

Міністерство освіти і науки України  
Національний авіаційний університет  
Факультет кібербезпеки, комп'ютерної та програмної інженерії  
Кафедра комп'ютеризованих систем управління

Лабораторна робота № 6  
з дисципліни «Системи підтримки прийняття рішень»  
на тему «Теорія ігор. Оптимальне рішення гри двох осіб з нульовою сумою»  
Варіант № 3

Виконав:  
студент ФККПІ  
групи СП-425  
Клокун В. Д.  
Перевірила:  
Яковенко Л. В.

Київ 2020

## 1. МЕТА РОБОТИ

Ознайомитись з теорією ігор і стратегією гри двох осіб з нульовою сумою.

## 2. ХІД РОБОТИ

**ЗАДАЧА** Вкажіть область, якій належить ціна гри в кожному з наступних випадків, припускаючи, що платежі задані для гравця  $A$ .

Табл. 1: Задані ігри двох осіб з нульовою сумою

| (а)   |       |       |       |       | (б)   |       |       |       |       |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
|       | $B_1$ | $B_2$ | $B_3$ | $B_4$ |       | $B_1$ | $B_2$ | $B_3$ | $B_4$ |
| $A_1$ | 1     | 9     | 6     | 0     | $A_1$ | -1    | 9     | 6     | 8     |
| $A_2$ | 2     | 3     | 8     | 4     | $A_2$ | -2    | 10    | 4     | 6     |
| $A_3$ | -5    | -2    | 10    | -3    | $A_3$ | 5     | 3     | 0     | 7     |
| $A_4$ | 7     | 4     | -2    | -5    | $A_4$ | 7     | -2    | 8     | 4     |

| (в)   |       |       |       | (г)   |       |       |       |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
|       | $B_1$ | $B_2$ | $B_3$ |       | $B_1$ | $B_2$ | $B_3$ |
| $A_1$ | 3     | 6     | 1     | $A_1$ | 3     | 7     | 1     |
| $A_2$ | 5     | 2     | 3     | $A_2$ | 4     | 8     | 0     |
| $A_3$ | 4     | 2     | -5    | $A_3$ | 6     | -9    | -2    |

**РОЗВ'ЯЗАННЯ** Позначимо матрицю гри як  $\mathbf{A}$ . Вона має  $i$  рядків і  $j$  стовпчиків, а кожен її елемент позначається як  $a_{ij}$ . Тоді діапазон, в якому лежить ціна гри  $v$ , визначається так:

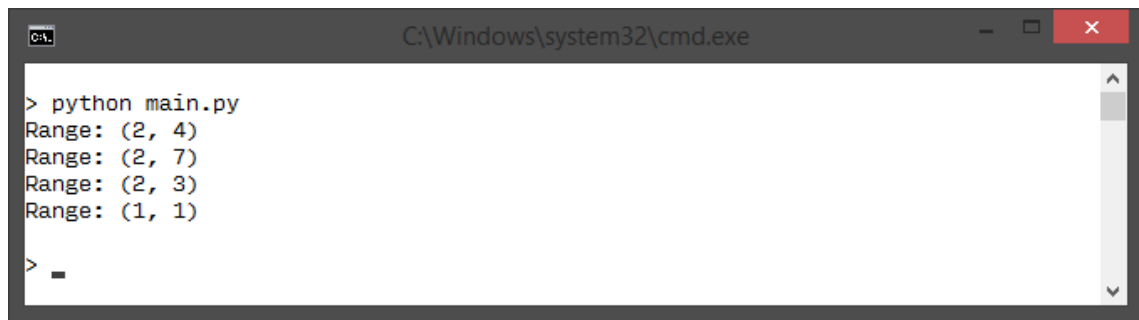
$$\max_i \left( \min_j (a_{ij}) \right) \leq v \leq \min_j \left( \max_i (a_{ij}) \right),$$

або ж у матричному вигляді, як це реалізовано у програмі:

$$\max_i \min_j (\mathbf{A}) \leq v \leq \min_i \max_j (\mathbf{A}^T),$$

Розроблюємо програму, яка знайде діапазони ціни представлених ігор. Вона складатиметься з модуля, який розв'язуватиме задачу (лістинг А.1). Запускаємо програму і спостерігаємо результат (рис. 1).

Видно, що розроблена реалізація розв'язала поставлену задачу і визначила діапазони, в яких буде знаходитись ціна запропонованих ігор.



```
C:\Windows\system32\cmd.exe

> python main.py
Range: (2, 4)
Range: (2, 7)
Range: (2, 3)
Range: (1, 1)

> _
```

Рис. 1: Результат роботи розробленої програми

### 3. ВИСНОВОК

Виконуючи дану лабораторну роботу, ми ознайомились з теорією ігор і стратегією гри двох осіб з нульовою сумою.

#### А. ЛІСТИНГ КОДУ ПРОГРАМНОЇ РЕАЛІЗАЦІЇ

---

Лістинг А.1: Файл main.py

---

```
1  GAME_1 = [  
2      [ 1,  9,  6,  0],  
3      [ 2,  3,  8,  4],  
4      [-5, -2, 10, -3],  
5      [ 7,  4, -2, -5],  
6  ]  
7  
8  GAME_2 = [  
9      [ 1,  9,  6,  8],  
10     [ 2, 10,  4,  6],  
11     [-5,  3,  0,  7],  
12     [ 7, -2,  8,  4],  
13  ]  
14  
15  GAME_3 = [  
16     [ 3,  6,  1],  
17     [ 5,  2,  3],  
18     [ 4,  2, -5],  
19  ]  
20  
21  GAME_4 = [  
22     [ 3,  7,  1,  3],  
23     [ 4,  8,  0, -6],  
24     [ 6, -9, -2,  4],
```

```

25 ]
26
27 GAMES = [GAME_1, GAME_2, GAME_3, GAME_4]
28
29
30 def minimax(matrix):
31     res = min((
32         max(el for el in row)
33         for row in matrix
34     ))
35     return res
36
37
38 def maximin(matrix):
39     res = max((
40         min(el for el in row)
41         for row in matrix
42     ))
43     return res
44
45
46 def transpose(matrix):
47     res = list(map(list, zip(*matrix)))
48     return res
49
50
51 def calc_rowmin(matrix):
52     return maximin(matrix)
53
54
55 def calc_colmax(matrix):
56     return minimax(transpose(matrix))
57
58
59 def main():
60     for g in GAMES:
61         lower_bound = calc_rowmin(g)
62         upper_bound = calc_colmax(g)
63         print("Range: ({}, {})".format(lower_bound, upper_bound))
64
65
66 if __name__ == '__main__':
67     main()

```

---