Laboratorul 03.

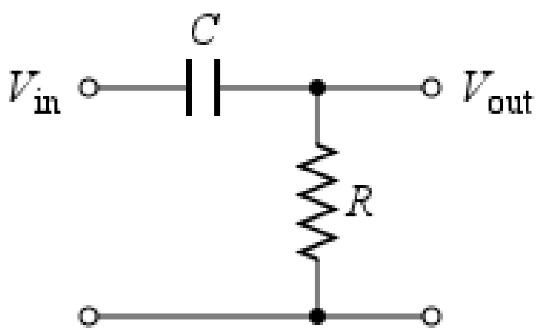
Circuite liniare şi funcţia de transfer

Materiale ajutătoare:

1. D. Johnson's book [http://www.ece.rice.edu/~dhj/courses/elec241/col10040.pdf]
    a. Secţiunile 3.9, 3.10, 3.13, 3.14 (pentru Exerciţiul 1)
    b. Secţiunea 4.2 (pentru Exerciţiul 2)

Exerciţiul 1 [6p]

În acest exerciţiu va trebui să analizaţi următorul circuit:



similar cu ce-am făcut la curs.

Pentru asta va trebui să:

1. Găsiţi funcţia de transfer a circuitului [1p]
2. Găsiţi ce face acest circuit (efectele asupra semnalelor de intrare) [1p]
3. Găsiţi frecvenţa de tăiere ca o funcţie de R şi C [1p]
4. Găsiţi nişte valori pentru R şi C, dacă avem nevoie de $f_c = 5kHz$ [1p]
5. Folosiţi acest simulator [http://www.falstad.com/circuit/e-filt-hipass.html] pentru a crea circuitul cu aceste valori (uitaţi-vă la exemplul cu filtrul RC tranzitoriu) [1p]
6. Schimbaţi valoarea frecvenței semnalului de intrare astfel încât să fie mai apropiată, mai mică sau mai mare decât frecvența de tăiere f_c și verificați rezultatele [1p]

Frecvenţa de tăiere este frecvența pentru care avem egalitatea: $|H(f)| = \frac{max(|H(f)|)}{\sqrt{2}}$. Pentru a o găsi vom folosi definiția modulului unui număr complex $|a + jb| = \sqrt{a^2 + b^2}$ și proprietatea $|\frac{a}{b}| = \frac{|a|}{|b|}$.

Exercițiul 2 [4p]

În acest exercițiu vom începe să lucrăm cu seria Fourier, unul dintre cele mai importante instrumente în procesarea digitală a semnalelor. Va trebui să vă familiarizați cu acesta.

La curs am vorbit despre faptul că orice semnal periodic de perioada T se poate descompune într-o sumă de semnale de bază. Această descompunere poarta numele de seria Fourier și ne arată cum se descompune orice semnal periodic într-o sumă de sinusoide.

Forma clasica a seriei Fourier:

$$s(t) = a_0 + \sum_{k=1}^{\infty} a_k \cos(\frac{2\pi kt}{T}) + \sum_{k=1}^{\infty} b_k \sin(\frac{2\pi kt}{T})$$

Folosind formula lui Euler: $e^{jt} = \cos(t) + j\sin(t)$ și folosind coeficienții complexi $c_k \in \mathbb{C}$, unde $c_k = \frac{a_k - b_k}{2}$ pentru $k > 0$, $c_k = \frac{a_k + b_k}{2}$ pentru $k < 0$ și $c_k = \frac{a_k}{2}$ pentru $k = 0$ obținem formularea echivalentă:

$$s(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_k e^{j\frac{2\pi kt}{T}}$$

Având un semnal dat $s(t)$ putem calcula coeficienții Fourier după formula:

$$c_k = \frac{1}{T}\int_{t=0}^{T} s(t) e^{-j\frac{2\pi kt}{T}}$$

Folosind formula precedenta, la curs am demonstrat că un semnal dreptunghiular, de amplitudine “A” pe intervalul $[0, \frac{T}{2}]$ și de amplitudine ”-A” pe intervalul $[\frac{T}{2}, T]$ are coeficienții Fourier daţi de formula următoare:

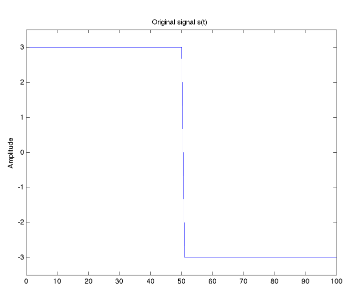
$$c_k = \begin{cases} \frac{2}{j\pi k} A & k \quad impar \\ 0 & k \quad par \end{cases}$$

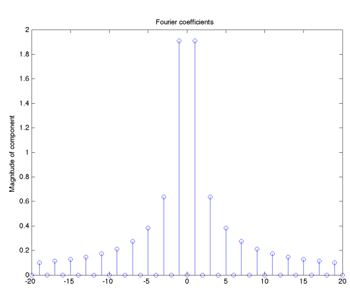
În acest exerciţiu va trebui să încercaţi să reconstruiţi semnalul dreptunghiular folosind un număr limitat de coeficienţi pentru a vedea diferenţa dintre semnalul original şi cel reconstruit.

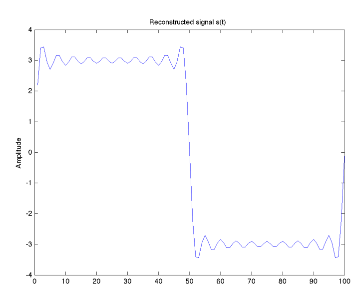
Principalii paşi pentru asta sunt:

1. Creaţi semnalul original. Utilizaţi, de exemplu $T = 100$ şi $A = 3$ şi generaţi un semnal cu amplitudinea 3 peste primele 50 de eşantioane şi -3 peste ultimele 50. Reprezentaţi grafic semnalul ca funcţie de timp (unde timpul începe de la 1 până la 100). Ajustaţi limita verticală a plot-ului, folosind funcţia 'ylim' (e.g. $[-A-1, A+1]$). [1p]
2. Calculaţi coeficienţii Fourier c_k pentru $k = [-k_{max}, k_{max}]$. De exemplu pentru $k_{max} = 3$, avem $k = -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3$. Reprezentaţi grafic coeficienţii c_k şi observaţi simetria lor în jurul lui $k = 0$. Pentru a îi reprezenta va trebui să folosiţi funcţia 'stem'. De asemenea, va trebui să reprezentaţi doar magnitudinea, folosind funcţia 'abs'. [1p]
3. Reconstruiţi semnalul doar cu ajutorul acestor coeficienţi, folosind formula din curs: $s(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_k e^{j\frac{2\pi kt}{T}}$. [1p]
4. Reprezentaţi grafic noul semnal reconstruit şi comparaţi-l cu originalul. [1p]
5. Folosiţi diferite valori pentru k_{max} (de exemplu, 1, 5, 11, 49) şi observaţi diferenţa. Vedeţi cum, folosind din ce în ce mai mulţi coeficienţi, ne permitem să construim mai bine semnalul original.

Graficele voastre trebuie să arate similar cu acestea:







Semnalele reale au următoarea proprietate: coeficienții Fourier negativi sunt conjugații complexi ai celor pozitivi $c_{-k} = c_k^*$. Puteți verifica pentru semnalul nostru dreptunghiular. De asemenea, semnalele pare s(-t) = s(t), au coeficienții complet reali, obținând $c_{-k} = c_k$ iar semnalele impare s(-t) = -s(t), au coeficienții complet imaginari, obținând $c_{-k} = -c_k$.

ps/labs/03.txt · Last modified: 2020/10/28 18:49 by ionut.gorgos