Universität Hamburg
Dr. Hendrik Baumann
Sommersemester 2016

Stochastik 1 für Studierende der Informatik

Präsenzübung 3

Präsenzübung 3.1 (Wahrscheinlichkeitsvektoren, Zufallsvariablen, Urbild und Verteilung).
Über $\Omega = \{1, 2, ..., 10\}$ sei das Wahrscheinlichkeitsmaß $P : 2^\Omega \to \mathbb{R}$ durch

ω	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$P(\{\omega\})$	0.2	0.05	0.2	0.05	0.05	0.1	0.15	0.05	0.05	0.1

charakterisiert.

a) Überprüfen Sie, dass $(P(\{\omega\}))_{\omega=1}^{10}$ tatsächlich ein Wahrscheinlichkeitsvektor ist.

b) Es sei A das Ereignis „ungerade Zahl“. Stellen Sie A als Menge dar und berechnen Sie $P(A)$.

c) Es sei B das Ereignis „gerade Zahl“. Wie hängt B mit A zusammen? Berechnen Sie $P(B)$.

d) Die Funktion $X : \Omega \to \Omega'$ mit $\Omega' = \{\aquarius, \odot, \rightmoon\}$ sei durch

$$\begin{aligned} X(1) = X(4) = X(5) = X(8) &= \aquarius, \\ X(3) = X(6) = X(7) &= \odot, \\ X(2) = X(9) = X(10) &= \rightmoon \end{aligned}$$

gegeben. Bestimmen Sie $X^{-1}(\{\aquarius\})$, $X^{-1}(\{\odot\})$, $X^{-1}(\{\rightmoon\})$ sowie $X^{-1}(\{\aquarius, \odot\})$.

e) Charakterisieren Sie die Verteilung von X durch den zugehörigen Wahrscheinlichkeitsvektor, d.h. vervollständigen Sie die Tabelle

x	$\aquarius$	$\odot$	$\rightmoon$
$P(X = x)$			

Hausübung 3

Abgabe in Ihrer Übung am 26.4. oder 28.4.2016

Hausübung 3.1 (Die minimale Augenzahl, 5+5+3+2 Punkte)**.** Es werden zwei faire Würfel geworfen, der Ergebnisraum ist $\Omega = \{1,2,3,4,5,6\}^2$, das Wahrscheinlichkeitsmaß durch $P(\{(i,j)\}) = \frac{1}{36}$ für alle $(i,j) \in \Omega$ definiert. Die Zufallsvariable X beschreibe nun das Merkmal „minimale Augenzahl", d.h.

$$X : \Omega \to \Omega',\ X((i,j)) = \min\{i,j\}$$

mit $\Omega' = \{1,2,3,4,5,6\}$.

a) Bestimmen Sie $X^{-1}(\{x\})$ für $x = 1,2,3,4,5,6$.

b) Charakterisieren Sie die Verteilung von X, d.h. ergänzen Sie die Tabelle

x	1	2	3	4	5	6
$P(X = x)$						

c) Ermitteln Sie $P(X \leq 3)$ und bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die minimale Augenzahl ungerade ist.

d) Hätte $\Omega' = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10\}$ gewählt werden dürfen?

Hausübung 3.2 (Archäologie, 10 Punkte)**.** Bei Ausgrabungen in China haben Archäologen vor einigen Jahren einen Behälter entdeckt, in dem sich eine wohl 2400 Jahre alte „Suppe" befand, Die mit Knochen bestückte grünliche Flüssigkeit befand sich in einem Kessel, der in einem Grab in der Stadt Xian entdeckt wurde, wie die Zeitung „Global Times" berichtete. Der Fund wurde bei Ausgrabungen im Rahmen des Ausbaus des Flughafens der Stadt Xian gemacht, die für ihre Terrakotta-Armee bekannt ist. Eine Untersuchung sollte nun zeigen, welche Zutaten sich in der Flüssigkeit befanden, und ob es sich tatsächlich um eine Suppe handelt (soweit die Realität. . .)

Wissenschaftler und Studierende der Universität Hamburg mischten bei diesen Untersuchungen mit. Sie überlegten vorher, ob in dem Behälter wenigstens eine der Zutaten „Reis", „Peking-Ente" oder „Brokkoli" zu identifizieren sei. Dabei nahmen sie an, dass die Wahrscheinlichkeit, dass Reis verwendet wurde, bei $\frac{4}{5}$ liegt, die für Peking-Ente bei $\frac{1}{2}$ und die für Brokkoli bei $\frac{1}{4}$. Die Wahrscheinlichkeit, dass Reis und Peking-Ente verwendet wurden, liegt bei $\frac{9}{20}$, die Wahrscheinlichkeit für Reis und Brokkoli bei $\frac{3}{20}$, die Wahrscheinlichkeit für Peking-Ente und Brokkoli bei $\frac{1}{20}$. Schließlich liegt die Wahrscheinlichkeit, dass alle drei Zutaten verwendet wurden, ebenfalls bei $\frac{1}{20}$. Hätten SIe hier helfen können? Ermitteln Sie die gesuchte Wahrscheinlichkeit.