

Лабораторна робота 4

ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ В УМОВАХ РИЗИКУ. АПОСТЕРІОРНІ ЙМОВІРНОСТІ БАЙЕСА. ФУНКЦІЯ КОРИСНОСТІ

Мета: ознайомлення з методами прийняття рішень в умовах ризику. Студент має сформулювати отримання завдання прийняття рішення в умовах ризику та обрати оптимальну альтернативу.

Основні теоретичні відомості

В цій лабораторній розглядаються дві модифікації критерію очікуваного значення. Перша полягає у визначенні апостеріорної ймовірності на основі експерименту над досліджуваною системою, друга - у визначенні корисності реальної вартості грошей.

Апостеріорні ймовірності Байеса

При формулюванні критерію очікуваного значення, розподіли ймовірностей, які використовуються виходять, як правило, з накопиченої раніше інформації. У деяких випадках виявляється можливим перерахувати ці ймовірності за допомогою поточної і / або отриманої раніше інформації, яка зазвичай ґрунтується на дослідженні вибірових (або експериментальних) даних. Отримувані при цьому ймовірності називають *апостеріорними* (або *байесовськими*), на відміну від *апріорних*, отриманих з вихідної інформації. Приклад показує, як розглянутий в лабораторній роботі 3, критерій очікуваного значення можна модифікувати так, щоб скористатися новою інформацією, що міститься в апостеріорних ймовірностях.

Приклад: В прикладі лабораторної роботи 3 апріорні ймовірності 0,6 і 0,4 підвищення та зниження котирувань акцій на біржі були визначені з наявних публікацій фінансового характеру.

Припустимо, замість того, щоб повністю покладатися на ці публікації, ви вирішили провести приватне дослідження шляхом консультацій з експертом, який добре розбирається в питаннях, що стосуються фондової біржі. Експерт висловить спільну думку "за" або "проти" інвестицій, яка в подальшому визначається кількісно наступним чином. При підвищенні котирувань його думка з 90% -ною вірогідністю буде "за", при зниженні котирувань вірогідність його думки "за" зменшиться до 50%. Яким чином можна отримати користь з цієї додаткової інформації?

Думка експерта фактично представляє умовні ймовірності "за-проти" при заданих станах природи у вигляді підвищення та зниження котирувань. Введемо наступні позначення:

v_1 - думка "за",

v_2 - думка "проти",

m_1 - підвищення котирувань,

m_2 - зниження котирувань.

Думку експерта можна записати у вигляді ймовірнісних співвідношень наступним чином:

$$P\{v_1|m_1\} = 0,9, P\{v_1|m_2\} = 0,1,$$

$$P\{v_2|m_1\} = 0,5, P\{v_2|m_2\} = 0,5.$$

За допомогою цієї додаткової інформації задача вибору рішення можна сформулювати наступним чином:

1. Якщо думка експерта "за", акції якої компанії слід купувати - А чи В?

2. Якщо думка експерта "проти", то, знову-таки, - акції якої компанії слід купувати - А чи В?

Розглянуту задачу можна представити у вигляді дерева рішень, показаного на рис.2. Вузлу 1 відповідає випадкова подія (думка експерта) з відповідними можливостями "за" чи "проти". Вузли 2 та 3 представляють вибір між компаніями А та В при відомій думці експерта "за" або "проти" відповідно. Вузли 4-7 відповідають випадковим подіям, пов'язаним з підвищенням і зниженням котирувань.

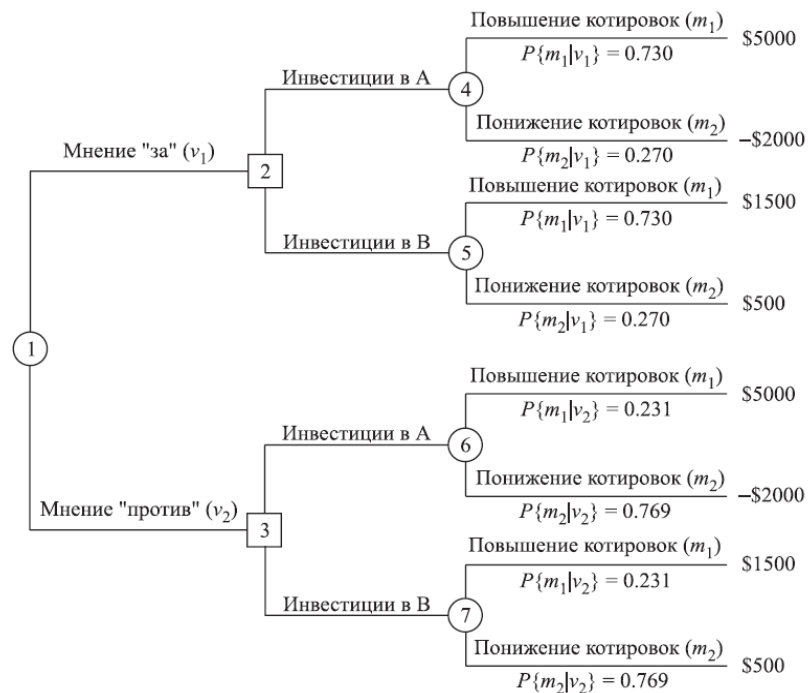


Рис.2.

Для оцінки різних альтернатив, показаних на рис.2, необхідно обчислити апостеріорні ймовірності $P\{m_i|v_j\}$, зазначені на відповідних гілках, що виходять з вузлів 4-7. Ці апостеріорні ймовірності обчислюються з урахуванням додаткової інформації, що міститься в рекомендаціях експерта, за допомогою наступних дій.

Крок 1. Умовні ймовірності $P\{v_j|m_i\}$, для задачі запишемо наступним чином.

$$P\{v_j|m_i\} =$$

	V_1	V_2
m_1	0,9	0,1
m_2	0,5	0,5

Крок 2. Обчислюємо ймовірності спільної появи подій.

При заданих апіорних ймовірностях $P\{m_1\} = 0,6$ і $P\{m_2\} = 0,4$ ймовірності спільної появи подій визначаються множенням першого та другого рядків таблиці, отриманих на кроці 1, на 0,6 та 0,4 відповідно. В результаті маємо наступне

$$P\{m_i|v_j\} =$$

	V_1	V_2
m_1	0,54	0,06
m_2	0,20	0,20

Сума всіх елементів цієї таблиці дорівнює 1.

Крок 3. Обчислюємо абсолютні ймовірності.

Ці ймовірності виходять шляхом підсумовування елементів відповідних стовпців таблиці, отриманої на кроці 2. У підсумку маємо наступне

$P\{v_1\}$	$P\{v_2\}$
0,74	0,26

Крок 4. Визначаємо апостеріорні ймовірності.

Ці ймовірності обчислюються в результаті поділу кожного стовпця таблиці, отриманої на кроці 2, на елемент відповідного стовпця таблиці, обчисленої на кроці 3, що приводить до наступних результатів (округленим до трьох десяткових знаків).

	V_1	V_2
m_1	0,730	0,231
m_2	0,270	0,769

Це ті ймовірності, які показані на рис.2. Вони відрізняються від вихідних апіорних ймовірностей $P\{m_1\} = 0,6$ і $P\{m_2\} = 0,4$.

Тепер можна оцінити альтернативні рішення, засновані на очікуваних платежах для вузлів 4-7.

Думка "за"

Дохід від акцій компанії А в вузлі 4 = $5000 \times 0,730 + (-2000) \times 0,270 = \mathbf{3110}$ (дол.).

Дохід від акцій компанії В в вузлі 5 = $1500 \times 0,730 + 500 \times 0,270 = \mathbf{1230}$ (дол.).

Рішення: Інвестувати в акції компанії А.

Думка "проти"

Дохід від акцій компанії А в вузлі 6 = $5000 \times 0,231 + (-2000) \times 0,769 = \mathbf{-383}$ (дол.).

Дохід від акцій компанії В в вузлі 7 = $1500 \times 0,231 + 500 \times 0,769 = \mathbf{731}$ (дол.).

Рішення: Інвестувати в акції компанії В.

Зауважимо, що попередні рішення еквівалентні твердженням, що плати які очікуються в вузлах 2 і 3 рівні 3110 і 731 дол. відповідно (рис.2). Отже, при відомих ймовірностях $P\{v_1\} = 0,74$ і $P\{v_2\} = 0,26$, обчислених на кроці 3, можна визначити очікувану плату для всього дерева рішень.

Функції корисності.

У попередніх прикладах, *критерій очікуваного значення* застосовувався лише в тих ситуаціях, де платежі виражалися у вигляді реальних грошей. Найчастіше виникають ситуації, коли при аналізі слід використовувати швидше *корисність*, ніж реальну величину платежів. Для демонстрації цього припустимо наступне. Існує шанс 50 на 50, що інвестиція в 20000 дол. Або принесе

прибуток в 40000 дол., або буде повністю втрачена. Відповідно очікуваний прибуток дорівнює $40000 \times 0,5 - 20000 \times 0,5 = 10000$ дол. Хоча тут очікується прибуток у вигляді чистого доходу, різні люди можуть по-різному інтерпретувати отриманий результат. Інвестор, який йде на ризик, може вкласти гроші, щоб з ймовірністю 50% отримати прибуток в 40000 дол. Навпаки, обережний інвестор може не висловити бажання ризикувати втратою 20000 дол.

З цієї точки зору очевидно, що різні індивідууми проявляють різне ставлення до ризику, тобто вони виявляють різну корисність по відношенню до ризику.

Визначення корисності є суб'єктивним. Воно залежить від нашого ставлення до ризику. У цьому розділі ми представляємо систематизовану процедуру числової оцінки ставлення до ризику особи, яка приймає рішення. Кінцевим результатом є функція корисності, яка займає місце реальних грошей.

Задачі до лабораторної роботи

Свій варіант завдання слід отримати у викладача.

1. Фірма " Електра " отримує 75% електронних деталей від постачальника А та 25% від постачальника В. Частка браку в продукції постачальниками А і В становить 1 і 2% відповідно. При перевірці п'яти деталей з отриманої партії виявлена лише одна дефектна. Визначте ймовірність того, що партія отримана від постачальника А. Проведіть аналогічні обчислення щодо постачальника В. (Підказка. Імовірність появи бракованої деталі в партії підпорядковується біноміальному закону розподілу.)

а) Побудуйте відповідне дерево рішень.

б) Знайдіть оптимальне рішення задачі.

2. Поверніться до проблеми вибору рішення фермером Мак-Коем з лабораторної роботи 3. Фермер має додатковий вибір, пов'язаний з використанням землі як пасовища, що гарантовано принесе йому прибуток в 7500 дол. Фермер отримав також додаткову інформацію від брокера, що стосується ступеня стабільності майбутніх цін на продукцію. Оцінки брокера "сприятливий - несприятливий" виражаються кількісно у вигляді наступних умовних ймовірностей.

		a_1	a_2
$P\{a_j s_i\} =$	s_1	0,15	0,85
	s_2	0,50	0,50
	s_3	0,85	0,15

В даному випадку a_1 і a_2 - оцінки брокера "сприятливий" і "несприятливий", а s_1 , s_2 і s_3 представляють зміни в майбутніх цінах: відповідно "зниження", "без змін", "підвищення".

- Побудуйте відповідне дерево рішень.
- Знайдіть оптимальне рішення задачі.

3. Припустимо, що в задачі з прикладу є додатковий вибір, пов'язаний з інвестуванням 10000 дол. В надійний депозит, який приносить 8% прибутку. Порада вашого експерта як і раніше відноситься до інвестування через біржу.

- Побудуйте відповідне дерево рішень.
- Яке оптимальне рішення в цьому випадку? (Порада. Використовуйте ймовірності $P\{v_1\}$ і $P\{v_2\}$, отримані на кроці 3 в прикладі, для обчислення очікуваної суми інвестування через біржу.)

4. Припустимо, ви є автором роману, який обіцяє бути популярним. Ви можете або самостійно надрукувати роман, або здати його у видавництво. Видавництво пропонує вам 20000 дол. за підписання контракту. Якщо роман буде користуватися попитом, буде продано 200000 примірників, в іншому випадку - лише 10000 примірників. Видавництво виплачує авторський гонорар в сумі один долар за екземпляр. Дослідження ринку, проведене видавництвом, свідчить про те, що існує 70%-ва ймовірність, що роман буде популярним. Якщо ж ви самі надрукуєте роман, то понесете втрати в сумі 90000 дол, пов'язані з друкуванням і маркетингом, але в цьому випадку кожен проданий екземпляр принесе вам прибуток в два долари.

а) Беручи до уваги наявну інформацію, ви приймете пропозицію видавництва або будете друкувати роман самостійно?

б) Припустимо, що ви уклали договір з літературним агентом на дослідження, пов'язане з потенційним успіхом роману. Виходячи з попереднього досвіду, компанія сповіщає вас, що якщо роман буде користуватися попитом, то дослідження передбачить невірний результат в 20% випадків.

Якщо ж роман не стане популярним, то дослідження перед- скаже вірний результат в 85% випадків. Як ця інформація вплине на ваше рішення?