Universität Hamburg
Dr. Hendrik Baumann

Sommersemester 2016

Stochastik 1 für Studierende der Informatik

Präsenzübung 9

Präsenzübung 9.1 (Zwei Zufallsvariablen: Fortsetzung)**.** In der vergangenen Woche wurden zwei Zufallsvariablen X, Y mit durch

		X			
		-1	0	1	
Y	-1	$\frac{1}{6}$	0	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$
	0	0	$\frac{1}{3}$	0	$\frac{1}{3}$
	1	$\frac{1}{6}$	0	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$
		$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	1

charakterisierter gemeinsamer Verteilung betrachtet, die ermittelten Randverteilungen sind mit aufgeführt.

a) Sind X und Y unabhängig?

b) Bestimmen Sie $\mathbf{COV}[X, Y]$. Sind X und Y unkorreliert?

c) Bestimmen Sie auch $\mathbf{Var}[X]$, $\mathbf{Var}[Y]$ und $\mathbf{Var}[X+Y]$. Passen Ihre Ergebnisse zu den Aussagen der Vorlesung? *Erinnerung:* Es galt $P(X+Y=-1) = P(X+Y=1) = \frac{1}{6}$ sowie $P(X+Y=0) = \frac{2}{3}$.

Präsenzübung 9.2 (Summe unabhängiger Zufallsvariablen)**.** Es werden zwei faire Würfel geworfen, die aber neu beschriftet sind, auf beiden zeigt jeweils eine Seite eine 1, eine Seite eine 3, die verbleibenden 4 Seiten zeigen eine 2. X und Y seien die Augenzahlen; da die Würfel sich nicht beeinflussend geworfen werden, können Sie davon ausgehen, dass X und Y unabhängig sind. Bestimmen Sie die Verteilung von $X + Y$.

Hausübung 9

Abgabe in Ihrer Übung am 14.6. oder 16.6.2016

Hausübung 9.1 (Berechnung Kovarianz, 3+3+3 Punkte)**.** Bestimmen Sie in folgenden Situationen jeweils $\mathbf{COV}[X, Y]$.

a)

		X			
		0	1	2	
	0	0	$\frac{1}{4}$	0	
Y	1	$\frac{1}{4}$	0	$\frac{1}{4}$	
	2	0	$\frac{1}{4}$	0	

b)

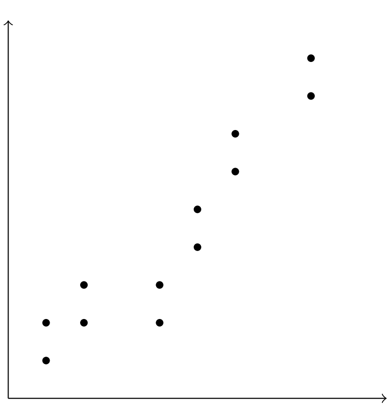
		X			
		0	1	2	
	0	$\frac{1}{3}$	0	0	
Y	1	0	$\frac{1}{3}$	0	
	2	0	0	$\frac{1}{3}$	

c)

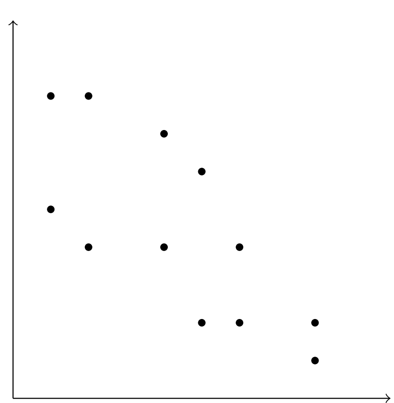
		X			
		0	1	2	
	0	0	0	$\frac{1}{3}$	
Y	1	0	$\frac{1}{3}$	0	
	2	$\frac{1}{3}$	0	0	

Hausübung 9.2 (Vorzeichen Kovarianz, 2+2 Punkte)**.** Der Vektor (X, Y) sei auf der im jeweiligen Aufgabenteil dargestellten Punktmenge Laplace-verteilt. Geben Sie – ohne Rechnung – eine begründete Vermutung für das Vorzeichen von $\mathbf{COV}[X, Y]$ bzw. das Vorzeichen des Korrelationskoeffizienten ab.

a)



b)



Hausübung 9.3 (Die Summe Poisson-verteilter Zufallsvariablen, 6 Punkte)**.** Es seien $X \sim \mathrm{Pois}_\lambda$ und $Y \sim \mathrm{Pois}_\mu$ unabhängig. Zeigen Sie, dass auch $X + Y$ Poisson-verteilt ist und bestimmen Sie den Parameter.

Hinweis: Der Binomische Satz besagt

$$\sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} x^k y^{n-k} = (x+y)^n$$

für alle $n \in \mathbb{N}_0$ sowie alle $x, y \in \mathbb{R}$.

Hausübung 9.4 (Das Simpson-Paradox, 4+2 Punkte)**.** Eine kleine Universität bietet nur zwei Studiengänge (A und B) an. Aus Erfahrung ist bekannt, dass sich 80% aller Frauen für Studiengang A interessieren, aber nur 30% aller Männer. Ebenfalls aus Erfahrung ist bekannt, dass die Erfolgsquote von Bewerbungen von Frauen bei Studiengang A bei 30%, die von Männern bei 20% liegt, bei Studiengang B werden sowohl Frauen als auch Männer mit einer Wahrscheinlichkeit von 70% akzeptiert.

a) Bestimmen Sie, welcher Anteil aller sich bewerbenden Frauen einen Studienplatz erhält, und bestimmen Sie, welcher Anteil aller sich bewerbenden Männer einen Studienplatz erhält.

b) Wenn Sie sich nicht verrechnet haben, werden Sie festgestellt haben, dass Frauen eine niedrigere Erfolgsquote bei der Bewerbung haben als Männer, obwohl sie bei jedem einzelnen Studiengang mindestens die gleiche Erfolgsquote haben. Woran liegt das?

Anmerkung: Tatsächlich führte ähnliches Datenmaterial (mit mehr als zwei Studiengängen) wegen ausschließlicher Betrachtung der totalen Erfolgsquoten bereits zu Diskriminierungsklagen (z.B. an der Universität Berkeley).