Laboratorul 05.

Shiftarea în fază/timp şi modularea în amplitudine

În acest laborator vom încerca să experimentăm câteva dintre proprietăţile Transformatei Fourier, care ne permite să shiftăm/întârziem într-un domeniu şi să observăm un anumit efect în alt domeniu. De exemplu, la curs, am arătat că o întârziere în domeniul "Timp" înseamnă o shiftare de frecvenţă în domeniul "Frecvenţă".

Materiale ajutătoare:

1. D. Johnson's book [http://www.ece.rice.edu/~dhj/courses/elec241/col10040.pdf]
   a. Secțiunea 4.8 (vezi tabelul 4.2 în particular)

Exercițiul 1 – shiftarea în frecvență [4p]

În acest exerciţiu vrem să întârziem un semnal în timp, prin modificarea spectrului său (vezi proprietăţile Transformatei Fourier). Vom folosi un semnal pe care l-am mai folosit şi anume, semnalul dreptunghiular cu amplitudinea A pe intervalul $[0, \frac{T}{2}]$ şi cu amplitudinea $-A$ pe intervalul $[\frac{T}{2}, T]$ care are binecunoscutul spectru dat de:

$$c_k = \begin{cases} \frac{2}{j\pi k} A & k \quad impar \\ 0 & k \quad par \end{cases}$$

Pentru acest task va trebui să urmaţi următorii paşi:

- Reprezentaţi grafic semnalul original (considerați A = 1 și T = 100).
- Calculaţi câţiva coeficienţi Fourier c_k. Faceţi asta, similar cu ce am făcut în laboratoarele precedente, folosind $k \in \{-81, \dots, 81\}$.
- Plotaţi modulul coeficienţilor (folosind stem).
- Modificaţi spectrul pentru a obţine un semnal în timp întârziat cu $\tau = \frac{T}{4}$ (vezi tabelul 4.2 din carte).
- Plotaţi coeficienţii după modificare. Vedeţi vreo diferenţă? De ce?
- Ce se întâmplă cu faza? Verificați cu următorul cod:

```
rad2deg(angle(coeficienti))'
```

- Reconstruiți semnalul din spectrul modificat, similar cu ce-am făcut în laboratorul 3. Ar trebui să vedeți semnalul shiftat cu τ, față de cel original (dacă totul a mers cum trebuie).

Exercițiul 2 – modularea în amplitudine [4p]

În acest exercițiu va trebui să încercați să efectuați modularea în amplitudine asupra următorului semnal exponențial (eng. exponential decay signal) : $s(t) = e^{-at}u(t)$, unde $a > 0$ și $u(t)$ este treapta unitară (i.e. egală cu 1 pentru $t \geq 0$, 0 altfel).

Obiectivul vostru

Folosiți o frecvență purtătoare $f_c = \frac{20}{T}$, unde T este numărul eșantioanelor (samples).

Pentru asta va trebui să urmăriți acești pași:

- Creați semnalul $s(t)$ pentru $t \in \{1, \dots, T = 128\}$, folosind $a = 0.05$.

- Calculați și plotați (cu 'stem') spectrul folosind DFT (Transformata Fourier Discretă), pe care nu am făcut-o încă la curs, dar o vom face în următoarele cursuri. Vom considera că DFT are același număr de componente ca și semnalul de intrare ($K = N$). Formulele pentru DFT și pentru inversa ei (IDFT) sunt următoarele:

$$DFT : S(k) = \sum_{n=0}^{N-1} s(n) e^{\frac{-j2\pi nk}{K}}, k \in \{0, \ldots, K-1\}$$

$$IDFT\ (inversa\ DFT) : s(n) = \frac{1}{K} \sum_{k=0}^{K-1} S(k) e^{\frac{j2\pi nk}{K}}, n \in \{0, \ldots, N-1\}$$

- De asemenea, calculați cu ajutorul FFT (FFT este varianta rapidă a DFT) și plotați spectrul folosind acest cod:

```
h = figure;
fx = zeros(1, T);
findex = T/2*linspace(0,1,T/2);
fx((T/2)+1:end) = findex;
fx(1:T/2) = [-T/2, -findex(end:-1:2)];
fs = fft(s);
stem(fx, abs(fftshift(fs)));
xlabel('Frequency component (k)');
ylabel('Magnitude of component');
title('Fourier coefficients before amplitude modulation');
print(h, '-dpng', 'coefficients_before_amod.png'); % doar daca vreti sa salvati ca png graficull
```

- Comparați graficele obținute cu DFT și cele cu FFT.
- Modulați semnalul în amplitudine folosind frecvența purtătoare $f_c = \frac{20}{T}$, i.e. face 20 de perioade complete în $T = 128$ eșantioane ale semnalului $s(t)$. O variantă simplă de modulare este să calculați: $x(t) = (1 + s(t)) \cdot \cos(2\pi f_c t)$.
- Calculați și plotați (cum am făcut mai devreme, cu funcția fft) spectrul semnalului modulat în amplitudine. Comparați-l cu spectrul semnalului original. Este ceea ce v-ați așteptat?

Exercițiul 3 – modularea în amplitudine [2p]

În acest exercițiu veți încerca să refaceți un semnal modulat în amplitudine (click aici). Urmați următorii pași:

- Descărcați semnalul modulat și încărcați-l în Octave folosind funcția:

  ```
  load('lab05_modulated_sound.mat')
  ```

  Se va încărca semnalul, precum și Fs, frecvența de eșantionare.

- Semnalul modulat provine dintr-un semnal original $s(t)$ care a fost înmulțit cu un semnal cosinus de frecvență fc, cos($2\pi \cdot fc \cdot t$), unde t=0:1/Fs:timp_maxim. Precum ați observat și în exercițiul anterior spectrul semnalului modulat conține spectrul semnalului original shiftat la frecvența fc și -fc. Plotați spectrul pentru a vedea acest lucru.
- Dacă înmulțim (din nou) semnalul primit cu același semnal cosinus ar trebui să putem recupera semnalul original după aplicarea unui filtru trece-jos. Folosiți fc = Fs / 8.
- Pentru a realiza efectul unui filtru trece-jos vom egala cu zero coeficienții corespunzători frecvențelor peste un prag.
- Având noii coeficienți putem reface semnalul în timp folosind inversa Fourier. Realizați acest lucru folosind funcția ifft.

- Puteți asculta semnalul rezultat folosind funcția Octave sound(semnal). Pentru a opri sunetul folosiți comanda

```
clear sound
```

Atenție: Vom învăța la curs că spectrul obținut prin transformata Fourier discretă este periodic. Funcțiile fft / ifft consideră primii jumătate plus unu coeficienți pentru frecvențele pozitive, apoi următoarea jumătate corespunzătoare coeficienților negativi. Pentru a obține un spectru centrat în zero (doar ca să îl vizualizăm precum ne-am obișnuit) vom folosi funcția fftshift.

ps/labs/05.txt · Last modified: 2020/11/04 08:17 by ionut.gorgos