

Міністерство освіти і науки України  
Національний авіаційний університет  
Навчально-науковий інститут комп'ютерних інформаційних технологій  
Кафедра комп'ютеризованих систем управління

Академічна різниця  
з дисципліни:  
«Комп'ютерна логіка»  
I семестр

Виконав:  
студент ННІКІТ СП-225  
Клокун Владислав

Київ 2017

## Білет №11

**Завдання 1.** Опишіть логічні (булеві) функції від двох змінних.

**Розв'язання 1.** Булева функція від двох змінних — це відображення  $f : B^2 \mapsto B$ , де  $B = \{0, 1\}$ . Для двох аргументів існує  $2^{2^2} = 16$  можливих булевих функцій. Однак, найчастіше використовуються лише декілька. Розглянемо їх за допомогою таблиці істинності.

$x$	$y$	$x \wedge y$	$x \vee y$	$x \rightarrow y$	$x \leftrightarrow y$	$x \oplus y$
0	0	0	0	1	1	0
0	1	0	1	1	0	1
1	0	0	1	0	0	1
1	1	1	1	1	1	0

Табл. 1.1: Таблиця істинності основних булевих функцій

**Завдання 2.** Побудувати таблицю істинності для функції  $F$ :

$$F(x, y, z) = (\neg(xy) \rightarrow z) \leftrightarrow (x\neg z \rightarrow y).$$

**Розв'язання 2.** Таблиця істинності заданої функції наведена у табл. 2.1.

$x$	$y$	$z$	$F(x, y, z)$
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

Табл. 2.1: Таблиця істинності заданої функції

**Завдання 3.** Виконайте спрощення логічного виразу  $L$  та мінімізацію логічного виразу  $F$ , якщо:

$$L = x_3 x_2 \vee x_3 \overline{x_2} \vee \overline{\overline{x_1} \vee x_1 \vee x_2},$$
$$F = 0 \vee 4 \vee 7 \vee 8 \vee 11 \vee 12 \vee 13 \vee 15.$$

		<i>CD</i>			
		00	01	11	10
<i>AB</i>	00	1			
	01	1		1	
	11	1	1	1	
	10	1		1	

Рис. 3.1: Карта Карно логічного виразу  $F$

**Розв’язання 3.** Спростимо логічний вираз  $L$ , використовуючи закони Де Моргана, подвійного заперечення, ідемпотенції та дистрибутивності.

$$\begin{aligned}
 L &= x_3 \wedge x_2 \vee x_3 \wedge \neg x_2 \vee \neg(\neg x_1 \vee \neg(x_1 \vee x_2)) \\
 &= x_3 \wedge x_2 \vee x_3 \wedge \neg x_2 \vee \neg(\neg x_1) \wedge \neg(\neg(x_1 \vee x_2)) \\
 &= x_3 \wedge x_2 \vee x_3 \wedge \neg x_2 \vee x_1 \wedge (x_1 \vee x_2) \\
 &= x_3 \wedge x_2 \vee x_3 \wedge \neg x_2 \vee x_1 \wedge x_1 \vee x_1 \wedge x_2 \\
 &= x_3 \wedge (x_2 \vee \neg x_2) \vee x_1 \vee x_1 \wedge x_2 \\
 &= x_3 \vee x_1 \vee x_1 \wedge x_2 \\
 &= x_3 \vee x_1 \wedge (1 \vee x_2) \\
 &= x_3 \vee x_1.
 \end{aligned}$$

Мінімізуємо логічний вираз  $F$ . Для цього представимо його у двійковому вигляді:

$$\begin{aligned}
 F &= 0 \vee 4 \vee 7 \vee 8 \vee 11 \vee 12 \vee 13 \vee 15 \\
 &= 0000 \vee 0100 \vee 0111 \vee 1000 \vee 1011 \vee 1100 \vee 1101 \vee 1111 \\
 &= \neg A \neg B \neg C \neg D \vee \neg A B \neg C \neg D \vee \neg A B \neg C \neg D \vee \neg A B C D \\
 &\quad \vee A \neg B \neg C \neg D \vee A \neg B C D \vee A B \neg C D \vee A B C D.
 \end{aligned}$$

Побудуємо карту Карно (рис. 3.1). Звідси маємо:

$$F = \neg C \neg D \vee A B D \vee B C D \vee A C D.$$

**Завдання 4.** Отримати МДНФ перемикальної функції, що задана діаграмою Вейча (рис. 4.1). Для мінімізації застосувати метод Квайна—МакКласкі. Перемикальну функцію реалізувати в елементному базисі АБО—НЕ.

		$x_3$					
$x_4$		0	0	1	0		$x_2$
		—	—	1	—		
		1	0	1	1		
		0	—	0	0		
		$x_1$					

Рис. 4.1: Діаграма Вейча заданої перемикальної функції

**Розв’язання 4.** Нехай задана перемикальна функція  $f(x_1, x_2, x_3, x_4)$ , тоді побудуємо таблицю істинності (табл. 4.1) за діаграмою Вейча заданої функції (рис. 4.1).

$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$f(x_1, x_2, x_3, x_4)$
0	0	0	0	0
0	0	0	1	0
0	0	1	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	0	1
0	1	0	1	—
0	1	1	0	1
0	1	1	1	—
1	0	0	0	0
1	0	0	1	1
1	0	1	0	—
1	0	1	1	0
1	1	0	0	1
1	1	0	1	1
1	1	1	0	0
1	1	1	1	—

Табл. 4.1: Таблиця істинності заданої функції  $f(x_1, x_2, x_3, x_4)$

Запишемо функцію у вигляді досконалої диз’юнктивної нормальної форми (ДДНФ) двійкових представлень.

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = 0100 \vee 0110 \vee 1001 \vee 1100 \vee 1101.$$

Складемо таблицю мінтермів (табл. 4.2). Для виконання мінімізації внесемо до

неї не тільки мінтерми, а й терми, значення яких нас не цікавить (англ. *don't-care terms*).

Кількість одиниць	Мінтерм	Двійкове представлення
1	m04	0100
2	m06	0110
	m09	1001
	m12	1100
	d05	0101
	d10	1010
3	m13	1101
	d07	0111
4	d15	1111

Табл. 4.2: Таблиця мінтермів

Побудуємо таблицю для пошуку простих імплікант (табл. 4.3). Прості імпліканти виділені жирним шрифтом.

Кількість одиниць	Мінтерм	2-імпліканти	4-імпліканти
1	m04	0100	(m04, m06) 01–0 (m04, m12) –100 (m04, d05) 010–
2	m06	0110	(m06, d07) 011–
	m09	1001	<b>(m09, m13)</b> 1–01
	m12	1100	(m12, m13) 110–
	d05	0101	(d05, m13) –101 (d05, d07) 01–1
	<b>d10</b>	<b>1010</b>	
3	m13	1101	(m13, d15) 11–1
	d07	0111	(d07, d15) –111
4	d15	1111	

Табл. 4.3: Таблиця пошуку простих імплікант

Складаємо таблицю простих імплікант (табл. 4.4). До неї заносимо лише ті виходи функції, які мають значення. Ядрами будуть ті значення, у рядках яких існує лише одне перекриття.

	01—	—10—	—1—1	1—01
m04	×	×		
m06	✕			
m09				✕
m12		✕		
m13		×	×	×

Табл. 4.4: Таблиця покриття

Таким чином за методом Квайна—МакКласкі отримали МДНФ такого вигляду:

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = x_1 \wedge \neg x_3 \wedge x_4 \vee x_2 \wedge \neg x_3 \vee \neg x_1 \wedge x_2.$$

Переходимо у базис АБО—НЕ:

$$\begin{aligned} f(x_1, x_2, x_3, x_4) &= x_1 \wedge \neg x_3 \wedge x_4 \vee x_2 \wedge \neg x_3 \vee \neg x_1 \wedge x_2 \\ &= (\neg x_1 \downarrow \neg x_3) \downarrow (x_1 \downarrow x_2) \downarrow (x_2 \downarrow x_4). \end{aligned}$$

Реалізуємо отриману перемикальну функцію (рис. 4.2).

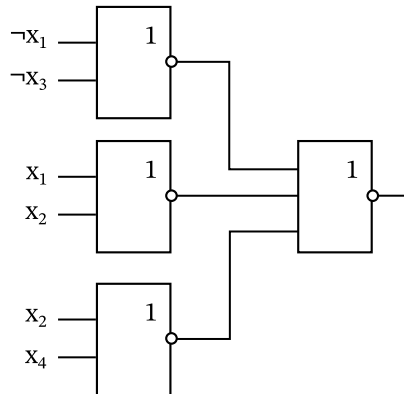


Рис. 4.2: Схема отриманої перемикальної функції

**Завдання 5.** За даним графом автомата (рис. 5.1) виконати синтез керуючого автомата. Для побудови функціональної схеми використати Т-тригери. Елементний базис: І, АБО, НЕ.

**Розв’язання 5.** Побудуємо таблицю, що описує заданий автомат (табл. 5.2). Для цього пронумеруємо стани за принципом кодування Грея:  $a_1$  — 00,  $a_2$  — 01,  $a_3$  — 11. Оскільки для побудови функціональної схеми необхідно використати Т-тригери, також наведемо таблицю їх переходів (табл. 5.1).

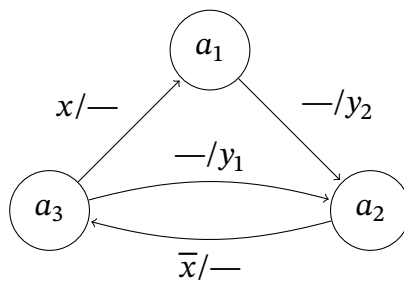


Рис. 5.1: Граф даного автомата Мілі

$Q_t$	$Q_{t+1}$	T
0	0	0
1	1	0
0	1	1
1	0	1

Табл. 5.1: Таблиця переходів Т-тригера

$(A_1A_2)_t$	$(A_1A_2)_{t+1}$	$x_1$	$y_1y_2$	$T_1$	$T_2$
00	01	—	01	0	1
01	11	0	00	1	0
11	00	1	00	1	1
11	10	0	10	0	1

Табл. 5.2: Таблиця заданого автомата

Складемо та мінімізуємо функції, що описують залежності станів:

$$T_1(A_1, A_2, x) = \neg A_1 \wedge A_2 \vee A_2 \wedge x,$$

$$T_2(A_1, A_2, x) = \neg A_1 \wedge \neg A_2 \vee A_1 \wedge A_2.$$

$$y(A_1, A_2, x) = A_1 \wedge \neg x,$$

$$y(A_1, A_2, x) = \neg A_2.$$