

- Summe der ersten n natürlichen Zahlen (*Der kleine Gauß*)

$$\sum_{i=1}^n i = \frac{n(n+1)}{2}$$

- Summe der ersten n ungeraden natürlichen Zahlen

$$\sum_{i=1}^n (2i-1) = n^2$$

- Summe der ersten n Quadratzahlen

$$\sum_{i=1}^n i^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

- Summe der ersten n Kubikzahlen

$$\sum_{i=1}^n i^3 = \left(\frac{n(n+1)}{2} \right)^2$$

- Geometrische Reihe

$$\sum_{i=0}^n q^i = \frac{q^{n+1} - 1}{q - 1} = \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q}$$

- Geometrische Reihe in leichter Variation (Start bei $i = 1$)

$$\sum_{i=1}^n q^i = \frac{q^{n+1} - q}{q - 1}$$

- Reihe mit Binomialkoeffizienten

$$\sum_{k=0}^n \binom{n}{k} a^{n-k} b^k = (a+b)^n \quad (a, b \in \mathbb{R} \text{ und } n \in \mathbb{N})$$

- Spezialfall von eben mit $a = b = 1$

$$\sum_{k=0}^n \binom{n}{k} = 2^n$$

- Harmonische Zahlen/Reihe. Mit

$$H_n := \sum_{i=1}^n \frac{1}{i}$$

wird die n -te Harmonische Zahl bezeichnet. Es gilt die Abschätzung $\ln n < H_n < (\ln n) + 1$, also ist $H_n \in \Theta(\log n)$.

- Fakultätsfunktion. Bei der Analyse von Algorithmen kommt gelegentlich die Fakultätsfunktion vor, für die die Stirlingische Formel gilt

$$n! \approx \sqrt{2\pi n} \left(\frac{n}{e}\right)^n$$

dieser Wert ist um etwa $\frac{1}{12n}$ zu klein. Nutzt man dies noch, so kann man leicht $n! \in O(n^n)$ sehen. Eine bessere Abschätzung erlaubt sogar $n! \in \Theta\left(\left(\frac{n}{e}\right)^{n+\frac{1}{2}}\right)$ uns genügt aber meist erstere.

Version vom 21. Oktober 2015