Universität Hamburg
Dr. Hendrik Baumann
Sommersemester 2016

Stochastik 1 für Studierende der Informatik

Präsenzübung 5

Präsenzübung 5.1 (Wahlen)**.** Bei einer hochschulpolitischen Wahl haben sich 13 Studierende beworben, davon werden die 7 in das Gremium aufgenommen. Vier der BewerberInnen waren bereits einmal in dem Gremium tätig.

a) Es bezeichne X die Anzahl der ausgewählten KandidatInnen, die bereits Erfahrung in dem Gremium gesammelt haben. Welcher Verteilung unterliegt X? Geben Sie die Zähldichte von X an, d.h. geben Sie $P(X = k)$ für alle möglichen Werte k von X an.

b) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass
   - kein(e) ausgewählte KandidatIn zuvor bereits im Gremium tätig war,
   - alle ausgewählten KandidatInnen zuvor bereits im Gremium tätig waren.

Präsenzübung 5.2 (Betrunken)**.** Ein Betrunkener irrt durch eine Stadt und hangelt sich von Laternenpfahl zu Laternenpfahl. Die Entfernung von Laterne zu Laterne beträgt genau $2n$ Schritte, vorausgesetzt, er setzt jeden Schritt geradeaus. Leider ist er dazu nicht in der Lage, jeder Schritt lenkt in mit Wahrscheinlichkeit $\frac{1}{2}$ nach links und mit Wahrscheinlichkeit $\frac{1}{2}$ nach rechts ab, die beiden Auslenkungen sind dabei gleich. Mit welcher Wahrscheinlichkeit erreicht er den nächsten Laternenpfahl? Geben Sie die Wahrscheinlichkeit für allgemeines n sowie konkret für $n = 1, 2, 3$ an.

Präsenzübung 5.3 (Die Zähldichte der Poisson-Verteilung)**.** In der Vorlesung wurde $\mathrm{Pois}_\lambda(k) = \frac{\lambda^k}{k!}e^{-\lambda}$ definiert. Zeigen Sie, dass $(\mathrm{Pois}_\lambda(k))_{k\in\mathbb{N}_0}$ tatsächlich ein Wahrscheinlichkeitsvektor, oder äquivalent ausgedrückt, dass durch $\mathrm{Pois}_\lambda : \mathbb{N}_0 \to \mathbb{R}$ mit $k \mapsto \mathrm{Pois}_\lambda(k)$ tatsächlich eine Zähldichte ist.

Hinweis: Nach Definition der Exponentialfunktion gilt $e^\lambda = \sum\limits_{k=0}^{\infty} \frac{\lambda^k}{k!}$.

Hausübung 5

Abgabe in Ihrer Übung am 10.5. oder 12.5.2016

Hausübung 5.1 (Stichprobenentnahme, 5+6 Punkte)**.** Aufgrund von Ungenauigkeiten in der Produktion sind in jedem 1000er Pack einer bestimmten Sorte Schrauben immer 70 dabei, die nicht den Qualitätsanforderungen entsprechen. Sie entnehmen einem vollen 1000er Pack acht Schrauben. Da Sie diese nicht zurücklegen, sondern verwenden, wissen Sie, dass die Anzahl X der defekten Schrauben unter den acht entnommenen einer hypergeometrischen Verteilung folgt.

a) Geben Sie die Parameter der hypergeometrischen Verteilung an, und bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass höchstens zwei Schrauben defekt sind.

b) Verwenden Sie eine geeignete Binomialverteilung zur Approximation, und bestimmen Sie darauf basierend eine Näherung für die gesuchte Wahrscheinlichkeit. Wie bewerten Sie die Approximation?

Hinweis: Sie werden einen Computer oder Taschenrechner benötigen.

Hausübung 5.2 (Glücksspiel, 5+5 Punkte)**.** In einem Glücksspiel haben Sie eine Gewinnwahrscheinlichkeit von $\frac{1}{100}$. Sie spielen ein Jahr lang wöchentlich, also 52 mal. X bezeichne die Anzahl von Spielen, bei denen Sie gewinnen.

a) Welcher Verteilung folgt die Zufallsvariable X? Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass Sie
   - höchstens einmal gewinnen,
   - mehr als einmal gewinnen.

b) Setzen Sie eine geeignete Poisson-Verteilung zur Approximation ein, und berechnen Sie mit dieser eine Näherung dafür, dass Sie mehr als einmal gewinnen.

Hinweis: Auch hier werden Sie einen Computer oder Taschenrechner benötigen.

Hausübung 5.3 (Eine Zähldichte, 4 Punkte)**.** Die Funktion $f : \{1, \dots, n\} \to \mathbb{R}$ mit $k \mapsto p_k$ soll eine Zähldichte werden. Äquivalent formuliert soll $(p_k)_{k=1}^n$ ein Wahrscheinlichkeitsvektor werden. Dabei ist $p_k = c \cdot k$ mit einer Konstanten c gesetzt.

Bestimmen Sie c so, dass die Anforderungen an eine Zähldichte bzw. einen Wahrscheinlichkeitsvektor erfüllt sind.

Hinweis: Es gilt $\sum\limits_{k=1}^{n} k = \frac{1}{2}n(n+1)$.