Universität Hamburg
Dr. Hendrik Baumann
Sommersemester 2016

Stochastik 1 für Studierende der Informatik

Präsenzübung 8

Präsenzübung 8.1 (Bedingte Wahrscheinlichkeiten)**.** Ein Intercity Express (ICE) bestehe aus vier Großraumwagen und sechs Abteilwagen. In Großraumwagen findet man mit einer Wahrscheinlichkeit von 30% und in Abteilwagen mit einer Wahrscheinlichkeit von 20% einen freien Sitzplatz. Ein Fahrgast besteigt nun einen zufällig gewählten Wagen (gehen Sie hier von einer Laplace-Annahme aus).

a) Geben Sie – unter Verwendung geeigneter Bezeichnungen an – welche bedingten und welche totalen (unbedingten) Wahrscheinlichkeiten gegeben sind.

b) Mit welcher Wahrscheinlichkeit findet der Fahrgast einen freien Sitzplatz (ohne den Wagen zu wechseln)?

c) Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist er in einen Abteilwagen eingestiegen, wenn er einen freien Sitzplatz findet (ohne den Wagen zu wechseln)?

Präsenzübung 8.2 (Zwei Zufallsvariablen)**.** Seien X, Y diskrete Zufallsvariablen, die die Werte -1, 0, 1 annehmen können, ihre gemeinsame Teilung sei wie folgt charakterisiert:

		X		
		-1	0	1
	-1	$\frac{1}{6}$	0	$\frac{1}{6}$
Y	0	0	p	0
	1	$\frac{1}{6}$	0	$\frac{1}{6}$

a) Wie muss der Parameter p gewählt werden, damit es sich hierbei wirklich um eine Wahrscheinlichkeitsverteilung handelt?

b) Bestimmen Sie die Randverteilungen von X und Y.

c) Welche Werte kann die Zufallsvariable $X + Y$ annehmen? Charakterisieren Sie die Verteilung von $X + Y$.

Hausübung 8

Abgabe in Ihrer Übung am 7.6. oder 9.6.2016

Hausübung 8.1 (Bedingte Wahrscheinlichkeiten, 4+3 Punkte)**.** Bei der digitalen Datenübertragung können aufgrund verrauschter Kanäle auf der physikalischen Ebene Fehler auftreten, die sich dann als Verfälschung übermittelter Datenpakete auswirken. Das neu entwickelte Verfahren DEPP (**D**etection of **E**rror-in-**P**acket **P**robabilities), ein Verfahren zur Erkennung von Datenübertragungsfehlern, zeigt 99% aller auftretenden Übertragungsfehler richtigerweise als Fehler an. Leider weist das Verfahren fälschlicherweise 0.1% aller korrekten Datenübertragungen als fehlerhaft aus. Das Verfahren wird nun zur Prüfung eines Nachrichtenübertragungskanals eingesetzt, bei dem 1% Übertragungsfehler auftreten.

a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass das Verfahren bei einer Datenübertragung einen Fehler anzeigt?

b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine Datenübertragung tatsächlich fehlerhaft ist, falls das Verfahren einen Fehler anzeigt?

Hausübung 8.2 (Stochastische Unabhängigkeit, 2+3 Punkte)**.** Im Folgenden sind jeweils zwei Ereignisse A, B gegeben. Überprüfen Sie auf stochastische Unabhängigkeit.

a) Es wird ein fairer Würfel geworfen. A sei das Ereignis, dass die Augenzahl gerade ist, B sei das Ereignis, dass die Augenzahl durch drei teilbar ist.

b) Es werden zwei faire Würfel geworfen. A sei das Ereignis, dass die Augensumme 6 ist, B sei das Ereignis, dass mindestens ein Würfel eine 3 zeigt.

Hausübung 8.3 (Smileys revisited, 3+3+2 Punkte)**.** In einer früheren Aufgabe wurde folgendes Glücksspiel beschrieben:

Ihnen stehen geometrische Objekte zur Verfügung, die mit Wahrscheinlichkeit $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}, \ldots$ jeweils einen Smiley anzeigen. Der Ablauf des Spiels sieht wie folgt aus: In der ersten Runde wird das Objekt mit Smiley-Wahrscheinlichkeit $\frac{1}{2}$ gewürfelt, in der zweiten Runde das mit Smiley-Wahrscheinlichkeit $\frac{1}{3}$, ..., allgemein wird in der n-ten Runde das Objekt mit Smiley-Wahrscheinlichkeit $\frac{1}{n+1}$ gewürfelt. Das Spiel endet, sobald zum ersten Mal ein Smiley erscheint. Sie bezeichnen mit X die Runde, in der zum ersten Mal ein Smiley gewürfelt wird.

Anschließend wurde ohne Beweis $P(X = k) = \frac{1}{k(k+1)}$ behauptet. Dies soll hier nun begründet werden.

a) Begründen Sie zunächst anhand der Beschreibung

$$P(X = k|X > k - 1) = \frac{1}{k + 1}$$

und folgern Sie daraus

$$P(X > k|X > k - 1) = \frac{k}{k + 1}$$

b) Zeigen Sie $P(X > k) = \frac{1}{k+1}$ für alle $k \in \mathbb{N}$ per Induktion.

c) Folgern Sie schließlich $P(X = k) = \frac{1}{k(k+1)}$ für alle $k \in \mathbb{N}$.

Hausübung 8.4 (Minimum und Maximum, 5 Punkte)**.** Betrachten Sie einmal mehr den gleichzeitigen Wurf zweier fairer Würfel. X sei die minimale Augenzahl, Y die maximale Augenzahl. Charakterisieren Sie die gemeinsame Verteilung von (X, Y) durch Ausfüllen der Tabelle

$Y \setminus X$	1	2	3	4	5	6
1						
2						
3						
4						
5						
6						