Laboratorul 9.

Convoluția, filtre FIR și metoda de proiectare folosind ferestre

În acest laborator vom face câteva exerciții pentru a ne familiariza cu operația de convoluție precum și cu filtre cu răspunsul finit la impuls (finite impulse response - FIR) și cu metode de proiectare a acestora prin metode folosind ferestre.

Materiale utile:

- Vedeți slide-urile de la R. Lyons aici

Exercițiul 1 -- Convoluția [5p]

Precum am spus la curs, putem defini operația de convoluție dintre două secvențe h(k) și x(n) după cum urmează:

$y(n) = h(k) * x(n) = \sum_{k=0}^{M-1} h(k) \cdot x(n-k)$,

unde M este lungimea secvenței h(k). De reținut că această operație definește un *singur* element de ieșire y(n). Pentru următorul element de ieșire, y(n+1), trebuie sa shiftăm secvența h(k) astfel încât să se potrivească cu elementele [x(n+1), x(n), …, x(n-M+2)]. Vedeți slide-urile 5 și 6 aici.

În general presupunem că secvența h(k) are un număr M finit și, în general, mic de elemente.

Rezolvați următoarele exerciții:

1. Dacă x(n) are N elemente și h(k) are M elemente, câte elemente are secvența obținută prin convoluție $h(k) * x(n)$? (presupunând că efectuăm convoluția doar pe elementele diferite de zero, adică atunci când elementele celei mai scurte secvențe se suprapun în totalitate cu elementele celeilalte)
2. Fie x(n) secvența [1, 3, 5, 7, 5, 4, 2] și h(k) secvența [0.1, 0.3, 0.1]. Secvența obținută prin convoluție $y(n) = h(k) * x(n), n \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ar trebui sa aibă 5 elemente. Scrieți fiecare dintre aceste elemente ca un produs scalar. Observați că trebuie să inversați ordinea secvenței x(n) (doar partea care se înmulțeste cu filtrul) înainte să o înmulțiți cu h(k) (alternativ, puteți inversa o singură dată elementele filtrului).
3. Fie x(n) o secvența de $N = 64$ elemente corespunzătoare unei sinusoide de frecvență $f = 3$ kHz, eșantionată cu $f_s = 64$ kHz. Fie h(k) secvența [0.1, 0.2, 0.2, 0.2, 0.1]. Generați aceste secvențe în Matlab/Octave și implementați convoluția pentru a obține elementele $y(n) = h(k) * x(n)$. Plotați inputul x(n) și ieșirea y(n); folosiți funcția *stem* în locul funcției *plot* pentru acest exercițiu.
4. Înlocuiți x(n) cu secvența de impuls cu 9 elemente [0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0] și efectuați convoluția cu aceeași secvență h(k) ca mai sus. Ce obțineți ca y(n)? Cum se numește aceasta?
5. Încercați operațiile de mai sus folosind funcția Matlab/Octave *conv*. Obțineți aceleași rezultate? Care sunt diferențele?

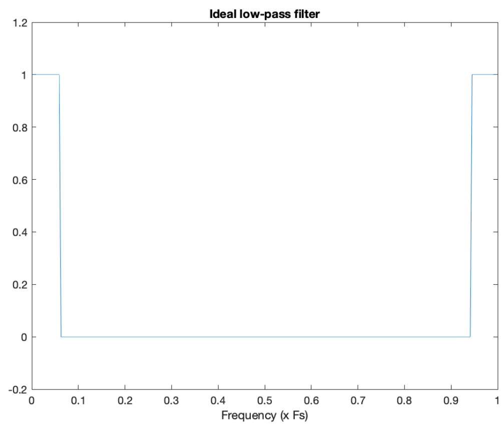
Pentru a plota secvențe de lungimi diferite în același plot, doar afișați primele N elemente ale secvenței, renunțând la restul.

Exercițiul 2 -- Filtre FIR [5p]

În acest exercițiu vom creea secvența x(n) pentru un filtru trece-jos plecând de la un filtru ideal în domeniul frecvență și, folosind IFFT, vom obține secvența x(n). Vom folosi de asemenea diferite ferestre pentru a le compara performanța în proiectarea de filtre trece-jos.

Urmați următorii pași:

1. Generați o secvență de filtru ideal trece-jos HK având N = 256 elemente, reprezentând spectrul de frecvență al unui filtru trece-jos. Folosiți o frecvență de cut-off de fs/16. Adică totul înainte de fs/16 trebuie sa treacă, pe când totul mai sus trebuie sa fie oprit (folosiți un dreptunghi care se opreste la fs/16). Observați că trebuie să generați un spectru simetric pentru a obține o secvență reală la următorul pas. Plotați această secvență (folosind *plot*). Ar trebui să obțineți ceva precum:



- Țineți minte că acest spectru poate fi văzut ca ieșirea din DFT(FFT), adică primul element corespunde frecvenței 0, pe când următoarele N/2-1 corespund frecvențelor pozitive, iar ultimele N/2 componente reprezintă frecvențele negative.

1. Acum aplicați inversa DFT(în practică inversa FFT, *ifft* în Matlab/Octave) pentru a obține secvența corespunzătoare în domeniul timp hk(n). Rețineți: trebuie sa aplicați funcția *ifftshift* pe rezultat pentru a obține o funcție sinc simetrică, adică folosiți ceva precum:

```
hk = ifftshift(ifft(HK));
```

2. Trunchiați secvența hk(n) prin selectarea a doar L=65 de eșantioane din centru(32 din stânga maximului funcției sinc, maximul funcției, și 32 de eșantioane din dreapta). Aceasta corespunde multiplicării secvenței hk(n) cu o fereastră rectangulară centrată în punctul maxim al funcției sinc. Plotați secvența.
3. Aplicați DFT(*fft*) pe secvența trunchiată înmulțită cu fereastra rectangulară (care conține doar 1) și plotați spectrul (cu *plot*). Rețineți: este important aici, precum și la primul plot pentru filtru trece-jos ideal, să notăm axa frecvențelor (axa x) ca o funcție de Fs, adică de la 0 la 1. Vedeți diferențe față de filtrul ideal trece-jos? Acestea sunt efectele ferestrei dreptunghiulare.
4. Folosiți aceeași secvență trunchiată ca mai sus, dar înmulțiți-o cu o fereastră precum *Blackman* (*blackman* în MATLAB/OCTAVE). Efectuați din nou DFT și plotați spectrul (cu *plot*). Arată mai bine?.
5. În final, folosiți ca intrare sinusoida din Exercițiul 1 ca x(n) și filtrați-o printr-o convoluție cu secvența obținută mai sus după folosirea ferestrei Blackman(folosiți funcția *conv* din Matlab/Octave). Plotați intrarea și ieșirea în aceeași figură folosind *stem* pentru a observa efectele filtrului.

ps/labs/09.txt · Last modified: 2020/12/09 12:15 by ionut.gorgos