

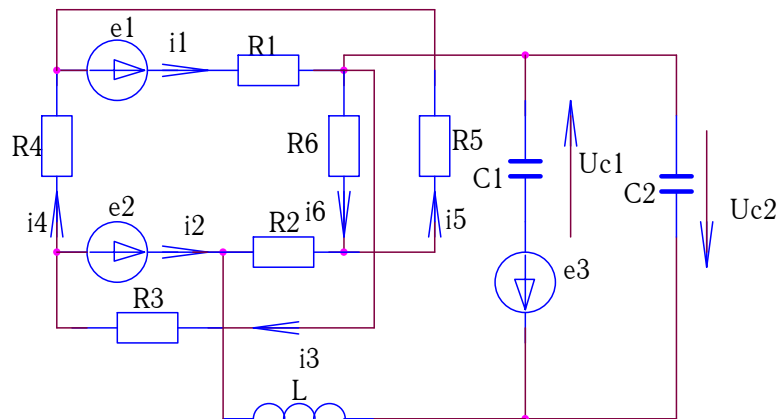
## Вариант № = 07    буква = К

Для заданной электрической цепи выполнить следующее:

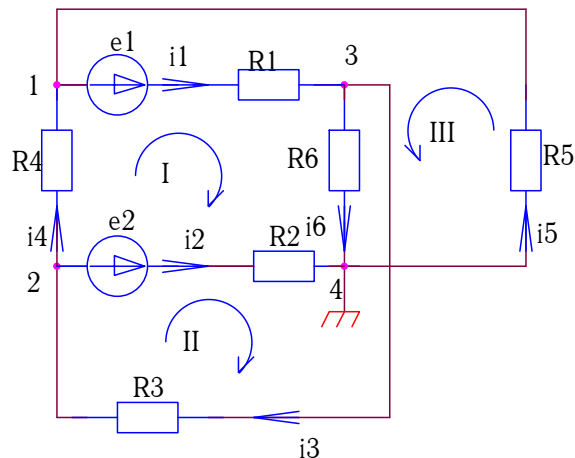
- начертить исходную, а также упрощенную схемы (на упрощенной схеме исключить индуктивные и емкостные элементы, которые не влияют на распределение тока в ветках цепи)
- составить систему уравнений для расчета цепи методом уравнений Кирхгофа;
- определить неизвестные токи и напряжения на элементах цепи используя метод контурных токов и узловых напряжений ;
- определить напряжения на обкладках конденсаторов;
- построить потенциальную диаграмму для контура, содержащего два источника ЭДС;

Исходные данные:

$E_1 = 30 \cdot (\text{В})$	$E_2 = 18 \cdot (\text{В})$	$E_3 = 16 \cdot (\text{В})$
$R_1 = 30 \cdot (\text{Ом})$	$R_2 = 25 \cdot (\text{Ом})$	$R_3 = 30 \cdot (\text{Ом})$
$R_4 = 25 \cdot (\text{Ом})$	$R_5 = 20 \cdot (\text{Ом})$	$R_6 = 20 \cdot (\text{Ом})$
$C_1 = 0.8 \cdot (\text{мкФ})$	$C_2 = 1.6 \cdot (\text{мкФ})$	$C_3 = 3.2 \cdot (\text{мкФ})$ $L = 0.1 \cdot (\text{мГн})$



**1.1 Упростим схему, обозначим направления токов, узлы, направления обхода контуров. Составим систему уравнений для узлов и контуров по законам Кирхгофа.**



В цепи  $y = 4$  узлов и  $x = 6$  ветвей. Следовательно, по первому закону Кирхгофа необходимо составить  $y - 1 = 3$  уравнения, а по второму -  $n = x - (y - 1) = 3$  уравнения.

Обозначим на схеме цепи токи в ветвях и стрелками укажем их положительные направления. Выберем  $n = 3$  независимых контура и стрелками покажем направления их обхода.

По первому закону Кирхгофа алгебраическая сумма токов в любом узле электрической цепи равна нулю

$$I_5 + I_4 - I_1 = 0 \quad (1)$$

$$I_3 - I_2 - I_4 = 0 \quad (2)$$

$$I_1 - I_6 - I_3 = 0 \quad (3)$$

По второму закону Кирхгофа алгебраическая сумма падений напряжения в любом замкнутом контуре электрической цепи равна алгебраической сумме ЭДС действующих в этом контуре

$$-I_2 \cdot R_2 + I_4 \cdot R_4 + I_6 \cdot R_6 + I_1 \cdot R_1 = E_1 - E_2 \quad (I)$$

$$I_2 \cdot R_2 - I_6 \cdot R_6 + I_3 \cdot R_3 = E_2 \quad (II)$$

$$I_5 \cdot R_5 + I_6 \cdot R_6 + I_1 \cdot R_1 = E_1 \quad (III)$$

$$I = \begin{pmatrix} I_1 & I_2 & I_3 & I_4 & I_5 & I_6 \\ 0.5573 & 0.3577 & 0.4041 & 0.0464 & 0.5109 & 0.1532 \end{pmatrix}$$

Направления токов выбраны произвольно и указаны на схеме. Отрицательные значения токов свидетельствуют о том, их направления в ветвях противоположны выбранным.

## 1.2. Определение токов в ветвях цепи методом контурных токов

При расчете методом контурных токов полагают, что в каждом независимом контуре схемы течет свой контурный ток. Уравнения составляют относительно контурных токов, после чего через них определяют токи ветвей. Количество уравнений в системе будет равно количеству независимых контуров.

В заданной цепи три независимых контура. Выбираем независимые контуры и направляем в них токи. Составим расчетную систему уравнений для искомых контурных токов:

$$R_{11} \cdot I_{k1} + R_{12} \cdot I_{k2} + R_{13} \cdot I_{k3} = E_{11}$$

$$R_{21} \cdot I_{k1} + R_{22} \cdot I_{k2} + R_{23} \cdot I_{k3} = E_{22}$$

$$R_{31} \cdot I_{k1} + R_{32} \cdot I_{k2} + R_{33} \cdot I_{k3} = E_{33}$$

Определим собственные сопротивления контуров. Собственным сопротивлением контура называют сумму всех сопротивлений, входящих в данный контур.

$$R_{11} = R_1 + R_2 + R_4 + R_6 = 30 + 25 + 25 + 20 = 100 \cdot (\text{Ом})$$

$$R_{22} = R_3 + R_2 + R_6 = 30 + 25 + 20 = 75 \cdot (\text{Ом})$$

$$R_{33} = R_5 + R_1 + R_6 = 20 + 30 + 20 = 70 \cdot (\text{Ом})$$

Взаимными сопротивлениями контуров называют сопротивления, одновременно входящие в два разных контура. Они обозначаются буквой R с двумя индексами, первый из которых соответствует номеру рассматриваемого контура, а второй - номеру контура, имеющего общее сопротивление с рассматриваемым контуром. Взаимные сопротивления считаются положительными, если контурные токи, протекающие по этим сопротивлениям, имеют одинаковое направление, и отрицательными, если направления контурных токов противоположны.

$$R_{21} = R_{12} = -(R_2 + R_6) = -(25 + 20) = -45 \cdot (\text{Ом})$$

$$R_{31} = R_{13} = -(R_1 + R_6) = -(30 + 20) = -50 \cdot (\text{Ом})$$

$$R_{32} = R_{23} = R_6 = 20 \cdot (\text{Ом})$$

Определение контурных Э.Д.С. Контурной Э.Д.С. называют алгебраическую сумму всех э. д. с. контура. При этом обход контура производят по направлению контурного тока и э. д. с. берут со знаком "плюс", если ее направление совпадает с направлением контурного тока, и со знаком "минус", если эти направления противоположны.

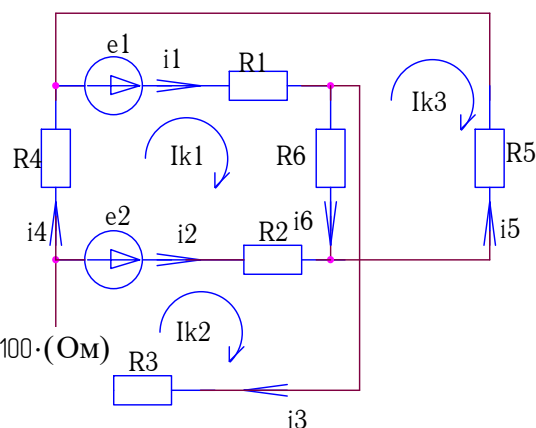
$$E_{11} = E_1 - E_2 = 30 - 18 = 12 \cdot (\text{В})$$

$$E_{22} = E_2 = 18 \text{ В}$$

$$E_{33} = -E_1 = -30 \text{ В}$$

Перепишем данную систему в матричном виде, где:

$$\begin{pmatrix} R_{11} & R_{12} & R_{13} \\ R_{21} & R_{22} & R_{23} \\ R_{31} & R_{32} & R_{33} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I_{k1} \\ I_{k2} \\ I_{k3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E_{11} \\ E_{22} \\ E_{33} \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 100 \cdot I_{k1} - 50 \cdot I_{k3} - 45 \cdot I_{k2} \\ 75 \cdot I_{k2} - 45 \cdot I_{k1} + 20 \cdot I_{k3} \\ 20 \cdot I_{k2} - 50 \cdot I_{k1} + 70 \cdot I_{k3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12 \\ 18 \\ -30 \end{pmatrix}$$



вычислим определители системы

$$\Delta = \begin{pmatrix} R_{11} & R_{12} & R_{13} \\ R_{21} & R_{22} & R_{23} \\ R_{31} & R_{32} & R_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 100 & -45 & -50 \\ -45 & 75 & 20 \\ -50 & 20 & 70 \end{pmatrix}$$

$$\Delta = (R_{22} \cdot R_{33} - R_{23} \cdot R_{32}) \cdot R_{11} + (R_{13} \cdot R_{32} - R_{12} \cdot R_{33}) \cdot R_{21} + (R_{12} \cdot R_{23} - R_{13} \cdot R_{22}) \cdot R_{31} =$$

$$= (75 \cdot 70 - 20 \cdot 20) \cdot 100 + (-50 \cdot 20 - -45 \cdot 70) \cdot -45 + (-45 \cdot 20 - -50 \cdot 75) \cdot -50 = 2.4575 \times 10^5$$

$$\Delta_1 = \begin{pmatrix} E_{11} & R_{12} & R_{13} \\ E_{22} & R_{22} & R_{23} \\ E_{33} & R_{32} & R_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12 & -45 & -50 \\ 18 & 75 & 20 \\ -30 & 20 & 70 \end{pmatrix}$$

$$\Delta_1 = (R_{22} \cdot R_{33} - R_{23} \cdot R_{32}) \cdot E_{11} + (R_{13} \cdot R_{32} - R_{12} \cdot R_{33}) \cdot E_{22} + (R_{12} \cdot R_{23} - R_{13} \cdot R_{22}) \cdot E_{33} =$$

$$= (75 \cdot 70 - 20 \cdot 20) \cdot 12 + (-50 \cdot 20 - -45 \cdot 70) \cdot 18 + (-45 \cdot 20 - -50 \cdot 75) \cdot -30 = 1.14 \times 10^4$$

$$\Delta_2 = \begin{pmatrix} R_{11} & E_{11} & R_{13} \\ R_{12} & E_{22} & R_{23} \\ R_{31} & E_{33} & R_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 100 & 12 & -50 \\ -45 & 18 & 20 \\ -50 & -30 & 70 \end{pmatrix}$$

$$\Delta_2 = (R_{31} \cdot R_{23} - R_{21} \cdot R_{33}) \cdot E_{11} + (R_{11} \cdot R_{33} - R_{31} \cdot R_{13}) \cdot E_{22} + (R_{21} \cdot R_{13} - R_{11} \cdot R_{23}) \cdot E_{33} =$$

$$= (-50 \cdot 20 - -45 \cdot 70) \cdot 12 + (100 \cdot 70 - -50 \cdot -50) \cdot 18 + (-45 \cdot -50 - 100 \cdot 20) \cdot -30 = 9.93 \times 10^4$$

$$\Delta_3 = \begin{pmatrix} R_{11} & R_{12} & E_{11} \\ R_{12} & R_{22} & E_{22} \\ R_{31} & R_{32} & E_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 100 & -45 & 12 \\ -45 & 75 & 18 \\ -50 & 20 & -30 \end{pmatrix}$$

$$\Delta_3 = (R_{21} \cdot R_{32} - R_{31} \cdot R_{22}) \cdot E_{11} + (R_{31} \cdot R_{12} - R_{11} \cdot R_{32}) \cdot E_{22} + (R_{11} \cdot R_{22} - R_{21} \cdot R_{12}) \cdot E_{33} =$$

$$= (-45 \cdot 20 - -50 \cdot 75) \cdot 12 + (-50 \cdot -45 - 100 \cdot 20) \cdot 18 + (100 \cdot 75 - -45 \cdot -45) \cdot -30 = -1.2555 \times 10^5$$

Найдем неизвестные контурные токи:

$$I_{k1} = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{1.14 \times 10^4}{2.4575 \times 10^5} = 0.0464 \cdot (\text{A})$$

$$I_{k2} = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{9.93 \times 10^4}{2.4575 \times 10^5} = 0.4041 \cdot (\text{A})$$

$$I_{k3} = \frac{\Delta_3}{\Delta} = \frac{-1.2555 \times 10^5}{2.4575 \times 10^5} = -0.5109 \cdot (\text{A})$$

Определим токи в ветвях заданной схемы, рассматривая ток в каждой ветви как алгебраическую сумму контурных токов, протекающих в этой ветви, а также рассчитаем напряжения на элементах цепи

$$I_1 = I_{k1} - I_{k3} = 0.0464 - -0.5109 = 0.5573 \text{ (A)};$$

$$U_{R1} = I_1 \cdot R_1 = 0.5573 \cdot 30 = 16.7182 \cdot (\text{B});$$

$$I_2 = I_{k2} - I_{k1} = 0.4041 - 0.0464 = 0.3577 \cdot (\text{A});$$

$$U_{R2} = I_2 \cdot R_2 = 0.3577 \cdot 25 = 8.942 \cdot (\text{B});$$

$$I_3 = I_{k2} = 0.4041 \cdot (\text{A});$$

$$U_{R3} = I_3 \cdot R_3 = 0.4041 \cdot 30 = 12.1221 \cdot (\text{B});$$

$$I_4 = I_{k1} = 0.0464 \cdot (\text{A});$$

$$U_{R4} = I_4 \cdot R_4 = 0.0464 \cdot 25 = 1.1597 \cdot (\text{B});$$

$$I_5 = -I_{k3} = 0.5109 \cdot (\text{A});$$

$$U_{R5} = I_5 \cdot R_5 = 0.5109 \cdot 20 = 10.2177 \cdot (\text{B});$$

$$I_6 = I_{k1} - I_{k3} - I_{k2} = 0.0464 - -0.5109 - 0.4041 = 0.1532 \text{ (A)}; U_{R6} = I_6 \cdot R_6 = 0.1532 \cdot 20 = 3.0641 \cdot (\text{B}).$$

### 1.3. Определение токов в ветвях цепи методом узловых потенциалов:

Расчет сложных электрических цепей методом узловых потенциалов, или узловых напряжений, сводится к решению системы уравнений, составленных только по первому закону Кирхгофа. Из этих уравнений определяют напряжения в узлах схемы электрической цепи относительно некоторого базисного узла, потенциал которого принимают равным нулю, а токи в ветвях, соединяющих узлы, находят по закону Ома. Количество уравнений, необходимых для определения потенциалов, равно количеству узлов схемы минус единица.

В заданной цепи четыре узла. Приравняем нулю потенциал узла 4,  $\phi_4 = 0$

Составим расчетную систему уравнений для узлов потенциалы которых подлежат определению:

$$G_{11} \cdot \phi_1 - G_{12} \cdot \phi_2 - G_{13} \cdot \phi_3 = J_{11}$$

$$-G_{21} \cdot \phi_1 + G_{22} \cdot \phi_2 - G_{23} \cdot \phi_3 = J_{22}$$

$$-G_{31} \cdot \phi_1 - G_{32} \cdot \phi_2 + G_{33} \cdot \phi_3 = J_{33}$$

Для узла 4 уравнения не составляются, так как потенциал этого узла известен:

где  $G_{kk}$  - собственная проводимость k-го узла, равная сумме проводимостей всех ветвей, соединенных с этим узлом;

$G_{kj}$  - взаимная проводимость между k-м и j-м узлами, равная сумме проводимостей ветвей, соединяющих эти узлы;

$J_{kk}$  - узловой ток k-го узла, равный алгебраической сумме токов источников тока, подсоединенных к k-му узлу, эти токи берутся со знаком "плюс", если они направлены к узлу, и со знаком "минус", если направлены от узла.

Определим узловые и межузловые проводимости

$$G_{11} = \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5} + \frac{1}{R_1} = \frac{1}{25} + \frac{1}{20} + \frac{1}{30} = 0.1233 \cdot (\text{См})$$

$$G_{22} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} = \frac{1}{25} + \frac{1}{30} + \frac{1}{25} = 0.1133 \cdot (\text{См})$$

$$G_{33} = \frac{1}{R_6} + \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_3} = \frac{1}{20} + \frac{1}{30} + \frac{1}{30} = 0.1167 \cdot (\text{См})$$

$$G_{21} = G_{12} = \frac{1}{R_4} = \frac{1}{25} = 0.04 \cdot (\text{См})$$

$$G_{31} = G_{13} = \frac{1}{R_1} = \frac{1}{30} = 0.0333 \cdot (\text{См})$$

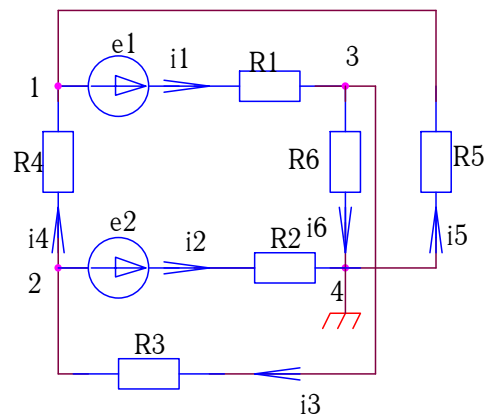
$$G_{32} = G_{23} = \frac{1}{R_3} = \frac{1}{30} = 0.0333 \cdot (\text{См})$$

Определим узловые токи:

$$J_{11} = -\frac{E_1}{R_1} = -\frac{30}{30} = -1 \cdot (\text{А})$$

$$J_{22} = \frac{-E_2}{R_2} = \frac{-18}{25} = -0.72 \cdot (\text{А})$$

$$J_{33} = \frac{E_1}{R_1} = \frac{30}{30} = 1 \cdot (\text{А})$$



Данную систему запишем в матричном виде, где:

$$\begin{pmatrix} G_{11} & -G_{12} & -G_{13} \\ -G_{21} & G_{22} & -G_{23} \\ -G_{31} & -G_{32} & G_{33} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \\ \phi_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} J_{11} \\ J_{22} \\ J_{33} \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} -0.04 \cdot \phi_2 + 0.1233 \cdot \phi_1 + -0.0333 \cdot \phi_3 \\ -0.04 \cdot \phi_1 + 0.1133 \cdot \phi_2 + -0.0333 \cdot \phi_3 \\ 0.1167 \cdot \phi_3 + -0.0333 \cdot \phi_1 + -0.0333 \cdot \phi_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ -0.72 \\ 1 \end{pmatrix}$$

вычислим определители системы

$$\Delta = \begin{pmatrix} G_{11} & -G_{12} & -G_{13} \\ -G_{21} & G_{22} & -G_{23} \\ -G_{31} & -G_{32} & G_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.1233 & -0.04 & -0.0333 \\ -0.04 & 0.1133 & -0.0333 \\ -0.0333 & -0.0333 & 0.1167 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} \Delta &= (G_{22} \cdot G_{33} - G_{23} \cdot G_{32}) \cdot G_{11} - (G_{12} \cdot G_{33} + G_{13} \cdot G_{32}) \cdot G_{21} - (G_{12} \cdot G_{23} + G_{13} \cdot G_{22}) \cdot G_{31} = \\ &= (0.113 \cdot 0.117 - 0.033 \cdot 0.033) \cdot 0.123 - (0.04 \cdot 0.117 + 0.033 \cdot 0.033) \cdot 0.04 - (0.04 \cdot 0.033 + 0.033 \cdot 0.113) \cdot 0.033 = \\ &= 0.0011 \end{aligned}$$

$$\Delta_1 = \begin{pmatrix} J_{11} & -G_{12} & -G_{13} \\ J_{22} & G_{22} & -G_{23} \\ J_{33} & -G_{32} & G_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & -0.04 & -0.0333 \\ -0.72 & 0.1133 & -0.0333 \\ 1 & -0.0333 & 0.1167 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} \Delta_1 &= (G_{22} \cdot G_{33} - G_{23} \cdot G_{32}) \cdot J_{11} + (G_{12} \cdot G_{33} + G_{13} \cdot G_{32}) \cdot J_{22} + (G_{12} \cdot G_{23} + G_{13} \cdot G_{22}) \cdot J_{33} = \\ &= (0.113 \cdot 0.117 - 0.033 \cdot 0.033) \cdot -1 + (0.04 \cdot 0.117 + 0.033 \cdot 0.033) \cdot -0.72 + (0.04 \cdot 0.033 + 0.033 \cdot 0.113) = -0.0112 \end{aligned}$$

$$\Delta_2 = \begin{pmatrix} G_{11} & J_{11} & -G_{13} \\ -G_{21} & J_{22} & -G_{23} \\ -G_{31} & J_{33} & G_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.1233 & -1 & -0.0333 \\ -0.04 & -0.72 & -0.0333 \\ -0.0333 & 1 & 0.1167 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} \Delta_2 &= (G_{21} \cdot G_{33} + G_{31} \cdot G_{23}) \cdot J_{11} + (G_{11} \cdot G_{33} - G_{31} \cdot G_{13}) \cdot J_{22} + (G_{21} \cdot G_{13} + G_{11} \cdot G_{23}) \cdot J_{33} = \\ &= (0.04 \cdot 0.117 + 0.033 \cdot 0.033) \cdot -1 + (0.123 \cdot 0.117 - 0.033 \cdot 0.033) \cdot -0.72 + (0.04 \cdot 0.033 + 0.123 \cdot 0.033) \end{aligned}$$

$$\Delta_3 = \begin{pmatrix} G_{11} & G_{12} & J_{11} \\ G_{12} & G_{22} & J_{22} \\ G_{31} & G_{32} & J_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.1233 & 0.04 & -1 \\ 0.04 & 0.1133 & -0.72 \\ 0.0333 & 0.0333 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} \Delta_3 &= (G_{21} \cdot G_{32} + G_{31} \cdot G_{22}) \cdot J_{11} + (G_{31} \cdot G_{12} + G_{11} \cdot G_{32}) \cdot J_{22} + (G_{11} \cdot G_{22} - G_{21} \cdot G_{12}) \cdot J_{33} = \\ &= (0.04 \cdot 0.033 + 0.033 \cdot 0.113) \cdot -1 + (0.033 \cdot 0.04 + 0.123 \cdot 0.033) \cdot -0.72 + (0.123 \cdot 0.113 - 0.04 \cdot 0.04) = 0.0034 \end{aligned}$$

потенциалы узлов будут равны:

$$\phi_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{-0.0112}{0.0011} = -10.2177 \cdot (B)$$

$$\phi_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{-0.0099}{0.0011} = -9.058 \cdot (B)$$

$$\phi_3 = \frac{\Delta_3}{\Delta} = \frac{0.0033}{0.0011} = 3.0641 \cdot (B)$$

Расчитаем напряжения на элементах цепи и используя закон Ома, определим токи в ветвях

$$U_{R1} = E_1 + \phi_1 - \phi_3 = 30 + -10.2177 - 3.0641 = 16.7182 \cdot (A); \quad I_1 = \frac{U_{R1}}{R_1} = \frac{16.7182}{30} = 0.5573 \cdot (B);$$

$$U_{R2} = E_2 + \phi_2 - \phi_4 = 18 + -9.058 - 0 = 8.942 \cdot (A); \quad I_2 = \frac{U_{R2}}{R_2} = \frac{8.942}{25} = 0.3577 \cdot (B);$$

$$U_{R3} = \phi_3 - \phi_2 = 3.0641 - -9.058 = 12.1221 \cdot (A); \quad I_3 = \frac{U_{R3}}{R_3} = \frac{12.1221}{30} = 0.4041 \cdot (B);$$

$$U_{R4} = \phi_2 - \phi_1 = -9.058 - -10.2177 = 1.1597 \cdot (A); \quad I_4 = \frac{U_{R4}}{R_4} = \frac{1.1597}{25} = 0.0464 \cdot (B);$$

$$U_{R5} = \phi_4 - \phi_1 = 0 - -10.2177 = 10.2177 \cdot (A); \quad I_5 = \frac{U_{R5}}{R_5} = \frac{10.2177}{20} = 0.5109 \cdot (B);$$

$$U_{R6} = \phi_3 - \phi_4 = 3.0641 - 0 = 3.0641 \cdot (A); \quad I_6 = \frac{U_{R6}}{R_6} = \frac{3.0641}{20} = 0.1532 \cdot (B).$$

### 1.3. Напряжения на конденсаторах

$$U_{c1} = E_2 - E_3 - U_{R3} = 18 - 16 - 12.1221 = -10.1221 \cdot (B)$$

$$U_{c2} = U_{R3} - E_2 = 12.1221 - 18 = -5.8779 \cdot (B)$$

### 1.4. Проверка расчета цепи выполняется по уравнению энергитического баланса

Для любой электрической цепи мощность, потребляемая резисторами этой цепи должна равняться мощности источников энергии. Уравнение энергетического баланса (баланса мощностей) в общем виде записывается следующим образом:

$$\sum_k (E_k \cdot I_k) + \sum_k (J_k \cdot U_k) = \sum_k (I_k^2 \cdot R_k)$$

Для заданной электрической цепи уравнения баланса мощностей имеет вид:  
Мощность источников энергии:

$$P_{ист} = E_1 \cdot I_1 + E_2 \cdot I_2 = 30 \cdot 0.5573 + 18 \cdot 0.3577 = 23.1563 \cdot (Вт)$$

Мощность потребляемая резисторами:

$$\begin{aligned} P_r &= I_1^2 \cdot R_1 + I_2^2 \cdot R_2 + I_3^2 \cdot R_3 + I_4^2 \cdot R_4 + I_5^2 \cdot R_5 + I_6^2 \cdot R_6 = \\ &= 0.5573^2 \cdot 30 + 0.3577^2 \cdot 25 + 0.4041^2 \cdot 30 + 0.0464^2 \cdot 25 + 0.5109^2 \cdot 20 + 0.1532^2 \cdot 20 = \\ &= 9.3165 + 3.1984 + 4.8982 + 0.0538 + 5.2202 + 0.4694 = 23.1564 \cdot (Вт) \end{aligned}$$

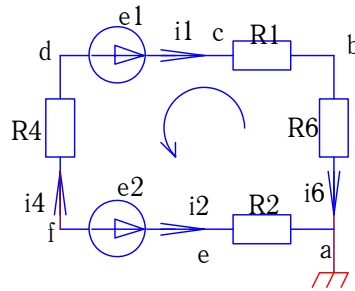
погрешность расчета равна:

$$\eta = \frac{|P_{ист} - P_r|}{P_{ист}} \cdot 100\% = \frac{|23.1563 - 23.1564|}{23.1563} \cdot 100\% = 3.5506 \times 10^{-4} \cdot \%$$

## 1.5. Построение потенциальной диаграммы

Под потенциальной диаграммой понимают график распределения потенциала вдоль какого-либо участка цепи или замкнутого контура. По оси абсцисс на нем откладывают сопротивления вдоль контура, начиная с какой-либо произвольной точки, по оси ординат - потенциалы. Каждой точке участка цепи или замкнутого контура соответствует своя точка на потенциальной диаграмме

Построим потенциальную диаграмму для контура, в который входят источники ЭДС  $E_1$  и  $E_2$



приравняем потенциал точки "а" к нулю.

$$\phi_a = 0$$

$$\phi_b = U_{R6} + \phi_a = 3.0641 + 0 = 3.0641 \cdot (\text{В})$$

$$\phi_c = U_{R1} + \phi_b = 16.7182 + 3.0641 = 19.7823 \cdot (\text{В})$$

$$\phi_d = -E_1 + \phi_c = -30 + 19.7823 = -10.2177 \cdot (\text{В})$$

$$\phi_f = U_{R4} + \phi_d = 1.1597 + (-10.2177) = -9.058 \cdot (\text{В})$$

$$\phi_e = \phi_f + E_2 = -9.058 + 18 = 8.942 \cdot (\text{В})$$

$$\phi_a = \phi_e - U_{R2} = 8.9 - 8.9 = 0 \cdot (\text{В})$$

$$R_a = 0$$

$$R_b = R_a + R_6 = 0 + 20 = 20 \cdot (\text{Ом})$$

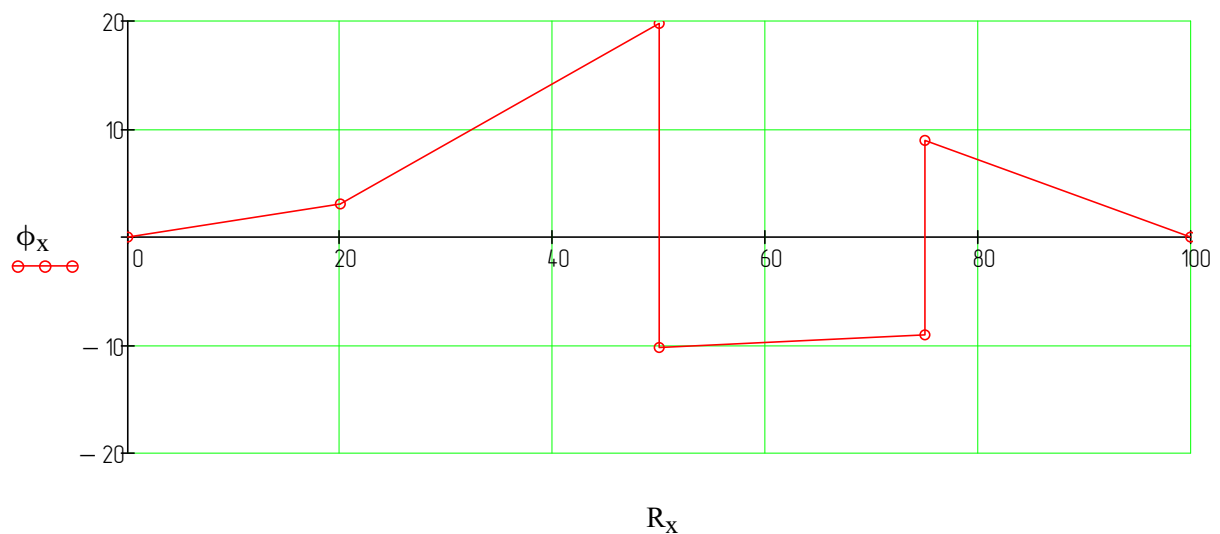
$$R_c = R_b + R_1 = 20 + 30 = 50 \cdot (\text{Ом})$$

$$R_d = R_c + 0 = 50 + 0 = 50 \cdot (\text{Ом})$$

$$R_f = R_d + R_4 = 50 + 25 = 75 \cdot (\text{Ом})$$

$$R_e = R_f + 0 = 75 + 0 = 75 \cdot (\text{Ом})$$

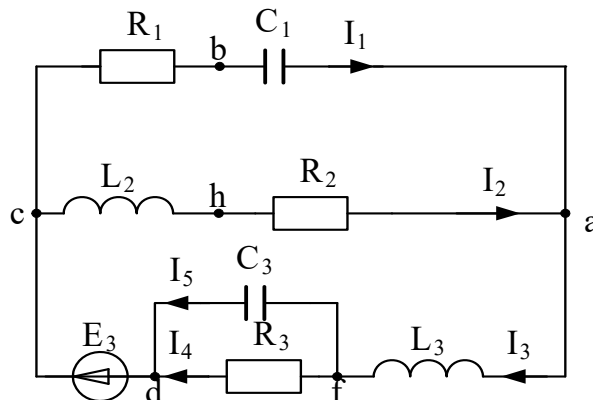
$$R_{\Sigma} = R_e + R_2 = 75 + 25 = 100 \cdot (\text{Ом})$$





**Задача 2.** Для заданной в соответствии с вариантом цепи выполнить следующее.

1. Определить действующие значения токов в ветвях и напряжений на участках цепи удобным методом.
2. Оценить точность вычислений, решив уравнение баланса активных и реактивных мощностей.
3. Записать мгновенные значения токов и напряжений цепи.
4. Построить на комплексной плоскости лучевую векторную диаграмму токов и топографическую векторную диаграмму напряжений цепи.



Исходные данные:

$$\begin{aligned}
 E_k &= 128 \cdot (\text{В}) & \psi_k &= -60^\circ & k &= 3 \\
 R_1 &= 130 \cdot (\text{Ом}) & R_2 &= 115 \cdot (\text{Ом}) & R_3 &= 110 \cdot (\text{Ом}) \\
 L_1 &= 42 \cdot (\text{мГн}) & L_2 &= 47 \cdot (\text{мГн}) & L_3 &= 43 \cdot (\text{мГн}) \\
 C_1 &= 2.7 \cdot (\text{мкФ}) & C_2 &= 2.2 \cdot (\text{мкФ}) & C_3 &= 2.9 \cdot (\text{мкФ})
 \end{aligned}$$

$$f = 400 \cdot (\text{Гц})$$

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot f = 2 \cdot \pi \cdot 400 = 2513.2741 \cdot \left( \frac{\text{рад}}{\text{с}} \right)$$

значение Э.Д.С. в комплексной форме:

$$E_3 = E_k \cdot e^{j \cdot \psi_k} = 64 - 110.8513j = 128 \cdot e^{-60 \cdot j}$$

значение реактивных сопротивлений на частоте источника ЭДС:

$$x_{L1} = \omega \cdot L_1 = 2513.2741 \cdot 0.042 = 105.5575 \cdot (\text{Ом})$$

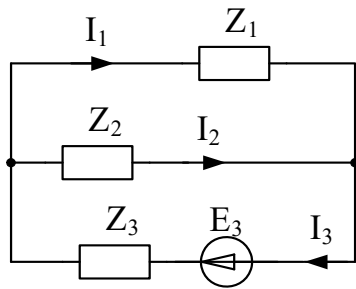
$$x_{L2} = \omega \cdot L_2 = 2513.2741 \cdot 0.047 = 118.1239 \cdot (\text{Ом})$$

$$x_{C2} = \frac{1}{\omega \cdot C_2} = \frac{1}{2513.2741 \cdot 2.2 \times 10^{-6}} = 180.8579 \cdot (\text{Ом})$$

$$x_{C3} = \frac{1}{\omega \cdot C_3} = \frac{1}{2513.2741 \cdot 2.9 \times 10^{-6}} = 137.2025 \cdot (\text{Ом})$$

Определение эквивалентного сопротивления:

сопротивление ветвей

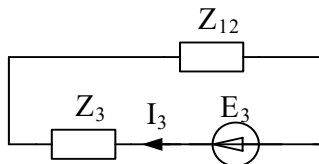


$$z_1 = R_1 - j \cdot x_{c1} = 130 - j \cdot 147.3657 = 130 - 147.3657j = 196.5112 \cdot e^{-48.5826 \cdot j}$$

$$z_2 = R_2 + j \cdot x_{L2} = 115 + 118.1239j = 164.8583 \cdot e^{45.7677 \cdot j}$$

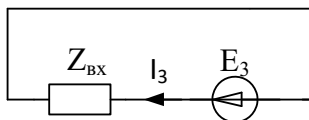
$$z_3 = \frac{R_3 \cdot (-j \cdot x_{c3})}{R_3 - j \cdot x_{c3}} + j \cdot x_{L3} = \frac{110 \cdot (-j) \cdot 137.2025}{110 - j \cdot 137.2025} + j \cdot 108.0708 = 66.9597 + 54.3869j = 86.2643 \cdot e^{39.0846 \cdot j}$$

эквивалентное сопротивление параллельно соединенных ветвей



$$z_{12} = \frac{z_1 \cdot z_2}{z_1 + z_2} = \frac{196.5112 \cdot e^{-48.5826 \cdot j} \cdot 164.8583 \cdot e^{45.7677 \cdot j}}{130 - 147.3657j + 115 + 118.1239j} = 130.98 + 9.1394j = 131.2987 \cdot e^{3.9914 \cdot j}$$

эквивалентное сопротивление всей цепи:



$$z_{BX} = z_3 + z_{12} = 66.9597 + 54.3869j + 130.9802 + 9.1394j = 197.94 + 63.5262j = 207.8841 \cdot e^{17.7934 \cdot j}$$

## 2. Вычислим токи ветвей.

По закону Ома определяем ток на входе цепи.

$$I_3 = \frac{E_3}{z_{BX}} = \frac{64 - 110.8513j}{207.8841 \cdot e^{17.7934 \cdot j}} = 0.1302 - 0.6018j = 0.6157 \cdot e^{-77.793 \cdot j}$$

Действующее значение напряжения на участках цепи

$$U_1 = U_2 = I_3 \cdot z_{12} = 0.6157 \cdot e^{-77.7934 \cdot j} \cdot 131.2987 \cdot e^{3.9914 \cdot j} = 22.552 - 77.635j = 80.844 \cdot e^{-73.802 \cdot j}$$

Расчет действующие значений токов в параллельных ветвях:

$$I_1 = \frac{U_1}{Z_1} = \frac{80.8442 \cdot e^{-73.8019 \cdot j}}{196.5112 \cdot e^{-48.5826 \cdot j}} = 0.3722 - 0.1753j = 0.4114 \cdot e^{-25.219 \cdot j}$$

$$I_2 = \frac{U_2}{Z_2} = \frac{80.8442 \cdot e^{-73.8019 \cdot j}}{164.8583 \cdot e^{45.7677 \cdot j}} = -0.242 - 0.4265j = 0.4904 \cdot e^{-119.57 \cdot j}$$

$$I_4 = \frac{I_3 \cdot j \cdot x_{c3}}{R_3 - j \cdot x_{c3}} = \frac{0.6157 \cdot e^{-77.7934 \cdot j} \cdot (-j) \cdot 137.2025}{110 - j \cdot 137.2025} = -0.2144 - 0.4299j = 0.4804 \cdot e^{-116.51 \cdot j}$$

$$I_5 = \frac{I_3 \cdot R_3}{R_3 - j \cdot x_{c3}} = \frac{0.6157 \cdot e^{-77.7934 \cdot j} \cdot 110}{110 - j \cdot 137.2025} = 0.3446 - 0.1719j = 0.3851 \cdot e^{-26.514 \cdot j}$$

**Действующие значения напряжений на каждом элементе**

$$U_{R1} = I_1 \cdot R_1 = 0.4114 \cdot e^{-25.2193 \cdot j} \cdot 130 = 48.384 - 22.788j = 53.482 \cdot e^{-25.219 \cdot j}$$

$$U_{R2} = I_2 \cdot R_2 = 0.4904 \cdot e^{-119.5696 \cdot j} \cdot 115 = -27.83 - 49.049j = 56.394 \cdot e^{-119.57 \cdot j}$$

$$U_{R3} = I_4 \cdot R_3 = 0.4804 \cdot e^{-116.5137 \cdot j} \cdot 110 = -23.59 - 47.286j = 52.844 \cdot e^{-116.51 \cdot j}$$

$$U_{L3} = I_3 \cdot j \cdot x_{L3} = 0.6157 \cdot e^{-77.7934 \cdot j} \cdot j \cdot 108.0708 = 65.038 + 14.07j = 66.542 \cdot e^{12.207 \cdot j}$$

$$U_{L2} = I_2 \cdot j \cdot x_{L2} = 0.4904 \cdot e^{-119.5696 \cdot j} \cdot j \cdot 118.1239 = 50.382 - 28.586j = 57.926 \cdot e^{-29.57 \cdot j}$$

$$U_{c3} = I_5 \cdot j \cdot x_{c3} = 0.3851 \cdot e^{-26.5137 \cdot j} \cdot (-j) \cdot 137.2025 = -23.59 - 47.286j = 52.844 \cdot e^{-116.51 \cdot j}$$

$$U_{c1} = I_1 \cdot j \cdot x_{c1} = 0.4114 \cdot e^{-25.2193 \cdot j} \cdot (-j) \cdot 147.3657 = -25.832 - 54.847j = 60.626 \cdot e^{-115.22 \cdot j}$$

**Мгновенные значения токов**

$$i_1(t) = |I_1| \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega \cdot t + \angle(I_1)) = 0.5818 \cdot \sin(2513 \cdot t - 25.22)$$

$$i_2(t) = |I_2| \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega \cdot t + \angle(I_2)) = 0.6935 \cdot \sin(2513 \cdot t - 119.6)$$

$$i_3(t) = |I_3| \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega \cdot t + \angle(I_3)) = 0.8708 \cdot \sin(2513 \cdot t - 77.79)$$

$$i_4(t) = |I_4| \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega \cdot t + \angle(I_4)) = 0.6794 \cdot \sin(2513 \cdot t - 116.5)$$

$$i_5(t) = |I_5| \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega \cdot t + \angle(I_5)) = 0.5447 \cdot \sin(2513 \cdot t - 26.51)$$

**Мгновенные значения напряжений на всех элементах цепи**

$$u_{R1}(t) = |U_{R1}| \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega \cdot t + \angle(U_{R1})) = 75.63 \cdot \sin(2513 \cdot t - 25.22)$$

$$u_{R2}(t) = |U_{R2}| \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega \cdot t + \angle(U_{R2})) = 79.75 \cdot \sin(2513 \cdot t - 119.6)$$

$$u_{R3}(t) = |U_{R3}| \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega \cdot t + \angle(U_{R3})) = 74.73 \cdot \sin(2513 \cdot t - 116.5)$$

$$u_{L3}(t) = |U_{L3}| \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega \cdot t + \angle(U_{L3})) = 94.1 \cdot \sin(2513 \cdot t + 12.21)$$

$$u_{c3}(t) = |U_{c3}| \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega \cdot t + \angle(U_{c3})) = 74.73 \cdot \sin(2513 \cdot t - 116.5)$$

$$u_{L2}(t) = |U_{L2}| \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega \cdot t + \angle(U_{L2})) = 81.92 \cdot \sin(2513 \cdot t - 29.57)$$

$$u_{c1}(t) = |U_{c1}| \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega \cdot t + \angle(U_{c1})) = 85.74 \cdot \sin(2513 \cdot t - 115.2)$$

## 2. Баланс мощностей:

Полная мощность генератора:

\*

$$S = E_3 \cdot I_3 = 128 \cdot e^{-60 \cdot j} \cdot 0.6157 \cdot e^{77.7934 \cdot j} = 75.043 + 24.084j \text{ (ВА)}$$

Потребляемая активная мощность:

$$P = I_1^2 \cdot R_1 + I_2^2 \cdot R_2 + I_4^2 \cdot R_3 = 0.4114^2 \cdot 130 + 0.4904^2 \cdot 115 + 0.4804^2 \cdot 110 = 75.0442 \cdot \text{Вт}$$

Реактивная мощность цепи:

$$Q = I_1^2 \cdot (-x_{c1}) + I_5^2 \cdot (-x_{c3}) + I_3^2 \cdot x_{L3} + I_2^2 \cdot x_{L2} = \\ = 0.411^2 \cdot -147.366 + 0.385^2 \cdot -137.203 + 0.616^2 \cdot 108.071 + 0.49^2 \cdot 118.124 = 24.085 \cdot \text{Вар}$$

Погрешность расчета:

$$\eta_P = \left| \frac{S_P - P}{S_P} \right| \cdot 100\% = \left| \frac{75.043 - 75.0442}{75.043} \right| \cdot 100\% = 0.0016\%$$

$$\eta_Q = \left| \frac{S_Q - Q}{S_Q} \right| \cdot 100\% = \left| \frac{24.084 - 24.0845}{24.084} \right| \cdot 100\% = 0.0023\%$$

## 4. построение совмещенной векторной диаграммы токов и топографической диаграммы напряжений:

Определим потенциалы всех точек, пусть  $\phi_a = 0$ :

$$\phi_h = \phi_a + U_{R2} = 0 + -27.8296 - 49.0494j = -27.8296 - 49.0494j = 56.3944 \cdot e^{-119.5696 \cdot j}$$

$$\phi_b = \phi_a + U_{c1} = 0 + -25.8318 - 54.8472j = -25.8318 - 54.8472j = 60.6259 \cdot e^{-115.2193 \cdot j}$$

$$\phi_c = \phi_b + U_{R1} = -25.8318 - 54.8472j + 48.384 - 22.7877j = 22.5522 - 77.635j = 80.8442 \cdot e^{-73.8019 \cdot j}$$

$$\phi_d = \phi_c - E_3 = 22.5522 - 77.635j - (64 - 110.8513j) = -41.4478 + 33.2163j = 53.1153 \cdot e^{141.2913 \cdot j}$$

$$\phi_f = \phi_d + U_{c3} = -41.4478 + 33.2163j + -23.59 - 47.2859j = -65.0377 - 14.0696j = 66.5422 \cdot e^{-167.7934 \cdot j}$$

масштаб по току и напряжению

$$m_i = 90., \text{ мА/см}$$

$$m_u = 10., \text{ В/см}$$

Совмещенная векторная диаграмма токов и топографическая диаграмма напряжений

