

المملكة المغربية
ROYAUME DU MAROC



Ministère de l'Enseignement Supérieur de la Recherche
Scientifique de la Formation des Cadres

Présidence du Concours National Commun
Ecole Nationale Supérieure des Mines de Rabat



CONCOURS NATIONAL COMMUN
D'admission dans les Établissements de Formation d'Ingénieurs et
Établissements Assimilés
Session 2016

ÉPREUVE DE PHYSIQUE I

Filière **TSI**

Durée **4** heures

Cette épreuve comporte 9 pages au format A4, en plus de cette page de garde
L'usage de la calculatrice est autorisé

- On veillera à une présentation et une rédaction claires et soignées des copies. Il convient en particulier de rappeler avec précision les **références** des questions abordées.
- Toutes les réponses devront être très soigneusement justifiées.
- Si un résultat donné par l'énoncé est non démontré, il peut néanmoins être admis pour les questions suivantes. Les différentes parties du problème sont relativement indépendantes entre elles.
- *Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en indiquant clairement les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.*

Le climat est devenu une priorité pour l' Humanité ; il fait l'objet de congrès mondiaux et le prochain, COP22, aura lieu au Maroc en novembre 2016.

On se propose d'étudier quelques bilans énergétiques ayant une influence sur les paramètres climatiques du sol terrestre. La présence de la vie sur Terre est tributaire du soleil ; le rayonnement solaire détermine la température du sol terrestre et par conséquent affecte aussi les principaux paramètres climatiques et météorologiques comme la pression et le taux d'humidité. Des équilibres complexes font intervenir en plus du soleil, l'intérieur de la terre, l'atmosphère et les océans.

Données

Intensité du champ de pesanteur au sol : $g = 10 \text{ m.s}^{-2}$.

La constante d'attraction gravitationnelle : $G = 6,6 \cdot 10^{-11} \text{ SI}$.

Rayon de la terre : $R_t = 6,4 \cdot 10^6 \text{ m}$.

Rayon du soleil : $R_s = 7 \cdot 10^8 \text{ m}$.

Distance moyenne soleil-terre : $D = 1,5 \cdot 10^{11} \text{ m}$

Masse de la terre : $M_t = 6 \cdot 10^{24} \text{ kg}$.

Masse du soleil : $M_s = 2 \cdot 10^{30} \text{ kg}$

Nombre d'Avogadro : $N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$.

Constante de Boltzmann : $k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J.K}^{-1}$.

Permittivité diélectrique du vide : $\epsilon_0 = \frac{1}{36 \cdot \pi \cdot 10^9}$

D'autres données sont insérées dans les parties concernées de l'énoncé.

I 1 ère partie : Énergie transmise par rayonnement du soleil vers la terre

I.1. Propagation du rayonnement solaire.

Le soleil émet de façon isotrope du rayonnement électromagnétique à travers le vide interstellaire et la Terre en reçoit une partie.

- I.1.1. Donner les expressions de la densité volumique d'énergie électromagnétique $u_{em}(M, t)$ et du vecteur de Poynting $\vec{\pi}(M, t)$, en fonction du champ électrique $\vec{E}(M, t)$ et du champ magnétique $\vec{B}(M, t)$.

- I.1.2. Donner l'expression de la puissance électromagnétique rayonnée à travers une surface fermée S .
- I.1.3. Donner l'expression de l'énergie électromagnétique U_{em} contenue dans un volume V délimité par la surface S .
- I.1.4. Établir l'expression globale du bilan d'énergie électromagnétique.
- I.1.5. Que devient cette expression du bilan d'énergie électromagnétique en régime permanent.
- I.1.6. La puissance surfacique rayonnée par le soleil est $\varphi = \sigma.T_s^4$, où σ est appelée constante de Stefan, $\sigma = 5,67.10^{-8}$ SI, et T_s est la température de surface du soleil.
Déterminer l'expression de la puissance électromagnétique totale P_s rayonnée par la surface du soleil. .
- I.1.7. Justifier la propagation rectiligne des rayonnements électromagnétiques solaires vers la terre.
- I.1.8. Soit φ_s la puissance surfacique moyenne reçue orthogonalement par mètre carré à la limite supérieure de l'atmosphère terrestre : $\vec{\pi} = \varphi_s \cdot \vec{u}_n$, avec \vec{u}_n vecteur unitaire de même sens que $\vec{\pi}$. Établir la relation donnant l'expression de φ_s en fonction de P_s et des données utiles.
- I.1.9. Sachant que $\varphi_s = 1,36kW$, donner une estimation de la température de surface du soleil T_s .

La température du sol terrestre est principalement fixée par le rayonnement thermique solaire ; mais le sol échange aussi de l'énergie avec l'intérieur de la terre, avec les océans et avec l'atmosphère.

- I.1.10. En introduisant les paramètres physiques appropriés, donner la forme des puissances thermiques surfaciques reçues par le sol terrestre de température T_t :
 - Venant de l'intérieur de la terre par conduction : $\varphi_{i \rightarrow s}$.
 - Venant de l'air par convection : $\varphi_{a \rightarrow s}$

I.2. Production de l'énergie du soleil .

L'énergie est produite à l'intérieur du soleil grâce à la fusion nucléaire entre protons. Pour modéliser cette interaction, on considère un système de deux protons, supposé isolé, et qui se dirigent l'un vers l'autre. Dans l'état initial ils sont très éloignés, l'énergie potentielle est nulle et ont une même énergie cinétique $\varepsilon_{c,i}$ égale à $\varepsilon_{th} = \frac{3}{2}k.T$, k étant la constante de Boltzmann et où $T = 1,5.10^7 K$ est la température à l'intérieur du soleil. La masse d'un proton est $m_p = 1,67.10^{-27} kg$ et sa charge $e = 1,6.10^{-19} C$.

- I.2.1. On note par M_1 et M_2 les positions des deux protons. Montrer que l'étude des mouvements peut se ramener à celle d'un mobile fictif M de masse μ . Ce mobile est repéré par \vec{GM} dans le référentiel du centre de masse $\mathcal{R}^*(GXYZ)$, et G est le barycentre.

- I.2.2. Déterminer l'expression de l'énergie potentielle $\varepsilon_p(r)$ et celle de l'énergie mécanique ε_m pour le mobile M.
- I.2.3. Pour que la fusion puisse avoir lieu, les deux particules doivent s'approcher à une distance minimale d'approche $r_0 = 10^{-15}m$ (rayon estimé d'un proton). Donner l'expression de l'énergie mécanique correspondante $\varepsilon_{m,0}$. En déduire l'énergie cinétique initiale et la température correspondante T_0 .
- I.2.4. Discussion graphique : tracer le graphe $\varepsilon_p(r)$, et les deux états d'énergie mécanique : $\varepsilon_{m,0}$ et $\varepsilon_{m,i}$ (état initial). Faire une discussion générale qualitative selon l'énergie mécanique ε_m .
- I.2.5. La mécanique classique peut-elle expliquer la fusion nucléaire dans le cas d'énergie mécanique $\varepsilon_m = \varepsilon_{m,i}$? Commenter.
- I.2.6. L'hydrogène 1H constitue 10% de la masse du soleil. La réaction de fusion nucléaire de quatre noyaux d'hydrogène 1H dégage une énergie de $25MeV$. Sachant que la puissance totale rayonnée par le soleil est $P_s = 4.10^{26}W$, déterminer la durée (en années) durant laquelle le soleil rayonnerait de l'énergie.
- I.3. Influence du rayonnement solaire sur la température du sol terrestre.

La température en un point du globe terrestre croît avec la puissance moyenne reçue par unité de surface du sol. Cette température change dans l'espace et dans le temps à cause des deux mouvements de la terre : rotation autour d'elle même en $\tau_j = 24h$ et révolution autour du soleil avec la période $\tau_a = 1an$.

I.3.1. Variation de la température avec le lieu sur la Terre.

Dans cette partie, la terre est assimilée à une sphère de centre O' , de rayon R_t .

Un point M sur la surface du globe terrestre est repéré par la donnée de sa latitude λ ; avec $\lambda = (\vec{O'E}, \vec{O'M})$ où E représente le point d'intersection du cercle passant par N et M avec le plan équatorial : voir figure 1.

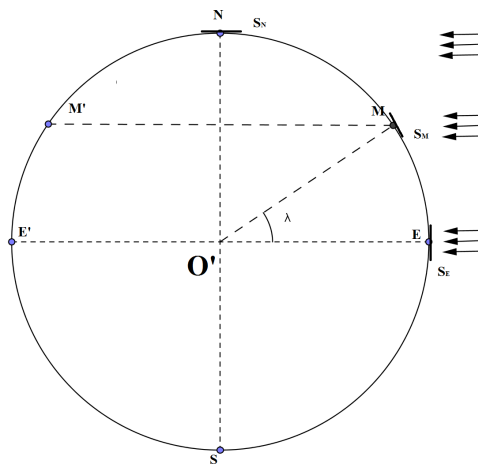


Figure 1

I.3.1.1. Justifier qu'on puisse considérer les rayons solaires, arrivant sur la terre, comme parallèles entre eux. Cette supposition sera maintenue dans la suite.

I.3.1.2. A un instant donné, on considère trois faisceaux identiques, parallèles au plan équatorial et qui arrivent aux points E, M et N du sol. Comparer, en le justifiant, les températures T_E, T_M et T_N aux trois points précédents.

I.3.2. Influence du mouvement orbital de la Terre sur la température du globe.

La terre, de masse M_t , est soumise à la force gravitationnelle exercée par le soleil de masse M_s . Le mouvement du barycentre O' de la terre, supposée ponctuelle, est décrit dans le référentiel de Copernic $R(OXYZ)$ supposé galiléen, O étant le centre du soleil.

I.3.2.1. Donner l'expression de la force gravitationnelle du soleil sur la terre.

I.3.2.2. Montrer que le mouvement de la Terre est plan. On pourra donc le repérer dans le plan polaire XOY par ses coordonnées polaires $r = OO'$ et θ . La trajectoire de la Terre est donnée par la relation entre r et θ : $r(\theta) = \frac{r_0}{1 + e \cos(\theta)}$ où r_0 est une constante et $e = 0,017$ est l'excentricité.

I.3.2.3. Donner les expressions des distances minimale r_{min} et maximale r_{max} en fonction de r_0 et e .

I.3.2.4. En déduire la variation relative de la distance soleil-terre :

$$\varepsilon_r = \frac{\Delta r}{r_{min}} = \frac{r_{max} - r_{min}}{r_{min}}.$$

Selon un modèle simplifié, on suppose que la température d'une planète (ponctuelle) dépend de sa distance r au soleil selon la relation : $T = \frac{k}{\sqrt{r}}$.

I.3.2.5. Déterminer l'expression de la variation relative de la température :

$$\varepsilon_T = \frac{\Delta T}{T_{min}} = \frac{T_{max} - T_{min}}{T_{min}}.$$

I.3.2.6. Dans votre région, on suppose que $T_{min} = 273K$. Quelle est la température maximale T_{max} prévue par ce modèle ? Commenter.

I.3.3. Influence de l'inclinaison de l'axe de rotation de la terre sur la température

L'axe SN de rotation de la terre autour d'elle-même est incliné d'un angle $\alpha = 23,5^\circ$ par rapport à l'axe $O'Z$ parallèle à l'axe OZ : voir figures 2 et 3. On considère un point M du globe terrestre repéré par sa latitude λ , et pour les applications numériques on prendra $\lambda = 30^\circ$.

Les températures changent lors du mouvement de la terre autour du soleil, donc en fonction des saisons. Pour l'hémisphère nord, l'hiver commence lorsque la distance terre-soleil est minimale et la terre est en O'_1 et le printemps commence après une rotation $\Delta\theta = \frac{\pi}{2}$.

I.3.3.1. Représenter la trajectoire du centre de la terre et placer les débuts des quatre saisons pour l'hémisphère nord.

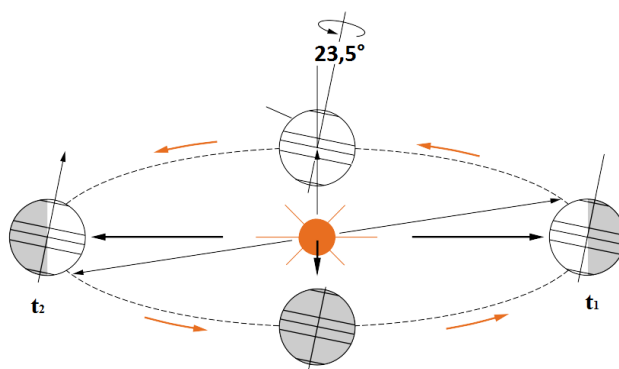


Figure 2

- I.3.3.2. Exprimer le moment cinétique de la terre $\vec{\sigma}_O$ et en déduire la loi des aires.
- I.3.3.3. Compte tenu de la faible excentricité de la terre : $e_t = 0,017$, et à l'aide d'une approximation appropriée, exprimer la durée, en ans, de l'hiver.
- I.3.3.4. Exprimer l'écart relatif maximal entre les flux surfaciques (maximal et minimal) au sol : $\varepsilon_\varphi(\lambda) = \frac{\varphi_{max} - \varphi_{min}}{\varphi_{min}}$. Faire l'application numérique.

Le schéma de la figure 3 ci-dessous représente deux situations de la terre à deux dates notées t_1 (à droite) et t_2 (à gauche) et pour lesquelles un point donné M de la terre, se retrouve respectivement aux positions $M(t_1) = M_1$ et $M(t_2) = M_2$.

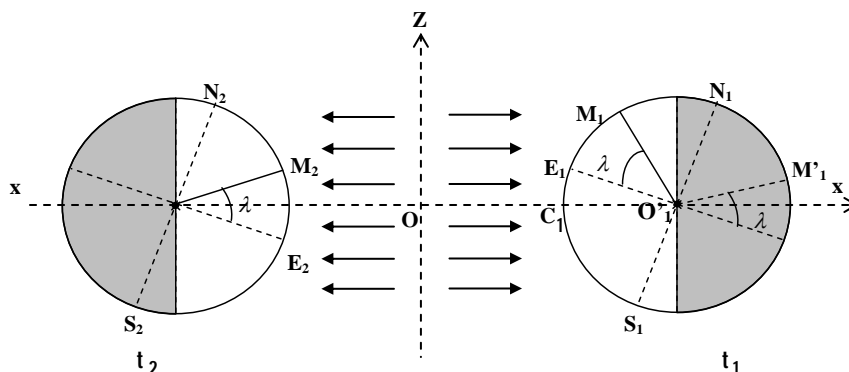


Figure 3

- I.3.3.5. A la date t_1 , sur la figure 3, les rayons solaires sont orthogonaux pour le point C_1 du globe terrestre. Quelle est la latitude de ce point et quelle est la saison en ce point ?
- I.3.3.6. Exprimer en fonction de τ_a la durée minimale τ_{12} séparant les instants t_1 et t_2 .

I.3.3.7. Soit τ_{lc} la durée qui sépare le lever et le coucher du soleil pendant une journée, en un point donné du sol. Cette durée est-elle constante sur toute l'année en un point donné de la Terre ? Justifier.

I.3.3.8. Recopier le tableau ci-dessous sur votre copie et remplir ses cases par les réponses correctes. Dans la dernière ligne on comparera la durée du jour (apparition théorique du soleil) τ_{lc} à la durée moyenne du jour prise égale à $\tau_{jm} = 12h$.

Position considérée	M_1	M_2	M'_1	S_1
Saison en ce point				
Comparaison de τ_{lc} à τ_{jm}				

I.3.3.9. A l'instant $t = t_1 + \frac{\tau_a}{4}$, précisez la saison qui règne à l'équateur.

I.4. Utilisation des satellites en météorologie

Les satellites artificiels de la Terre SPOT et METEOSAT sont utilisés pour des observations climatiques et météorologiques ; on les assimilera à des points matériels notés respectivement S et M. On étudie les mouvements dans le référentiel géocentrique $\mathcal{R}(O'XYZ)$ supposé galiléen.

Le satellite SPOT (Satellite Pour l'Observation de la Terre) a une trajectoire située dans un plan polaire (orthogonal au plan de l'équateur) et décrite avec une période $\tau_S = 101,4min$. Lorsque le satellite SPOT parcourt son orbite, il observe une large bande terrestre, les images réalisées par le satellite SPOT sont recueillies sur une barrette constituée de 6 000 détecteurs CCD et chaque détecteur est assimilable à un carré de $13\mu m$ de côté recueillant l'information provenant d'une zone terrestre carrée de 10 m de côté.

Le satellite METEOSAT survole toujours le même point du sol de la Terre.

I.4.1. Donner la deuxième loi de Kepler (aussi nommée loi des aires) dans le cas général d'un satellite terrestre en mouvement elliptique. Illustrer cette loi par un schéma.

I.4.2. Ces deux satellites SPOT et METEOSAT décrivent des trajectoires circulaires respectivement à des altitudes h_S et h_M et des périodes τ_S et τ_M .

établir les relations liant chacune des périodes à l'altitude correspondante et aux constantes du problème.

I.4.3. Dans quel sens le satellite M tourne-t-il par rapport au référentiel géocentrique ? Situer, avec justification, le plan de sa trajectoire.

I.4.4. Déterminer la longueur de la région terrestre (de largeur 10 m) dont l'image a été collectée par les 6000 détecteurs de la barrette

I.4.5. Combien de révolutions doit effectuer SPOT pour réaliser une observation complète de la Terre ?

II 2 ème partie : Atmosphère de la Terre

L'atmosphère de la terre est formée par l'air qui enveloppe le globe terrestre sur quelques dizaines de kilomètres. L'air est assimilé à un gaz parfait contenant $x_{N_2} = 80\%$ de diazote et $x_{O_2} = 20\%$ de dioxygène. A une altitude z , repérée à partir du sol, on notera respectivement $T(z)$, $P(z)$ et $\rho(z)$: la température, la pression et la masse volumique. Au niveau du sol $z = 0$, on prendra : $P_0 = 1\text{bar} = 1,03.10^5\text{Pa}$ et $T = T_0 = 300\text{K}$.

II.1. Quelques ordres de grandeur

- II.1.1. Donnez une estimation de la masse de l'atmosphère M_{at} et de la hauteur de l'atmosphère H_{at} .
- II.1.2. Les océans recouvrent 70% de la surface du globe terrestre et ont une profondeur moyenne de 3800 m et une masse volumique de $\rho_{oc} = 1030\text{kg.m}^{-3}$. Donnez une estimation de la masse des océans M_{oc} .
- II.1.3. Compte tenu de la comparaison entre la masse des océans et celle de l'atmosphère, estimer lequel des deux est le plus sensible aux perturbations climatiques dues à l'activité humaine.

II.2. Modèle d'atmosphère terrestre

L'atmosphère est en équilibre mécanique par rapport au référentiel terrestre R(OXYZ) supposé galiléen d'origine O sur le sol et OZ ascendant. On supposera le champ de pesanteur uniforme.

- II.2.1. Exprimer la masse molaire de l'air M_a en fonction des masses molaires M_{N_2} du diazote et M_{O_2} du dioxygène.
- II.2.2. On étudie l'équilibre mécanique d'une tranche d'air d'épaisseur dz , de section dS et de masse dm . En déduire la relation fondamentale de la statique des fluides reliant la pression et la masse volumique.
- II.2.3. Donnez la loi de variation de l'intensité du champ de pesanteur $g(z)$ en fonction de l'altitude z . Déterminer jusqu'à quelle altitude z_{max} peut-on supposer le champ de pesanteur uniforme à 10^{-4} près ? Discuter alors l'hypothèse faite sur l'uniformité du champ de pesanteur.

On modélise l'atmosphère par un modèle dit "polytropique" dans lequel on a :

$\frac{P(z)}{\rho(z)^k} = \text{constante}$, où k est une constante donnée, ajustable a posteriori aux données expérimentales.

- II.2.4. Déterminer l'expression de la pression en fonction de z : $P(z)$.

- II.2.5. En déduire $T(z)$ et montrer que $\frac{dT}{dz}$ est une constante. En déduire la valeur de k sachant que $\frac{dT}{dz} = -7.10^{-3}\text{K.m}^{-1}$.

II.3. Étude d'un ballon sonde

Un ballon sonde en mouvement d'ascension dans l'atmosphère permet de collecter des mesures de température, de pression, etc. On considère un ballon de volume maximal $V_{max} = 1000m^3$ partiellement rempli au sol par un volume $V_0 = 500m^3$ d'hélium de masse molaire $M_{He} = 4g.mol^{-1}$. La masse totale de l'enveloppe (hélium non compris) et de la nacelle est $m = 450kg$. L'enveloppe est munie d'une soupape qui assure l'équilibre thermique et mécanique entre l'hélium et l'air extérieur décrit par le modèle polytropique. On négligera les frottements.

- II.3.1. Montrer que le rapport des masses volumiques de l'hélium et de l'air $d = \frac{\rho_{He}}{\rho_a}$ est indépendant de l'altitude lors de l'ascension
- II.3.2. La force ascensionnelle est la résultante des forces qui s'exercent sur le ballon en mouvement rectiligne selon l'axe ascendant OZ ; déterminer l'expression de sa composante au sol : $F_z(z = 0)$ en fonction de g, m, d, V_0 et de ρ_a .
- II.3.3. A quelle condition le ballon s'élève-t-il ? Cette condition est-elle réalisée ici ?
- II.3.4. Exprimer le volume $V(z)$ au cours de l'ascension tel que $V(z) < V_{max}$, la masse d'hélium étant constante.
- II.3.5. Calculer l'altitude maximale z_0 atteinte lorsque $V(z) = V_{max}$.
- II.3.6. Après que cette altitude maximale z_0 est atteinte le volume reste constant. Le ballon continuant à s'élever, le gaz sort par la soupape pour assurer l'équilibre thermique et mécanique avec l'air extérieur. Montrer que la force ascensionnelle décroît et s'annule pour une altitude z_{max} à déterminer.

II.4. Un dispositif de mesure de l'humidité de l'air

Pour tenir compte de la présence de vapeur d'eau, il faut connaître l'évolution de l'humidité relative de l'atmosphère en fonction de la température et de l'altitude. On appelle humidité relative à la température $T(z)$, le rapport, noté HR et exprimé en % entre la pression partielle de la vapeur d'eau et la pression de vapeur saturante à la même température

$$T : HR = 100. \frac{P_{H_2O_g}}{P_{H_2O}^{sat}}.$$

II.4.1. Préliminaire sur l'équilibre liquide-vapeur

II.4.1.1. On considère l'équilibre liquide-vapeur de l'eau pure. Définir la pression de vapeur saturante $P_{H_2O}^{sat}$.

II.4.1.2. Que se passe-t-il pour l'atmosphère lorsque $HR = 100$?

Pour mesurer l'humidité relative de l'atmosphère, on utilise un capteur constitué d'un condensateur dont la capacité varie avec l'humidité. Le principe de la sonde hygrométrique est représenté par le schéma de la figure 4(a), et le circuit de mesure est donné par la figure 4(b). L'amplificateur opérationnel, considéré comme parfait, fonctionne en régime de saturation $v_s = \pm V_{sat} = \pm 15V$.

II.4.2. Établir l'équation différentielle vérifiée par la tension $v_c(t)$. On suppose le condensateur déchargé à $t = 0$, et $v_s = +V_{sat}$. Déterminer l'expression de $v_c(t)$.

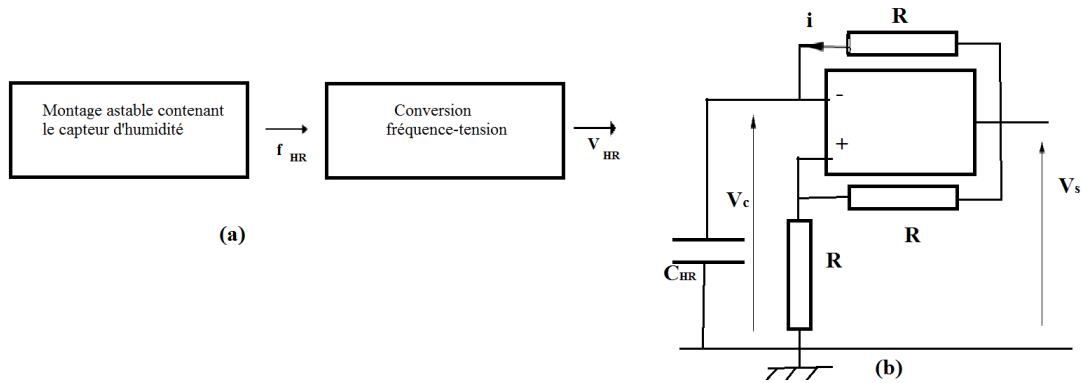


Figure 4

- II.4.3. Déterminer l'instant t_0 pour lequel on a basculement vers $v_s(t = t_0^+) = -V_{sat}$.
- II.4.4. Donner, alors, l'équation différentielle vérifiée par la tension $v_c(t)$ et déduire l'expression de $v_c(t)$.
- II.4.5. Déterminer l'instant t_1 de basculement pour lequel $v_s(t = t_1^+) = +V_{sat}$.
- II.4.6. Tracer les graphes de $v_c(t)$ et $v_s(t)$ et déterminer l'expression de la période T_{HR} de ces signaux.
- II.4.7. Expliquer comment déterminer, graphiquement, la valeur de la constante de temps $\tau = R.C_{HR}$.
- II.4.8. Justifier que la fréquence f_{HR} permet de déterminer l'humidité relative HR .
- II.4.9. Rappeler l'expression de la capacité C pour un condensateur plan. Expliquer comment cette capacité peut dépendre de l'humidité.