 + \dots + I_k^2 + \dots)} = \\ &= \sqrt{U_1^2 I_1^2 + U_2^2 I_2^2 + \dots + U_k^2 I_k^2 + \dots + U_1^2 I_2^2 + \dots + U_p^2 I_q^2 + \dots}, \end{aligned}$$

$$\text{тут } S_I^2 = P_I^2 + Q_I^2, \quad S_2^2 = P_2^2 + Q_2^2, \quad S_k^2 = P_k^2 + Q_k^2;$$

$$\sum U_q^2 I_p^2 = T^2 - \text{потужність спотворення.}$$

$$\text{Тоді } S = \sqrt{P^2 + Q^2 + T^2}$$

В наближених розрахунках несинусоїдний струм та напругу замінюють еквівалентними синусоїдами.

Еквівалентною синусоїдою струму або напруги називається синусоїда, діюче значення якої дорівнює діючому значенню несинусоїдного струму або напруги.

Зсув фаз між еквівалентними синусоїдами напруги та струму визначається за формулою

$$\cos \varphi_e = \frac{P}{UI}.$$

Заміна несинусоїдних величин еквівалентними синусоїдами дозволяє розрахувати такі кола відомими методами.

7.6. Розрахунок кіл несинусоїдного періодичного струму

Розглянемо електричне коло з послідовним з'єднанням R , L , C .

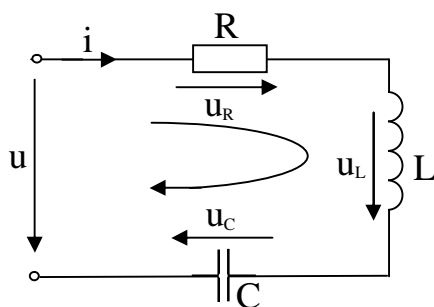


Рис. 7.6

Поверхневим ефектом нехтуємо.

Нехай до кола прикладена несинусоїдна напруга довільної форми.

Запишемо для даного кола рівняння за II законом Кірхгофа:

$$u = u_R + u_L + u_C = R i + L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \int i dt.$$

Запишемо несинусоїдну напругу у вигляді гармонічного ряду:

$$u = U_0 + U_{1m} \sin(\omega t + \psi_{u1}) + \dots + U_{km} \sin(k\omega t + \psi_{uk}) + \dots$$

Тобто, джерело несинусоїдної напруги можна представити сумою джерел, які генерують постійну напругу U_0 , а також синусоїдні напруги, які змінюються з кутовою частотою ω , 2ω і т.д.

Тому для розрахунку такого кола можна застосувати принцип накладання, згідно якому миттєве значення струму в колі дорівнює алгебраїчній сумі значень струмів, обумовлених кожною гармонікою напруги окремо:

$$i = i_1 + i_2 + i_3 + \dots$$

Тобто, електричне коло треба розраховувати стільки разів, скільки гармонік міститься в несинусоїдній напрузі, прикладеній до кола. Для цього необхідно розраховувати інтегро-диференціальні рівняння для кожної гармоніки напруги:

$$\begin{aligned}
i_1 R + L \frac{di_1}{dt} + \frac{1}{C} \int i_1 dt &= U_{1m} \sin(\omega t + \psi_{u1}); \\
i_2 R + L \frac{di_2}{dt} + \frac{1}{C} \int i_2 dt &= U_{2m} \sin(2\omega t + \psi_{u2}); \\
&\dots\dots\dots \\
i_k R + L \frac{di_k}{dt} + \frac{1}{C} \int i_k dt &= U_{km} \sin(k\omega t + \psi_{uk}).
\end{aligned}$$

З цих рівнянь визначаємо невідомі величини I_{1m} , φ_1 , I_{2m} , φ_2, \dots , I_{km} , φ_k за формулами:

$$\begin{aligned}
I_{1m} &= \frac{U_{1m}}{\sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}}; & I_{km} &= \frac{U_{km}}{\sqrt{R^2 + (k\omega L - \frac{1}{k\omega C})^2}}; \\
\varphi_1 &= \arctg \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}; & \varphi_k &= \arctg \frac{k\omega L - \frac{1}{k\omega C}}{R}; \\
\psi_{i1} &= \psi_{u1} - \varphi_1 & \psi_{ik} &= \psi_{uk} - \varphi_k.
\end{aligned}$$

Тоді миттєвий струм в колі буде дорівнювати:

$$\begin{aligned}
i &= i_0 + i_1 + i_2 + \dots + i_k + \dots = I_{1m} \sin(\omega t + \psi_{u1} - \varphi_1) + I_{2m} \sin(2\omega t + \psi_{u2} - \varphi_2) + \dots + \\
&+ I_{km} \sin(k\omega t + \psi_{uk} - \varphi_k) + \dots
\end{aligned}$$

Постійна складова струму в колі відсутня, так як коло має конденсатор.

При розрахунку електричних кіл з несинусоїдними ЕРС необхідно пам'ятати, що індуктивний та ємнісний опори для різних гармонік, тобто для різних частот, різні:

$$\begin{aligned}
X_{Lk} &= k\omega L, \quad \text{тобто збільшується в } k \text{ раз}; \\
X_{Ck} &= \frac{1}{k\omega C}, \quad \text{тобто зменшується в } k \text{ раз}.
\end{aligned}$$

Тоді

$$X_k = k\omega L - \frac{1}{k\omega C}, \quad Z_k = \sqrt{R^2 + (k\omega L - \frac{1}{k\omega C})^2}.$$

Треба відмітити, що для розрахунку струму кожної гармоніки окремо можна застосувати символічний метод, при цьому:

$$\begin{aligned}
\underline{Z}_k &= R + j(k\omega L - \frac{1}{k\omega C}); \\
\varphi_k &= \arctg \frac{k\omega L - \frac{1}{k\omega C}}{R}; \\
\underline{I}_{km} &= \frac{\underline{U}_{km}}{\underline{Z}_k}
\end{aligned}$$

7.7. Вплив параметрів кола на форму кривої несинусоїдного струму

Визначимо вплив параметрів елементів кола R , L і C на форму несинусоїдного струму.

Нехай до кола прикладена несинусоїдна напруга

$$u = U_{1m} \sin(\omega t + \psi_{u1}) + U_{2m} \sin(2\omega t + \psi_{u2}) + \dots + U_{km} \sin(k\omega t + \psi_{uk}) + \dots$$

Введемо поняття – інтенсивність вищих гармонік – це відношення амплітуди k -ої гармоніки струму (напруги) до амплітуди першої гармоніки струму (напруги).

Тобто:

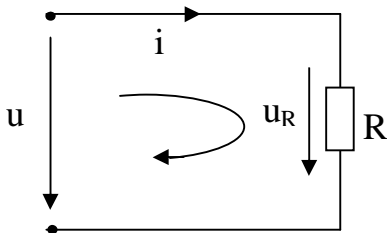


Рис. 7.7

$$\gamma_2 = \frac{U_{2m}}{U_{1m}} = \frac{U_2}{U_1};$$

$$\gamma_3 = \frac{U_{3m}}{U_{1m}} = \frac{U_3}{U_1};$$

.....

$$\gamma_k = \frac{U_{km}}{U_{1m}} = \frac{U_k}{U_1};$$

Нехай несинусоїдна напруга прикладена до кола, яке містить тільки активний опір R (рис. 7.7).

В цьому випадку отримаємо:

$$I_1 = \frac{U_1}{R}; \quad I_2 = \frac{U_2}{R}; \dots I_K = \frac{U_K}{R}.$$

Визначимо інтенсивність вищих гармонік:

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{U_2 R}{R U_1} = \frac{U_2}{U_1} = \gamma_2;$$

$$\frac{I_K}{I_1} = \frac{U_K R}{R U_1} = \frac{U_K}{U_1} = \gamma_K.$$

Таким чином, вищі гармоніки струму, які протікають через активний опір, мають таку ж інтенсивність, що і несинусоїдна напруга на затискачах активного опору, тобто крива струму в активному опорі подібна кривій напруги на його затискачах.

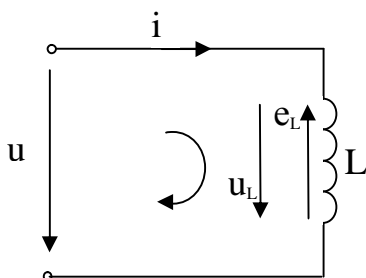


Рис. 7.8

Отже, активний опір не впливає на форму кривої струму в колі.

Нехай несинусоїдна напруга прикладена до кола, яке містить котушку індуктивності L (рис. 7.8).

В цьому випадку отримаємо:

$$X_{iL} \neq L; \quad X_{2L} = \omega L; \quad X_{kL} = k\omega L;$$

$$I_1 = \frac{U_1}{\omega L}; \quad I_2 = \frac{U_2}{2\omega L}; \quad I_k = \frac{U_k}{k\omega L}.$$

Визначимо інтенсивність вищих гармонік:

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{U_2 \omega L}{2\omega L U_1} = \frac{\gamma_2}{2};$$

.....

$$\frac{I_k}{I_1} = \frac{U_k \omega L}{k\omega L U_1} = \frac{\gamma_k}{k}.$$

Таким чином, інтенсивність k - тої гармоніки струму в колі з індуктивністю в k раз менше, чим інтенсивність цієї ж гармоніки в кривій напруги.

Тобто, індуктивна котушка зменшує вищі гармоніки в кривій струму, і форма кривої струму не буде подібна формі кривої несинусоїдної напруги на її затискачах.

Нехай несинусоїдна напруга прикладена до кола, яке містить тільки конденсатор C (рис. 7.9).

В цьому випадку отримаємо:

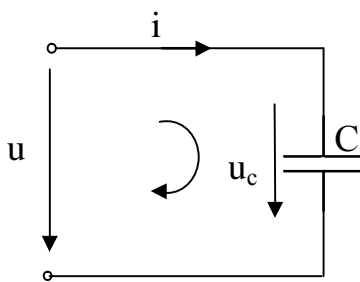


Рис. 7.9

$$X_{1C} = \frac{1}{\omega C}; \quad X_{2C} = \frac{1}{2\omega C}; \dots X_{kC} = \frac{1}{k\omega C};$$

$$I_1 = U_1 \omega C; \quad I_2 = U_2 2\omega C; \dots I_k = U_k k\omega C.$$

Визначимо інтенсивність вищих гармонік:

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{U_2 2\omega C}{\omega C U_1} = 2\gamma_2;$$

.....

$$\frac{I_k}{I_1} = \frac{U_k k\omega C}{\omega C U_1} = k\gamma_k.$$

Таким чином, інтенсивність k - тої гармоніки струму в колі з конденсатором в k раз більше, чим інтенсивність цієї ж гармоніки в кривій напруги.

Властивість індуктивних і ємнісних елементів кола змінювати форму кривої несинусоїдного струму використовується в згладжувальних фільтрах, які використовуються для зменшення змінної складової струму або напруги генераторів або випрямлячів, що виробляють пульсуючу напругу.

7.8. Поняття про резонансні фільтри

Нехай джерело несинусоїдної напруги підключене до кола з послідовним з'єднанням R, L, C (рис. 7.10).

Якщо змінювати, наприклад, індуктивність $0 \leq L \leq \infty$, то при деяких значеннях L , в колі буде мати рівність індуктивних та ємнісних опорів

$$k\omega L = \frac{1}{k\omega C}.$$

В колі будемо спостерігати резонанс напруг на різних частотах при

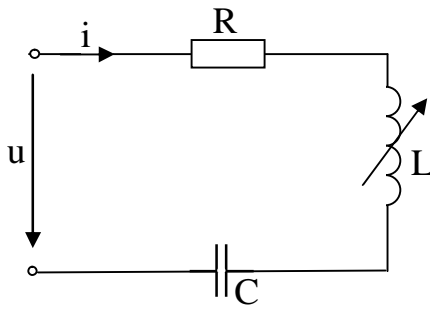


Рис. 7.10

$$L_k = \frac{1}{\omega^2 k^2 C}$$

В цьому випадку діючий струм кожної із гармонік буде змінюватись за резонансною кривою (рис. 7.11).

Резонансні явища в колах з несинусоїдними напругами використовуються в електричних фільтрах.

Електричний фільтр – це пасивне коло, яке складається з L і C і призначене для зміни частотного спектру сигналу, що передається.

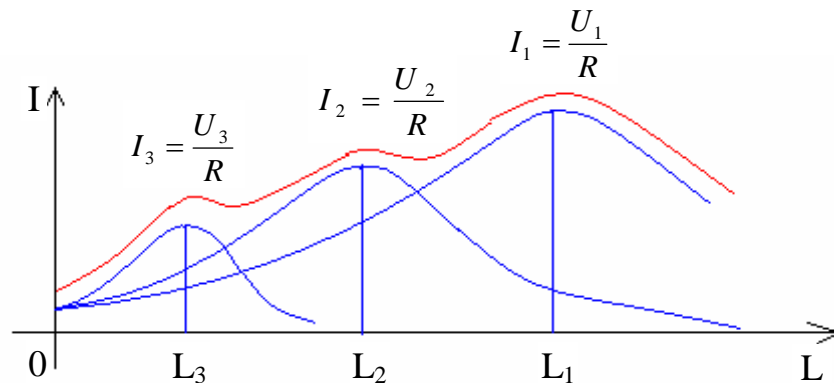


Рис 7.11

За допомогою електричного фільтра можна виділяти (підсилювати) одні гармонічні складові несинусоїдного струму і зменшувати інші гармоніки струму. Зазвичай, електричні фільтри включаються між джерелом та споживачем електричної енергії.

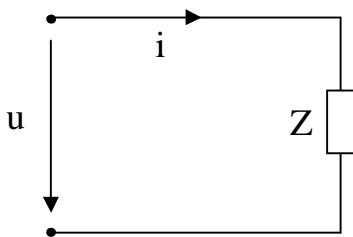


Рис. 7.12

Нехай задане електричне коло ввімкнуте на несинусоїдну напругу (рис. 7.12).

Припустимо, що нам необхідно з кривої струму видалити k -ту гармоніку. Для цього необхідно між джерелом і споживачем включити фільтр k -тої гармоніки по одній із схем рис. 7.13.

Для схеми рис. 7.13,а повинна виконуватися умова $k\omega L = \frac{1}{k\omega C}$, при якій резонансний контур

представляє собою нескінченно великий опір для струму k -ої гармоніки. Тому в споживачі цієї складової не буде. В випадку схеми рис. 7.13,б повинна виконуватися умова $k\omega L = \frac{1}{k\omega C}$, при якій опір фільтра для струму

k -ої гармоніки дорівнює нулю. Вона буде протікати через гілку з L , C , обминаючи споживач.

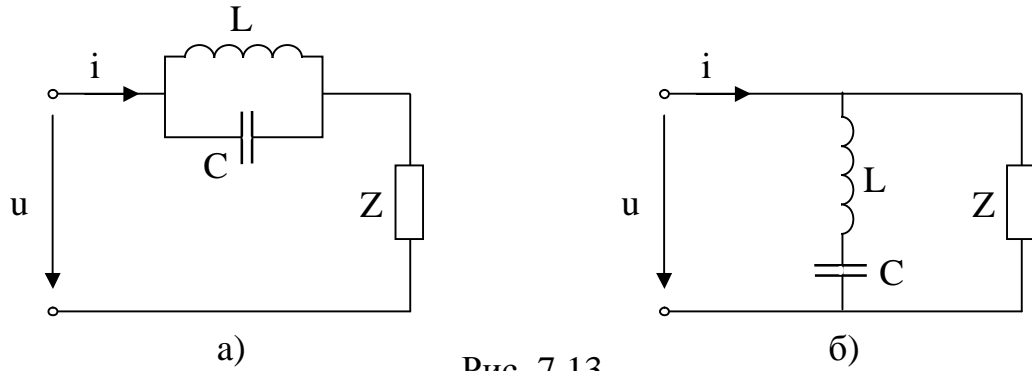


Рис. 7.13

Якщо необхідно виділити в споживачі k -ту гармоніку струму, то застосовують наступні схеми (рис. 7.14):

В схемі рис. 7.14,а на резонансній частоті опір контуру L, C мінімальний. Струм k -ої гармоніки підсилюється. Для інших гармонік опір контуру великий.

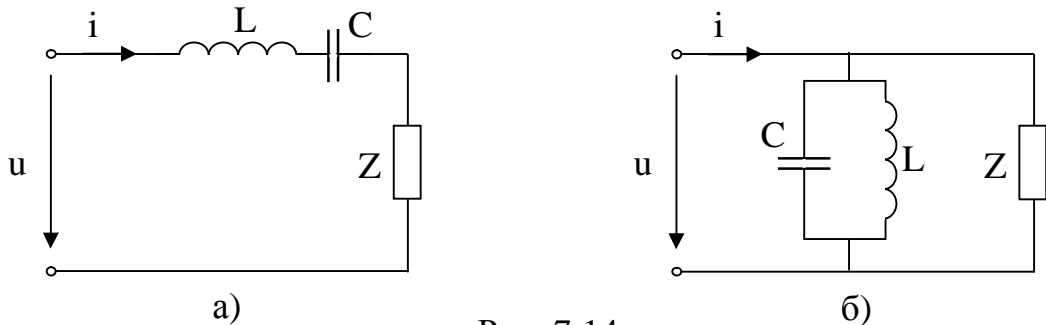


Рис. 7.14

В випадку схеми рис. 7.14,б на резонансній частоті опір контуру L, C максимальний. Струм k -ої гармоніки іде через споживач. Для інших гармонік опір контуру має малу величину.

Приклади розрахунку електричних кіл несинусоїдного струму

Задача № 1

Визначити показання приладів електромагнітної системи і активну потужність в колі, якщо

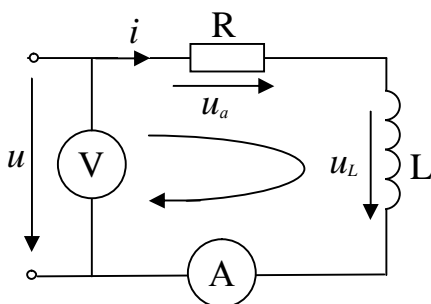


Рис. P7.1

$$u = 60 + \sqrt{2} \cdot 100 \sin(\omega t + \frac{\pi}{4}) + \sqrt{2} \cdot 54 \sin 2\omega t \text{ В},$$

$$R=4 \text{ Ом}, X_L=\omega L=3 \text{ Ом}.$$

Записати вираз для миттєвого значення струму.

Рішення

1. Представляємо джерело несинусоїдної напруги у вигляді послідовного з'єднання джерел з постійною напругою $U_o = 60 \text{ В}$ та синусоїдних напруг

$$u_1 = \sqrt{2} \cdot 100 \sin(\omega t + \frac{\pi}{4}) B, \quad u_2 = \sqrt{2} \cdot 54 \sin 2\omega t B.$$

2. Розрахуємо коло, коли в ньому діє тільки джерело з постійною напругою $U_0 = 60 B$:

$$I_0 = \frac{U_0}{R} = \frac{60}{4} = 15 A,$$

$$P_0 = R I_0^2 = 4 \cdot 15^2 = 900 Bm.$$

3. Розрахуємо коло, коли в ньому діє тільки перша гармоніка $u_1 = \sqrt{2} \cdot 100 \sin(\omega t + \frac{\pi}{4}) B$:

– знаходимо струм в колі:

$$I_{1m} = \frac{U_{1m}}{Z_1},$$

де

$$Z_1 = \sqrt{r^2 + (\omega L)^2} = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5 O_M,$$

$$I_{1m} = \frac{\sqrt{2} \cdot 100}{5} = \sqrt{2} \cdot 20 A,$$

$$\varphi_1 = \arctg \frac{\omega L}{R} = \arctg \frac{3}{4} = 37^\circ,$$

$$\Psi_{i1} = \Psi_{U1} - \varphi_1 = 45^\circ - 37^\circ = 8^\circ,$$

$$i_1 = \sqrt{2} \cdot 20 \sin(\omega t + 8^\circ) A.$$

- визначимо закон зміни напруги на кожному елементі кола:

$$U_{L1} = L \frac{di}{dt},$$

$$U_{L1} = \omega L \cdot \sqrt{2} \cdot 20 \cos(\omega t + 8^\circ) = \sqrt{2} \cdot 60 \sin(\omega t + 98^\circ) B,$$

$$U_{a1} = R i_1 = \sqrt{2} \cdot 80 \sin(\omega t + 8^\circ) B$$

- обчислимо активну, реактивну і повну потужності, споживані колом:

$$P_1 = R I_1^2 = 4 \cdot 20^2 = 1600 Bm,$$

$$Q_1 = \omega L I_1^2 = 3 \cdot 20^2 = 1200 \text{ вop},$$

$$S_1 = Z_1 I_1^2 = 5 \cdot 20^2 = 2000 B A.$$

4. Розрахуємо задане коло, коли в ньому діє тільки джерело напруги, що змінюється з подвійною кутовою частотою $u_2 = \sqrt{2} \cdot 54 \sin 2\omega t B$:

- знаходимо закон зміни струму кола

$$I_{2m} = \frac{U_{2m}}{Z_2},$$

де

$$Z_2 = \sqrt{R^2 + (2\omega L)^2} = \sqrt{4^2 + (2 \cdot 3)^2} = \sqrt{52} = 7,2 O_M,$$

$$I_{2m} = \frac{\sqrt{2} \cdot 54}{7,2} = \sqrt{2} \cdot 7,5 A,$$

$$\varphi_2 = \arctg \frac{2\omega L}{R} = \arctg \frac{6}{4} = 56^\circ 20',$$

$$\Psi_{i_2} = \Psi_{U_2} - \varphi_2 = -56^\circ 20',$$

$$i_2 = \sqrt{2} \cdot 7,5 \sin(2\omega t - 56^\circ 20') \text{ A.}$$

- визначасмо закон зміни напруги на кожному елементі кола:

$$U_{L2} = L \frac{di_2}{dt},$$

$$U_{L2} = 2\omega L \cdot \sqrt{2} \cdot 7,5 \cos(2\omega t - 56^\circ 20') = \\ = \sqrt{2} \cdot 45 \sin(2\omega t + 33^\circ 40') \text{ B,}$$

$$U_{a2} = R i_2 = \sqrt{2} \cdot 30 \sin(2\omega t - 56^\circ 20') \text{ B.}$$

- обчислимо активну, реактивну і повну потужності, споживані колом:

$$P_2 = R I_2^2 = 4 \cdot 7,5^2 = 225 \text{ Вт},$$

$$Q_2 = 2\omega L \cdot I_2^2 = 6 \cdot 7,5^2 = 337,5 \text{ вар},$$

$$S_2 = Z_2 I_2^2 = 7,2 \cdot 7,5^2 = 405 \text{ ВА.}$$

5. Визначимо:

- миттєве значення струму в колі

$$i = i_0 + i_1 + i_2 = [15 + \sqrt{2} \cdot 20 \sin(\omega t + 8^\circ) + \sqrt{2} \cdot 7,5 \sin(2\omega t - 56^\circ 20')];$$

- миттєве значення напруги на кожному елементі кола

$$U_L = U_{L1} + U_{L2} = [\sqrt{2} \cdot 60 \sin(\omega t + 98^\circ) + \sqrt{2} \cdot 45 \sin(2\omega t + 33^\circ 40')] \text{ B,}$$

$$U_a = U_0 + U_{a1} + U_{a2} = [60 + \sqrt{2} \cdot 80 \sin(\omega t + 8^\circ) + \sqrt{2} \cdot 30 \sin \cdot \\ \cdot (2\omega t - 56^\circ 20')] \text{ B.}$$

- діюче значення несинусоїдного струму (показання амперметра)

$$I = \sqrt{\frac{I_{1m}^2}{2} + \frac{I_{2m}^2}{2} + I_0^2} = \sqrt{I_0^2 + I_1^2 + I_2^2} = \sqrt{15^2 + 20^2 + 7,5^2} = 26 \text{ A};$$

- показання вольтметра

$$U = \sqrt{U_0^2 + U_1^2 + U_2^2} = \sqrt{60^2 + 100^2 + 54^2} = 128,5 \text{ В};$$

- активну потужність

$$P = P_0 + P_1 + P_2 = 900 + 1600 + 225 = 2725 \text{ Вт};$$

$$Q = Q_1 + Q_2 = 1200 + 337,5 = 1537,5 \text{ вар};$$

$$S = UI = 128,5 \cdot 26 = 3341 \text{ ВА.}$$

- коефіцієнт потужності кола

$$x = \frac{P}{S} = \frac{2725}{3341} = 0,816.$$

Задача № 2

Визначити діючі струми в гілках, активну потужність, споживану колом, якщо $u = (100 \sin \omega t + 40 \sin 3\omega t) \text{ В}$, $R = \omega L = \frac{1}{\omega C} = 2 \text{ Ом}$

Рішення

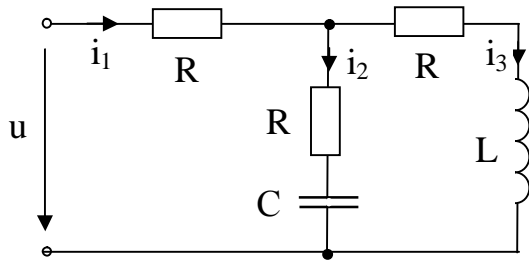


Рис. P7.2

1. Застосуємо для розрахунку кожної гармоніки струму окремо символічний метод.

2. Розрахуємо коло, коли в ньому діє напруга першої гармоніки:

- знаходимо комплексні напругу першої гармоніки і опори гілок:

$$u_1 = 100 \sin \omega t \Rightarrow \underline{U}_1(t) = 100 e^{j\omega t}$$

$$\underline{U}_{1m} = 100 \text{ В}; \underline{Z}_1^{(1)} = R; \underline{Z}_2^{(1)} = R - j \frac{1}{\omega C}; \underline{Z}_3^{(1)} = R + jx_L.$$

- запишемо комплексний опір кола для струму першої гармоніки

$$\begin{aligned} \underline{Z}^{(1)} &= \underline{Z}_1^{(1)} + \frac{\underline{Z}_2^{(1)} \underline{Z}_3^{(1)}}{\underline{Z}_2^{(1)} + \underline{Z}_3^{(1)}} = R + \frac{(R - jx_C)(R + jx_L)}{R - jx_C + R + jx_L} = \\ &= 2 + \frac{(2 - j2)(2 + j2)}{2 - j2 + 2 + j2} = 2 + \frac{4(1 - j)(1 + j)}{4} = \\ &= 2 + (1 + j)(1 - j) = 2 + 2 = 4 \text{ Ом}; \end{aligned}$$

- знаходимо комплексну амплітуду струму в нерозгалуженій частині кола

$$\underline{I}_{1m} = \frac{\underline{U}_{1m}}{\underline{Z}^{(1)}} = \frac{100}{4} = 25 \text{ А};$$

- визначимо комплексні амплітуди струмів в кожній гілці

$$\underline{I}_{1m2} = \underline{I}_{1m} \frac{\underline{Z}_3^{(1)}}{\underline{Z}_3^{(1)} + \underline{Z}_2^{(1)}} = 25 \frac{2 + j2}{4} = 12,5(1 + j) = \sqrt{2} \cdot 12,5 e^{j45^\circ} \text{ А},$$

$$\underline{I}_{1m3} = \underline{I}_{1m} \frac{\underline{Z}_2^{(1)}}{\underline{Z}_3^{(1)} + \underline{Z}_2^{(1)}} = 25 \frac{2 - j2}{4} = \sqrt{2} \cdot 12,5 e^{-j45^\circ} \text{ А};$$

- запишемо вирази для миттєвих значень струмів в гілках

$$i_1^{(1)} = 25 \cdot \sin \omega t \text{ А};$$

$$i_2^{(1)} = \sqrt{2} \cdot 12,5 \sin(\omega t + 45^\circ) \text{ А};$$

$$i_3^{(1)} = \sqrt{2} \cdot 12,5 \sin(\omega t - 45^\circ) \text{ А}.$$

- визначимо активну потужність, споживану колом і кожною гілкою

$$P_1^{(1)} = R I_1^{(1)2} = 2 \cdot \left(\frac{25}{\sqrt{2}} \right)^2 = 625,0 \text{ Вт}$$

$$P_2^{(1)} = R I_2^{(1)2} = 2 \cdot 12,5^2 = 312,5 \text{ Вт}$$

$$P_3^{(1)} = R I_3^{(1)2} = 2 \cdot 12,5^2 = 312,5 \text{ Вт}$$

$$P^{(1)} = R_e^{(1)} \cdot I_1^{(1)2} = 4 \cdot \left(\frac{25}{\sqrt{2}} \right)^2 = 1250 \text{ Вт}$$

3. Розрахуємо задане коло при дії в ньому джерела напруги, що змінюється з потрійною кутовою частотою $u_3 = 40 \sin 3\omega t$:

- знаходимо реактивні опори гілок

$$x_{C2}^{(3)} = \frac{1}{3\omega C_2} = \frac{2}{3} = 0,67 \text{ Ом},$$

$$x_{L3}^{(3)} = 3\omega L_3 = 3 \cdot 2 = 6 \text{ Ом}.$$

- визначимо комплексні опори гілок і кола

$$\underline{Z}_2^{(3)} = R - j \frac{1}{3\omega C_2} = 2 - j0,67 = 2,1 e^{-j18^\circ 30'} \text{ Ом},$$

$$\underline{Z}_3^{(3)} = R + j 3\omega L_3 = 2 + j6 = 6,33 e^{j71^\circ 30'} \text{ Ом},$$

$$\begin{aligned} \underline{Z}^{(3)} &= \underline{Z}_1^{(3)} + \frac{\underline{Z}_2^{(3)} \cdot \underline{Z}_3^{(3)}}{\underline{Z}_2^{(3)} + \underline{Z}_3^{(3)}} = 2 + \frac{(2 - j0,67)(2 + j6)}{2 - j0,67 + 2 + j6} = \\ &= 2 + \frac{2,18 e^{-j18^\circ 30'} \cdot 6,33 e^{j71^\circ 30'}}{4 + j5,33} = 2 + \frac{13,3 e^{j53^\circ}}{6,66 e^{j53^\circ}} = 2 + 2 = 4 \text{ Ом}; \end{aligned}$$

- знаходимо комплексну амплітуду струму третьої гармоніки в нерозгалуженій частині кола і в кожній гілці

$$\underline{I}_{3m1} = \frac{\underline{U}_{3m}}{\underline{Z}^{(3)}} = \frac{40}{4} = 10 \text{ А};$$

$$\underline{I}_{3m2} = \underline{I}_{3m1} \frac{\underline{Z}_3^{(3)}}{\underline{Z}_2^{(3)} + \underline{Z}_3^{(3)}} = 10 \frac{6,33 e^{j71^\circ 30'}}{6,66 e^{j53^\circ}} = 9,5 e^{j18^\circ 30'} \text{ А};$$

$$\underline{I}_{3m3} = \underline{I}_{3m1} \frac{\underline{Z}_2^{(3)}}{\underline{Z}_2^{(3)} + \underline{Z}_3^{(3)}} = 10 \frac{2,16 e^{-j18^\circ 30'}}{6,66 e^{j53^\circ}} = 3,15 e^{-j71^\circ 30'} \text{ А};$$

- запишемо вирази для миттєвих значень струмів в гілках

$$i_1^{(3)} = 10 \sin 3\omega t \text{ А};$$

$$i_2^{(3)} = 9,5 \sin (3\omega t + 18^\circ 30') \text{ А};$$

$$i_3^{(3)} = 3,15 \sin (3\omega t - 71^\circ 30') \text{ А};$$

- визначимо активну потужність, споживану колом і кожною гілкою

$$P_1^{(3)} = R I_1^{(3)2} = 2 \cdot \frac{10^2}{2} = 100 \text{ Вт}, \quad P_2^{(3)} = R I_2^{(3)2} = 2 \cdot \frac{9,5^2}{2} = 90,25 \text{ Вт},$$

$$P_3^{(3)} = R I_3^{(3)2} = 2 \cdot \frac{3,15^2}{2} = 9,92 \text{ Вт}, \quad P^{(3)} = R_e^{(3)} \cdot I_1^{(3)2} = 4 \cdot \left(\frac{10}{\sqrt{2}} \right)^2 = 200 \text{ Вт}.$$

- Обчислимо діючі струми в гілках і активну потужність, споживану колом:

$$I_1 = \sqrt{I_1^{(1)2} + I_1^{(3)2}} = \sqrt{\frac{25^2}{2} + \frac{10^2}{2}} = 19 \text{ А}; \quad I_2 = \sqrt{I_2^{(1)2} + I_2^{(3)2}} = \sqrt{12,5^2 + \frac{9,5^2}{2}} = 14,2 \text{ А};$$

$$I_3 = \sqrt{I_3^{(1)2} + I_3^{(3)2}} = \sqrt{12,5^2 + \frac{3,15^2}{2}} = 12,7 \text{ А};$$

$$P = R_e^{(1)} \cdot I_1^{(1)2} + R_e^{(3)} \cdot I_1^{(3)2} = 4 \cdot \frac{25^2}{2} + 4 \cdot \frac{10^2}{2} = 1450 \text{ Вт}$$

Розділ V. Чотириполюсники

Тема 8. Пасивні чотириполюсники

Вступ

Чотириполюсником називається частина електричного кола, що має два вхідних та два вихідних затискачі (полюси).

Звичайно чотириполюсник вмикаються між джерелом та приймачем електричної енергії.

Приклади чотириполюсників (рис.8.1)

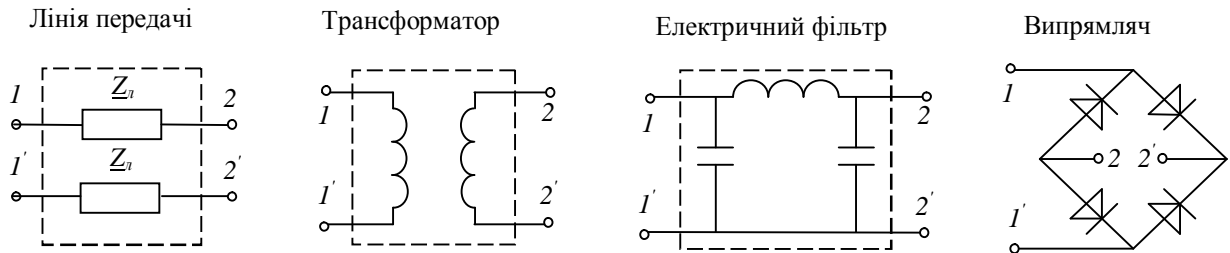


Рис. 8.1

Чотириполюсники поділяються на **лінійні** та **нелінійні**.

Лінійними чотириполюсниками називаються чотириполюсники, параметри яких не залежать від величини струму або напруги, а також від їх напрямків.

Нелінійними чотириполюсниками називаються чотириполюсники, параметри яких залежать від струму або напруги.

Чотириполюсники бувають активні і пасивні.

Активні чотириполюсники мають джерела електричної енергії (підсилювачі, напівпровідникові пристрої).

Пасивні чотириполюсники не містять джерел електричної енергії.

8.1. Основні рівняння пасивних лінійних чотириполюсників

Розглянемо лінійний пасивний чотириполюсник (рис. 8.2)

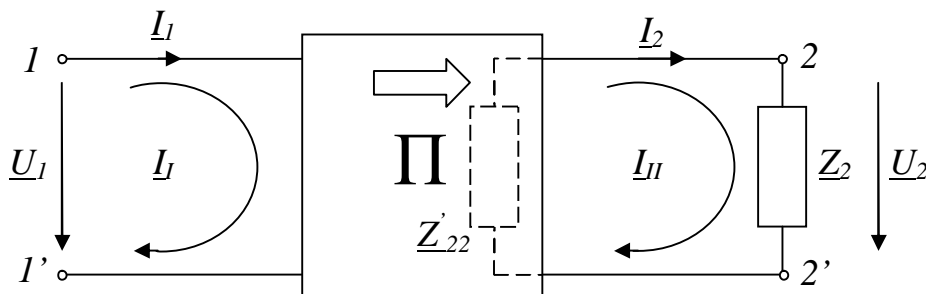


Рис. 8.2

$1-1'$ – вхідні затискачі, до яких вмикаються джерела енергії,
 $2-2'$ – вихідні затискачі, до яких вмикаються навантаження,

$$\underline{U}_1 = \frac{\Delta_{22}}{\Delta_{21}} \underline{U}_2 + \frac{\Delta}{\Delta_{21}} \underline{I}_2;$$

$$\underline{I}_1 = \frac{\Delta_{11} \cdot \Delta_{22}}{\Delta \cdot \Delta_{21}} \underline{U}_2 + \frac{\Delta_{11} \cdot \Delta}{\Delta \cdot \Delta_{21}} \underline{I}_2 - \frac{\Delta_{12}}{\Delta} \underline{U}_2 = \left(\frac{\Delta_{11} \cdot \Delta_{22}}{\Delta \cdot \Delta_{21}} - \frac{\Delta_{12}}{\Delta} \right) \underline{U}_2 + \frac{\Delta_{11}}{\Delta_{21}} \underline{I}_2.$$

Позначимо:

$$A = \frac{\Delta_{22}}{\Delta_{21}}; \quad B = \frac{\Delta}{\Delta_{21}};$$

$$C = \frac{\Delta_{11} \cdot \Delta_{22}}{\Delta \cdot \Delta_{21}} - \frac{\Delta_{12}}{\Delta}; \quad D = \frac{\Delta_{11}}{\Delta_{21}};$$

Тоді основна система рівнянь пасивного чотириполюсника при передачі електричної енергії зліва направо прийме вигляд:

$$\begin{cases} \underline{U}_1 = A \underline{U}_2 + B \underline{I}_2; \\ \underline{I}_1 = C \underline{U}_2 + D \underline{I}_2; \end{cases} \quad - \quad \text{основна система рівнянь пасивного}$$

чотириполюсника,

де A, B, C, D – сталі чотириполюсника, це комплексні величини.

A, D – безрозмірні величини, $[B]$ – Ом; $[C]$ – См.

Для кожного чотириполюсника сталі чотириполюсника можна визначити розрахунковим або дослідним шляхом.

Для чотириполюсників, що задовольняють принципу оберненості, тобто $\Delta_{12} = \Delta_{21}$, сталі чотириполюсника зв'язані співвідношенням:

$$AD - BC = 1.$$

Доведемо це:

$$AD - BC = \frac{\Delta_{22}}{\Delta_{21}} \cdot \frac{\Delta_{11}}{\Delta_{21}} - \frac{\Delta}{\Delta_{21}} \left(\frac{\Delta_{11} \Delta_{22}}{\Delta \Delta_{21}} - \frac{\Delta_{12}}{\Delta} \right) = \frac{\Delta_{22} \cdot \Delta_{11}}{\Delta_{21} \cdot \Delta_{21}} - \frac{\Delta_{11} \cdot \Delta_{22}}{\Delta_{21} \cdot \Delta_{21}} + 1 = 1.$$

Отже, будь-який пасивний чотириполюсник характеризується трьома сталими, так як четверта може бути визначена із рівності $AD - BC = 1$.

Тепер поміняємо місцями джерело енергії та приймач, тобто електрична енергія буде передаватися з права наліво (рис. 8.3).

В цьому випадку в рівняннях чотириполюсника потрібно замінити:

$$\underline{U}_1 \text{ на } \underline{U}_2; \quad \underline{U}_2 \text{ на } \underline{U}_1;$$

$$\underline{I}_1 \text{ на } -\underline{I}_2; \quad \underline{I}_2 \text{ на } -\underline{I}_1.$$

Тоді рівняння приймають вигляд:

$$\begin{cases} \underline{U}_2 = A \underline{U}_1 - B \underline{I}_1, & \times D & \times C \\ -\underline{I}_2 = C \underline{U}_1 - D \underline{I}_1, & \times B & \times A \end{cases}$$

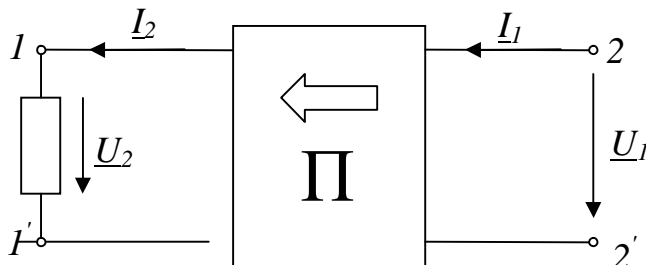


Рис. 8.3

Розв'яжемо одержану систему відносно \underline{U}_1 та \underline{I}_1 , для

цього спочатку перше рівняння помножимо на D , а друге – на B , а потім перше рівняння помножимо на C , а друге – на A і віднімемо від першого друге

$$\begin{array}{rcl} \text{I} & & \underline{DU}_2 = \underline{AD}\underline{U}_1 - \underline{BD}\underline{I}_1 \\ - & & -\underline{BL}_2 = \underline{BC}\underline{U}_1 - \underline{BD}\underline{I}_1 \\ \hline & & \underline{DU}_2 + \underline{BL}_2 = \underline{U}_1 \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl} \text{II} & & \underline{CU}_2 = \underline{AC}\underline{U}_1 - \underline{BC}\underline{I}_1 \\ - & & -\underline{AL}_2 = \underline{CA}\underline{U}_1 - \underline{AD}\underline{I}_1 \\ \hline & & \underline{CU}_2 + \underline{AL}_2 = \underline{I}_1 \end{array}$$

Таким чином, $\begin{cases} \underline{U}_1 = \underline{DU}_2 + \underline{BL}_2 \\ \underline{I}_1 = \underline{CU}_2 + \underline{AL}_2 \end{cases}$ – основне рівняння чотириполюсника

при зворотній передачі енергії.

Ці рівняння відрізняються від рівнянь чотириполюсника, складених для випадку передачі енергії зліва направо тим, що помінялись місцями A та D .

Чотириполюсник називається симетричним, якщо при передачі енергії зліва направо він по відношенню до вхідних затискачів представляє собою таке ж саме коло, як і при передачі енергії з права наліво.

В цьому випадку $A=D$.

8.2. Т і П – подібні схеми заміщення пасивного чотириполюсника

Будь-який пасивний чотириполюсник можна замінити триелементною схемою заміщення:

Т – подібною, це з'єднання елементів “зіркою”;

П – подібною, це з'єднання елементів “трикутником”.

Розглянемо ці схеми: (рис. 8.4).

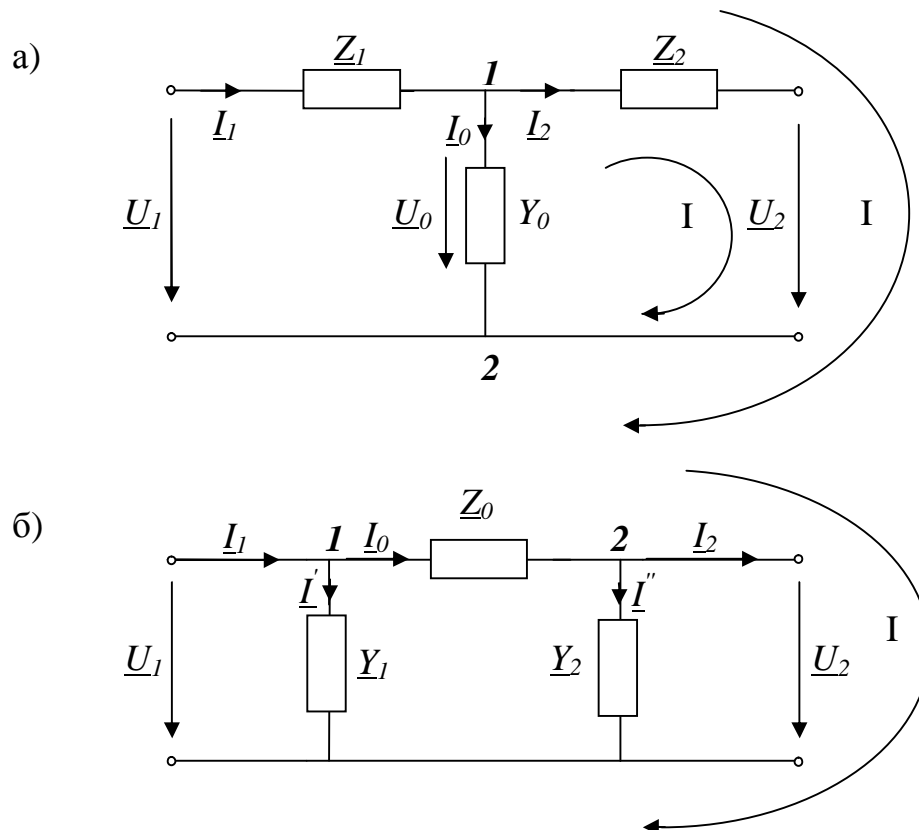


Рис. 8.4

Опори схем заміщення вибираються так, щоб схема заміщення мала ті ж самі сталі A , B , C та D , що й замінений чотириполіусник.

Ця задача вирішується однозначно, так як схема заміщення має три елементи, а чотириполіусник характеризується трьома незалежними сталими, четверта визначається з рівняння $AD-BC=1$.

Визначимо залежності між параметрами схем заміщення і сталими еквівалентного чотириполіусника.

Для Т – подібної схеми:

$$\underline{I}_1 = \underline{I}_0 + \underline{I}_2, \quad \text{але } \underline{I}_0 = \underline{Y}_0 \underline{U}_0;$$

$$\text{І контур: } \underline{U}_0 = \underline{I}_2 \underline{Z}_2 + \underline{U}_2, \quad \text{тоді } \underline{I}_0 = \underline{Y}_0 \underline{Z}_2 \underline{I}_2 + \underline{Y}_0 \underline{U}_2,$$

$$\underline{I}_1 = \underline{Y}_0 \underline{Z}_2 \underline{I}_2 + \underline{Y}_0 \underline{U}_2 + \underline{I}_2 = \underline{Y}_0 \underline{U}_2 + (1 + \underline{Z}_2 \underline{Y}_0) \underline{I}_2 \quad (8.3)$$

Запишемо рівняння за II законом Кірхгофа для зовнішнього контуру

$$\underline{U}_1 = \underline{Z}_1 \underline{I}_1 + \underline{Z}_2 \underline{I}_2 + \underline{U}_2.$$

Підставимо значення струму \underline{I}_1 , тоді

$$\underline{U}_1 = \underline{Z}_1 \underline{Y}_0 \underline{U}_2 + \underline{Z}_1 \underline{I}_2 + \underline{Z}_1 \underline{Z}_2 \underline{Y}_0 \underline{I}_2 + \underline{Z}_2 \underline{I}_2 + \underline{U}_2 = (1 + \underline{Z}_1 \underline{Y}_0) \underline{U}_2 + (\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 + \underline{Z}_1 \underline{Z}_2 \underline{Y}_0) \underline{I}_2. \quad (8.4)$$

Порівняємо рівняння (8.3) та (8.4) з основними рівняннями чотириполіусника, тоді одержимо:

$$\begin{aligned} A &= 1 + \underline{Z}_1 \underline{Y}_0; & B &= \underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 + \underline{Z}_1 \underline{Z}_2 \underline{Y}_0; \\ C &= \underline{Y}_0; & D &= 1 + \underline{Z}_2 \underline{Y}_0. \end{aligned}$$

Звідси можна визначити зворотні залежності

$$\underline{Y}_0 = C; \quad \underline{Z}_1 = \frac{A-1}{C}; \quad \underline{Z}_2 = \frac{D-1}{C}.$$

Якщо $\underline{Z}_1 = \underline{Z}_2$, то $A = D$ і чотириполіусник буде симетричним.

Для П – подібної схеми:

Складемо рівняння за I законом Кірхгофа для 1 та 2 вузлів:

$$\underline{I}_1 = \underline{I}' + \underline{I}_0; \quad \underline{I}_0 = \underline{I}_2 + \underline{I}'', \quad \rightarrow \underline{I}_1 = \underline{I}' + \underline{I}'' + \underline{I}_2.$$

Враховуючи, що $\underline{I}' = \underline{Y}_1 \underline{U}_1$; $\underline{I}'' = \underline{Y}_2 \underline{U}_2$, одержимо

$$\underline{I}_1 = \underline{Y}_1 \underline{U}_1 + \underline{Y}_2 \underline{U}_2 + \underline{I}_2; \quad \underline{I}_0 = \underline{I}_2 + \underline{Y}_2 \underline{U}_2$$

За II законом Кірхгофа для зовнішнього контуру

$$\underline{U}_1 = \underline{Z}_0 \underline{I}_0 + \underline{U}_2 = \underline{Z}_0 (\underline{I}_2 + \underline{Y}_2 \underline{U}_2) + \underline{U}_2.$$

Тоді:

$$\begin{cases} \underline{I}_1 = (\underline{Y}_1 + \underline{Y}_2 + \underline{Y}_1 \underline{Y}_2 \underline{Z}_0) \underline{U}_2 + (1 + \underline{Y}_1 \underline{Z}_0) \underline{I}_2; \end{cases} \quad (8.5)$$

$$\begin{cases} \underline{U}_1 = (1 + \underline{Y}_2 \underline{Z}_0) \underline{U}_2 + \underline{Z}_0 \underline{I}_2 \end{cases} \quad (8.6)$$

Порівняємо рівняння (8.5) та (8.6) з основними рівняннями чотириполюсника, одержимо:

$$\begin{aligned} A &= 1 + \underline{Y}_2 \underline{Z}_0; & B &= \underline{Z}_0; \\ C &= \underline{Y}_1 + \underline{Y}_2 + \underline{Y}_1 \underline{Y}_2 \underline{Z}_0; & D &= 1 + \underline{Y}_1 \underline{Z}_0. \end{aligned}$$

Звідси визначимо зворотні залежності:

$$\underline{Z}_0 = B; \quad \underline{Y}_1 = \frac{D-1}{B}; \quad \underline{Y}_2 = \frac{A-1}{B};$$

Якщо $\underline{Y}_1 = \underline{Y}_2$ то $A = D$, і чотириполюсник буде симетричним.

Отже, якщо відома конфігурація кола чотириполюсника та параметри його елементів, то сталі чотириполюсника можна визначити розрахунковим шляхом, так як будь-яке пасивне коло можна звести до триелементного.

8.3. Дослідне визначення постійних чотириполюсника

Дослідне визначення постійних A , B , C , D чотириполюсника застосовують в тому випадку, якщо невідомі конфігурація кола та параметри його елементів.

Введемо поняття: **вхідний опір чотириполюсника** – це еквівалентний опір всього кола по відношенню затискачів, до яких ввімкнено джерело електроенергії.

Однак, джерело може бути ввімкнене або до затискачів 1-1', або до 2-2', тому розрізняють відповідні вхідні опори (рис. 8.5).

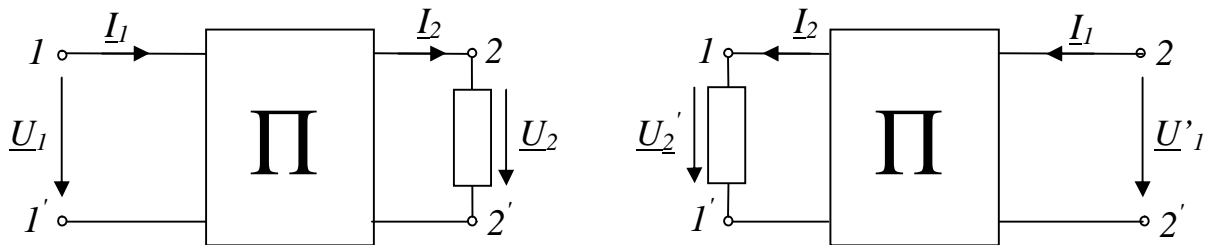


Рис. 8.5

$$\begin{cases} \underline{U}_1 = A\underline{U}_2 + B\underline{I}_2, \\ \underline{I}_1 = C\underline{U}_2 + D\underline{I}_2. \end{cases}$$

$$\begin{cases} \underline{U}'_1 = D\underline{U}'_2 + B\underline{I}'_2, \\ \underline{I}'_1 = C\underline{U}'_2 + A\underline{I}'_2. \end{cases}$$

$$\underline{Z}_1 = \frac{\underline{U}_1}{\underline{I}_1} = \frac{A\underline{U}_2 + B\underline{I}_2}{C\underline{U}_2 + D\underline{I}_2}; \quad (8.7)$$

$$\underline{Z}_2 = \frac{\underline{U}'_1}{\underline{I}'_1} = \frac{D\underline{U}_2 + B\underline{I}_2}{C\underline{U}_2 + A\underline{I}_2}; \quad (8.8)$$

З рівнянь (8.7) та (8.8) видно, що для визначення параметрів чотириполюсника необхідно знати \underline{U}_1 ; \underline{U}_2 ; \underline{I}_1 ; \underline{I}_2 для 4-х дослідів. Ці величини можна виміряти за допомогою електровимірювальних пристроїв. Так як

чотириполіусник лінійний, то вхідні опори можуть бути визначені для будь-яких значень \underline{U}_2 та \underline{I}_2 .

Для спрощення задачі завжди можна прийняти $\underline{U}_2=0$, або $\underline{I}_2=0$. В цих випадках матимемо або режим холостого ходу, коли $\underline{I}_2=0$; $\underline{U}_2 \neq 0$, або режим короткого замикання, коли $\underline{U}_2=0$; $\underline{I}_2 \neq 0$.

Припустимо, що джерело електричної енергії ввімкнено до затискачів 1-1', а затискачі 2-2' розімкнені, тобто $\underline{I}_2=0$, $\underline{U}_2 \neq 0$, – режим холостого ходу

$$\underline{Z}_{1XX} = \frac{\underline{U}_{1XX}}{\underline{I}_{1XX}} = \frac{U_{1XX}}{I_{1XX}} \cdot \frac{e^{j\psi_{UXX}}}{e^{j\psi_{I_{1XX}}}} = \underline{Z}_{1XX} e^{j\varphi_{1XX}} = \frac{A}{C};$$

Тепер замкнемо затискачі 2-2', тобто $\underline{U}_2 = 0$; $\underline{I}_2 \neq 0$, – режим короткого замикання

$$\underline{Z}_{1K3} = \frac{\underline{U}_{1K3}}{\underline{I}_{1K3}} = \frac{U_{1K3}}{I_{1K3}} \cdot \frac{e^{j\psi_{U_{1K3}}}}{e^{j\psi_{I_{1K3}}}} = \underline{Z}_{1K3} e^{j\varphi_{1K3}} = \frac{B}{D}$$

Поміняємо місцями джерело і приймач і повторимо ті ж самі режими роботи

$$\underline{Z}_{2XX} = \frac{U'_{1XX}}{I'_{1XX}} = \underline{Z}_{2XX} e^{j\varphi_{2XX}} = \frac{D}{C};$$

$$\underline{Z}_{2K3} = \frac{U'_{1K3}}{I'_{1K3}} = \underline{Z}_{2K3} e^{j\varphi_{2K3}} = \frac{B}{A}.$$

З одержаних залежностей для вхідних опорів чотириполіусника бачимо, що його сталі можна визначити дослідним шляхом. Для цього необхідно виміряти величини: U_{1XX} ; I_{1XX} ; φ_{1XX} ; U_{1K3} ; I_{1K3} ; φ_{1K3} ; U'_{1XX} ; I'_{1XX} ; φ_{2XX} ; U'_{1K3} ; I'_{1K3} ; φ_{2K3} .

За показниками приладів визначимо: \underline{Z}_{1XX} ; \underline{Z}_{1K3} ; \underline{Z}_{2XX} ; \underline{Z}_{2K3} .

Для контролю правильності виконання досліду необхідно перевірити, щоб виконувалась рівність:

$$\frac{\underline{Z}_{1XX}}{\underline{Z}_{1K3}} = \frac{\underline{Z}_{2XX}}{\underline{Z}_{2K3}}.$$

Дослідні схеми приведені на рис. 8.6.

За показниками приладів визначаємо \underline{Z}_{1XX} ; \underline{Z}_{1K3} ; \underline{Z}_{2XX} ; \underline{Z}_{2K3} ; а потім знаходимо сталі чотириполіусника, враховуючи, що $AD - BC = 1$:

$$\underline{Z}_{1XX} = \frac{A}{C}; \quad \underline{Z}_{1K3} = \frac{B}{D}; \quad \underline{Z}_{2XX} = \frac{D}{C}; \quad \underline{Z}_{2K3} = \frac{B}{A}.$$

Звідси:

$$B = D \underline{Z}_{1K3}; \quad C = \frac{D}{\underline{Z}_{2XX}}; \quad A = \underline{Z}_{1XX} \cdot C = \frac{\underline{Z}_{1XX}}{\underline{Z}_{2XX}} D;$$

$$AD - BC = D^2 \frac{\underline{Z}_{1XX}}{\underline{Z}_{2XX}} - D^2 \frac{\underline{Z}_{1K3}}{\underline{Z}_{2XX}} = 1.$$

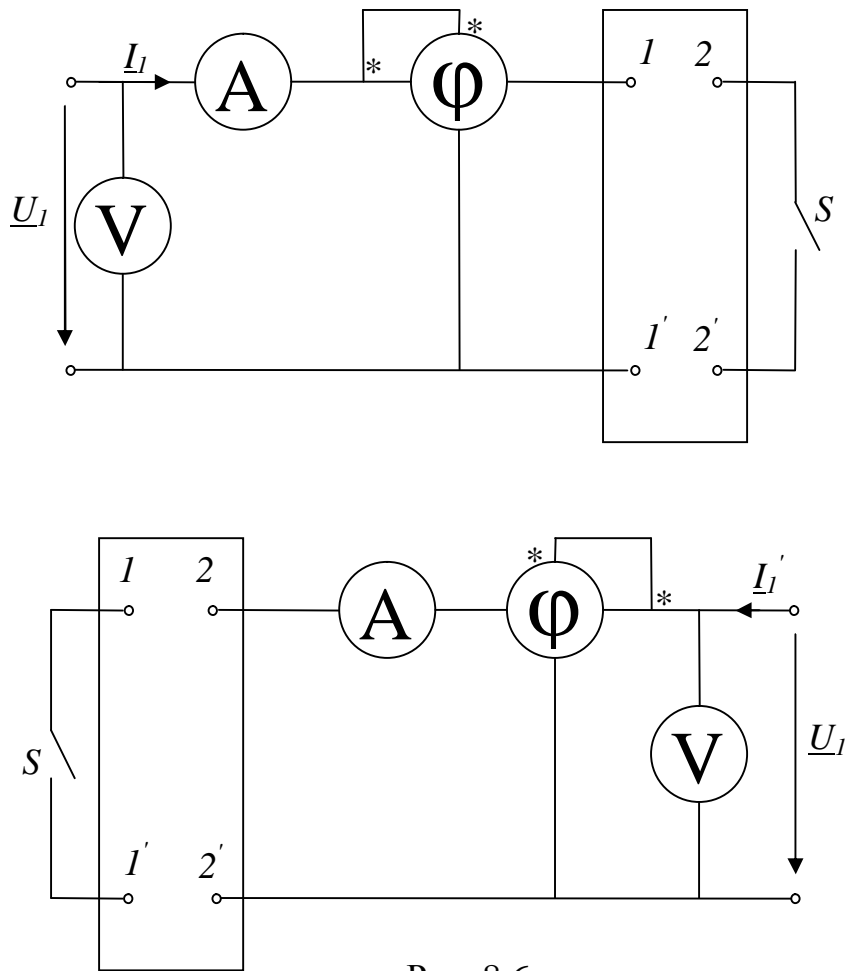


Рис. 8.6

Тоді:

$$D = \sqrt{\frac{Z_{2XX}}{Z_{1XX} + Z_{1K3}}}.$$

Потім визначаємо сталі A , B , C .

Таким чином, в результаті проведення дослідів холостого ходу та короткого замикання чотириполюсника можна визначити його сталі.

Приклади розрахунку чотириполіусників

Задача № 1

До чотириполіусника, схема якого зображена на рис. P8.1, приєднаний приймач з опором $\underline{Z} = 50 + j50 \text{ Ом}$. Визначити сталі чотириполіусника та знайти вхідні струм і напругу, якщо струм на виході $I_2 = 1 \text{ А}$, а параметри елементів чотириполіусника такі:

$\omega = 2500 \text{ 1/с}$; $R_1 = 30 \text{ Ом}$; $L_1 = 16 \text{ мГн}$; $R_2 = 10 \text{ Ом}$; $L_2 = 12 \text{ мГн}$; $R_0 = 100 \text{ Ом}$; $C = 8 \text{ мкФ}$.

Побудувати векторну діаграму чотириполіусника.

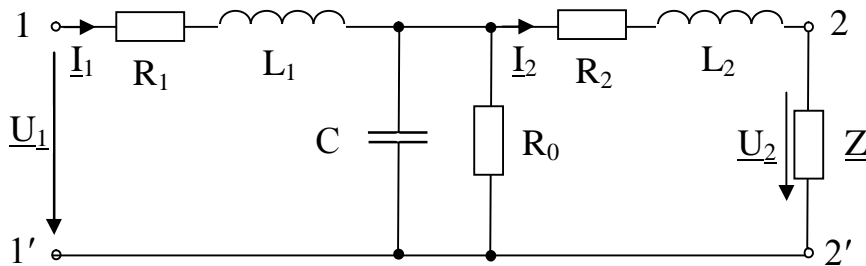


Рис. P8.1

Розв'язання

І. Знайдемо параметри даного чотириполіусника. Із схеми видно, що чотириполіусник Т – подібний:

$$\underline{Z}_1 = R_1 + j\omega L_1 = 30 + j2500 \cdot 16 \cdot 10^{-3} = 30 + j40 \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_2 = R_2 + j\omega L_2 = 10 + j2500 \cdot 12 \cdot 10^{-3} = 10 + j30 \text{ Ом};$$

$$\underline{Y}_0 = \frac{1}{R_0} + j\omega C = \frac{1}{100} + j2500 \cdot 8 \cdot 10^{-6} = 0,01 + j0,02 \text{ См};$$

$$\underline{Z}_0 = \frac{1}{\underline{Y}_0} = \frac{1}{0,01 + j0,02} = \frac{0,01 - j0,02}{(0,01 + j0,02)(0,01 - j0,02)} = 20 - j40 \text{ Ом};$$

І спосіб

2. Визначимо сталі чотириполіусника, використовуючи відомі співвідношення між його параметрами та сталими.

$$C = \underline{Y}_0 = 0,01 + j0,02 \text{ См}. \quad D = 1 + \underline{Y}_0 \underline{Z}_2 = 0,5 + j0,5.$$

$$A = 1 + \underline{Y}_0 \underline{Z}_1 = 1 + (0,01 + j0,02)(30 + j40) = 1 + \underline{0,3 + j0,4 + j0,6 - 0,8} = 0,5 + j.$$

$$\begin{aligned} B &= \underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 + \underline{Y}_0 \underline{Z}_1 \underline{Z}_2 = 30 + j40 + 10 + j30 + (0,01 + j0,02)(30 + j40)(10 + j30) = \\ &= 40 + j70 + (-0,5 + j)(10 + j30) = 40 + j70 + j10 - 30 - 5 - j15 = 5 + j65 \text{ Ом}. \end{aligned}$$

3. Розрахуємо напругу та струм на вході чотириполіусника.

$$\underline{U}_1 = A \underline{U}_2 + B \underline{I}_2,$$

де $\underline{U}_2 = \underline{I}_2 \cdot \underline{Z} = 1 \cdot (50 + j50) = 50 + j50 \text{ В. } (\psi_{i2} = 0).$

Тоді $\underline{U}_1 = (0,5 + j)(50 + j50) + (5 + j65) \cdot 1 = 25 + j25 + j50 - 50 + 5 + j65 = -20 + j140 \text{ В.}$

$\underline{I}_1 = \underline{C}\underline{U}_2 + \underline{D}\underline{I}_2 = (0,01 + j0,02)(50 + j50) + (0,5 + j0,5) \cdot 1 = 0,5 + j0,5 + j - 1 + 0,5 + j0,5 = j2 \text{ А.}$

4. Будуємо векторну діаграму струмів та напруг чотириполюсника (рис. P8.2).

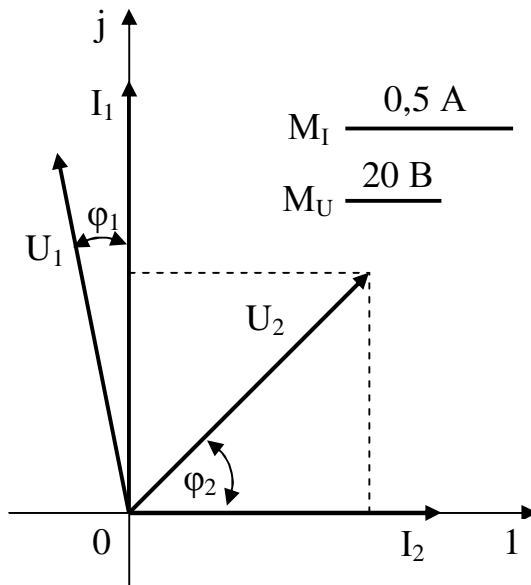


Рис. P8.2

II спосіб

2. Визначимо сталі чотириполюсника за методом холостого ходу та короткого замикання, використовуючи відомі співвідношення між його сталими та вхідними опорами. Знаходимо в такій послідовності: $D \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow A$:

$$D = \sqrt{\frac{\underline{Z}_{2x}}{\underline{Z}_{1x} - \underline{Z}_{1к3}}};$$

$$B = \underline{Z}_{1к3} \sqrt{\frac{\underline{Z}_{2x}}{\underline{Z}_{1x} - \underline{Z}_{1к3}}} = D \underline{Z}_{1к3};$$

$$C = \sqrt{\frac{1}{\underline{Z}_{2к3}(\underline{Z}_{1x} - \underline{Z}_{1к3})}} = \frac{D}{\underline{Z}_{2к3}}; \quad A = \underline{Z}_{1x} \sqrt{\frac{1}{\underline{Z}_{2x}(\underline{Z}_{1x} - \underline{Z}_{1к3})}} = C \underline{Z}_{1x} = \frac{\underline{Z}_{1x}}{\underline{Z}_{2x}} \cdot D.$$

Для T – подібного чотириполюсника за допомогою схеми знайдемо всі вхідні опори.

$$\underline{Z}_{1x} = \underline{Z}_1 + \underline{Z}_0 = 30 + j40 + 20 - j40 = 50 \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_{2x} = \underline{Z}_2 + \underline{Z}_0 = 10 + j30 + 20 - j40 = 30 - j10 \text{ Ом};$$

$$\begin{aligned} \underline{Z}_{1к3} &= \underline{Z}_1 + \frac{\underline{Z}_0 \underline{Z}_2}{\underline{Z}_0 + \underline{Z}_2} = 30 + j40 + \frac{(20 - j40)(10 + j30)}{20 - j40 + 10 + j30} = \\ &= 30 + j40 + \frac{200 + j600 - j400 + 1200}{30 - j10} = 30 + j40 + \frac{(1400 + j200)(30 + j10)}{(30 - j10)(30 + j10)} = \\ &= \frac{42000 + j14000 + j6000 - 2000}{1000} + 30 + j40 = 40 + j20 + 30 + j40 = 70 + j60 \text{ Ом}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Тоді: } D &= \sqrt{\frac{30 - j10}{50 - 70 - j60}} = \sqrt{\frac{(3 - j)(-2 + j6)}{(-2 - j6)(-2 + j6)}} = \sqrt{\frac{-6 + j18 + j2 + 6}{40}} = \\ &= \sqrt{0,5j} = \sqrt{0,5e^{j90^\circ}} = \pm \sqrt{0,5} \cdot e^{j45^\circ}, \end{aligned}$$

$$D' = 0,5 + j0,5; \quad D'' = 0,5 - j0,5.$$

Далі:

$$C = \frac{D}{Z_{2x}} = \frac{0,5 + j0,5}{30 - j10} = \frac{5(1 + j)}{100(3 - j)} = \frac{(1 + j)(3 + j)}{200} = \frac{3 + j + j3 - 1}{200} = \frac{2 + j4}{2000} = 0,01 + j0,02 \text{ См.}$$

$$A = Z_{1x} \cdot C = 50 \cdot (0,01 + j0,02) = 0,5 + j.$$

$$B = Z_{1кз} \cdot D = (70 + j60)(0,5 + j0,5) = 35 + j35 + j30 - 30 = 5 + j65 \text{ Ом;}$$

Задача № 2

Сталі чотириполіусника відповідно дорівнюють:

$$A = I; \quad B = 100 \text{ Ом; } D = I + j2.$$

Визначити параметри Т і П – подібних схем заміщення.

Розв'язання

I спосіб.

1. Для Т – подібної схеми заміщення маємо:

$$Z_1 = \frac{A - 1}{C}, \quad Z_2 = \frac{D - 1}{C}, \quad Y_0 = C.$$

$$\text{Із } AC - BC = 1 \quad \text{знаходимо} \quad C = \frac{AD - 1}{B}.$$

$$C = \frac{1 + j2 - 1}{100} = j0,02 \text{ См;}$$

$$\text{Тоді: } Y_0 = j0,02 \text{ См.}$$

$$Z_1 = \frac{1 - 1}{C} = 0; \quad Z_2 = \frac{1 + j2 - 1}{j0,02} = 100 \text{ Ом.}$$

2. Для П – подібної схеми:

$$Z_0 = B = 100 \text{ Ом,}$$

$$Y_1 = \frac{D - 1}{B} = \frac{1 + j2 - 1}{100} = j0,02 \text{ См,} \quad Y_2 = \frac{A - 1}{B} = 0.$$

II спосіб.

Розрахуємо параметри схем заміщення за відомими сталими чотириполіусника методом холостого ходу і короткого замикання.

Відомо, що

$$Z_{1x} = \frac{A}{C}; \quad Z_{2x} = \frac{D}{C}; \quad Z_{1кз} = \frac{B}{D}.$$

Тому:

$$Z_{1x} = \frac{1}{j0,02} = -j50 \text{ Ом;}$$

$$\underline{Z}_{2x} = \frac{1 + j2}{j0,02} = \frac{100j(1 + j2)}{2j2} = 100 - 50j \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_{1кз} = \frac{100}{1 + j2} = \frac{100(1 - j2)}{5} = 20 - j40 \text{ Ом}.$$

Для Т – подібної схеми чотириполіусника маємо:

$$\underline{Z}_{1x} = \underline{Z}_1 + \underline{Z}_0; \quad (1) \quad \underline{Z}_{2x} = \underline{Z}_2 + \underline{Z}_0; \quad (2) \quad \underline{Z}_{1кз} = \underline{Z}_1 + \frac{\underline{Z}_0 \cdot \underline{Z}_2}{\underline{Z}_0 + \underline{Z}_2} \quad (3).$$

Із рівнянь (1) та (2) знаходимо

$$\underline{Z}_1 = \underline{Z}_{1x} - \underline{Z}_0, \quad \underline{Z}_2 = \underline{Z}_{2x} - \underline{Z}_0.$$

Підставимо значення $\underline{Z}_1, \underline{Z}_2$ в рівняння (3) і знайдемо \underline{Z}_0 :

$$\underline{Z}_{1кз} = \underline{Z}_{1x} - \underline{Z}_0 + \frac{\underline{Z}_0(\underline{Z}_{2x} - \underline{Z}_0)}{\underline{Z}_0 + \underline{Z}_{2x} - \underline{Z}_0};$$

$$\underline{Z}_{1кз} \cdot \underline{Z}_{2x} = \underline{Z}_{1x} \cdot \underline{Z}_{2x} - \underline{Z}_0 \cdot \underline{Z}_{2x} + \underline{Z}_0 \cdot \underline{Z}_{2x} - \underline{Z}_0^2;$$

$$\underline{Z}_0 = \sqrt{\underline{Z}_{2x}(\underline{Z}_{1x} - \underline{Z}_{1кз})} = \sqrt{(100 - j50)(-j50 - 20 + j40)} =$$

$$= \sqrt{-j1000 - 2000 + j1000 - 500} = \sqrt{-2500} = \sqrt{2500j^2} \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_1' = j50 \text{ Ом}; \quad \underline{Z}_0'' = -j50 \text{ Ом}.$$

Тоді:

$$\underline{Z}_1' = \underline{Z}_{1x} - \underline{Z}_0' = -j50 - j50 = -j100 \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_1'' = \underline{Z}_{1x} - \underline{Z}_0'' = 0.$$

$$\underline{Z}_2' = \underline{Z}_{2x} - \underline{Z}_0' = -j50 + 100 - j50 = 100 - j100 \text{ Ом}.$$

$$\underline{Z}_2'' = \underline{Z}_{2x} - \underline{Z}_0'' = 100 - j50 + j50 = 100 \text{ Ом}.$$

Параметри П – подібної схеми можна знайти за відомими параметрами Т – подібної схеми заміщення, використовуючи формули еквівалентного переходу від зірки до трикутника.

$$\underline{Z}_{1\Pi} = \underline{Z}_{1T} + \underline{Z}_{0T} + \frac{\underline{Z}_{1T} \cdot \underline{Z}_{0T}}{\underline{Z}_{2T}}.$$

Для $\underline{Z}_0'' = -j50 \text{ Ом}; \underline{Z}_1'' = 0; \underline{Z}_2'' = 100 \text{ Ом}$ маємо:

$$\underline{Z}_{1\Pi} = 0 - j50 + 0 = -j50 \text{ Ом}.$$

Тоді:

$$\underline{Y}_1 = \frac{1}{\underline{Z}_{1\Pi}} = \frac{1}{-j50} = j0,02 \text{ См}.$$

$$\underline{Z}_{2\Pi} = \underline{Z}_{2T} + \underline{Z}_{0T} + \frac{\underline{Z}_{2T} \underline{Z}_{0T}}{\underline{Z}_{1T}} = \infty.$$

Тоді:

$$\underline{Y}_2 \rightarrow 0. \quad \underline{Z}_0 = \underline{Z}_{1T} + \underline{Z}_{2T} + \frac{\underline{Z}_{1T} \underline{Z}_{2T}}{\underline{Z}_{0T}} = 0 + 100 + 0 = 100 \text{ Ом}.$$

Розділ VI. Нелінійні кола

Тема 9. Нелінійні електричні кола постійного струму

Вступ

Нелінійним електричним колом називається коло, в якому електричний опір, індуктивність або ємність, принаймні, однієї з ділянок залежать від значень та напрямку струмів і напруг на цій ділянці.

В нелінійних колах електромагнітні процеси описуються нелінійними алгебраїчними та диференціальними рівняннями.

9.1 Нелінійні елементи в колах постійного струму. Вольт-амперні характеристики нелінійних елементів

Нелінійні елементи (НЕ) – елементи, параметри яких (електричний опір R , індуктивність L чи ємність C) залежать від величини або напрямку струмів в них чи напруг на їх затискачах.

НЕ на відміну від лінійних мають нелінійні вольт-амперні характеристики (ВАХ). ВАХ – це залежність струму, що протікає через елемент кола, від напруги на ньому, тобто $I=f(U)$ або $U=f(I)$.

НЕ поділяються на дві великі групи: некеровані та керовані.

В керованих НЕ, на відміну від некерованих, крім основного кола, зазвичай, є ще принаймні допоміжне (керуюче) коло, яке впливає на ВАХ основного кола. В некерованих НЕ ВАХ зображають однією кривою, а в керованих – декількома кривими, кожна з яких знімається при деяких заданих значеннях керованих величин.

В залежності від виду ВАХ розрізняють НЕ з симетричними та несиметричними ВАХ. ВАХ НЕ з симетричними характеристиками не залежать від напрямку струму або напруги, тобто для них справедливо $U(I) = -U(-I)$.

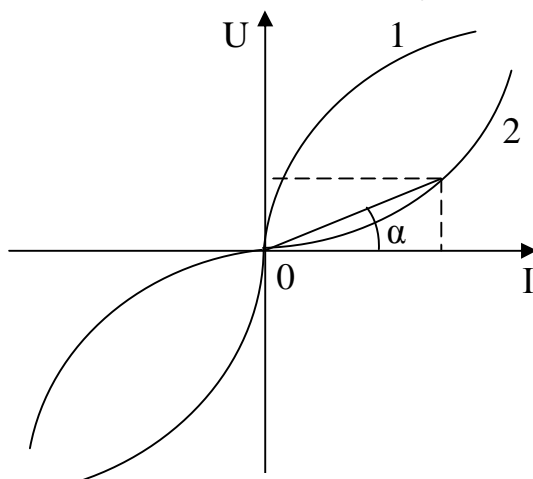


Рис. 9.1

Симетричними ВАХ характеризуються лампи розжарювання (рис. 9.1).

1- вугільна нитка;

2- металева нитка.

$$R = \operatorname{tg} \alpha .$$

Графік показує, що із збільшенням струму опір лампи розжарювання з металевою ниткою підвищується, а з вугільною ниткою зменшується.

ВАХ НЕ з несиметричними характеристиками залежить від напрямку струму або напруги. Прикладом такого НЕ є напівпровідниковий діод (рис. 9.2).

Для керованих НЕ керуючими величинами є температура, тиск, освітленість напруга електричного та магнітного поля тощо.

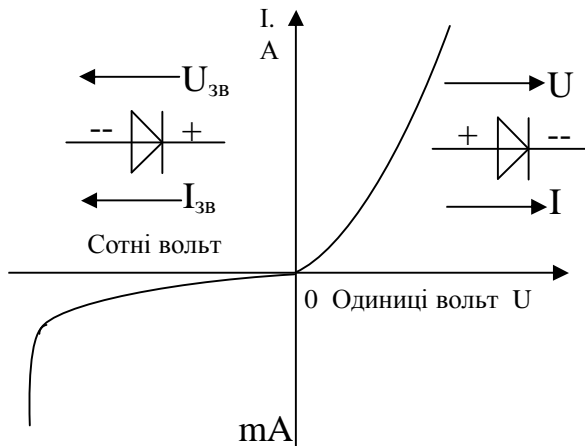


Рис. 9.2

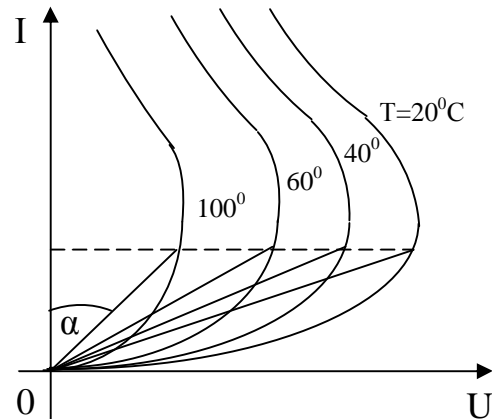


Рис. 9.3

ВАХ термістора – керованого НЕ, приведена на рис. 9.3. Його опір змінюється в залежності від температури, з $\uparrow T \rightarrow R \downarrow$.

9.2 Статичні та динамічні опори НЕ

Окрім ВАХ НЕ характеризується також статичним R_{cm} та динамічним $R_{дин.}$ опорами.

Для точки $A(U_0, I_0)$ (рис. 9.4) визначимо R_{cm} , $R_{дин.}$.

Під статичним опором розуміють відношення постійної напруги на НЕ до струму в ньому

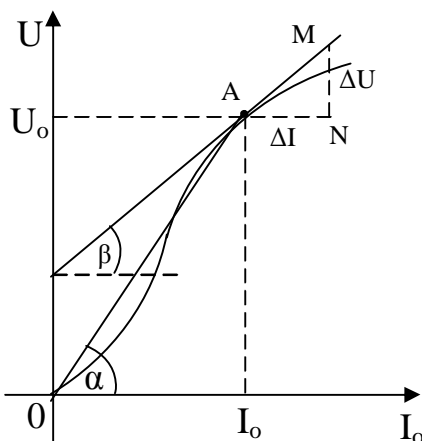


Рис. 9.4

$$R_{cm} = \frac{U_0}{I_0} = \operatorname{tg} \alpha \text{ [Ом]}$$

Отже, статичний опір НЕ в будь-якій точці ВАХ пропорційний тангенсу кута нахилу до осі струму лінії, що проходить через дану точку і початок координат.

Величина, обернена до R_{cm} , називається статичною провідністю

$$G_{cm} = \frac{1}{R_{cm}} \text{ [См]}.$$

Динамічним (диференціальним) опором називається скалярна величина, яка дорівнює граничному відношенню приросту напруги на НЕ до приросту струму в ньому, якщо останній прямує до нуля.

$$R_{дин.} = \lim_{\Delta I \rightarrow 0} \frac{\Delta U}{\Delta I} = \frac{dU}{dI}; \quad R_{дин.} = \frac{\Delta U}{\Delta I}.$$

Для визначення $R_{\text{дин.}}$ проведемо дотичну до точки A . З трикутника $\triangle AMN$ маємо:

$$R_{\text{дин.}} = \frac{\Delta U}{\Delta I} = \operatorname{tg} \beta.$$

Отже, $R_{\text{дин.}}$ пропорційний тангенсу кута нахилу до осі струму дотичної до даної точки ВАХ.

В загальному випадку $R_{\text{ст.}} \neq R_{\text{дин.}}$. Вони є змінними величинами.

9.3. Розрахунок нелінійних кіл з послідовним з'єднанням НЕ

Для розрахунку нелінійних кіл застосовуються:

- аналітичний метод;
- графічний метод;
- графоаналітичний метод.

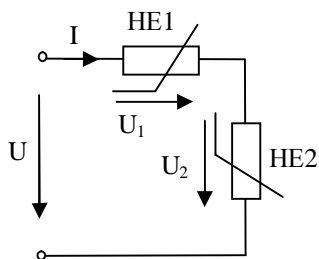


Рис. 9.5

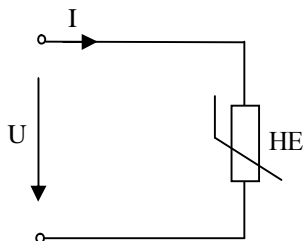


Рис. 9.6

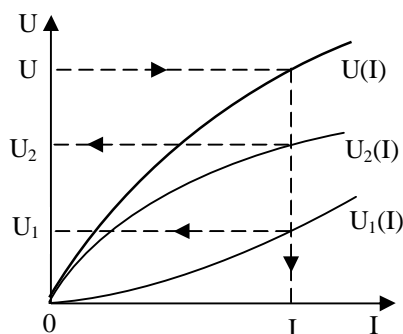


Рис. 9.7

Для розрахунку кіл з послідовним з'єднанням НЕ (рис. 9.5) застосовується графічний метод. Він вважається для даного випадку основним.

Дано: U , ВАХ НЕ: $U_1(I)$ та $U_2(I)$.

Визначити: I , U_1 , U_2 .

Порядок розрахунку.

Розрахунок зводиться до знаходження ВАХ усього кола $U(I)$, що рівнозначно заміні початкового нелінійного кола еквівалентним колом з одним НЕ (рис. 9.6).

1. Складаємо рівняння для нелінійного кола:

$$I = \text{const}, \quad U = U_1 + U_2 :$$

2. Використовуючи ВАХ НЕ будемо ВАХ усього кола $I(U) = I(U_1 + U_2)$, для чого необхідно задати кілька значень струму I та скласти напруги, що їм відповідають на НЕ1 та НЕ2 (рис. 9.7).

3. Визначаємо за допомогою ВАХ усього кола I , U_1 та U_2 для заданої U . Для чого необхідно для заданої U визначити I , а потім U_1 та U_2 .

Аналогічно розраховуються кола, в яких послідовно з НЕ ввімкнено джерело ЕРС (рис. 9.8).

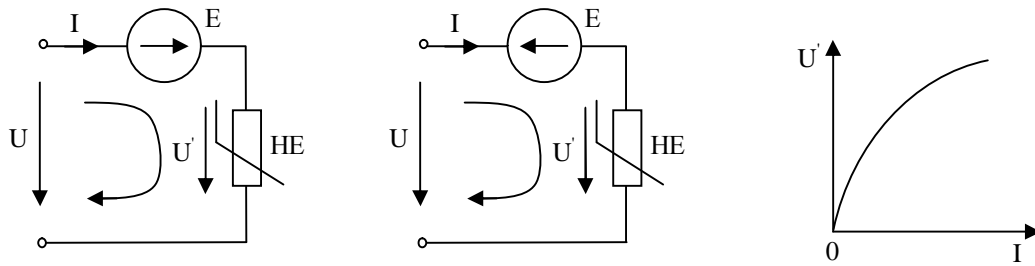


Рис. 9.8

Спочатку складаємо рівняння за II законом Кірхгофа для кожного кола:

$$\begin{aligned} U' - U &= E \\ U &= U' - E \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} U' - U &= -E \\ U &= U' + E \end{aligned}$$

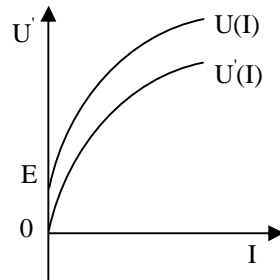
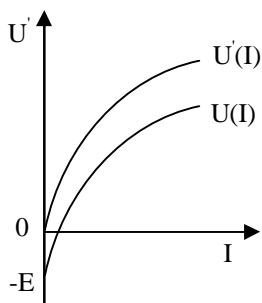


Рис. 9.9

Далі будуємо ВАХ усього кола.

ВАХ усього кола аналогічна ВАХ HE, але зсунута на величину E в бік збільшення напруги при зустрічному напрямку струму та ЕРС і навпаки (рис. 9.9).

9.4. Розрахунок кола з паралельним з'єднанням HE

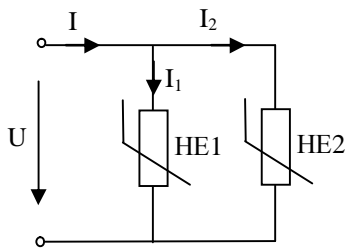


Рис. 9.10

Дано: U , ВАХ HE1 $U(I_1)$ та ВАХ HE2 $U(I_2)$.

Визначимо I , I_1 та I_2 (рис. 9.10).

Порядок розрахунку:

1. Складаємо рівняння за законами Кірхгофа

$$U = \text{const}; I = I_1 + I_2.$$

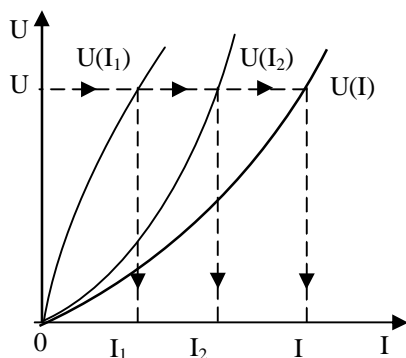


Рис. 9.11

2. Будуємо ВАХ усього кола $U(I) = U(I_1 + I_2)$, для чого необхідно задати значення вхідної напруги U , знайти значення вхідного струму I , як суму струмів в окремих вітках (рис. 9.11).

3. Для заданої напруги U по ВАХ усього кола знаходимо струми I_1, I_2, I .

9.5. Розрахунок кіл зі змішаним з'єднаннями НЕ

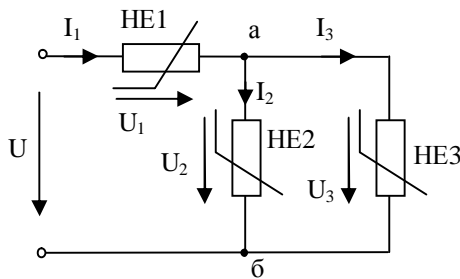


Рис. 9.12

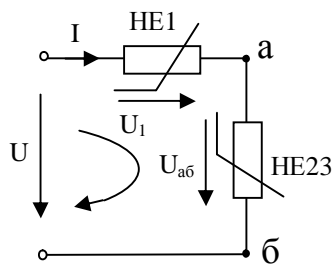


Рис. 9.13

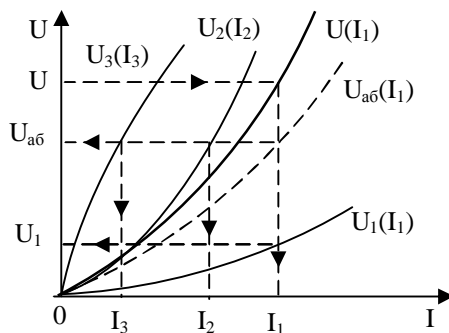


Рис. 9.14

Дано: U , ВАХ НЕ1, НЕ2, НЕ3:

$$U_1(I_1), U_2(I_2), U_3(I_3).$$

Визначити: $I_1, I_2, I_3, U_1, U_2, U_3$ (рис. 9.12).

1. Для паралельного з'єднання НЕ, для якого $U_{аб} = U_2 = U_3$, $I_1 = I_2 + I_3$, будемо ВАХ еквівалентного НЕ $U_{аб}(I_1)$

$$U_{аб}(I_1) = U_{аб}(I_2 + I_3).$$

Переходимо до схеми з послідовним з'єднанням НЕ рис. 9.13.

2. Для послідовного з'єднання НЕ будемо ВАХ усього кола (рис. 9.14)

$$I_1(U) = I_1(U_1 + U_{аб}).$$

3. По ВАХ усього кола за заданою напругою знаходимо

$$U \rightarrow I_1 \rightarrow U_1, U_{аб} \rightarrow I_2, I_3.$$

9.6 Заміна НЕ лінійним резистором та ЕРС

Розглянемо наступну ВАХ НЕ. Припускаємо, що НЕ функціонує тільки на лінійній ділянці *тп*. В цьому випадку НЕ можна замінити лінійною еквівалентною схемою з послідовним з'єднанням резистора із опором $R_{дин}$ та джерела ЕРС E (рис. 9.15).

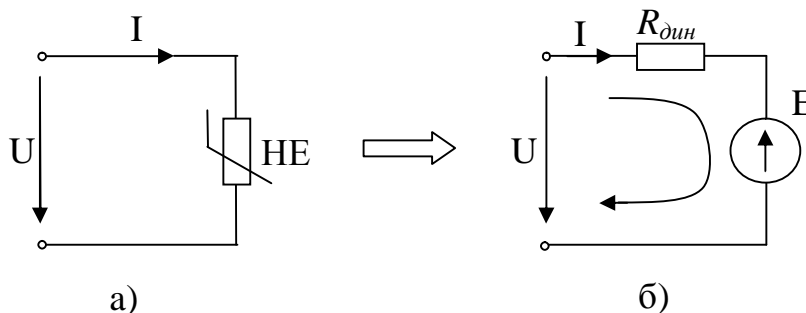


Рис. 9.15

Для доведення припустимо, що робочий режим НЕ характеризується точкою $A(U, I)$ (рис. 9.16). Проведемо до точки A дотичну до перетину з віссю напруги. Таким чином ми замінємо нелінійну ВАХ прямою лінією, яка зсунута на величину E . Для точки A знаходимо

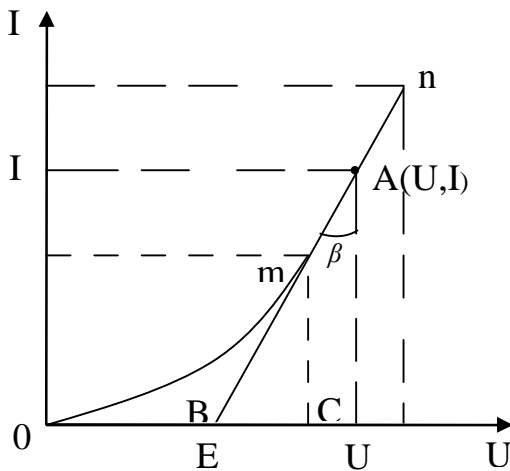


Рис. 9.16

$$R_{\text{дин}} = \operatorname{tg} \beta = \frac{BC}{AC}, \quad BC=U-E, \quad AC=I.$$

$$R_{\text{дин}} = \operatorname{tg} \beta = \frac{U-E}{I}, \quad IR_{\text{дин}} = U-E,$$

$$IR_{\text{дин}} - U = -E.$$

Цьому рівнянню відповідає схема на рис 9.15,б.

Розглянемо НЕ з опуклою ВАХ (рис. 9.17)

$$R_{\text{дин}} = \operatorname{tg} \beta = \frac{U+E}{I},$$

$$IR_{\text{дин}} = U + E,$$

$$IR_{\text{дин}} - U = E.$$

Цьому рівнянню відповідає схема на рис 9.18. Після такої заміни отримана схема розглядається як лінійне коло.

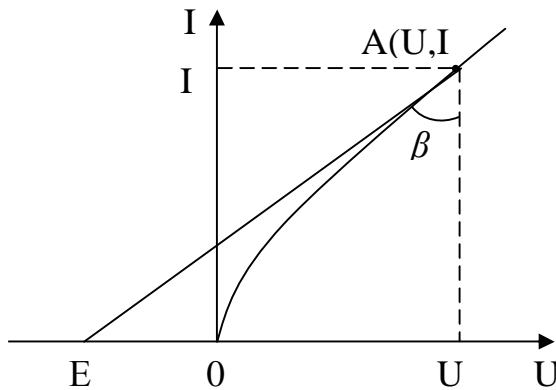


Рис. 9.17

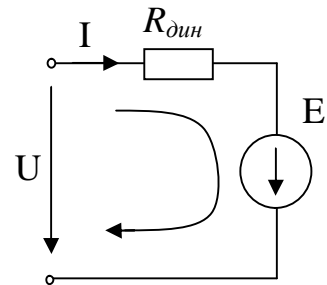


Рис. 9.18

Цей метод відноситься до аналітичного методу розрахунку нелінійних кіл та називається методом лінеаризації.

9.7. Розрахунок складних електричних кіл з одним НЕ

Дано: $R_1, R_2, E_1, E_2, (E_1 > E_2)$, ВАХ НЕ $U_3(I_3)$. Визначимо I_1, I_2, I_3 (рис. 9.19).

Порядок розрахунку:

1. Спочатку використовуємо метод еквівалентного генератора та визначаємо I_3 . Вітку з НЕ вважаємо виділеною і переходимо до схеми рис 9.20, де треба визначити U_{XX} та $R_{вт}$.

Визначимо U_{XX} , використовуючи розрахункову схему рис 9.21.

$$U_{XX} + I_1 R_1 = E_1; \quad U_{XX} = E_1 - I_1 R_1,$$

де

$$I_1' = \frac{E_1 - E_2}{R_1 + R_2}.$$

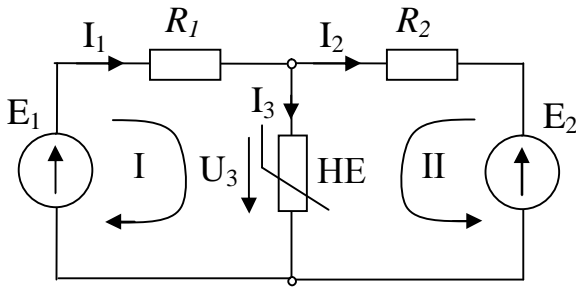


Рис. 9.19

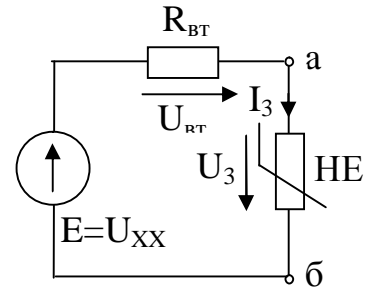


Рис. 9.20

З розрахункової схеми рис 9.22 визначаємо $R_{\text{вт}}$:

$$R_{\text{вт}} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}.$$

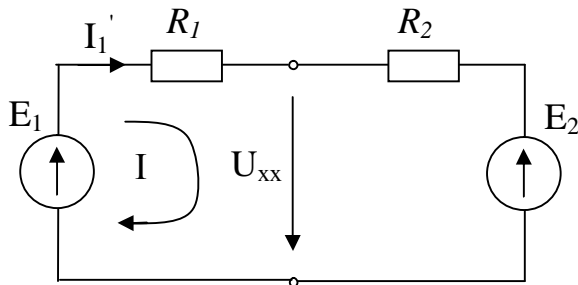


Рис. 9.21

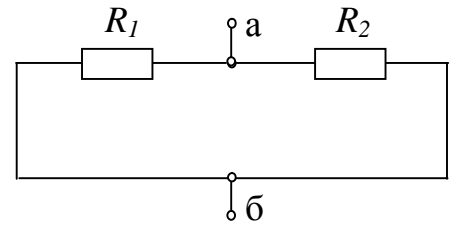


Рис. 9.22

На рис 9.20 відомі всі параметри кола. Струм I_3 визначаємо графічним методом, як для кола з послідовним з'єднанням HE. Для цього за відомою ВАХ HE та ВАХ лінійного резистора $U_{\text{вт}}(I_3)$ знаходимо ВАХ усього кола (рис 9.23). ВАХ лінійного резистора $R_{\text{вт}}$ – це пряма лінія, яка проходить через початок координат.

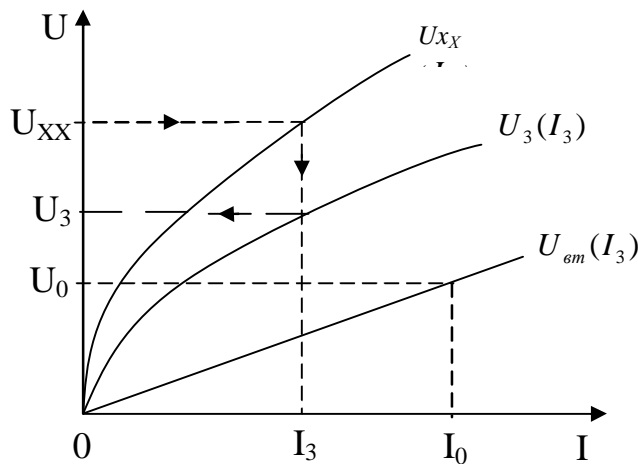


Рис. 9.23

Другу точку вибираємо

довільно, наприклад: для

$$I_0 \rightarrow U_0 = I_0 R_{\text{вт}}.$$

$$\left. \begin{array}{l} I_3 = \text{const} \\ U_{\text{xx}} = U_3 + U_{\text{вт}} \end{array} \right\} I_3(U_{\text{xx}}) = I_3(U_3 + U_{\text{вт}}).$$

Для значення U_{xx} за ВАХ усього кола знаходимо I_3 та U_3 . Струми I_1 та I_2 знаходимо із схеми рис 9.19.

$$\text{Для контуру I: } R_1 I_1 + U_3 = E_1 \Rightarrow I_1 = \frac{E_1 - U_3}{R_1}.$$

$$\text{Для контуру II: } U_3 - I_2 R_2 = E_2 \Rightarrow I_2 = \frac{U_3 - E_2}{R_2}.$$

Це є приклад графоаналітичного методу розрахунку нелінійного кола.

Тема 10. Магнітні кола з постійним в часі магнітним потоком

10.1. Призначення магнітних кіл

Сукупність пристроїв, що призначені для утворення в визначеній області простору магнітного поля, називається магнітним колом.

Зобразимо ескізи магнітних кіл (рис. 10.1):

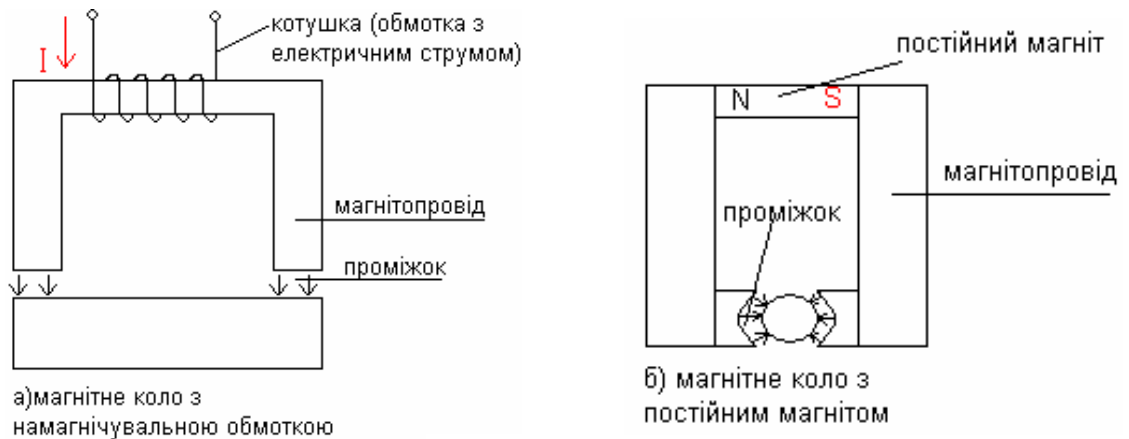


Рис. 10.1

Котушка з електричним струмом або постійний магніт в магнітному колі є джерелами магнітного поля.

Магнітопровід утворює замкнений шлях для магнітного поля і служить для його підсилення.

Магнітне поле характеризують такими фізичними величинами: вектором магнітної індукції B , напруженістю магнітного поля H , магнітним потоком Φ .

Магнітне поле в будь-якій його точці може бути охарактеризоване **вектором магнітної індукції B [Тл]**. Магнітна індукція залежить від магнітних властивостей середовища.

Величина, яка характеризує магнітне поле, і не залежить від властивостей середовища, є **напруженість магнітного поля \bar{H} [$\frac{a}{M}$]**.

Причому
$$\bar{B} = \mu_a \bar{H},$$

де: $\mu_a = \mu \mu_0$ – абсолютна магнітна проникність середовища.

Тут $\mu = \frac{B}{B_0}$ – відносна магнітна проникність (відношення магнітної індукції B в даному середовищі до магнітної індукції B_0 в вакуумі);

$\mu_0 = 4\pi 10^{-7} \frac{Гн}{М}$ – магнітна постійна, яка характеризує магнітні властивості вакууму.

Магнітний потік Φ [Вб] – потік вектора магнітної індукції B крізь поверхню S :

$$\Phi = \int_S \bar{B} d\bar{S}.$$

Для однорідного магнітного поля $\phi = BS \cos \beta$ (рис. 10.2).

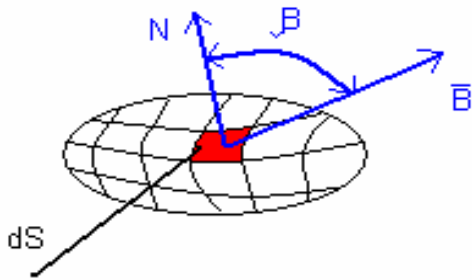


Рис. 10.2

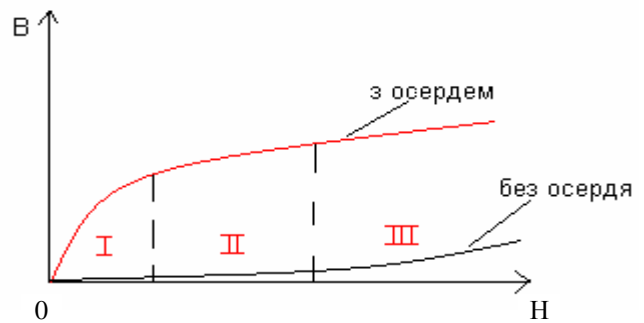


Рис. 10.3

Крива намагнічування $B = f(H)$ – це залежність магнітної індукції \bar{B} від напруженості магнітного поля H (рис 10.3):

- I – ділянка пропорційного росту;
- II – ділянка сповільненого росту;
- III – ділянка насичення.

Для феромагнітних матеріалів магнітна індукція визначається не тільки даним значенням напруженості магнітного поля, але і попереднім станом феромагнітного матеріалу. Це обумовлюється магнітним гістерезисом. Магнітний гістерезис – це явище затримки зміни магнітної індукції B від відповідних змін напруженості магнітного поля H (рис. 10.4).

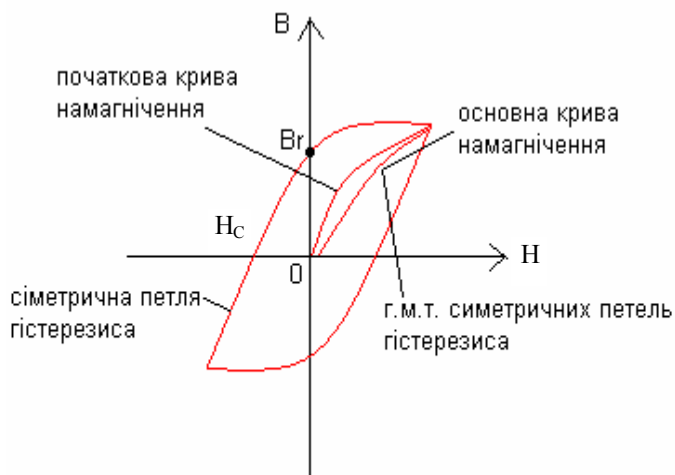


Рис. 10.3

B_r — залишкова індукція,

H_c – коерцитивна сила.

Феромагнітні матеріали розподіляються на:

- магнітом'які ($H_c < 200 \frac{A}{M}$),
- магнітотверді ($H_c \approx 6000 \frac{A}{M}$).

Електромагнітні процеси в магнітних колах описуються за допомогою понять магніторушійної сили (МРС) F , магнітного потоку Φ та різниці магнітних потенціалів U_M .

М.Р.С. обмотки із струмом називається добуток числа витків обмотки w на струм I , що протікає в них:

$$F = wI.$$

М.Р.С. викликає магнітний потік в магнітному колі (аналогія з Е.Р.С., яка викликає електричний струм в електричному колі).

М.Р.С. є величина, яка має певний напрямок. Позитивний напрямок М.Р.С. збігається з рухом вістря правого гвинта, якщо його обертати в напрямку струму в обмотці.

Падіння магнітної напруги між точками a та b в магнітному колі є лінійний інтеграл від напруженості магнітного поля між цими точками:

$$U_{ab} = \int_a^b \overline{H} d\vec{l} \quad [A].$$

Якщо на цій ділянці $H = \text{const}$ та збігається за напрямом з $d\vec{l}$, то $\overline{H} d\vec{l} = H dl \cos 0^\circ = H dl$, тоді

$$U_{ab} = H \int_a^b dl = H l_{ab} \quad [A].$$

Якщо магнітне коло має n ділянок, то

$$U_{ab} = \sum_{k=1}^n H_k l_k.$$

Магнітні кола бувають прості та складні, однорідні та неоднорідні.

В простому колі магнітний потік не розгалужується, в складному – розгалужується.

В однорідному магнітному колі осердя виконані з одного феромагнітного матеріалу, в неоднорідному – з різних.

10.2. Основні закони магнітних кіл

До основних законів магнітних кіл відносяться:

- закон магнітного кола, аналогічний закону Ома для електричного кола;
- закони магнітного кола, аналогічні I та II законам Кірхгофа для електричного кола.

10.2.1. Закон Ома для магнітного кола

Розглянемо нерозгалужене магнітне коло, що складається з двох ділянок (рис 10.4):

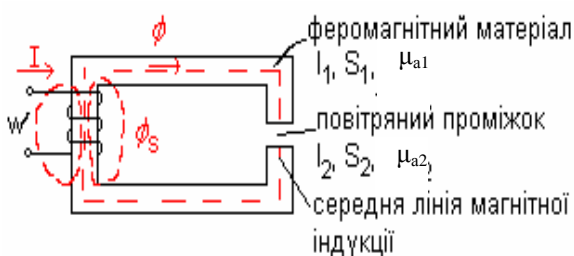


Рис. 10.4

Магнітне поле, тобто магнітний потік в цьому магнітному колі створюється струмом I , який протікає по обмотці w , та зосереджено в осерді, тому що $\mu_{a1} \gg \mu_0$ і магнітний опір повітряного проміжку дуже великий.

Φ_o – основний магнітний потік;

Φ_s – потік розсіяння.

Приймаємо наступні допущення:

- вважаємо, що $\Phi_s = 0$, ($\mu_a \gg \mu_0$), тому магнітний потік в осерді буде рівним Φ ;
- магнітне поле в осерді однорідне, тому лінії магнітної індукції B паралельні, їх форма визначається формою осердя.

Зобразимо в осерді середню лінію магнітної індукції та застосуємо закон повного струму до замкнутого контуру.

Закон повного струму наголошує:

циркуляція вектора напруженості магнітного поля уздовж будь-якого замкнутого контуру дорівнює повному струму, що проходить крізь поверхню, яка обмежена цим контуром:

$$\oint_l \vec{H} d\vec{l} = \sum I.$$

В нашому випадку повний струм дорівнює:

$$\sum I = wI = F [A], \quad \text{тоді} \quad \oint_l \vec{H} d\vec{l} = wI$$

Розкриваємо інтеграл

$$\oint_l \vec{H} d\vec{l} = \oint_l H dl \cos(\vec{H} \wedge d\vec{l}) = \oint_l H dl,$$

тут $\cos(\vec{H} \wedge d\vec{l}) = 1$, тому що магнітне поле однорідне.

Розбиваємо контур l на дві ділянки l_1 та l_2 , тоді:

$$\oint_l H dl = \int_{l_1} H_1 dl_1 + \int_{l_2} H_2 dl_2 = H_1 \int_{l_1} dl_1 + H_2 \int_{l_2} dl_2 = H_1 l_1 + H_2 l_2.$$

Отже

$$H_1 l_1 + H_2 l_2 = I w,$$

але

$$H_1 l_1 = \frac{B_1}{\mu_{a_1}} l_1 = \frac{\Phi}{S_1 \mu_{a_1}} l_1,$$

$$H_2 l_2 = \frac{B_2}{\mu_{a_2}} l_2 = \frac{\Phi}{S_2 \mu_{a_2}} l_2 = \frac{\Phi}{S_2 \mu_0} \delta, \quad (l_2 = \delta).$$

Таким чином
$$\Phi = \left(\frac{l_1}{S_1 \mu_{a_1}} + \frac{\delta}{S_2 \mu_0} \right) = wI.$$

Позначимо:

$$\frac{l_1}{S_1} \mu_{a_1} = R_{M1} \quad \text{та} \quad \frac{\delta}{S_2} \mu_0 = R_{M\delta}.$$

Називаємо R_{M1} та $R_{M\delta}$ за аналогією з електричним колом магнітними опорами.

Тоді
$$\Phi(R_{M1} + R_{M\delta}) = wI,$$

або
$$\Phi = \frac{wI}{R_{M1} + R_{M\delta}} = \frac{wI}{R_M} = \frac{F}{R_M},$$

де $R_M = R_{M1} + R_{M\delta}$ – магнітний опір магнітного кола.

Порівнюючи рівняння, що отримані, з рівняннями для закону Ома $I = \frac{E}{R}$, можна помітити аналогію між електричними та магнітними величинами: $\Phi \rightarrow I$; $R_M \rightarrow R$; $F = wI \rightarrow E$ – М.Р.С. за аналогією з Е.Р.С.

Тепер закон Ома для магнітного кола сформулюємо так:
магнітний потік в нерозгалуженому магнітному колі пропорційний МРС, та обернено пропорційний магнітному опору.

10.2.2. Закони Кірхгофа для магнітного кола

Розглянемо розгалужене магнітне коло з двома намагнічуючими обмотками (рис. 10.5).

Коло має три однорідні ділянки:

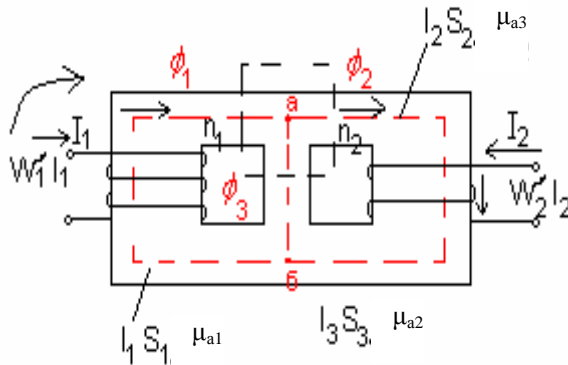


Рис. 10.5

$$I - l_1, S_1, \mu_{a1};$$

$$II - l_2, S_2, \mu_{a2};$$

$$III - l_3, S_3, \mu_{a3}.$$

Охватимо вузол a замкнутою поверхнею в вигляді куба, грані якого перпендикулярні вектору магнітної індукції.

Застосуємо до цієї замкнутої поверхні принцип безперервності ліній вектора магнітної індукції, який наголошує:

потік вектора магнітної індукції крізь будь-яку замкнуту поверхню дорівнює нулю:

$$\oint_S \vec{B} d\vec{S} = 0.$$

З усієї поверхні куба магнітні потоки проходять тільки через S_1, S_2, S_3 з нормальми n_1, n_2, n_3 , при цьому вектори $d\vec{S}$ та \vec{n} співпадають за напрямом.

В даному випадку, маючи на увазі напрямки зовнішніх нормалей до грань та векторів Φ , отримуємо:

$$\begin{aligned} \oint_S \vec{B} d\vec{S} &= \int_{S_1} \vec{B}_1 d\vec{S}_1 + \int_{S_2} \vec{B}_2 d\vec{S}_2 + \int_{S_3} \vec{B}_3 d\vec{S}_3 = \int_{S_1} B_1 dS_1 \cos(\vec{B}_1 \wedge d\vec{S}_1) + \int_{S_2} B_2 dS_2 \cos(\vec{B}_2 \wedge d\vec{S}_2) + \\ &+ \int_{S_3} B_3 dS_3 \cos(\vec{B}_3 \wedge d\vec{S}_3) = -B_1 S_1 + B_2 S_2 + B_3 S_3 = -\Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3 = 0, \end{aligned}$$

$$\text{або} \quad -\Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3 = 0.$$

В загальному випадку

$$\sum_{k=1}^n \Phi_k = 0,$$

тобто, алгебраїчна сума магнітних потоків в вузлі дорівнює нулю.

Це є I закон Кірхгофа для магнітного кола.

Застосуємо закон повного струму для середніх магнітних ліній першої та другої ділянок для вказаного напрямку обходу:

$$\oint_l \vec{H} d\vec{l} = H_1 l_1 + H_2 l_2 = F,$$

$$\text{але} \quad F = w_1 I_1 + w_2 I_2, \quad \text{тоді} \quad H_1 l_1 + H_2 l_2 = w_1 I_1 + w_2 I_2.$$

В свою чергу $H_1 l_1 = \Phi_1 R_{M1}$ та $H_2 l_2 = \Phi_2 R_{M2}$.
 Позначимо $\Phi_1 R_{M1} = U_{M1}$, $\Phi_2 R_{M2} = U_{M2}$ та назвемо їх
 магнітними напругами, тоді:

$$w_1 I_1 + w_2 I_2 = U_{M1} + U_{M2},$$

або в загальному випадку

$$\sum_{k=1}^n w_k I_k = \sum_{k=1}^n H_k l_k = \sum_{k=1}^n \Phi_k R_{Mk} = \sum_{k=1}^n U_{Mk},$$

тобто алгебраїчна сума М.Р.С., яка діє в замкнутому контурі магнітного кола, дорівнює алгебраїчній сумі падінь магнітних напруг на усіх ділянках цього контуру.

Це є II закон Кірхгофа для магнітного кола.

10.3. Розрахунок нерозгалужених магнітних кіл з намагнічуючими обмотками

Основні закони магнітних кіл дозволяють розрахувати магнітні кола при прийнятих допущеннях: $\Phi_s = 0$; магнітне поле однорідне.

Магнітні кола з феромагнітними матеріалами, для яких $B=f(H)$, є нелінійними колами. Для них $\mu_a = \frac{B}{H}$ залежить від напруженості магнітного поля H , а $R_M = \frac{l}{\mu_a S}$ не є постійною величиною.

Графіки залежностей $B(H)$ та $\mu_a(H)$ зображені на рис. 10.6.

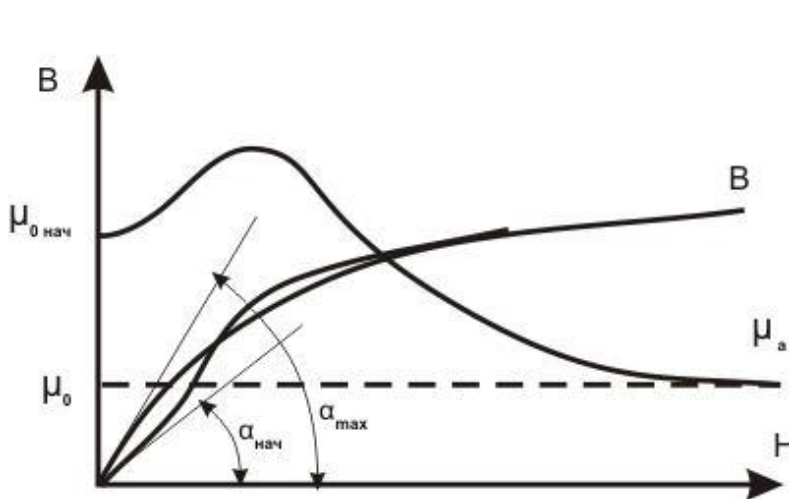


Рис. 10.6

$$\mu_a = \frac{B}{H} = \operatorname{tg} \alpha$$

Отже, магнітне коло є нелінійним колом. І воно, як і електричне нелінійне коло, розраховується графічно.

Розрахувати магнітне коло означає встановити залежність між намагнічуючим струмом I та магнітним потоком Φ .

При цьому можливі 2 задачі:

- пряма – коли за відомим магнітним потоком Φ визначають намагнічуючий струм I ($\Phi \rightarrow I$);
- обернена – коли за заданим намагнічуючим струмом I , визначають магнітний потік Φ ($I \rightarrow \Phi$).

При цьому відомі:

- конфігурація магнітного кола та його розміри,

- матеріал ділянок та їх основні криві намагнічування,
- число витків котушки w ,
- магнітний потік Φ (для прямої задачі), намагнічуючий струм I (для оберненої задачі).

10.3.1. Визначення намагнічуючого струму за заданим магнітним потоком (пряма задача)

Розглянемо нерозгалужене магнітне коло електромагніту (рис. 10.7).

Дано: Φ ($\Phi = \text{const}$).

Визначити: I . (Пряма задача: $\Phi \rightarrow I$).

Послідовність розрахунку кола:

1. Розбиваємо коло на однорідні ділянки (в межах кожної ділянки S та μ_a не змінюються).

2. За геометричними розмірами магнітного кола визначаємо довжину кожної ділянки l_1, l_2, δ_3 та площу поперечного перерізу S_1, S_2, S_3 .

3. За відомим магнітним потоком Φ , який однаковий для усіх ділянок магнітного кола (коло нерозгалужене), визначаємо магнітну індукцію на кожній ділянці:

$$B_1 = \frac{\Phi}{S_1}; B_2 = \frac{\Phi}{S_2}; B_3 = \frac{\Phi}{S_3}.$$

4. Використовуючи основні криві намагнічування за B_1 та B_2 , визначаємо напруженості магнітного поля H_1 та H_2 (рис.10.8).

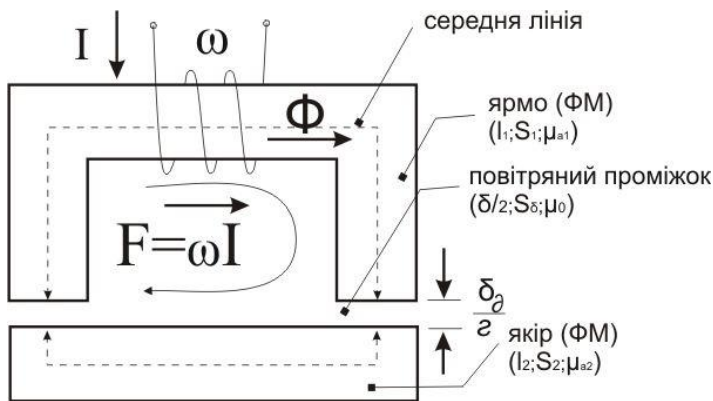


Рис. 10.7

Напруженість магнітного поля в повітряному проміжку визначається наступним чином:

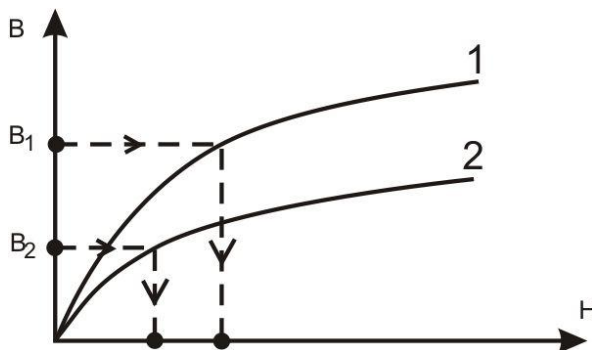


Рис. 10.8

$$H_\delta = H_3 = \frac{B_\delta}{\mu_0} = \frac{B_\delta}{4\pi \cdot 10^{-7}} = 8 \cdot 10^5 B_\delta [A/M]$$

5. Задаємося напрямком обходу та складаємо рівняння за II законом Кірхгофа

$$\omega I = H_1 l_1 + H_2 l_2 + H_\delta \cdot \delta,$$

$$\text{звідки } I = \frac{H_1 l_1 + H_2 l_2 + H_\delta \cdot \delta}{\omega}.$$

10.3.2. Визначення магнітного потоку за заданим намагнічуючим струмом (обернена задача)

Зобразимо розглянуте магнітне коло у вигляді еквівалентної електричної схеми (рис. 10.9).

$\Phi = \text{const}$. Оборнена задача: $I \rightarrow \Phi$

Складаємо рівняння за II законом Кірхгофа:

$$\omega I = \Phi R_{M1} + \Phi R_{M\delta} + \Phi R_{M2} = H_1 l_1 + H_\delta \delta + H_2 l_2 = U_{M1} + U_{M\delta} + U_{M2}.$$

Дане рівняння розв'язується графічно. Для цього необхідно побудувати вебер-амперні характеристики (вах) для ділянок кола.

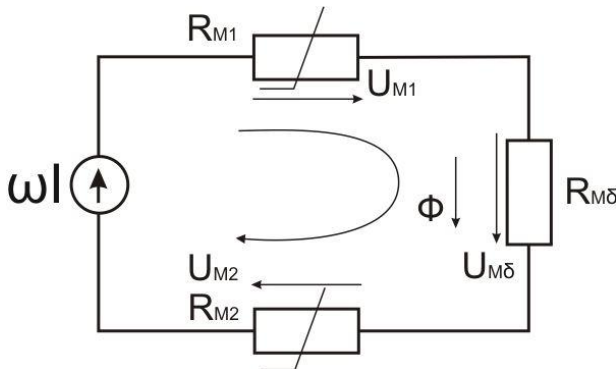


Рис. 10.9

Вебер-амперна характеристика – це є залежність магнітного потоку від спаду магнітної напруги

$$\Phi = f(U_M) = f(Hl)$$

Вах будується на підставі кривої намагнічування. Для цього ординати кривих намагнічування помножуються на площу перерізу осердь ($\Phi = BS$), а абсциси – на їх довжини ($U_M = Hl$).

Вах повітряного проміжку будується наступним чином.

За заданим магнітним потоком Φ' знаходимо напруженість магнітного поля в повітряному проміжку

$$H'_\delta = \frac{B'_\delta}{\mu_0} = \frac{\Phi'}{\mu_0 \cdot S_\delta}.$$

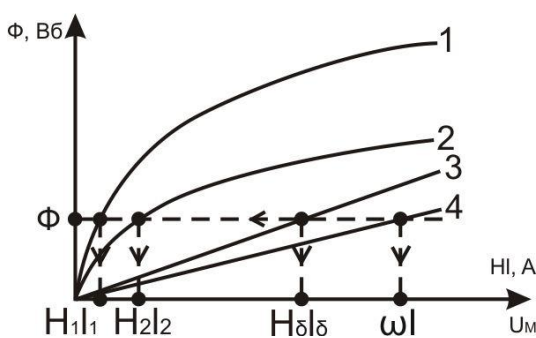


Рис. 10.10

Для визначення магнітної напруги на повітряному проміжку, помножимо напруженість, що одержали, на величину повітряного проміжку $\delta \rightarrow H'_\delta \cdot \delta$.

Проводимо пряму через початок координат та точку $[\Phi'; (H'_\delta \cdot \delta)]$ – це і є вах повітряного проміжку (рис. 10.10).

Будуємо вах ділянок та усього кола:

1. $\Phi_1(H_1 l_1)$; 2. $\Phi_2(H_2 l_2)$; 3. $\Phi_\delta(H_\delta l_\delta)$; 4. $\Phi(\omega I) = \Phi(H_1 l_1 + H_2 l_2 + H_\delta \delta)$.

За вах усього кола визначаємо магнітний потік Φ , який створюється намагнічуючим струмом I , (ωI).

10.4. Розрахунок розгалужених магнітних кіл

10.4.1. Визначення намагнічуючого струму за магнітним потоком (пряма задача)

Розглянемо розгалужене магнітне коло (рис. 10.11).

Геометричні розміри магнітопроводу, матеріал ділянок та їх криві намагнічування – відомі.

Дано: Φ_3 – магнітний потік на третій ділянці.

Визначити МРС $F = \omega I$, яка необхідна для створення заданого магнітного потоку.

Вирішимо задачу графоаналітичним методом.

Послідовність розрахунку.

1. Розбиваємо магнітне коло на однорідні ділянки, їх три: – l_1, S_1, μ_{a1} ; l_2, S_2, μ_{a2} ; l_3, S_3, μ_{a3} .

2. Позначимо напрям магнітних потоків на ділянках Φ_1 , Φ_2 , Φ_3 та F .

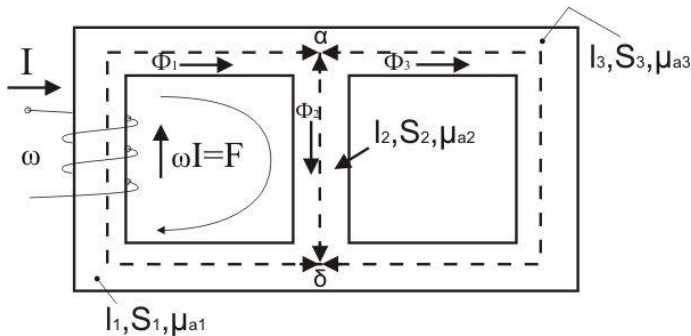


Рис. 10.11

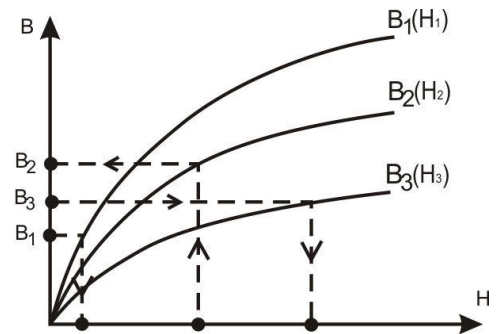


Рис. 10.12

3. За відомим Φ_3 визначаємо $B_3 = \frac{\Phi_3}{S_3}$.

4. За кривою намагнічування $B_3 = f_3(H_3)$, та відомою B_3 , визначаємо напруженість магнітного поля на третій ділянці – H_3 .

5. Обчислимо магнітну напруженість на третій вітці між вузлами α та δ :

$$U_{M\alpha\delta} = H_3 \cdot l_3.$$

Оскільки друга та третя вітки з'єднані паралельно, то

$$U_{M\alpha\delta} = H_2 \cdot l_2 = H_3 \cdot l_3,$$

звідки $H_2 = \frac{H_3 \cdot l_3}{l_2}$.

6. За кривою намагнічування $B_2 = f_2(H_2)$ визначимо B_2 , а потім $\Phi_2 = B_2 S_2$.

7. Використовуючи I закон Кірхгофа для магнітного кола, визначаємо

$$\Phi_1 = \Phi_2 + \Phi_3,$$

тоді $B_1 = \frac{\Phi_1}{S_1}$: за кривою намагнічування $B_1 = f_1(H_1)$ визначаємо H_1 .

8. За II законом Кірхгофа визначаємо МРС

$$F = \omega I = H_1 l_1 + U_{M\alpha\delta}; I = \frac{H_1 l_1 + U_{M\alpha\delta}}{\omega}$$

10.4.2. Визначення магнітного потоку за заданою МРС

Зобразимо еквівалентну схему розгалуженого магнітного кола (рис. 10.13).

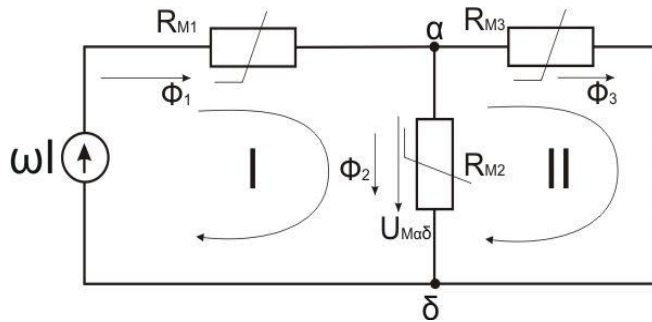


Рис. 10.13

Складаємо рівняння за I і II законами Кірхгофа

1. $\Phi_1 = \Phi_2 + \Phi_3$,
2. $0 = H_3 l_3 - H_2 l_2$,
3. $\omega I = \Phi_1 R_{M1} + \Phi_2 R_{M2} = H_1 l_1 + H_2 l_2$.

Для розв'язання задачі необхідно побудувати вах усього кола $\Phi_1 = f(\omega I)$.

Порядок розрахунку:

1. За кривими намагнічування $B(H)$ будуюмо вах ділянок

$$\begin{aligned}\Phi_1 &= f_1(H_1 l_1), \\ \Phi_2 &= f_2(H_2 l_2), \\ \Phi_3 &= f_3(H_3 l_3).\end{aligned}$$

Для цього помножимо ординати кривих намагнічування на перерізи

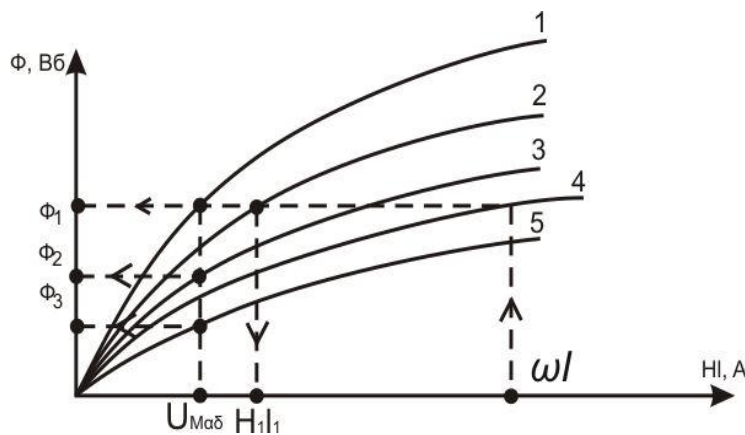


Рис. 10.14

S_1, S_2, S_3 , а абсциси – на їх довжини (рис. 10.14):

1. $\Phi_1(U_{M\alpha\delta})$; 2. $\Phi_1(H_1 l_1)$; 3. $\Phi_2(H_2 l_2)$; 4. $\Phi_1(\omega I)$; 5. $\Phi_3(H_3 l_3)$.

2. Замінімо паралельне з'єднання R_{M2} та R_{M3} еквівалентним магнітним опором R_{M23} . При цьому $\Phi_1 = \Phi_2 + \Phi_3$ та $H_3 l_3 = H_2 l_2 = U_{M\alpha\delta}$.

Будуємо еквівалентну вах $\Phi_1 = f_4(U_{M\alpha\delta})$.

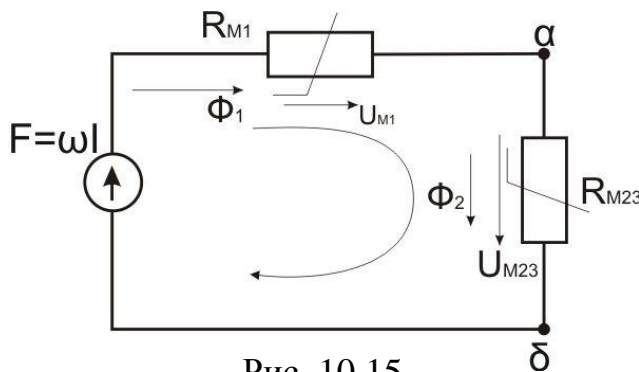


Рис. 10.15

Для цього при різних значеннях $U_{M\alpha\delta}$ складаємо їм відповідні Φ_2 та Φ_3 .

В результаті отримуємо проміжну схему (рис. 10.15).

3. Замінімо послідовне з'єднання R_{M1} та R_{M23} еквівалентним магнітним

опором R_{ME} . При цьому $\Phi_I = \text{const.}$

$$U_{M1} + U_{M23} = \omega l \text{ або } H_1 l_1 + H_2 l_2 = \omega l$$

Задаємо різні значення Φ_I . Підсумовуємо абсиси кривих

$$\Phi_1 = f_4(U_{M\alpha\delta}) \text{ та } \Phi_1 = f_1(H_1 l_1).$$

Отримаємо вах усього кола

$$\Phi_1 = f(\omega l).$$

4. За заданою МРС $F = \omega l$ та вах усього кола $\Phi_1 = f(\omega l)$ визначаємо магнітний потік Φ_I , та спад магнітних напруг $U_{M\alpha\delta}$ та $U_{MI} = H_1 l_1$. Потім знаходимо Φ_2 та Φ_3 .

5. Перевірка:

$$\Phi_1 = \Phi_2 + \Phi_3, \quad \omega l = H_1 l_1 + U_{M\alpha\delta}.$$

10.5. Розрахунок магнітних кіл з постійним магнітом

Постійні магніти знаходять широке застосування в електровимірювальних приладах, електричних машинах, в магніто поляризованих реле тощо.

Основною характеристикою постійного магніту є крива розмагнічування – це частина петлі гістерезиса, яка лежить в II квадранті (рис. 10.16).

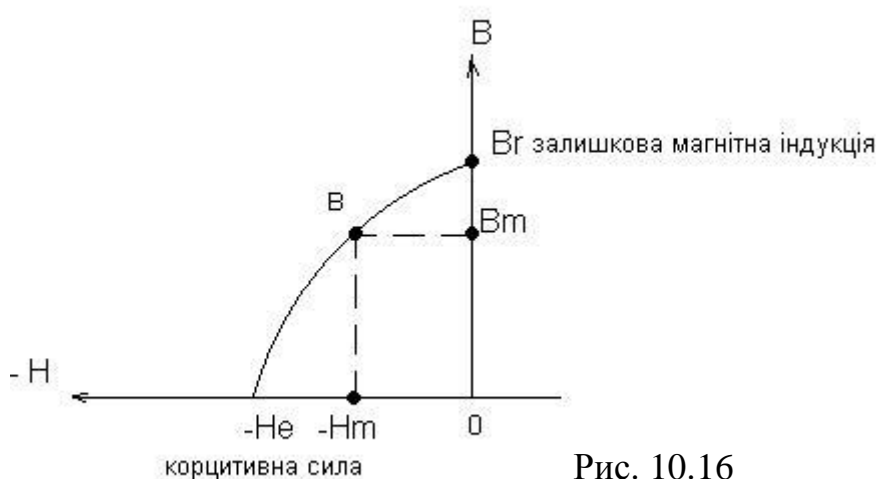


Рис. 10.16

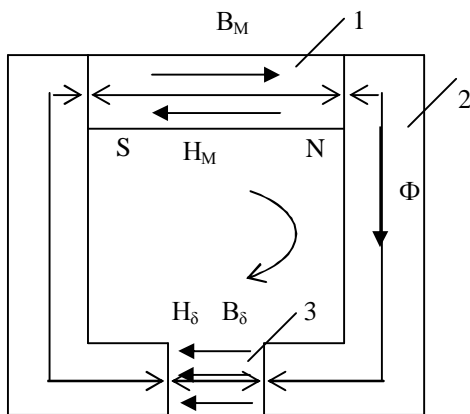
Магнітний стан постійного магніту визначається точкою “в”, на кривій розмагнічування. В цьому випадку $B_m < B_r$, $\Phi_m < \Phi_r$, а H_m направлена зустрічно B_m .

Під час розрахунку магнітних кіл з постійними магнітами зустрічаються два типи задач:

- за геометричним розміром магнітного кола та кривою розмагнічування необхідно визначити магнітний потік Φ в колі;
- за даними магнітним опором повітряного проміжку, магнітним потоком Φ та кривою розмагнічування необхідно визначити геометричні розміри постійного магніту (S_m , l_m), при яких магніт має мінімальну вагу.

10.5.1. Визначення магнітного потоку за відомими геометричними розмірами та кривою розмагнічування

Зобразимо ескіз магнітного кола (рис. 10.17). Коло складається з 3-х однорідних ділянок:



- 1 – постійний магніт,
- 2 – магнітопровід,
- 3 – повітряний проміжок.

Магнітопровід виготовляється з магнітном'яких матеріалів з високою магнітною проникністю μ_a . В зв'язку з цим магнітним опором другої ділянки нехтуємо, як дуже малим по відношенню до магнітного опору повітряного проміжку.

Рис. 10.17

$$M_{a2} \gg M_0, \text{ тому } R_{m2} = \frac{l_2}{M_{a2} S_2} = 0.$$

Тоді закон повного струму приймає вигляд:

$$\oint_l \vec{H} d\vec{l} = H_\delta l_\delta - H_m l_m = 0.$$

Звідси $H_\delta l_\delta = +H_m l_m$, тобто $U_{m\delta} = +U_m$.

Але:

$$U_{m\delta} = H_\delta l_\delta = \Phi R_{m\delta}, \text{ де } R_{m\delta} = \frac{l_\delta}{S_\delta \mu_0}.$$

Тоді: $U_m = H_m l_m = \Phi R_{m\delta} = B_m S_m R_{m\delta},$

або: $+H_m l_m = B_m S_m R_{m\delta},$

звідси

$$\frac{H_m}{B_m} = + \frac{S_m R_{m\delta}}{l_m}.$$

Позначимо

$$\frac{S_m \cdot R_{m\delta}}{l_m} = +N.$$

За кривою розмагнічування визначимо H_m та B_m .

Припустимо, що магнітний стан постійного магніту визначається точкою b . Проведемо пряму через початок координат та точку b , отримаємо кут α .

З рисунку видно, що

$$\frac{H_M}{B_M} \equiv \pm \operatorname{tg} \alpha, \quad \text{але} \quad \frac{H_M}{B_M} = +N,$$

тоді $\operatorname{tg} \alpha = N$.

Для визначення коефіцієнта розмагнічування N необхідно знати $R_{m\delta}$. Коли повітряний проміжок малий, то

$$R_{m\delta} = \frac{l_\delta}{S_\delta \mu_0}$$

За відомим N визначаємо кут α , проводимо пряму під кутом α і отримаємо B_m та H_m .

Тоді магнітний потік Φ дорівнює

$$\Phi = B_m S_m.$$

10.5.2. Визначення геометричних розмірів постійного магніту (мінімальної ваги) за відомим магнітним потоком та кривою розмагнічування

Розглянемо попереднє магнітне коло (рис. 10.17).

За заданим магнітним потоком Φ визначимо магнітну напругу в повітряному проміжку.

$$U_{m\delta} = \Phi R_{m\delta}.$$

Вона дорівнює магнітній напрузі між полюсами магніту, тому що $R_{m2} \approx 0$.

$$U_{M\delta} = H_M l_M = \Phi R_{M\delta}.$$

Звідси

$$l_M = \frac{\Phi R_{M\delta}}{H_M}.$$

Магнітний потік постійного магніту дорівнює

$$\Phi = B_M \cdot S_M, \quad \text{звідси} \quad S_M = \frac{\Phi}{B_M}.$$

Визначимо об'єм постійного магніту

$$V_M = l_M S_M = \frac{\Phi^2 R_{M\delta}}{B_{MH_M}}.$$

Отже, при $\Phi = \text{const}$ та $R_{M\delta} = \text{const}$

$$V_M = f(B_M H_M).$$

Причому $V_M \rightarrow \min$ при $(B_M H_M) \rightarrow \max$.

Визначимо $(B_M H_M)_{\max}$ за кривою розмагнічування, для чого побудуємо графік $(B_M H_M)=f(B)$ (рис. 10. 18). Послідовність побудови

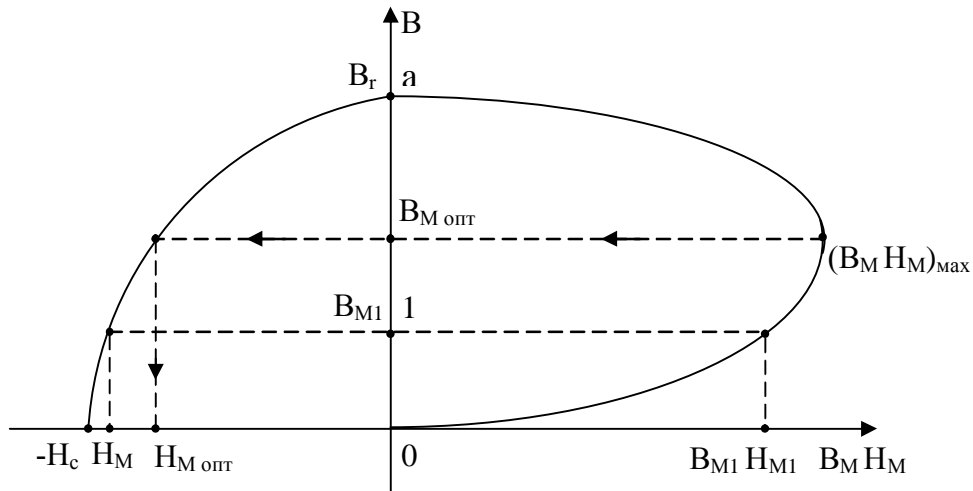


Рис. 10.18

покажемо на прикладі трьох точок графіка:

$$\text{т. 0: } B_M = 0, H_M = |-H_c| \rightarrow B_M H_M = 0.$$

$$\text{т. 1: } B_M = B_{M1} \rightarrow H_{M1}; |B_{M1} \cdot H_{M1}| \neq 0.$$

$$\text{т. а: } B_M = B_r, H_M = 0 \rightarrow B_M \cdot H_M = 0.$$

За графіком $(B_M H_M)=f(B)$ знаходимо значення $B_{M.онт}$ та $H_{M.онт}$, за якими визначаємо мінімальні розміри постійного магніту:

$$l_M = \frac{\Phi R_{M\delta}}{H_{M \text{ онт}}}, \quad S_M = \frac{\Phi}{B_{M \text{ онт}}}.$$

10.6. Енергія постійного магнітного поля

Нехай задане електричне коло (рис. 10.19).

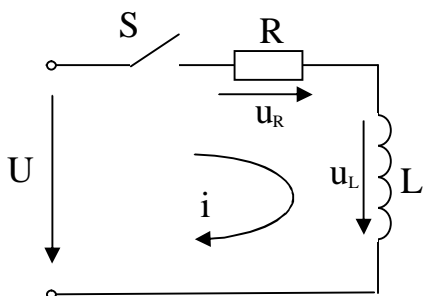


Рис. 13.19

При вмиканні вимикача S струм в колі збільшується від $I = 0$ до стаціонарного $I = U/R$.

При збільшенні (зміні) струму виникає магнітне поле, тому рівняння електричної рівноваги має вигляд

$$U = u_R + u_L = Ri + L di/dt = Ri + d\psi/dt,$$

де $d\psi = L di$ – приріст потокозчеплення самоіндукції.

Помножимо обидві частини рівняння на idt

$$U idt = Ri^2 dt + id\psi$$

тут: $U i dt$ – енергія, яка віддається джерелом в коло,
 $R i^2 dt$ – енергія, яка перетворена в тепло,
 $i d\psi = L i di$ – приріст енергії магнітного поля.

Запас енергії магнітного поля в колі при збільшенні струму від 0 до $I = U/R$ дорівнює

$$W_M = \int_0^I L i di = \frac{L I^2}{2} = \frac{\Psi I}{2}, \quad (\Psi = L I).$$

Визначимо енергію магнітного поля в системі двох електричних кіл, що мають загальний магнітний потік. Такі кола називаються колами із власною індукцією або індукційно-зв'язаними колами.

Зобразимо таке коло (рис. 10.20).

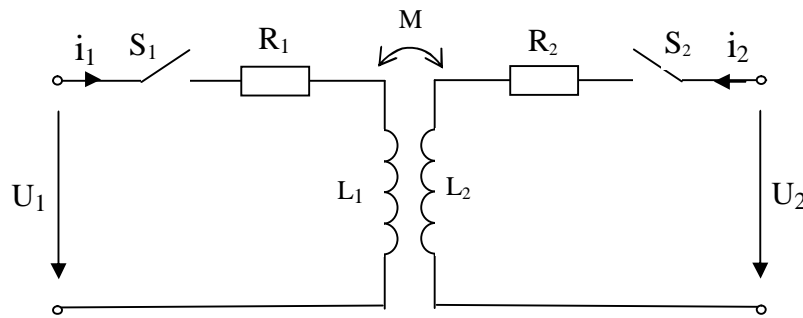


Рис. 10.20

Енергія магнітного поля дорівнює:

$$W_M = \frac{\psi_1 i_1}{2} + \frac{\psi_2 i_2}{2},$$

де: $\psi_1 = \psi_{1L} \pm \psi_{12} = L_1 i_1 \pm M_{12} i_2$;

$\psi_2 = \psi_{2L} \pm \psi_{21} = L_2 i_2 \pm M_{21} i_1$;

$M_{12} = M_{21} = M$.

Тоді $W_M = \frac{(L_1 i_1 \pm M i_2) i_1}{2} + \frac{(L_2 i_2 \pm M i_1) i_2}{2} = \frac{L_1 i_1^2}{2} + \frac{L_2 i_2^2}{2} \pm M i_1 i_2$.

Коли струми в контурах досягнуть своїх стаціонарних значень, тобто $i_1 = I_1$, та $i_2 = I_2$, рівняння для енергії прийме вигляд

$$W_M = \frac{\psi_1 I_1}{2} + \frac{\psi_2 I_2}{2}.$$

Якщо є n електричних контурів, то запас енергії в магнітному полі може бути визначений за формулою

$$W_M = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n \psi_k I_k.$$

10.7. Механічні сили в магнітному полі

Розглянемо n контурів з електричними струмами. Навколо цієї системи існує магнітне поле. Контури з електричними потоками будуть відчувати на собі силову дію. Ці сили називаються електромагнітними або електродинамічними.

Нехай під впливом сили f_g за час dt здійснюється переміщення одного із контурів на відстань dg в напрямку сили f_g , де g – узагальнена координата.

Тоді джерела віддадуть контурам додаткову енергію

$$\sum_{k=1}^n U_k i_k dt = \underbrace{\sum_{k=1}^n R_k i_k^2 dt}_{\text{енергія на теплові витрати}} + \underbrace{\sum_{k=1}^n i_k d\psi_k}_{\text{енергія на приріст поточкозчеплення}}$$

Енергія $\sum_{k=1}^n i_k d\psi_k$ витрачається на переміщення контуру на відстань dg

та зміну енергії магнітного поля, тобто $\sum_{k=1}^n i_k d\psi_k = dW_M + f_g dg$.

Звідси одержуємо формулу для електромагнітної сили

$$f_g = \sum_{k=1}^n \frac{i_k d\psi_k}{dg} - \frac{dW_M}{dg}.$$

Розглянемо два випадки.

1-й випадок. Поточкозчеплення не змінюється, тобто

$$\psi = \text{const} \quad d\psi = 0.$$

Тоді

$$f_g = - \frac{dW_M}{dg}.$$

Переміщення відбувається за рахунок запасу енергії в магнітному полі.

2-й випадок. Струм в контурах не змінюється, тобто $i_k = \text{const}$. В цьому випадку енергія магнітного поля дорівнює

$$W_M = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n i_k \psi_k,$$

а так як $i_k = \text{const}$, то приріст енергії магнітного поля здійснюється за рахунок зміни поточкозчеплення

$$dW_M = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n i_k d\psi_k.$$

Тоді електромагнітна сила дорівнює

$$f_g = \sum_{k=1}^n \frac{i_k d\psi_k}{dg} - \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n \frac{i_k d\psi_k}{dg} = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n \frac{i_k d\psi_k}{dg} = \frac{dW_M}{dg}.$$

Таким чином

$$fg = \frac{dW_M}{dg}$$

Механічна сила fg , яка прагне змінити положення контуру, дорівнює збільшенню енергії магнітного поля за рахунок енергії джерела.

В загальному випадку:

$$fg = -\left(\frac{\partial W_m}{\partial g}\right)_{\psi=const}, \quad fg = \left(\frac{\partial W_m}{\partial g}\right)_{I=const}.$$

Прикладом одинокого контуру з постійним магнітним потоком є вимірювальний пристрій електромагнітної системи, який складається з нерухомої котушки, в яку втягується осердя.

Прикладом системи з двох контурів з електричними струмами є вимірювальний пристрій електродинамічної системи. Він має нерухому та рухому котушки.

Тема 11. Нелінійні кола змінного струму без феромагнітних елементів

11.1. Загальні властивості нелінійних кіл змінного струму

В колах змінного струму НЕ є не тільки резистори, але й індуктивні котушки та конденсатори. Тут проявляються такі особливості НЕ, як інерційність і несиметричність ВАХ.

Інерційними НЕ називають елементи, у яких нелінійність базується на температурній залежності електричної провідності матеріалу.

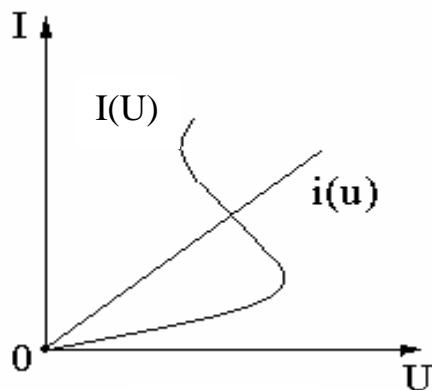


Рис. 11.1

Наприклад, терморезистор – це інерційний елемент, його нелінійність обумовлена нагріванням при проходженні струму. Через це його нелінійні властивості проявляються тільки при зміні діючого значення струму.

Для миттєвих значень струму та напруги ВАХ терморезистора являється лінійною, так як зміна нагріву не встигає за зміною миттєвого струму (рис. 11.1)

Через це при синусоїдній напрузі на затискачах інерційного НЕ струм в ньому також буде змінюватись за законом синуса, що дає можливість скористатися символічним методом для розрахунку таких нелінійних кіл.

В колах змінного струму застосовуються також і безінерційні елементи, для яких нелінійність проявляється уже для миттєвих значень струмів і напруг.

До них належать:

- напівпровідникові діоди,
- нелінійні індуктивності та конденсатори.

Якщо електричне коло містить безінерційні НЕ, то при синусоїдній напрузі струм в ньому буде змінюватись за несинусоїдним законом (рис 11.2)

Безінерційний НЕ з несиметричною ВАХ, який має односторонню

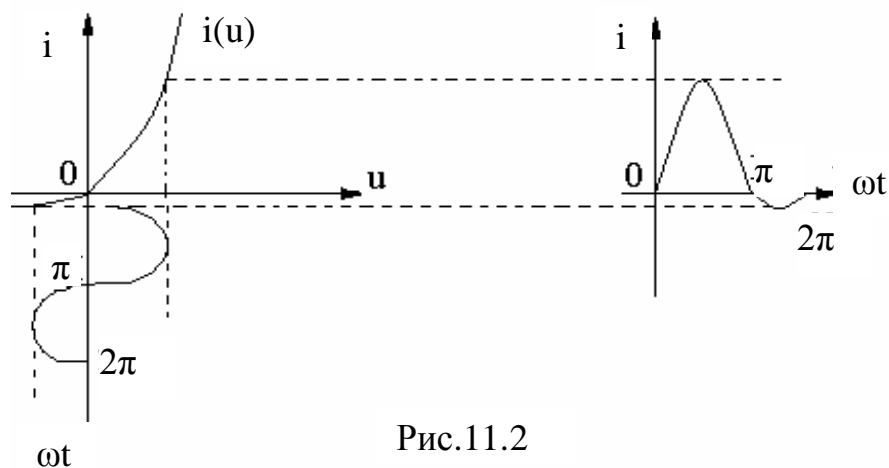


Рис.11.2

провідність, використовується для перетворення змінного струму в постійний.

НЕ в колах змінного струму дозволяють:

- перетворювати змінний струм в постійний і навпаки;
- виконувати множення і ділення частоти, підсилення напруги;
- стабілізувати струм чи напругу.

11.2. Апроксимація характеристик нелінійних елементів

Електромагнітні процеси в нелінійних колах змінного струму описується нелінійними диференційними рівняннями. Для аналітичного вирішення таких рівнянь необхідно ВАХ НЕ замінити аналітичним виразом – формулою.

Наближений математичний опис заданої нелінійної ВАХ аналітичною функцією – називається апроксимацією.

Найбільш широке застосування для апроксимації характеристик НЕ набули наступні аналітичні вирази:

- степеневий поліном

$$i(u) = a_0 + a_1 u + a_2 u^2 + a_3 u^3 + \dots,$$

де a_0, a_1, a_2, \dots – коефіцієнти апроксимації;

- експоненціальний поліном

$$i(u) = a_1 e^{b_1 u} + a_2 e^{b_2 u} + \dots + a_n e^{b_n u},$$

де a_1, b_1, a_2, b_2 – коефіцієнти апроксимації;

- трансцендентні функції

$$i(u) = \alpha \arctg \beta u,$$

$$i(u) = \alpha \operatorname{sh} \beta u,$$

де: α, β – коефіцієнти апроксимації.

Розглянемо кулон-вольтну характеристику нелінійного конденсатора (рис 11.3).

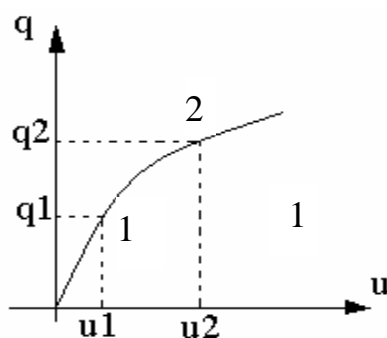


Рис.11.3

Її можна замінити наступним степеневим поліномом:

$$q = \alpha u + \beta u^3$$

де: α, β – коефіцієнти апроксимації невідомої величини.

Для визначення α та β скористаємось методом вибраних точок. Для точок 1 і 2 отримаємо два рівняння з двома невідомими:

$$q_1 = \alpha u_1 + \beta u_1^3,$$

$$q_2 = \alpha u_2 + \beta u_2^3.$$

Звідси визначаємо α та β .

Для більш точної апроксимації можна використати поліном виду

$$q = \alpha u + \beta u^3 + \gamma u^5.$$

11.3. Випрямлячі. Однофазний однонапівперіодний випрямляч

Випрямлячами називаються статичні пристрої, призначені для перетворення змінного струму в постійний.

Зобразимо принципову схему випрямляча (рис.11.4).

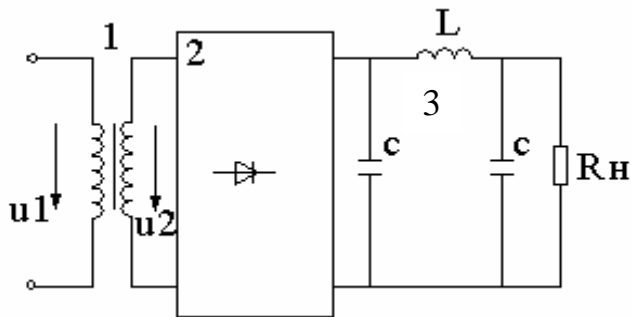


Рис.11.4

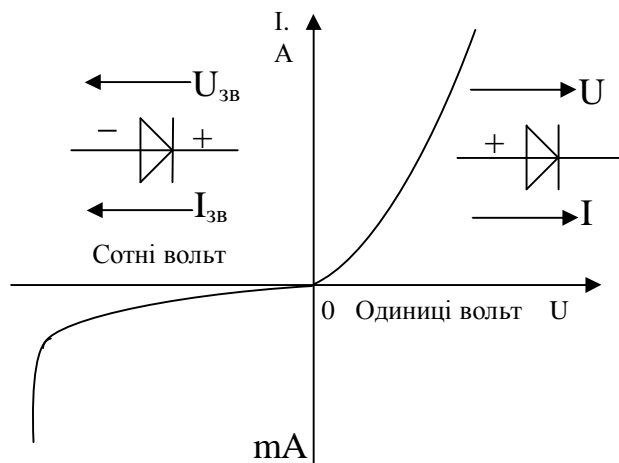


Рис.11.5

Основними елементами випрямляча є:

1 – силовий трансформатор – призначений для узгодження вхідної і випрямленої напруги, а також для електричної ізоляції між вхідними і вихідними колами.

2 – вентильний блок – перетворює змінний струм в постійний.

3 – згладжувальний фільтр – для згладжування пульсації випрямленої напруги.

Для перетворення змінного струму в постійний використовуються діоди – безінерційні НЕ з несиметричною ВАХ (рис. 11.5). Вони називаються електричними вентилями. Вентиль має два електроди: – анод і катод.

Електричний вентиль – це прилад, який проводить електричний струм в одному

напрямку від анода до катода.

Вентиль характеризується наступними параметрами:

- постійною прямою напругою,
- прямим струмом,
- постійною зворотною напругою,
- середнім зворотнім струмом.

Випрямлячі бувають:

- одно-, двох-, трьох-, шестифазні однонапівперіодні;
- одно-, трифазні

двонапівперіодні чи мостові.

Розглянемо однофазну однонапівперіодну схему випрямляча (рис 11.6)

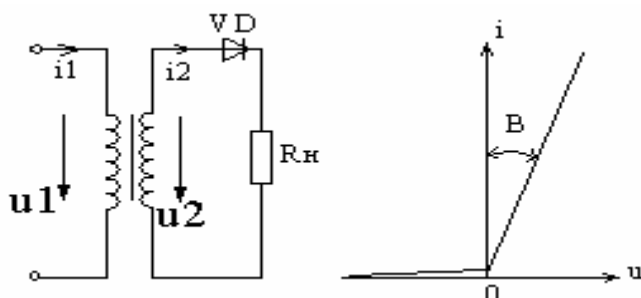


Рис. 11.6

Аналіз процесів в схемі проведемо для випадку, коли ВАХ вентиля замінимо ламаною лінією (рис 11.6) при цьому $R_{36} \rightarrow \infty$. Опір вентиля в прямому напрямку буде дорівнювати

$$R_o = \frac{m_u}{m_i} \operatorname{tg} \beta.$$

Враховуючи внутрішній активний опір вторинної обмотки трансформатора R_{t2} , схеми заміщення випрямляча мають вигляд (рис. 11.7).

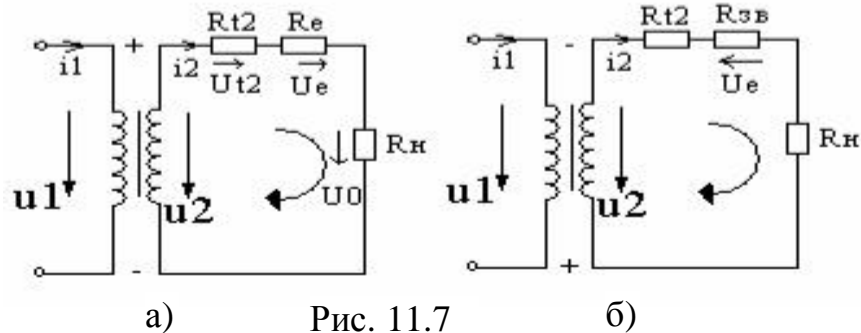


Рис. 11.7

Тут: R_{t2} – активний опір вторинної обмотки;

R_o – опір вентиля в прямому напрямку;

R_n – опір приймача (навантаження).

Нехай напруга на затискачах вторинної обмотки трансформатора змінюється за синусоїдним законом: $u_2 = U_{m2} \sin \omega t$.

Упродовж додатного напівперіоду синусоїди, тобто коли $0 \leq \omega t \leq \pi$, вентиль буде відкритий, у вторинному колі трансформатора проходить синусоїдний імпульс струму i_2 , форма якого повторює форму напруги u_2 (рис. 11.8), цьому напівперіоду напруги відповідає схема рис.11.7,а.

Запишемо для неї рівняння за II-м законом Кірхгофа:

$$u_2 = u_{T2} + u_o + u_0 = i_2 R_{T2} + i_2 R_o + i_2 R_n.$$

де: $u_{T2} = i_2 R_{T2}$ – миттєва напруга на активному опорі вторинної обмотки трансформатора;

$u_o = i_2 R_o$ – миттєва напруга на вентилі при його відкритому стані;

$u_0 = i_2 R_n$ – миттєва випрямлена напруга на приймачеві.

Струм у вторинній обмотці буде дорівнювати

$$i_2 = i_o = i_0 = \frac{u_2}{R_{T2} + R_o + R_n} = \frac{u_2}{R}.$$

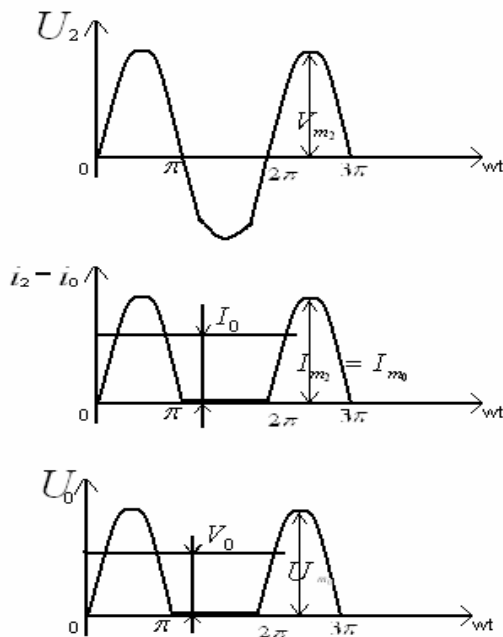


Рис. 11.8

Максимальне значення струму дорівнює:

$$I_{m_2} = I_{m_0} = I_{m_n} = \frac{U_{m_2}}{R},$$

де: $R = R_{T2} + R_{\partial} + R_n$ – сумарний активний опір вторинної обмотки.

Напруга на приймачеві u_0 буде повторювати форму струму:

$$i_2 = i_0, \quad u_0 = R_n i_0.$$

При $\omega t = \pi$ проходить зміна знака на затискачах вторинної обмотки. Упродовж від'ємного напівперіода синусоїди, тобто при $\pi \leq \omega t \leq 2\pi$, вентиль буде закритий, струм $i_2 = 0$, так як $R_{36} = \infty$. Цьому напівперіоду напруги відповідає схема рис.11.7,б. Запишемо для неї рівняння за II законом Кірхгофа: $u_2 = u_{\partial}$.

Звідси слідує, що струм i_0 і напруга u_0 будуть пульсуючими.

Їх можна представити у вигляді тригонометричного ряду:

$$u_0(\omega t) = \frac{U_{m_0}}{\pi} + \frac{U_{m_0}}{2} \sin \omega t + \frac{2U_{m_0}}{3\pi} \cos 2\omega t - \frac{2U_{m_0}}{15\pi} \cos 4\omega t + \dots$$

де: U_{m_0} – максимальне значення випрямленої напруги.

Постійна складова випрямленої напруги дорівнює

$$U_0 = \frac{U_{m_0}}{\pi},$$

але

$$U_{m_0} = R_n I_{m_2} = R_n \frac{U_{m_2}}{R} = \frac{R_n}{R} \sqrt{2} U_2,$$

тоді

$$U_0 = \frac{R_n}{R} \frac{\sqrt{2}}{\pi} U_2 = 0.45 \frac{R_n}{R} U_2,$$

звідси

$$U_2 = 2.22 \frac{R}{R_n} U_0 = \frac{\pi}{\sqrt{2}} \cdot \frac{R}{R_n} U_0.$$

За даною формулою можна визначити необхідну діючу напругу U_2 на вторинній обмотці, для отримання заданої постійної напруги U_0 на приймачеві.

Максимальне значення струму через вентиль дорівнює:

$$I_{m_0} = I_{m_2} = \frac{U_{m_2}}{R},$$

але

$$U_{m_2} = \sqrt{2} U_2 = \sqrt{2} \frac{R}{R_n} \frac{\pi}{\sqrt{2}} U_0 = \frac{R}{R_n} \pi U_0,$$

тоді

$$I_{m_0} = I_{m_2} = \frac{R}{R} \frac{\pi}{R_n} U_0 = \frac{\pi}{R_n} U_0,$$

де I_0 – стала складова струму приймача.

Діюче значення струму у вторинній обмотці:

$$I_2 = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} i^2 d\omega t} = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} I_{m_2}^2 \sin^2 \omega t d\omega t} = \frac{I_{m_2}}{2}, \quad \sin^2 \alpha = \frac{1 - \cos 2\alpha}{2}.$$

Повна потужність в колі вторинної обмотки дорівнює

$$S_2 = U_2 I_2,$$

але

$$U_2 = \frac{R}{R_n} \frac{\pi}{\sqrt{2}} U_0; \quad I_2 = \frac{I_{m_2}}{2} = \frac{\pi}{2} I_0,$$

тоді

$$S_2 = \frac{R}{R_n} \cdot \frac{\pi^2}{2\sqrt{2}} U_0 I_0.$$

Активна потужність в колі вторинної обмотки

$$P_2 = R I_2^2 = R \frac{I_{m2}^2}{4} = R \frac{\pi^2}{4} I_0^2.$$

Коефіцієнт потужності кола дорівнює

$$\cos \varphi_2 = \lambda = \frac{P_2}{S_2} = \frac{R \pi^2 I_0^2 R_n 2\sqrt{2}}{4 R \pi^2 U_0 I} = \frac{\sqrt{2}}{2} = 0,707 < 1.$$

$\lambda < 1$, так як має місце потужність спотворення, обумовлена відмінністю форм кривих струму i_2 і напруги u_2 :

$$T = \sqrt{S_2^2 - Q_2^2 - P_2^2} = \frac{R}{4} I_{m2}^2.$$

Визначимо коефіцієнт ефективності перетворення змінного струму в постійний:

$$\eta = \frac{P_n}{P_2} \cdot 100\% = \frac{R_n I_0^2 \cdot 4}{R \pi^2 I_0^2} 100\% = \frac{R_n}{R} \cdot 40,5\%.$$

Максимальна напруга на вентилі в інтервалі, коли клапан закритий, називається зворотною напругою:

$$U_{36} = U_{m2} = \frac{R}{R_n} \pi U_0.$$

Коефіцієнтом пульсації називаються відношення амплітуди першої гармоніки випрямленої напруги до її сталої складової.

$$k_n = \frac{U_{1m0^{1/2}}}{U_0} = 1,57, \quad \text{так як} \quad U_{1m0} = \frac{U_{mo}}{2}, \quad U_0 = \frac{U_{mo}}{\pi}.$$

Якщо нехтувати активним опором вторинної обмотки трансформатора ($R_{T2} = 0$) і вважати клапан ідеальним ($R_d = 0$), то $\frac{R}{R_n} = 1$ і отримані вище співвідношення приймуть вигляд:

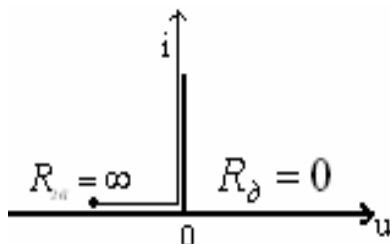


Рис. 11.9

$$U_0 = \frac{U_{m0}}{\pi} = \frac{U_{m2}}{\pi} = \frac{\sqrt{2}}{\pi} U_2; \quad U_2 = \frac{\pi}{\sqrt{2}} U_0.$$

$$I_2 = \frac{I_{m2}}{2} = \frac{\pi}{2} I_0, \quad S_2 = U_2 I_2 = \frac{\pi^2}{2\sqrt{2}} U_2 I_2 = \frac{\pi^2}{2\sqrt{2}} U_0 I_0.$$

$$\lambda = \frac{P_2}{S_2} = \frac{R_n \pi^2 I_0^2 2\sqrt{2}}{4 \pi^2 U_0 I_0} = \frac{\sqrt{2}}{2} = 0,707.$$

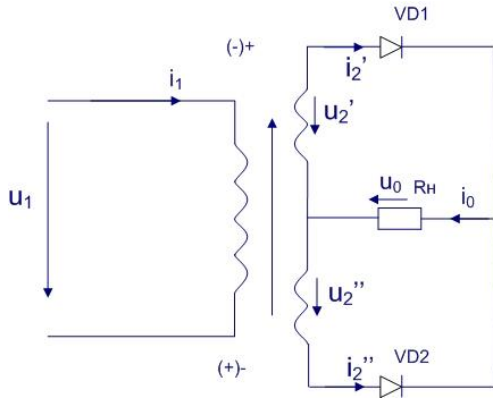
$$\eta = \frac{P_n}{P_2} \cdot 100\% = \frac{R_n I_0^2 4}{R_n \pi^2 I_0^2} \cdot 100\% = 40,5\%; \quad U_{36} = U_{m0} = \pi U_0.$$

ВАХ ідеального клапана (діоду) приведена на рис. 11.9.

11.4. Двофазний однонапівперіодний випрямляч

Двофазна однонапівперіодна схема випрямлення представляє собою сполучення двох однофазних однонапівперіодних випрямлячів, які працюють на загальний приймач R_H .

Зобразимо схему такого випрямляча:



Напруги u_2' і u_2'' вторинної обмотки трансформатора зсунуті за фазою на 180° .

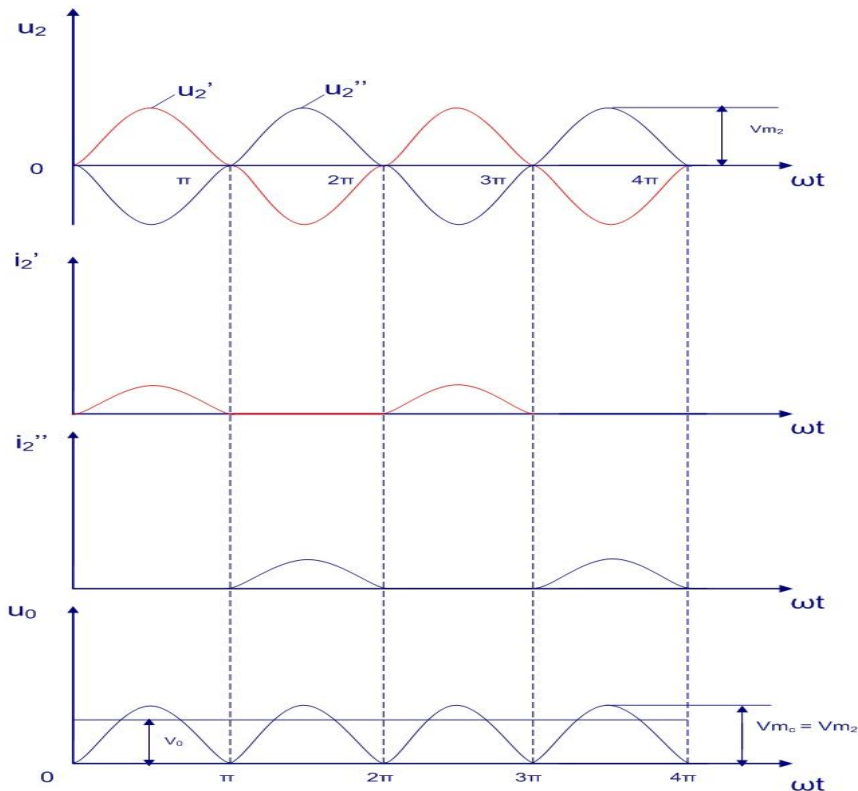
За період зміни напруг u_2' і u_2'' кожний із діодів VD_1 і VD_2 відкриті тільки половину періоду. У приймачі R_H проходять два імпульси струму в одному напрямку. Звідси виходить, що випрямлена напруга буде пульсуюча. Запишемо випрямлену

напругу u_0 у вигляді гармонійного ряду:

$$u_0 = \frac{2U_{mo}}{\pi} \left(1 + \frac{2}{1 \cdot 3} \cos 2\omega t - \frac{2}{3 \cdot 5} \cos 4\omega t + \frac{2}{5 \cdot 7} \cos 6\omega t + \dots \right),$$

де: $U_0 = \frac{2U_{mo}}{\pi}$ – стала складова;

$U_{1m_0} = \frac{4}{3\pi} U_{mo}$ – амплітуда I-ої гармоніки випрямленої напруги.



Частота І-ої гармоніки випрямленої напруги дорівнює подвійній частоті напруги u_2' або u_2'' , тобто період кривої напруги u_0 дорівнює π , а не 2π .

Основні співвідношення для двофазної однонапівперіодної схеми випрямлення мають такий вигляд:

$$U_0 = \frac{2\sqrt{2}}{\pi}, \quad U_2 = 0,9U_2, \quad U_2 = \frac{\pi}{2\sqrt{2}}, \quad U_0 = 1,11U_0.$$

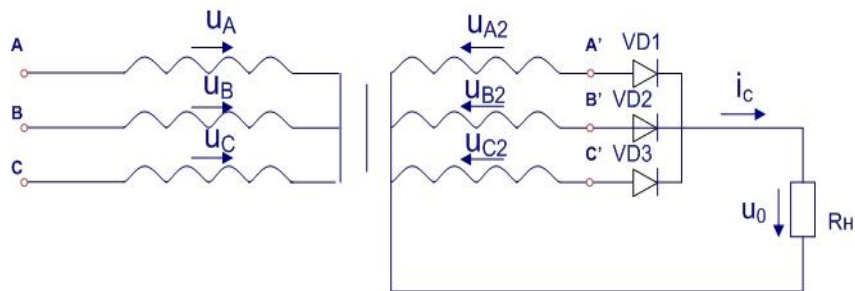
$$U_{\text{зв}} = 2U_{m2} = 2\sqrt{2}U_2 = 3,14U_0, \quad k_n = \frac{U_{mo}}{U_0} = 0,67.$$

11.5. Трифазний однонапівперіодний випрямляч

Трифазний однонапівперіодний випрямляч представляє собою сполучення трьох однофазних однонапівперіодних випрямлячів, які працюють на загальний приймач R_n .

Напруги на вторинних обмотках трансформатора u_{A2} , u_{B2} і u_{C2} зсунуті за фазою на 120° . У цьому випрямлячі в будь-який момент часу відкритий тільки один діод, анод якого знаходиться під найбільшим додатнім потенціалом.

Наприклад, при $\omega t_1 \leq \omega t \leq \omega t_2$ під найбільшим додатнім потенціалом знаходиться анод діода VD_1 . Діод VD_1 відкритий $1/3$ періоду, а $2/3$ періоду – закритий. Потім у порядку чергування фаз аналогічно працюють діоди VD_2 і VD_3 .



Кожна фаза вторинної обмотки трансформатора впродовж періоду працює $1/3$ частину періоду. При ωt_1 , ωt_2 , ωt_3 і ωt_4 відбувається переключення фаз.

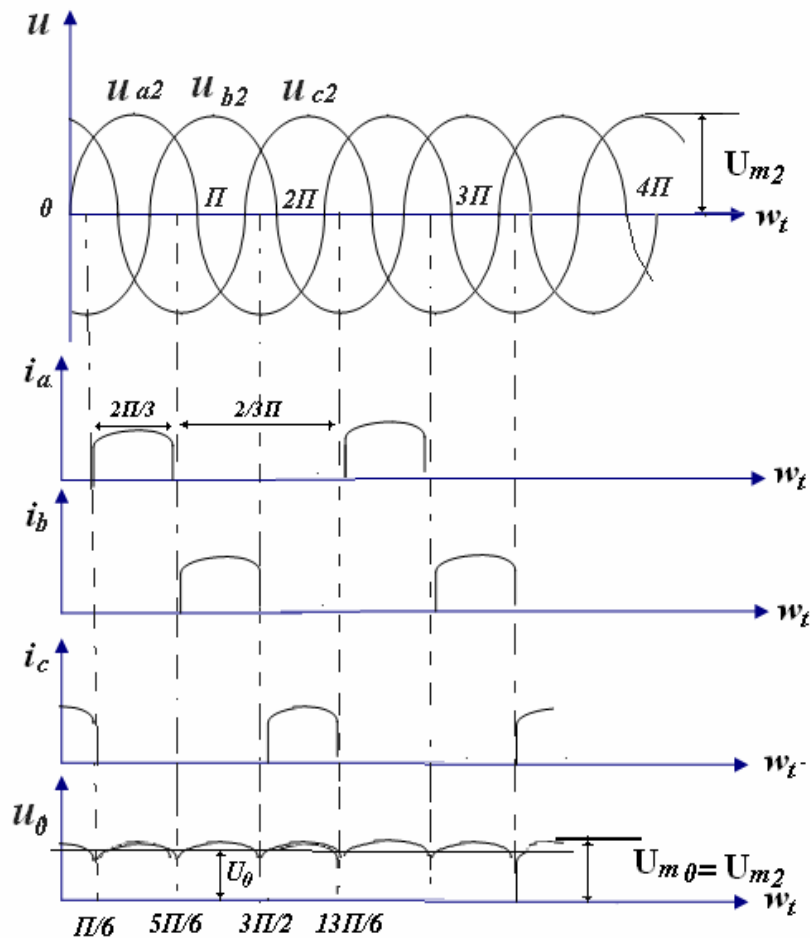
Форма кривої випрямленої напруги u_0 співпадає з формою кривої, що огинає фазні напруги u_{A2} , u_{B2} і u_{C2} .

Запишемо випрямлену напругу у вигляді гармонійного ряду:

$$u_0 = \frac{3\sqrt{3}}{2\pi} U_{m0} \left(1 + \frac{2}{2 \cdot 4} \cos 3\omega t - \frac{2}{5 \cdot 7} \cos 6\omega t + \frac{2}{8 \cdot 10} \cos 9\omega t + \dots \right),$$

де: $U_0 = \frac{3\sqrt{3}}{2\pi} U_{m0}$ – стала складова;

$U_{m1} = \frac{3\sqrt{3}}{8\pi} U_{m0}$ – амплітуда I-ої гармоніки випрямленої напруги.



Частота I-ої гармоніки випрямленої напруги u_0 дорівнює потрійній частоті фазної напруги трансформатора, тобто період кривої u_0 дорівнює $\frac{2}{3}\pi$, а не 2π .

Основні співвідношення для даної схеми випрямлення мають вигляд:

$$U_0 = \frac{3\sqrt{3}\sqrt{2}}{2\pi} U_2 = 1,17U_2, \quad U_2 = \frac{2\pi}{3\sqrt{6}} U_o = 0,85U_o,$$

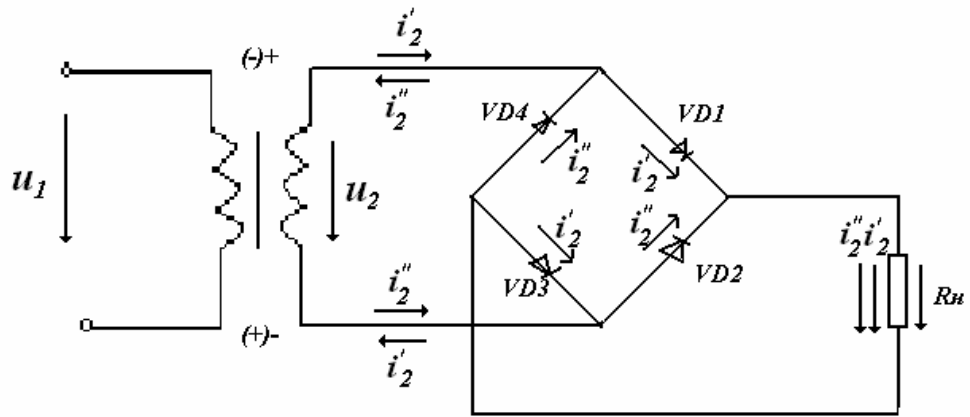
$$U_{\text{св}} = \sqrt{3}U_{m2} = \sqrt{3}\sqrt{2}U_2 = 2,1U_o, \quad k_n = \frac{U_{1mo}}{U_o} = 0,25.$$

11.6. Однофазний двонапівперіодний випрямляч

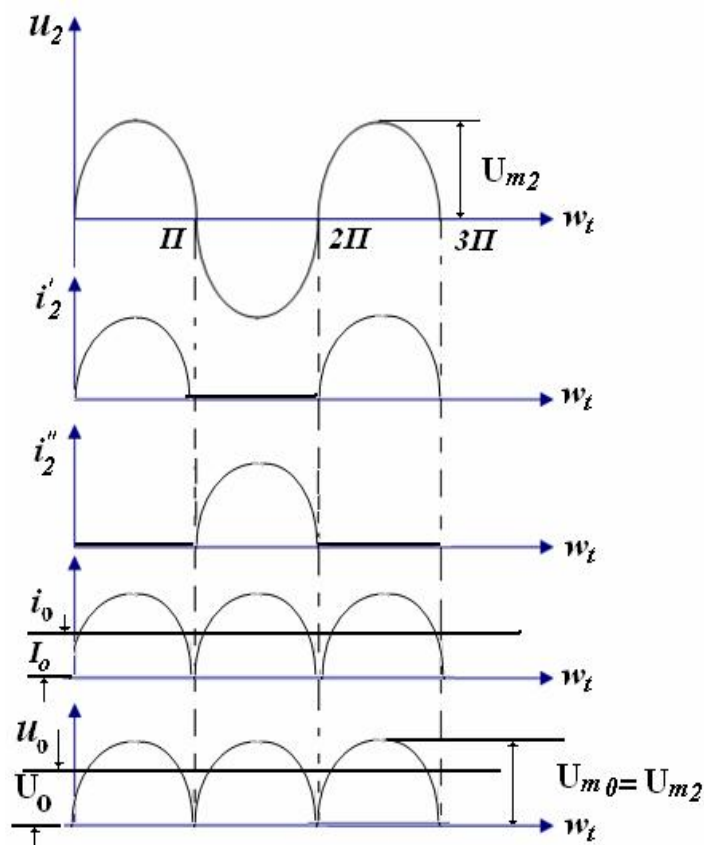
Однофазна двонапівперіодна схема випрямлення має чотири діоди ($VD_1 - VD_4$), які ввімкнені за мостовою схемою.

Нехай напруга на вторинній обмотці трансформатора змінюється за синусоїдним законом: $u_2 = U_{m2} \sin \omega t$.

Зобразимо схему такого випрямляча:



1. Упродовж додатного напівперіоду напруги u_2 , тобто коли $0 < \omega t < \pi$, аноди діодів D_1 і D_3 будуть знаходитися під додатнім потенціалом, а катоди – під від'ємним. Звідси виходить, що діоди будуть відкриті. В колі, яке містить вторинну обмотку трансформатора, діоди VD_1 і VD_3 і приймач R_H буде проходити струм i_2' , форма кривої якого повторює форму кривої напруги u_2 ,



При $\omega t = \pi$ відбувається зміна знаку потенціалу на вторинній обмотці трансформатора.

2. Упродовж від'ємного напівперіоду напруги u_2 , тобто коли $\pi < \omega t < 2\pi$, діоди VD_1 і VD_3 закриваються, а діоди VD_2 і VD_4 – відкриваються. По колу, яке містить вторинну обмотку трансформатора, діоди VD_2 і VD_4 і приймач R_H , проходить струм i_2'' . Напрямок струмів i_2' та i_2'' у приймачі R_H упродовж обох напівперіодів залишається однаковим.

Випрямлена напруга $u_0(\omega t)$ у своєму тригонометричному ряді має сталу складову і парні гармоніки.

Основні співвідношення для однофазної двонапівперіодної схеми випрямлення мають вигляд:

$$U_0 = \frac{2\sqrt{2}}{\pi} U_2 = 0,9 U_2,$$

$$U_2 = \frac{\pi}{2\sqrt{2}} U_0 = 1,11 U_0,$$

$$U_{zg} = U_{m2} = \sqrt{2} U_2 = \frac{\pi}{2} U_0 = 1,57 U_0, \quad k_n = \frac{U_{1mo}}{U_0} = 0,67.$$

Тема 12. Нелінійні електричні кола змінного струму з феромагнітними елементами

12.1. Особливості електричних кіл з феромагнітними елементами

Основною частиною електричного кола з феромагнітним елементом є котушка, намотана на феромагнітне осердя, що призначене для збільшення магнітного потоку та індуктивності котушки, а також для придання магнітному потоку певної конфігурації.

Позначення на електричній схемі котушки з феромагнітним осердям приведені на рис. 12.1.

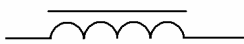


Рис. 12.1

Електричні кола з феромагнітними елементами мають наступні особливості:

- електричний струм в котушці з феромагнітним осердям та магнітне поле в ньому взаємопов'язані: – магнітний потік в осерді залежить від струму в котушці, а струм залежить від характеру зміни магнітного потоку;

- залежність між магнітним потоком Φ та струмом I є нелінійною і визначається кривою намагнічування $B(H)$ феромагнітного осердя, і якщо врахувати магнітний гістерезис, то нелінійна залежність буде неоднозначною;

- індуктивність L котушки з феромагнітним осердям, а також взаємна індуктивність M між двома котушками, намотаними на загальне феромагнітне осердя, є змінними величинами. Отже, для знаходження ЕРС необхідно користуватися формулою:

$$e = -w \frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d\psi}{dt};$$

- електричний струм, що протікає в котушці з феромагнітним осердям, є несинусоїдним;
- маємо магнітний потік розсіяння;
- в феромагнітному осерді мають місце втрати електричної енергії на гістерезис.

12.2. Індуктивна котушка з феромагнітним осердям в колі змінного струму

Розглянемо електромагнітні процеси, що відбуваються в котушці з феромагнітним осердям (рис. 12.2).

Припустимо, що активний опір котушки дорівнює нулю ($R=0$) і в ній відсутній магнітний потік розсіяння ($\Phi_s=0$). Таку котушку будемо називати ідеальною.

Прикладемо до ідеальної котушки синусоїдну напругу

$$u = U_m \sin \omega t.$$

Тоді рівняння електричної рівноваги буде мати такий вигляд:

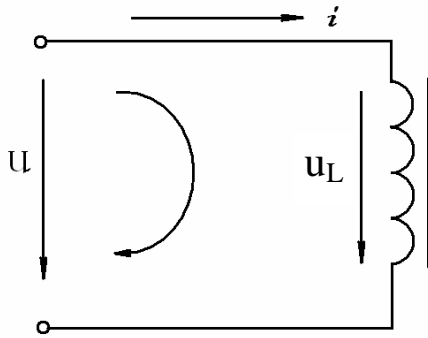


Рис. 12.2

$u_L = u = U_m \sin \omega t$,
але

$$u_L = -e_L = w \frac{d\Phi}{dt},$$

тоді

$$w \frac{d\Phi}{dt} = U_m \sin \omega t.$$

Визначимо звідси закон зміни магнітного потоку:

$$\Phi = \frac{1}{w} \int U_m \cdot \sin \omega t dt = -\frac{U_m}{\omega \cdot w} \cdot \cos \omega t,$$

або

$$\Phi = \frac{U_m}{w \cdot \omega} \cdot \sin \left(\omega t - \frac{\pi}{2} \right),$$

де $\Phi_m = \frac{U_m}{w \cdot \omega}$ – амплітуда магнітного потоку.

$\Phi = \frac{U}{w \cdot \omega}$ – діюче значення магнітного потоку.

Таким чином, в ідеальній котушці при синусоїдній напрузі на входних затискачах магнітний потік також змінюється за синусоїдним законом і відстає за фазою від напруги на кут $\frac{\pi}{2}$. Причому, амплітуда магнітного потоку (або діюче значення) залежить від напруги на затискачах котушки при $w = \text{const}$ та $\omega = \text{const}$.

Для феромагнітних матеріалів залежність між магнітною індукцією та напруженістю зовнішнього магнітного поля виражається кривою намагнічування та є залежністю нелінійною (рис. 12.3).

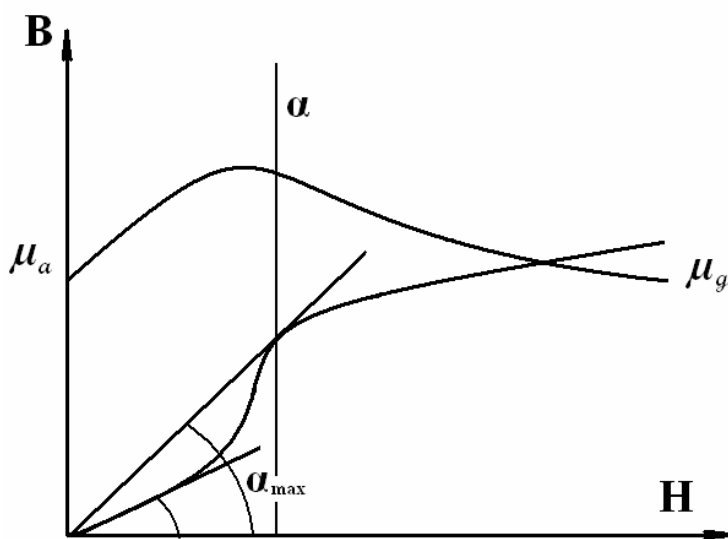


Рис. 12.3

За кривою намагнічування визначимо динамічну магнітну проникність за формулою $\mu_d = dB/dH$.

Зобразимо графік динамічної проникності μ_d в функції напруженості магнітного поля $\mu_d(H)$ за час рівний $\frac{1}{4}$ періоду зміни напруги, приложеної до котушки. Покажемо, що

індуктивність котушки з феромагнітним осердям буде змінюватися за тим же законом, що і динамічна проникність.

Відомо, що $L = \frac{w \cdot \Phi}{i}$, але $H \cdot l = w \cdot i$, звідси $i = \frac{H \cdot l}{w}$.

Виразимо магнітний потік через магнітну індукцію: $\Phi = B \cdot S$. Підставимо значення Φ та i у формулу для L , одержимо

$$L = \frac{w \cdot B \cdot S \cdot w}{H \cdot l},$$

але $B = \mu_a H$,

тоді $L = \mu_a \frac{w^2 \cdot S}{l}$.

Так як w , S , l – постійні величини, то індуктивність L буде повторювати графік $\mu_o(H)$ і за період зміни напруги, прикладеної до кола, буде змінюватися 4 рази, як показано на рис. 12.3.

Тому для визначення ЕРС самоіндукції, що наводиться в котушці, необхідно користуватися виразом:

$$e_L = -w \frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d\psi}{dt}.$$

Якщо $\Phi = \Phi_m \cdot \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$, то

$$e_L = -w \frac{d\Phi}{dt} = w\omega \cdot \Phi_m \cdot \sin(\omega t - \pi).$$

Тобто ЕРС, що наводиться в котушці, буде змінюватися за синусоїдним законом і буде зсунута за фазою відносно напруги, прикладеної до ідеальної котушки на кут π .

Амплітуда ЕРС дорівнює $E_m = w \cdot \omega \cdot \Phi_m$, тоді діюче значення буде дорівнювати:

$$E = \frac{w \cdot \omega}{\sqrt{2}} \Phi_m = \frac{2\pi \cdot f \cdot \omega}{\sqrt{2}} = 4.44 f \omega \cdot \Phi_m.$$

Дане рівняння називають рівнянням трансформаторної ЕРС, що індукується в обмотках трансформаторів, електричних машин тощо.

Запишемо вираз для миттєвого значення струму в котушці

$$i = \frac{\Phi}{L} = \frac{1}{L} \Phi_m \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right).$$

Так як індуктивність котушки являється змінною величиною, то струм в ній буде змінюватися за несинусоїдним законом. Тому для визначення закону зміни струму необхідно застосувати аналітичний або графічний методи.

Розглянемо аналітичний метод. Для цього скористаємось вебер-амперною характеристикою $i(\Phi)$, яка подібна до кривої намагнічування

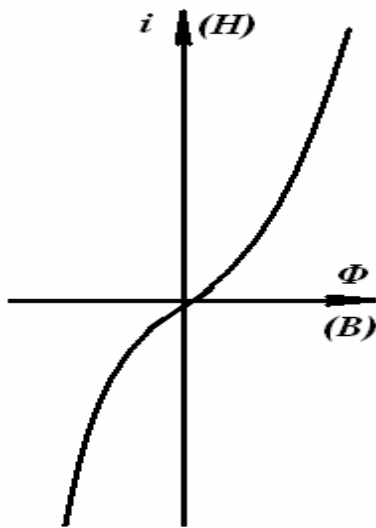


Рис. 12.4

$H(B)$, так як $\Phi = B \cdot S$ а $i = \frac{H \cdot l}{w}$. Дану криву апроксимуємо виразом виду

$$i = \alpha \cdot \Phi + \beta \Phi^3,$$

де α, β – коефіцієнти апроксимації. Враховуючи, що

$$\Phi = \Phi_m \cdot \sin(\omega t - \frac{\pi}{2}) = -\Phi_m \cos \omega t,$$

одержимо

$$i = -\alpha \Phi_m \cos \omega t - \beta \Phi_m^3 \cos^3 \omega t.$$

Після підстановки

$$\cos^3 \omega t = \frac{1}{4}(\cos 3\omega t + 3 \cos \omega t)$$

одержимо

$$\begin{aligned} i &= -(\alpha \Phi_m + \frac{3}{4} \beta \Phi_m^3) \cos \omega t - \frac{1}{4} \beta \Phi_m^3 \cos^3 \omega t = \\ &= -I_{1m} \cos \omega t - I_{3m} \cos 3\omega t \end{aligned}$$

Таким чином, крива струму в котушці з феромагнітним осердям містить першу та третю гармоніки. Побудуємо криву струму $i(\omega t)$ на основі графіків $\Phi(\omega t)$ і $\Phi(i)$.

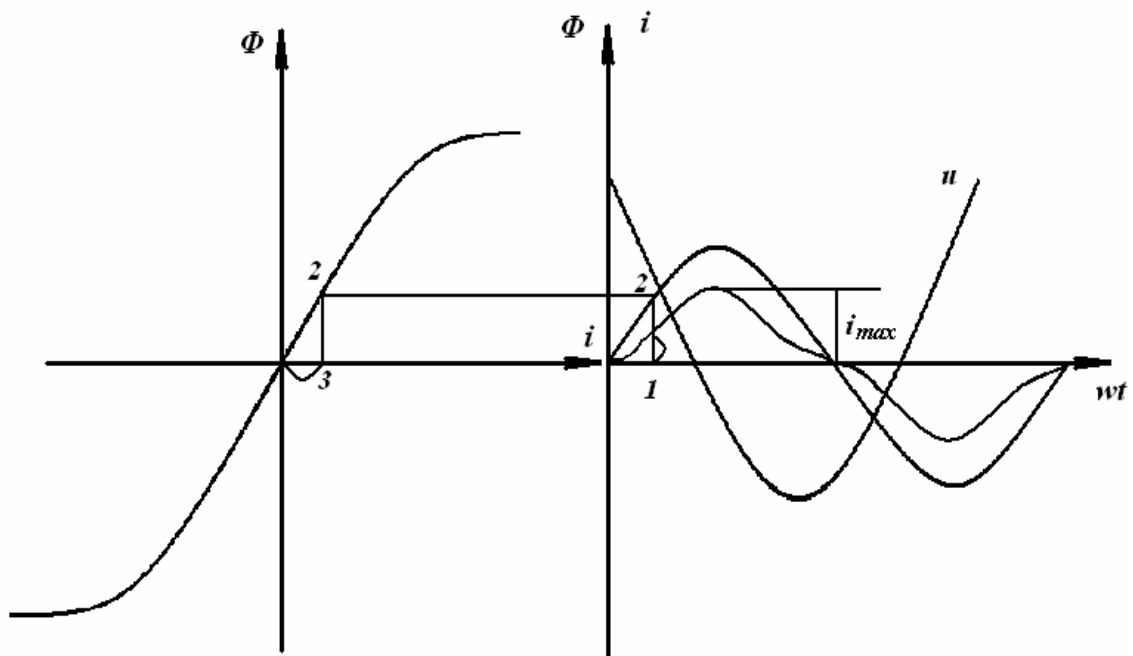


Рис. 12.5

Порядок побудови.

Для довільного моменту часу 1 по кривій $\Phi(\omega t)$ визначимо значення магнітного потоку 2, потім за вебер-амперною характеристикою $\Phi(i)$

визначимо відповідне значення струму I та відкладаємо це значення струму від точки 1 вгору (або вниз при від'ємному напівперіоді).

Побудувавши для різних моментів часу ряд точок та з'єднавши їх плавною лінією, одержимо шукану криву струму, що відрізняється від синусоїди.

Тому для розрахунку електричних кіл, що містять котушки з феромагнітним осердям, застосовують метод еквівалентних синусоїд, який полягає в тому, що несинусоїдну функцію заміняють еквівалентною синусоїдою.

Еквівалентна синусоїда – це синусоїда, діюче значення котрої дорівнює діючому значенню несинусоїдного струму або напруги.

$$I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2(t) dt},$$

так як несинусоїдний струм в котушці містить тільки непарні гармоніки, то діюче значення

$$I = \sqrt{\frac{I_{1m}^2}{2} + \frac{I_{3m}^2}{2} + \dots} = \frac{\sqrt{I_{1m}^2 + I_{3m}^2 + \dots}}{\sqrt{2}}.$$

Коефіцієнт амплітуди несинусоїдного струму

$$K_a = \frac{i_{\max}}{I} = \frac{i_{\max}}{\sqrt{I_{1m}^2 + I_{3m}^2 + \dots}} \sqrt{2}$$

де i_{\max} – максимальне значення несинусоїдної кривої.

Позначимо $\frac{i_{\max}}{\sqrt{I_{1m}^2 + I_{3m}^2 + \dots}} \sqrt{2} = \xi$,

тоді

$$\frac{i_{\max}}{I} = \xi \sqrt{2},$$

звідси $I = \frac{i_{\max}}{\xi \sqrt{2}},$

де ξ – коефіцієнт, залежний від сорту сталі та величини магнітної індукції.

Коефіцієнт ξ визначається за графіком (рис. 12.6).

При $B_m \leq 1 \text{ Тл}$ $\xi \approx 1$,

при $B_m \geq 1.4 \text{ Тл}$ ξ значно зростає.

Іноді при аналізі електромагнітних процесів в котушці з феромагнітним осердям, несинусоїдний струм заміняють тільки першою гармонікою.

Проведемо аналіз енергетичних процесів в ідеальній

катушці з феромагнітним осердям. В цьому випадку магнітний потік Φ та не

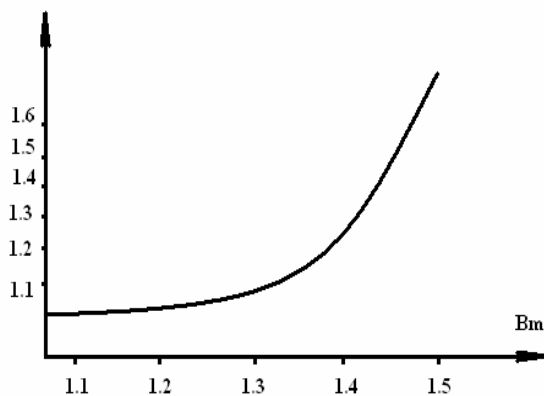


Рис. 12.6

синусоїдний струм i одночасно проходять через максимальні та нульові значення.

Замінімо несинусоїдальний струм в котушці еквівалентною синусоїдою (або її першою гармонікою). Тоді напруга, прикладена до котушки, що змінюється за синусоїдним законом, буде випереджати струм за фазою на кут рівний $\frac{\pi}{2}$. Це говорить про те, що за першу та третю чверті періоду, коли струм в колі збільшується від 0 до $I_{m.e}$ (або I_{lm}) електрична енергія джерела йде на створення магнітного поля котушки і накопичується в ньому.

За другу та четверту чверті періоду, коли струм зменшується від $I_{m.e}$ (або I_{lm}) до нуля, енергія, накопичена в магнітному полі котушки, повертається джерелу, так як котушка є ідеальною.

Отже, активна потужність, що споживається ідеальною котушкою з феромагнітним осердям дорівнює нулю.

Тоді струм в такій котушці буде реактивним, відставати за фазою від напруги на 90° і створювати магнітне поле в феромагнітному осерді. Такий струм називається намагнічуючим струмом $I=I_p$. Векторна діаграма ідеальної

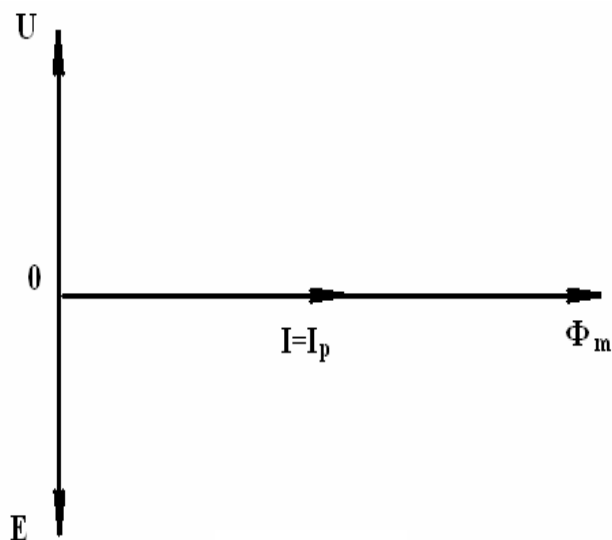


Рис. 12.7

котушки з феромагнітним осердям приведена на рис. 12.7.

Розглянемо вплив гістерезису на характер зміни кривої струму в котушці з феромагнітним осердям.

При цьому рахуємо, що $\Phi_s = 0$, $R = 0$. Втратами енергії на вихрові струми нехтуємо. В цьому випадку процес намагнічування та розмагнічування феромагнітного осердя

проходить по не співпадаючим віткам петлі гістерезису. Тому криві струму та магнітного потоку неодноразово проходять через нульові значення. Зсув фаз між ними називаються кутом втрат δ (рис.12.8).

В цьому випадку еквівалентна синусоїда струму (або перша гармоніка) відстає від прикладеної напруги на кут $\varphi \leq 90^\circ$. Це каже про те, що активна потужність в колі не дорівнює нулю, хоча активний опір обмотки $R=0$.

Отже струм в котушці через витрати на гістерезис в феромагнітному осерді має активну складову

$$I_a = \frac{P_r}{U},$$

де P_r – витрати потужності на гістерезис, U – діюча напруга на котушці.

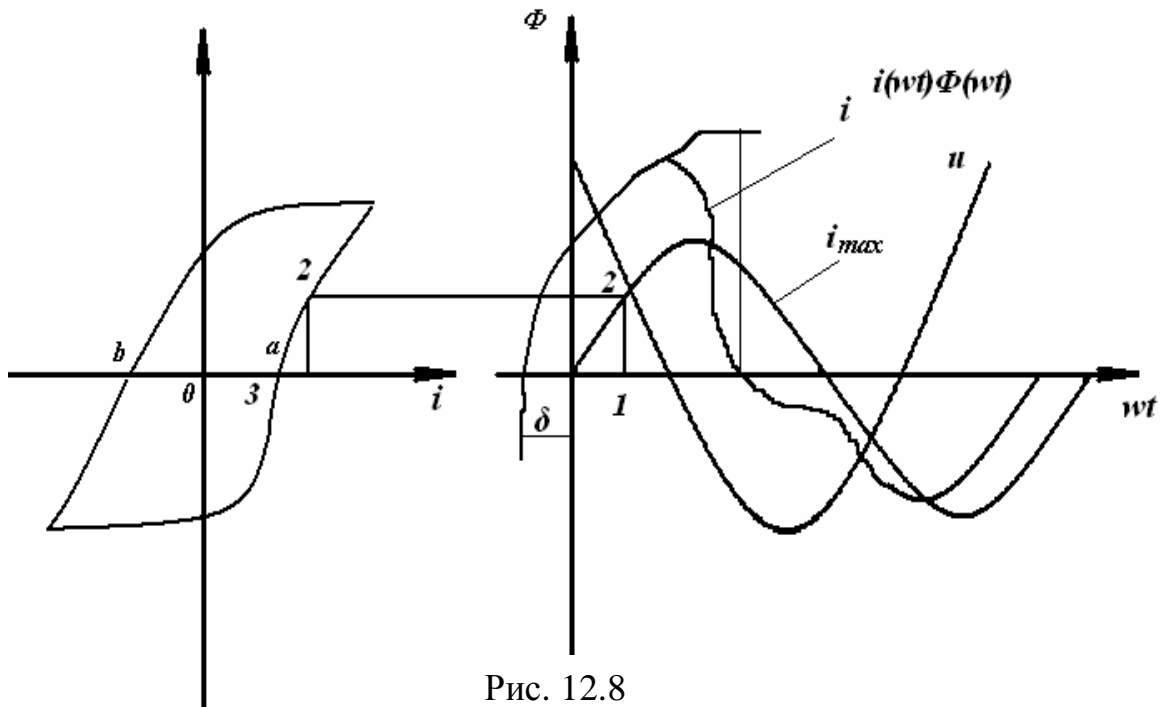


Рис. 12.8

Векторна діаграма котушки в цьому випадку має вигляд, приведений на рис. 12.9.

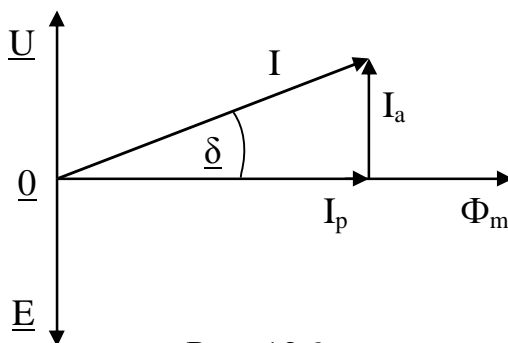


Рис. 12.9

При побудові діаграми за основний прийнято вектор Φ_m .

Із діаграми витікає:

$$I_p = \sqrt{I^2 - I_a^2},$$

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{I_a}{I_p}$$

12.3. Втрати в феромагнітному осерді на гістерезис та вихрові струми

Навіть в ідеальній котушці з феромагнітним осердям при урахуванні магнітного гістерезису активна потужність, за період зміни напруги на затискачах котушки, не дорівнює нулю. В цьому випадку активна потужність характеризує теплові втрати електричної енергії джерела на перемагнічування осердя та протікання в ньому вихрових струмів. При перемагнічуванні осердя електрична енергія джерела перетворюється в теплову енергію, осердя нагрівається, тепло розсіюється, тобто проходить безповоротний процес. Ці втрати називаються втратами на гістерезис.

Відомо, що електрична енергія, яку джерело віддає котушці за зміну її потокозчеплення дорівнює

$$dW_M = i d\psi$$

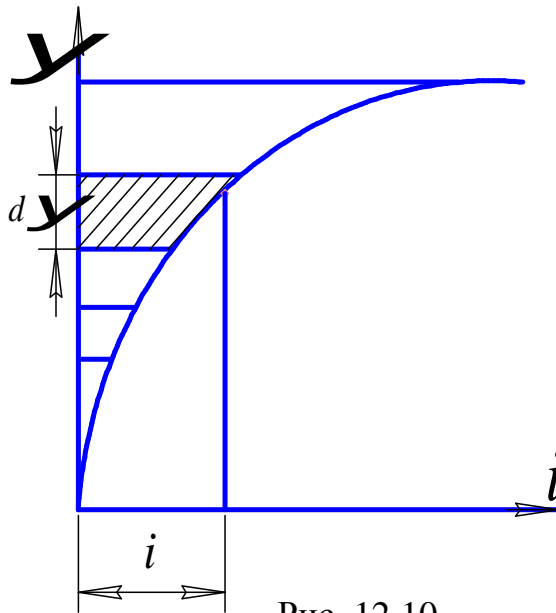


Рис. 12.10

Зміна енергії dW_M дорівнює площі елементарного прямокутника з сторонами i та

$d\psi$, а при збільшенні струму i від нуля до деякої величини визначається площею, обмеженою кривою $\psi(i)$ та віссю ординат

$$W_M = \int i d\psi \text{ враховуючи, що } i = \frac{Hl}{\omega} \text{ та}$$

$$d\psi = \omega d\Phi = \omega S dB \text{ одержимо}$$

$$W_M = 3l \int H dB = V \int H dB$$

Де $V = lS$ - об'єм осердя.

Тоді енергія, накопичена в одиниці об'єму дорівнює

$$W'_M = \frac{W_M}{V} = \int H dB$$

Розглянемо цикл переманічування феромагнітного осердя.

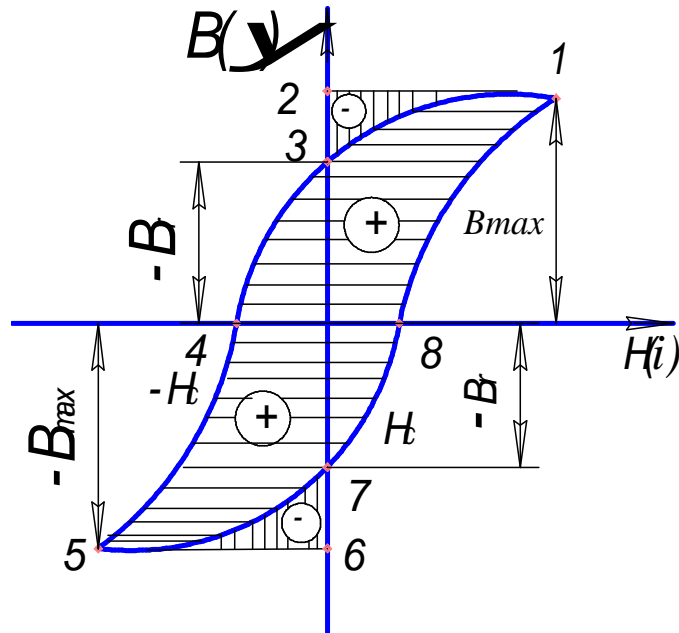
Зобразимо петлю гістерезису і відзначимо характерні точки 1 ÷ 8.

Нехай осердя повністю намагнічене і його магнітний стан визначається за кривою намагнічування точкою B_{max} та H_{max} .

1. При розмагнічуванні осердя від B_{max} до B_r (ділянка 1-3) напруженість магнітного поля H додатне, а приріст магнітної індукції від'ємний. Тому площа 1-2-3-1 рахується від'ємною. Це каже про те, що енергія пропорційна цій площі, повертається з магнітного поля джерелу.

2. На ділянці 3-4 петлі гістерезису осердя розмагнічується від $B = B_r$ до $B = 0$ за рахунок енергії джерела, т.я. струм в обмотці повинен бути протилежним струму намагнічування.

На цій ділянці напруженість магнітного поля H та приріст магн. індукції від'ємні.



3. На ділянці 4-5 проходить пере магнічення осердя в зворотному напрямку від $B=0$ до $B=-B_{max}$.

Площа обмежена контуром 3-4-5-6-7-0-3, додатна отже енергія джерела споживається котушкою.

4. На ділянці 5-7 розмагнічування осердя супроводжується поверненням енергії, накопиченої в магн. полі. Площа 5-6-7-5 - від'ємна.

5. На ділянці 7-8 осердя розмагнічується за рахунок джерела від $B=-B_r$ до $B=0$. Площа 7-8-0-7 - буде додатною.

6. На ділянці 8-1 осердя намагнічується від $B=0$ до $B=B_{max}$ і джерело витрачає енергію на це намагнічування.

Таким чином, площа, обмежена петлею магнітного гістерезису, визначає енергію, витрачену в одиниці об'єму феромагнітного осердя за один цикл пере магнічування.

Але визначити втрати за площею петлі гістерезису складно, тому користуються наступною формулою:

$$P_r = \delta_r f B_m^n V,$$

де δ_r – коефіцієнт, що залежить від магнітних властивостей матеріалу;

B_m – амплітудне значення магнітної індукції;

V – об'єм осердя;

n – показник ступеню:

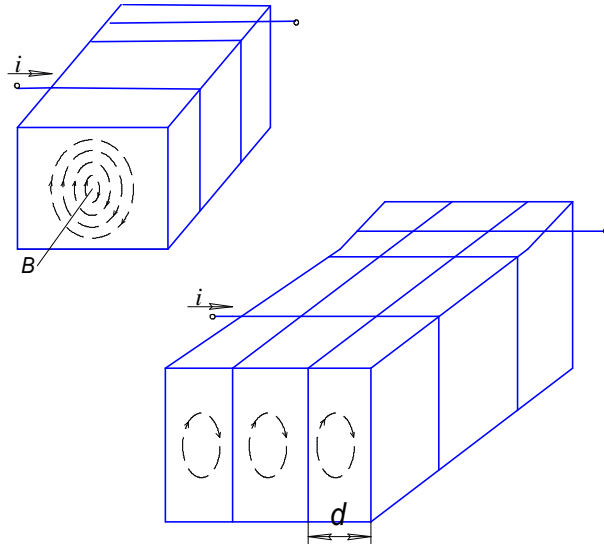
$$n=1,6 \quad \text{при} \quad 0,1 \leq B_m \leq 1,0 \text{ Тл}$$

$$n=2 \quad \text{при} \quad 1 \leq B_m \leq 1,6 \text{ Тл}.$$

Для зменшення втрат на гістерезис необхідно вибирати матеріали з більш “вузькою” петлею гістерезису.

Втрати на вихрові струми обумовленні тим, що змінне магнітне поле індукує е.р.с. не тільки в котушці, але і в осерді. Ці е.р.с. викликають струми в тілі осердя, які називаються вихровими.

Вихрові струми викликають своє магнітне поле, яке перешкоджає зміні основного магнітного поля.



Тому магнітний потік по перерізу осердя буде нерівномірним: в центрі менше, по краях більше. Крім того, протікання вихрових струмів в осерді пов'язане з тепловими втратами. Для зменшення енергії джерела на вихрові струми, осердя виконуються не суцільними, а з ізольованих листів.

При $f = 50$ Гц товщина листів $d = 0,35 \div 0,5$ мм,

при $f = 400$ Гц $d = 0,1 \div 0,35$ мм,

при $f = 30 \div 50$ мГц використовують магнітодіелектрики або ферити.

Потужність втрат на вихрові струми визначають за формулою

$$P_b = \delta_B f^2 B_m^2 V,$$

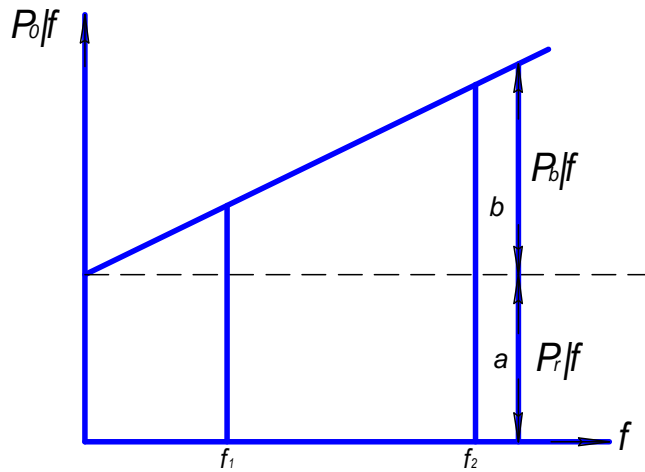
де δ_B – коефіцієнт, що залежить від сорту сталі та товщини листів осердя.

Повні втрати в осерді називають втратами в сталі:

$$P_c = P_r + P_B = \delta_r f B_m^n V + \delta_B f^2 B_m^2 V.$$

З формули видно, що P_r пропорційні f , а $P_B - f^2$ – це дозволяє експериментально розділити втрати. Для цього необхідно провести два виміри P_c при f_1, f_2 та $B_m = \text{const}$. Потім будують графік залежності енергії

$W_c = \frac{P_c}{f}$, що втрачається в осерді за період, від частоти f .



відрізок $a \rightarrow P_r$

відрізок $b \rightarrow P_b$

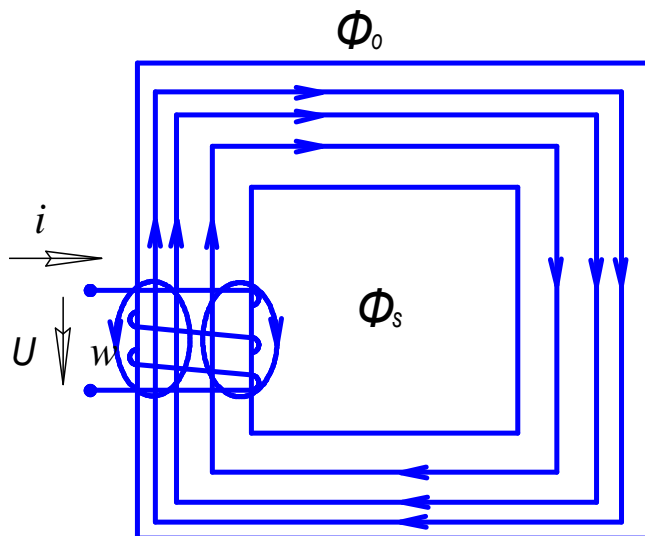
12.4. Рівняння, векторна діаграма та схеми заміщення котушки з феромагнітним осердям

Розглянемо електромагнітні процеси в реальній котушці з феромагнітним осердям де $R_k; \Phi_s; P_c \neq 0$ і при цьому врахуємо:

R_k - активний опір обмотки

Φ_s - магнітний потік розсіяння

P_c - втрати потужності в осерді



Зобразимо картину магнітного поля в такій котушці. Основний магнітний потік Φ_0 замикається тільки по осердю і створює потокозчеплення

$$\psi_0 = w\Phi_0.$$

Решта магнітного потоку замикається частково по осердю, частково по повітрю. Це магнітний потік розсіяння, який створює потокозчеплення розсіяння.

$$\psi_s = w\Phi_s = \frac{w \cdot w_i}{R_M} = \frac{w^2 i}{R_M} = L_s i$$

Так, як магнітний опір повітряного проміжку значно більше магнітного опору осердя, то останнім нехтують і рахують $R_{MB} \gg R_{MC}$

$$R_M = R_{M\delta} = \text{const} \quad \text{тому} \quad \psi_s = L_s i$$

де L_s – індуктивність розсіяння, яка являється величиною сталою і не залежить від струму в котушці.

Основний магнітний потік Φ_0 зв'язаний зі струмом нелінійною залежністю, тому е.р.с. що ним наводиться дорівнює:

$$l_0 = -w \frac{d\Phi_0}{dt} = -\frac{d\psi_0}{dt}$$

Магнітний потік розсіяння пропорційний струму в котушці, тому ерс що ним наводиться дорівнює

$$l_s = -L_s \frac{di}{dt}$$

Нехай до котушки прикладена синусоїдна напруга

$$u = U_m \sin \omega t$$

Тоді рівняння електричної рівноваги кола буде

$$u = R_i + \frac{d\psi}{dt}$$

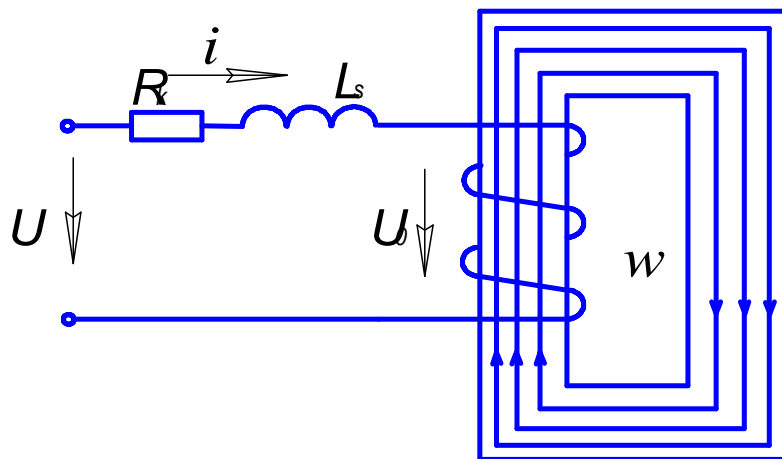
Але $\psi = \psi_0 + \psi_s = w\Phi_0 + L_s i$, тоді рівняння прийме вигляд

$$u = R_i + L_s \frac{di}{dt} + w \frac{d\Phi_0}{dt} = R_i + L_s \frac{di}{dt} + u_0$$

Виходячи з цього рівняння реальну котушку з феромагнітним осердям, можна представити наступною схемою.

В цій схемі R та L_s сталі, тому вони виражені окремо.

Послідовно з ними ввімкнена ідеальна котушка ($R=0; \Phi_s=0$)



Замінімо несинусоїдні криві струму та магнітного потоку еквівалентними синусоїдами і скористаємося символічним методом. Тоді рівняння електричної рівноваги прийме вигляд

$$\dot{U} = R\dot{I} + j\omega L_s \dot{I} + \dot{U}_0 \quad (*)$$

де: $U_0 = 4,44 f \omega \Phi_{m0}$; $\dot{I} = \dot{I}_a + \dot{I}_p$.

Так як маємо втрати в осерді ($P_c = P_\Gamma + P_B$), то еквівалентна синусоїдна струму i буде відставати від еквівалентної синусоїдної напруги

$$u_0 = \frac{d\psi_0}{dt} \text{ на кут } \varphi_0 < \frac{\pi}{2}. \text{ Тоді еквівалентна синусоїда магнітного}$$

потоку Φ_0 буде відставати від струму на кут $\delta = \frac{\pi}{2} - \varphi_0$

Побудуємо векторну діаграму котушки з феромагнітним осердям:

1. За основний вектор, відносно якого будемо будувати діаграму, приймемо Φ_{0m} .

2. Вектор \dot{U}_0 випереджає Φ_{0m} на 90° .

3. Вектор струму \dot{I} не буде співпадати з Φ_{0m} , так як є втрати в сталі P_c , а буде складати з ним кут δ , який називається кутом втрат на перемагнічування.

Розкладемо струм у котушці \dot{I} на дві складові

$$\dot{I} = \dot{I}_a + \dot{I}_p \quad (**)$$

6. Сумуємо вектор $\dot{U}_0, RI, j\omega L_3 \dot{I}$, одержимо вектор \dot{U} напруги, прикладеної до котушки.

На основі рівнянь (*) та (**) побудуємо схему заміщення котушки з феромагнітним осердям:

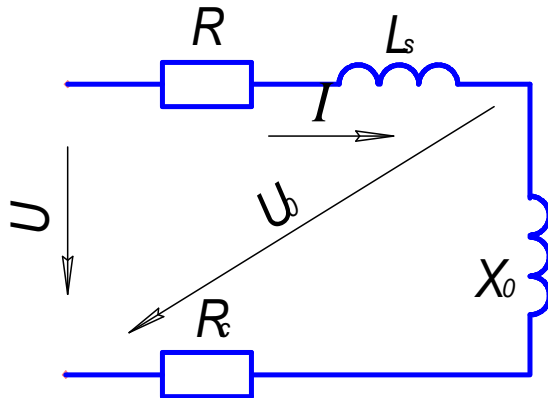
g_c - активна провідність, що враховує втрати в осерді:

$$P_c = U_0 I_a = g_c U_0^2;$$

b_0 - реактивна провідність, що враховує утворення основного магнітного потоку

$$\Phi_0 = U_0 I_a = b_0 U_0^2$$

Величини g_c та b_0 являються нелінійними величинами і залежать від струму в котушці.



На практиці від паралельної схеми зміщення ідеальної котушки переходять до послідовної, а потім до двохелементної, при цьому:

$$R_c = \frac{g_c}{g_c^2 + b_0^2}; X_0 = \frac{b_0}{g_c^2 + b_0^2}$$

12.5. Індуктивність котушки з феромагнітним осердям

Індуктивність котушки з феромагнітним осердям є величиною змінною і повторює зміну магнітної проникності μ_a в залежності від напруженості магнітного поля H

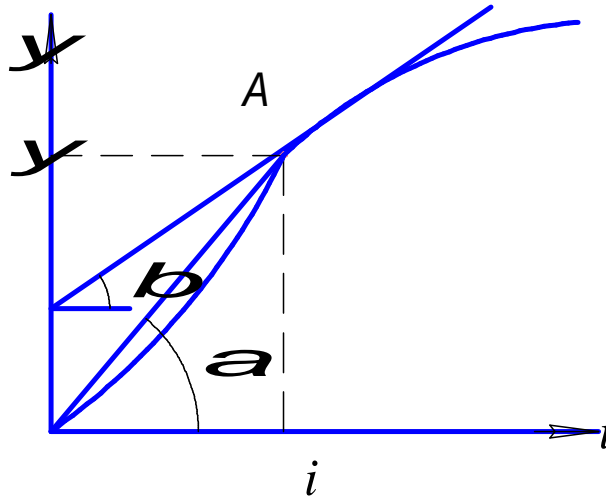
$$\mu_a = f(H).$$

Розрізняють статичну і динамічну індуктивності котушки з феромагнітним осердям.

Статична індуктивність котушки – це відношення миттєвого значення потокозчеплення самоіндукції котушки до миттєвого струму в ній.

$$L_{cm} = \frac{\psi}{i}, \text{ або } L_{cm} = \frac{m\psi}{mi} \operatorname{tg} \lambda.$$

Статичною індуктивністю користуються тоді коли потрібно визначити магнітний потік Φ або потокозчеплення ψ за заданим i .



Для визначення ерс, наведеної в котушці, або дослідження електричного кола на стійкість використовують динамічну індуктивність:

$$e_L = \frac{d\psi}{dt} = \frac{d\psi}{di} \cdot \frac{di}{dt} = -L_\partial \frac{di}{dt},$$

де $L_\partial = \frac{d\psi}{di} = \frac{m\psi}{dt} \operatorname{tg} \beta$ – динамічна індуктивність.

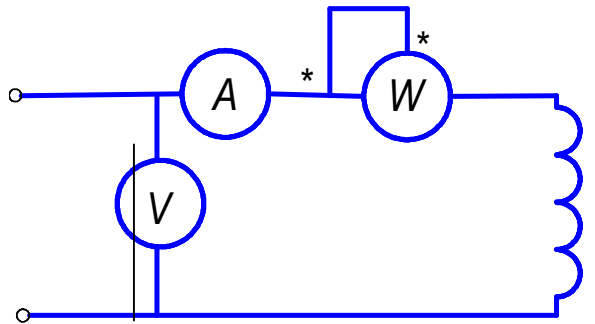
L_{cm} та L_∂ являються величинами змінними і залежать від величини струму в котушці.

На практиці користуються поняттям еквівалентної індуктивності.

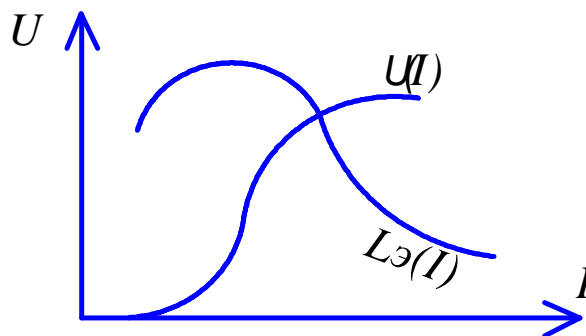
Визначаємо U , I , P . Рахуючи, що $R_k = \frac{P}{I^2} \approx 0$, одержимо

$$Z_k = X_k = \omega L_e = \frac{U}{I}.$$

Тоді $L_e = \frac{U}{\omega I}.$



З ВАХ котушки з феромагнітним осердям видно, що до насичення осердя збільшення U проходить швидше I . Тому L_e зростає. Після насичення осердя збільшення U відбувається повільніше, ніж I , тому L_e зменшується.



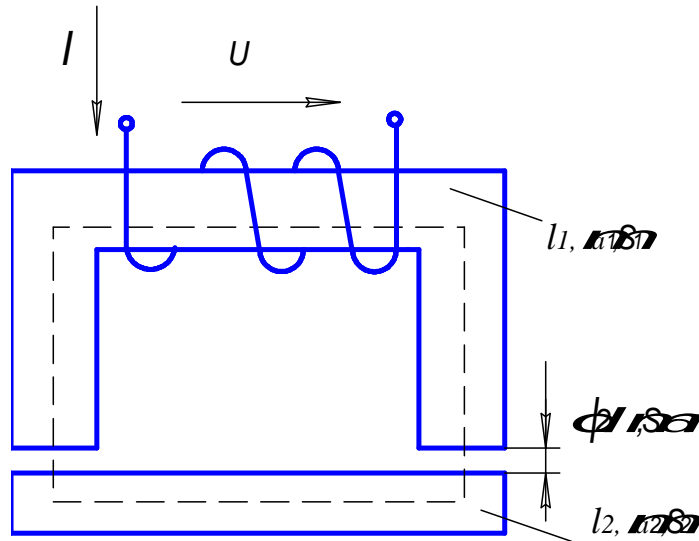
12.6. Вплив зазору на індуктивність котушки

Розглянемо залежність індуктивності котушки з феромагнітним осердям від зміни повітряного зазору.

Якщо нехтувати активним опором обмотки котушки ($R=0$) і магнітним потоком розсіяння ($\Phi_s = 0$), то одержимо

$$U = 4,44 f w \Phi_m \quad \text{або} \quad \Phi_m = \frac{U}{4,44 f w}.$$

Отже, при $U = \text{const}$, Φ_m не залежить від δ однак при зміні δ та $U = \text{const}$ в котушці буде змінюватись струм. Доведемо це. Запишемо закон Ома для магнітного кола



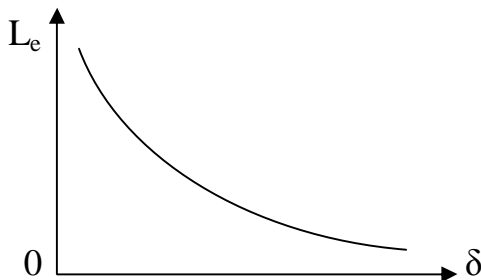
$$\Phi = \frac{wI}{R_M}, \text{ звідси } I = \frac{\Phi}{w} R_M,$$

$$\text{де } R_M = R_{M1} + R_{M2} + R_{M\delta} = \frac{l_1}{\mu_{a1} S_1} + \frac{l_2}{\mu_{a2} S_2} + \frac{\delta}{\mu_0 S_\delta}.$$

При зміні δ буде змінюватись магнітний опір R_M , тому при $U = \text{const}$, а отже і $\Phi = \text{const}$, буде змінюватися струм в котушці. Зміна струму I в котушці при зміні δ пояснюється залежністю L_e від δ :

$$L_\vartheta = \frac{w^2}{R_M} = \frac{w^2}{R_{M1} + R_{M2} + R_{M\delta}}, \text{ так як } \begin{matrix} R_{M\delta} \gg R_{M1}, \\ R_{M\delta} \gg R_{M2} \end{matrix} \text{ то}$$

$$L_\vartheta = \frac{\omega^2 \mu_0 S}{\delta}$$



Отже при збільшенні δ індуктивність L_e зменшується, що веде до зменшення її індуктивного опору, а отже що збільшення струму I в котушці

$$(I = \frac{U}{\omega L_\vartheta}).$$

Властивість котушки з феромагнітним осердям змінювати свою індуктивність при зміні повітряного зазору використовується в індуктивних датчиках для перетворення неелектричних величин в електричні.

12.7. Ферорезонанс напруг

Явище резонансу в електричному колі, яке має індуктивну котушку з феромагнітним осердям (ІКФО) та лінійний конденсатор, називається ферорезонансом.

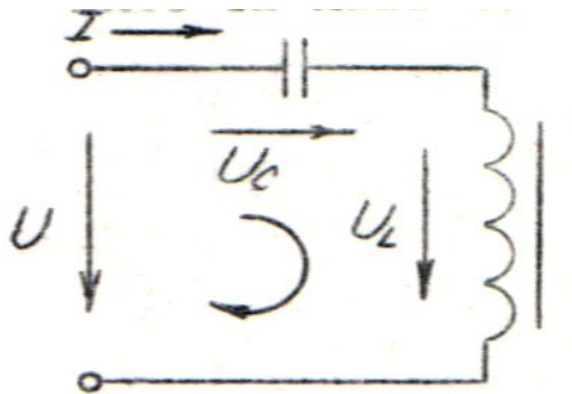
Особливості ферорезонансу :

- можливість досягнення резонансу в колі не тільки зміною частоти або ємності конденсатора, але й шляхом зміни величини напруги (або струму) джерела;
- можливість отримання релейного ефекту, тобто стрибкоподібної зміни струму або напруги.

Розглянемо електричне коло, яке складається із послідовно з'єднаних ІКФО та лінійного конденсатора (рис. 12.16).

Нехай $R=0$ і струм I у колі має синусоїдний вигляд (форму). До кола прикладена синусоїдна напруга, діюче значення якої дорівнює U .

Для аналізу процесів у даному колі, необхідно побудувати її ВАХ, а для цього треба мати ВАХ її елементів.



ВАХ нелінійної індуктивності котушки подібна кривій намагнічування. Зобразимо це :

- по осі ординат переходимо від B до U :

$$U = 44,4 f w B m S, \text{ позначимо } k = 44,4 f w S, \text{ тоді } U = k B m.$$

- по осі абсцис переходимо від H до I :

$$H m \ell = w I m, \text{ звідси } I = \frac{e}{\sqrt{2} w} H m = k_1 H m, \quad \text{де} \quad k_1 = \frac{e}{\sqrt{2} w}.$$

ВАХ лінійного конденсатора – пряма лінія, яка проходить через початок координат.

Зобразимо ВАХ котушки, конденсатора та побудуємо ВАХ всього кола, при цьому врахуємо співвідношення:

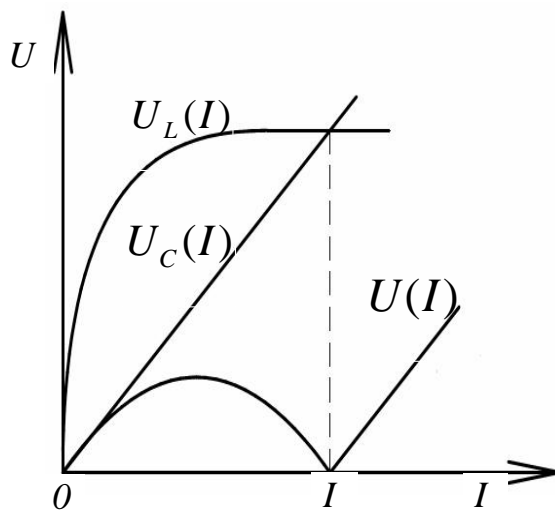


Рис. 12.18

$$I = \text{const}$$

$$U = |U_L - U_C|.$$

Тобто, ВАХ всього кола ми отримуємо шляхом різниці ординат $U_C(I)$ із $U_L(I)$ для однакових I .

Із ВАХ видно, що при збільшенні струму від $I=0$ до $I=I_0$, напруга $U_L > U_C$, тому коло має індуктивний характер.

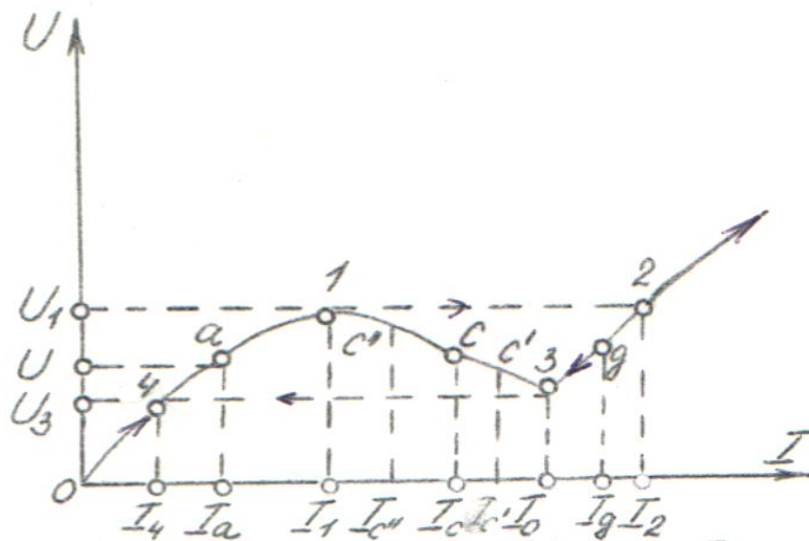
При $I=I_0$ напруги на реактивних елементах рівні між собою $U_L = U_C$ і компенсують одна одну. В цій точці має місце ферорезонанс

напруг.

При $I > I_0$ напруга $U_C > U_L$, коло має ємнісний характер.

Так як діюча напруга U не може бути від'ємною величиною, то при $I > I_0$ крива $U(I)$ зображається у першому квадранті.

Ця ВАХ побудована для ідеального випадку.



Якщо врахувати активний опір кола, втрати в осерді та вищі гармоніки струму, то дійсна ВАХ кола має вигляд, приведений на рис. 12.19.

Ферорезонанс має місце у точці 3, якій відповідає мінімальна напруга U_3 і струм I_0 . Із ВАХ кола видно, що при збільшенні напруги від 0 до $U=U_1$, струм зростає від $I=0$ до $I=I_1$. При цьому (струм відстає по фазі від напруги) коло має індуктивний характер.

При подальшому збільшенні напруги має місце стрибок струму до $I=I_2$. Цей струм буде випереджати напругу, коло має ємнісний характер. У колі трапився «Прокид» фази.

Подальше збільшення напруги веде до зростання струму до $I > I_2$.

Зменшення напруги до $U=U_3$ призводить до зменшення струму до $I=I_0$. Подальше зменшення напруги приводить до стрибку струму до $I=I_4$.

Коло стає індуктивним, трапився «Прокид» фази.

Ділянка 1-3 ВАХ кола характеризує нестійкий режим роботи. Нехай до кола прикладена напруга U . Їй відповідають струми I_a , I_c , I_d .

Нехай I_c збільшився до $I_{c'}$:

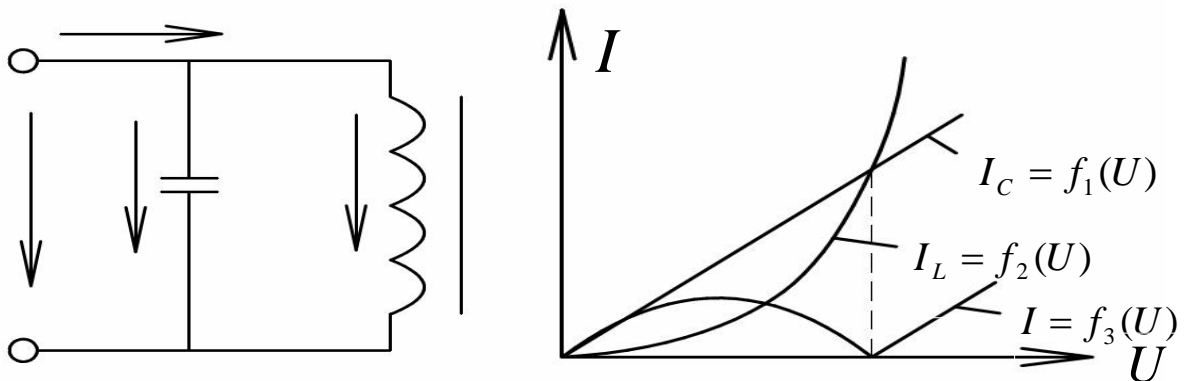
Цьому збільшенню струму на ВАХ кола відповідає зменшення напруги. Як впливає з формули $U=ZI$, це може трапитись при значному зменшенні Z . Але так як $U=const$, то зменшення опору повинно супроводжуватися збільшенням струму. Тому робоча точка перейде у точку d .

Нехай I_c зменшився до $I_{c''}$. Цьому зменшенню струму на ВАХ кола відповідає збільшення напруги. Як впливає з формули $U=ZI$, це може трапитись при різкому збільшенні повного опору всього кола. Але так як $U=const$, то при збільшенні Z струм повинен ще більше зменшитись. Робоча точка перейде у точку a .

Якщо плавно змінювати струм у колі, то можна отримати всі точки характеристики, в тому числі і на падаючій ділянці.

12.8. Ферорезонанс струмів

Ферорезонанс струмів має місце у колі з паралельним з'єднанням ІКФО та лінійного конденсатора.



Рахуємо, що $R=0$, втратами в осерді і конденсаторі нехтуємо. Струм у колі має синусоїдальну форму. Для аналізу електромагнітних процесів у колі будуємо її ВАХ. При цьому скористаємося рівняннями, які склали за законом Кірхгофа:

$$I = |I_c - I_L|, \quad U = const.$$

ВАХ отримуємо шляхом віднімання із ординат кривої $I_c = f_1(U)$ ординат кривої $I_L = f_2(U)$.

Із ВАХ кола видно, що при збільшенні напруги від $U=0$ до $U=U_0$, струм $I_c > I_L$. Коло має ємнісний характер.

При $U=U_0$, струми рівні між собою $I_c = I_L$ і будуть компенсувати один одного. У цій точці має місце ферорезонанс струмів.

При $U > U_0$, струми $I_C < I_L$, коло має індуктивний характер.

Якщо врахувати у колі вищі гармоніки струму, то дійсна крива $I = f(U)$ має вигляд, приведений на рис. 12.20.

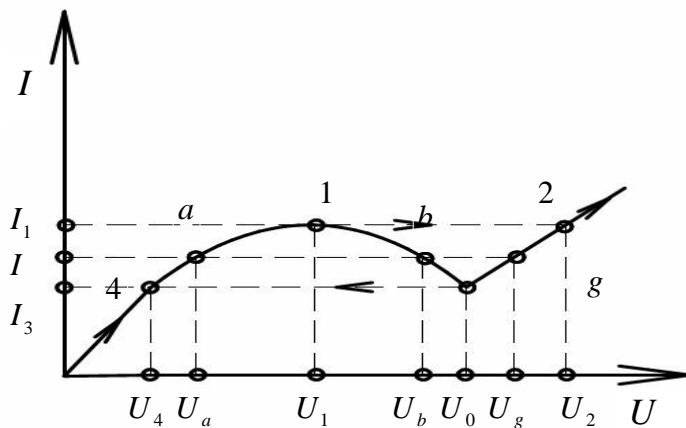


Рис. 12.20

Із ВАХ кола видно, що збільшення струму від $I = 0$ до $I = I_1$ відповідає збільшенню напруги до $U = U_1$. Коло має ємнісний характер. Подальше збільшення струму приведе до стрибка напруги $U = U_2$. Ця напруга буде випереджати струм. Коло стане індуктивним, трапиться „прокид”

фази.

При подальшому збільшенні струму напруга зростає до $U > U_2$. При зменшенні струму напруга також буде зменшуватися до $U = U_0$.

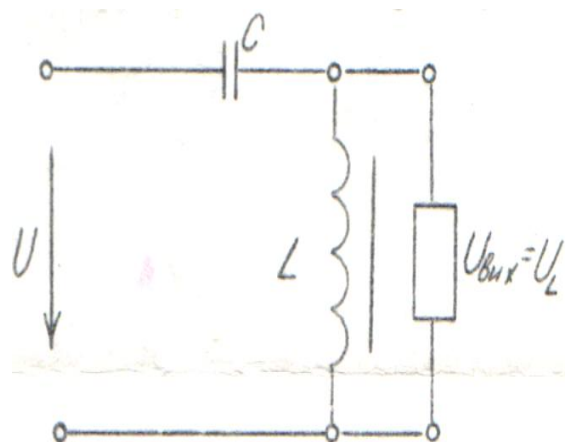
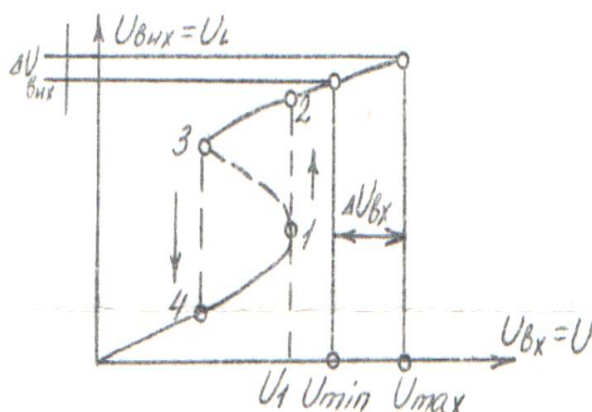
Подальше зменшення струму приведе до стрибка напруги від $U = U_0$ до $U = U_4$. Коло стане «ємнісним», знову трапиться «прокид» фази.

Із ВАХ видно, що одному значенню струму I може відповідати три значення напруги U_a , U_c , U_0 . Ділянка 1-3 ВАХ кола характеризує нестійкий режим роботи.

Якщо плавно змінювати величину напруги на затискачах кола, то можна отримати усі точки на падаючій ділянці ВАХ.

12.9. Поняття про ферорезонансні стабілізатори напруги

Коло з послідовним з'єднанням ІКФО та конденсатора може бути використане у якості найпростішого феромагнітного стабілізатора напруги. Схема та характеристика мають вигляд, приведений на рис. 12.21.



Як видно із ВАХ, значній зміні напруги на вході кола $\Delta U_{ex} = U_{max} - U_{min}$ відповідає невелика зміна $\Delta U_{ex} = \Delta U_L$ на індуктивній котушці.

На вхід стабілізатора подається напруга $U_{ex} = U$, вихідною напругою є напруга на затискачах індуктивної котушки $U_L = f(U)$.

Точки 1 та 3 ВАХ відповідають напругам на вихідних затискачах стабілізатора, при яких відбуваються стрибки струму та напруги на виході стабілізатора. Тому для стійкої роботи стабілізатора його вхідна напруга повинна бути більшою за напругу U_1 .

Зміст

Теоретичні основи електротехніки. Частина II.	
Розділ III. Трифазні електричні кола.....	1
ТЕМА 6. Теорія та розрахунок трифазних лінійних кіл.....	1
6.1. Поняття про трифазні системи ЕРС, струмів та напруг.....	1
6.2. Принцип роботи трифазних джерел електричної енергії.....	1
6.3. З'єднання обмоток генератора та фаз приймача зіркою.....	3
6.4. З'єднання обмоток генератора і фаз приймача трикутником	5
6.5. Потужності в трифазних колах	7
6.6. Розрахунок симетричних трифазних кіл	9
6.7. Розрахунок несиметричних трифазних кіл, з'єднаних зіркою, з нульовим та без нульового проводу	12
6.8. Розрахунок несиметричного трифазного кола, з'єданого трикутником.....	15
6.9. Обертальне магнітне поле.....	17
6.9.1. Пульсуюче магнітне поле.....	17
6.9.2. Двофазне обертальне магнітне поле.....	19
6.9.3. Трифазне обертальне магнітне поле.....	20
6.10. Розкладання несиметричної трифазної системи векторів на три симетричні системи.....	21
6.11. Опори симетричного трифазного кола для струмів різних послідовностей.....	24
6.12. Застосування методу симетричних складових для розрахунку трифазних кіл.....	26
6.13. Застосування методу симетричних складових для розрахунку трифазних кіл.....	30
6.14. Фільтри симетричних складових.....	31
Приклади розрахунку трифазних електричних кіл.....	35
Розділ IV. Несинусоїдні електричні напруги і струми.....	39
Тема 7. Теорія та розрахунок лінійних кіл несинусоїдного струму.....	39
Вступ.....	39
7.1. Несинусоїдні періодичні сигнали, розкладання їх в ряд Фур'є.....	39
7.2. Визначення коефіцієнтів ряду Фур'є.....	40
7.3. Діючі та середні значення несинусоїдних періодичних струмів, ЕРС і напруг.....	43
7.4. Коефіцієнти, що характеризують форму несинусоїдних періодичних кривих.....	44
7.5. Потужності в колі несинусоїдного періодичного струму.....	45
7.6. Розрахунок кіл несинусоїдного періодичного струму.....	47
7.7. Вплив параметрів кола на форму кривої несинусоїдного струму.....	49
7.8. Поняття про резонансні фільтри.....	50
Приклади розрахунку електричних кіл несинусоїдного струму.....	52
Розділ V. Чотириполіусники.....	57
Тема 8. Пасивні чотириполіусники.....	57
Вступ.....	57

8.1. Основні рівняння пасивних лінійних чотириполіусників.....	57
8.2. Т і П – подібні схеми заміщення пасивного чотириполіусника....	60
8.3. Дослідне визначення постійних чотириполіусника.....	62
Приклади розрахунку чотириполіусників.....	65
Розділ VI. Нелінійні кола.....	69
Тема 9. Нелінійні електричні кола постійного струму.....	69
Вступ.....	69
9.1 Нелінійні елементи в колах постійного струму. Вольт-амперні характеристики нелінійних елементів	69
9.2 Статичні та динамічні опори НЕ.....	70
9.3. Розрахунок нелінійних кіл з послідовним з'єднанням НЕ.....	71
9.4. Розрахунок кола з паралельним з'єднанням НЕ.....	72
9.5. Розрахунок кіл зі змішаним з'єднаннями НЕ.....	73
9.6 Заміна НЕ лінійним резистором та ЕРС.....	73
9.7. Розрахунок складних електричних кіл з одним НЕ.....	74
Тема 10. Магнітні кола з постійним в часі магнітним потоком.....	76
10.1. Призначення магнітних кіл.....	76
10.2. Основні закони магнітних кіл.....	78
10.2.1. Закон Ома для магнітного кола.....	78
10.2.2. Закони Кірхгофа для магнітного кола.....	80
10.3. Розрахунок нерозгалужених магнітних кіл з намагнічуючими обмотками.....	81
10.3.1. Визначення намагнічуючого струму за заданим магнітним поток (пряма задача).....	82
10.3.2. Визначення магнітного потоку за заданим намагнічуючим струмом (обернена задача).....	83
10.4. Розрахунок розгалужених магнітних кіл.....	84
10.5. Розрахунок магнітних кіл з постійним магнітом.....	86
10.6. Енергія постійного магнітного поля.....	89
10.7. Механічні сили в магнітному полі.....	91
Тема 11. Нелінійні кола змінного струму без феромагнітних елементів	
11.1. Загальні властивості нелінійних кіл змінного струму.....	93
11.2. Апроксимація характеристик нелінійних елементів.....	94
11.3. Випрямлячі. Однофазний однонапівперіодний випрямляч.....	95
11.4. Двофазний однонапівперіодний випрямляч.....	99
11.5. Трифазний однонапівперіодний випрямляч.....	100
11.6. Однофазний двонапівперіодний випрямляч.....	101
Тема 12. Нелінійні електричні кола змінного струму з феромагнітними елементами.....	103
12.1. Особливості електричних кіл з феромагнітними елементами...	103
12.2. Індуктивна котушка з феромагнітним осердям в колі змінного струму.....	103
12.3. Втрати в феромагнітному осерді на гістерезис та вихрові струми.....	109

12.4. Рівняння, векторна діаграма та схеми заміщення котушки з феромагнітним осердям.....	113
12.5. Індуктивність котушки з феромагнітним осердям.....	117
12.6. Вплив зазору на індуктивність котушки.....	119
12.7. Ферорезонанс напруг.....	121
12.8. Ферорезонанс струмів.....	123
12.9. Поняття про ферорезонансні стабілізатори напруги.....	124
Зміст.....	126