

## Stochastik 1 für Studierende der Informatik

### Präsenzübung 4

**Präsenzübung 4.1** (Der Erbonkel). Ein Erbonkel möchte seinen acht Neffen fünf Grundstücke unterschiedlicher Größe hinterlassen.

- a) Auf wie viele Arten kann er sein Testament machen, wenn jeder Neffe höchstens ein Grundstück bekommen soll?
- b) Da der Onkel etwas senil ist, sind die Wahrscheinlichkeiten für alle diese Testamente gleich. Mit welcher Wahrscheinlichkeit erhält der Lieblingsneffe das größte Grundstück?
- c) Wie lautet die Antwort zu a) bzw. b) ohne die Einschränkung, dass jeder Neffe höchstens ein Grundstück bekommen soll?
- d) Wieviele verschiedene Testamente gibt es, wenn die Grundstücke gleichwertig sind und die Einschränkung aus a) gilt? Wieviele bei gleichwertigen Grundstücken ohne die Einschränkung?

**Präsenzübung 4.2** (Feierlichkeiten). a) Auf einer kleinen Feier sind zehn Personen. Jeder geht alleine nach Hause, und drückt zur Verabschiedung jedem anderen die Hand. Wie oft werden Hände gedrückt?

- b) Auf einer anderen Feier sind zehn Ehepaare, die natürlich paarweise nach Hause gehen. Zur Verabschiedung gibt jeder jedem anderen Gast außer seinem Ehepartner die Hand. Wie oft werden Hände gedrückt?
- c) An einem runden Tisch nehmen sieben Personen Platz. Zwei Sitzordnungen gelten als gleich, wenn sie durch Drehung auseinander hervorgehen, das heißt, wenn alle Personen eine feste Anzahl von Plätzen nach rechts weitergehen, so entsteht dadurch keine neue Sitzordnung. Wie viele verschiedene Sitzordnungen gibt es?
- d) Unter den sieben Personen sind Anna und Markus, die Sitzordnung wird ausgelost. Mit welcher Wahrscheinlichkeit sitzen Anna und Markus nebeneinander?

## Hausübung 4

Abgabe in Ihrer Übung am 3.5. oder 5.5.2016

**Hausübung 4.1** (Fußball, 4+3+3 Punkte). Der Trainer eines Fußballklubs hat in seinem Aufgebot drei Torhüter, sieben Verteidiger, acht Mittelfeldspieler und vier Stürmer.

- Auf wieviele Arten kann der Trainer ein Team zusammenstellen, wenn er im 4-4-2-System spielen will, also mit einem Torhüter, je vier Verteidigern und Mittelfeldspielern sowie zwei Stürmern?
- Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist der bei den Fans beliebte Stürmer Abel Bebel im Team, wenn der als Feierbiest bekannte Trainer nach feuchtfröhlichem Beisammensein seine Trainingseindrücke vergisst und aus allen im 4-4-2-System möglichen Aufstellungen rein zufällig eine auswählt?
- Auf wieviele Arten kann der Trainer die vier ausgewählten Verteidigern auf den vier Positionen seiner Abwehrkette verteilen, wenn er davon ausgeht, dass alle ausgewählten Verteidiger jede Position spielen können?

**Hausübung 4.2** (Ein neues Spiel 77, 3+4 Punkte). Sie arbeiten bei einer Lotterie. Diese möchte eine Variante der bekannten Fernsehlotterie „Spiel 77“ auf den Markt bringen:

- Es werden wie gewohnt 7 Ziffern von 0 bis 9 mit Zurücklegen gezogen, jede Ziffer kann also mehrfach vorkommen.
- Im Unterschied zum bekannten Spiel werden die Ziffern am Ende der Größe nach aufsteigend sortiert, aus der Ziehung 5, 0, 7, 9, 1, 7, 5 wird also die Zahl 0155779 zusammengesetzt.

Die sortierte siebenstellige Zahl ist dann das Ergebnis der Ziehung, die Menge aller solchen sortierten Zahlen wird mit  $\Omega$  bezeichnet.

- Wie viele Ergebnisse gibt es, d.h. wie viele Elemente enthält  $\Omega$ ?
- Ist auf  $\Omega$  eine Laplace-Annahme gerechtfertigt?

**Hausübung 4.3** (Zwei Wahrscheinlichkeitsmaße, 8 Punkte). Es sei  $\Omega \neq \emptyset$  eine diskrete Menge,  $P, Q : 2^\Omega \rightarrow \mathbb{R}$  seien zwei Wahrscheinlichkeitsmaße, und es sei  $\alpha \in [0, 1]$ . Zeigen Sie, dass durch

$$R(A) := \alpha P(A) + (1 - \alpha)Q(A), \quad A \subset \Omega$$

ebenfalls ein Wahrscheinlichkeitsmaß  $R : 2^\Omega \rightarrow \mathbb{R}$  definiert wird. Warum gilt dies für  $\alpha \notin [0, 1]$  nicht?