

网球拍效应

冯睿骐^[1]
指导老师：白翠琴

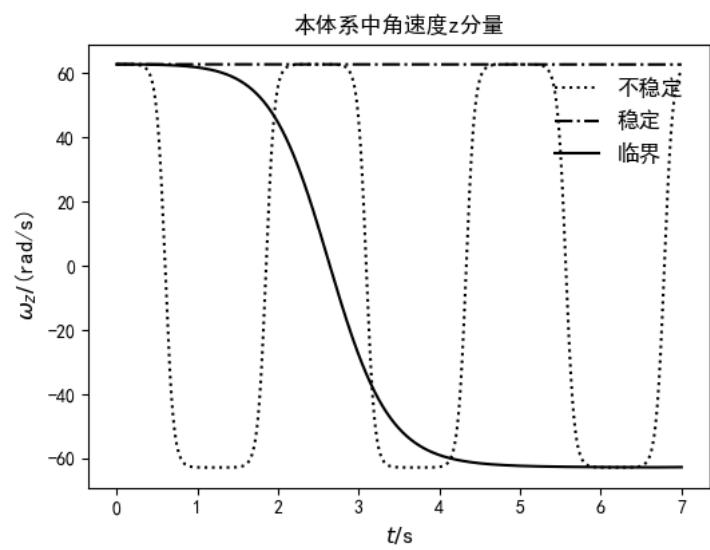
网球拍效应介绍

TRE指刚体绕第二惯量主轴的不稳定旋转现象。刚体自由转动的动力学方程如下

$$\begin{aligned}\dot{\Omega}_x &= \frac{I_{yy} - I_{zz}}{I_{xx}} \Omega_y \Omega_z \\ \dot{\Omega}_y &= \frac{I_{zz} - I_{xx}}{I_{yy}} \Omega_z \Omega_x \\ \dot{\Omega}_z &= \frac{I_{xx} - I_{yy}}{I_{zz}} \Omega_x \Omega_y\end{aligned}$$

在
 $I_{yy} > I_{zz} > I_{xx}$ 或 $I_{xx} > I_{zz} > I_{yy}$
且
 $\Omega_z \gg \Omega_x \sim \Omega_y$

的条件下可以观察到刚体除了绕z轴旋转还会翻转。典型的发生、不发生TRE时，z方向角速度关于时间的变化图像如下图所示：



COMSOL设置

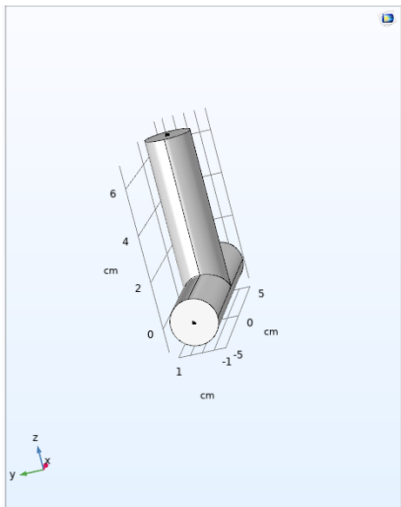
事实上，刚体的动力学方程是3个常微分方程构成的方程组。解ODE有很多数值方法，而且实现起来也不难。但总之我们先来使用COMSOL。本文档中使用的COMSOL版本是5.6。

物理场设置

- 打开COMSOL，新建项目，选择 Model Wizard，接着选择 3D，因为我们的模型是3维的。
- 只需选择 Multibody Dynamics 物理场，Study 选择 Time Dependent

刚体设置

- 在 Component 1/Geometry 中添加你想要的几何体。我们将以T型扳手为例
 - 添加两个圆柱体并设置它们的位置和尺寸
- 选择 Component 1/Geometry 中的 Form Union 并在设置中选择 Build All , 从而将添加的几何体组装成一个几何体
 - 在右侧窗口可以看到它们的样子

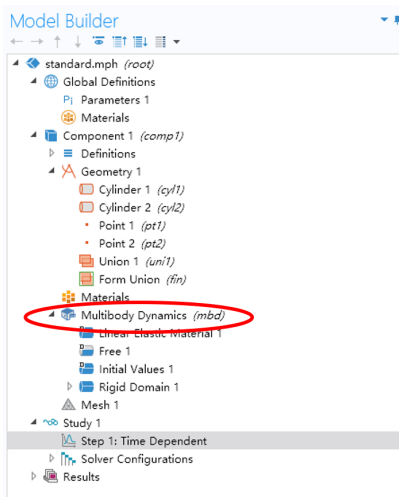


- 选择材料(因为是刚体, 事实上只有材料的密度会影响; 又因为我们的研究中刚体自由转动, 只要密度分布均匀就不会对运动有任何影响)

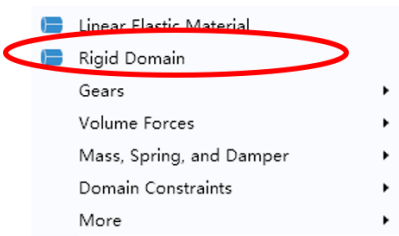
模拟设置

我们只需要求解刚体运动，所以

- 在 Component 1/Multibody Dynamics 选项下添加 Rigid Domain 并将几何体加入这个刚体域。
 - 如图，右击 Multibody Dynamics

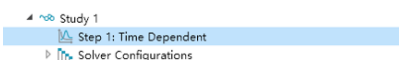


- 在右键菜单中选择添加Rigid Domain



- 选择 Study 1/Step 1: Time Dependent，设置希望使用的步长和模拟时间。这是一个ODE求解，所以不需要设置网格

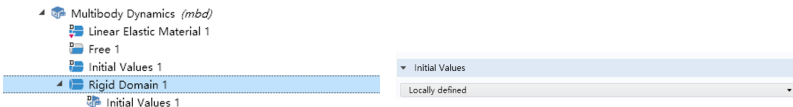
- 在左侧菜单中选择



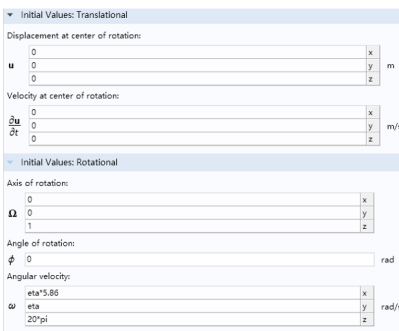
- 在设置中调节



- 在 Multibody Dynamics 中设置初始条件，需要设置第二主轴的初始角速度远大于另两个轴
- 在Rigid Domain中选择Initial Values为Locally Defined



- 在下级菜单中设置初始条件



- 开始模拟并在 Results 中查看结果，可以导出数据并进一步分析

使用Phyphox进行实验

- 下载Phyphox App
- 选择角速度记录
- 扔手机，使得初始角速度基本沿第二主轴
- 接住手机 (从而您的手机将会有更小的概率损坏)
- 导出数据并分析

更多资料

- 数据处理的代码在[github](#)上可以找到
- 我的COMSOL实例在[github](#)上可以找到
- 一个用COMSOL模拟TRE的[示例](#)，我的COMSOL模拟参考了这个示例

1. 由于作者水平有限，本文难免存在疏漏，请读者不吝赐教。邮箱：rfeng20@fudan.edu.cn [↩](#)