## 学術・技術論文

# 床反力限界を考慮した2脚ロボットの実時間動力学補償

竹中透\*松本隆志\*吉池孝英\*

## Real-time Dynamics Compensation with Considering Ground Reaction Force and Moment Limit for Biped Robot

Toru Takenaka\*, Takashi Matsumoto\* and Takahide Yoshiike\*

In this paper we propose a dynamics error compensation method for the approximate gait in which the vertical ground reaction force varies such as a running gait. In this method, the dynamics error of the original gait is calculated as the moment of the ground reaction force about the target ZMP by using a more precise dynamics model. The allowable ranges of the horizontal ground reaction force and the ground reaction moment about the target ZMP is determined according to the vertical ground reaction force. The horizontal position and inclination of the torso are modified to reduce the dynamics error as well as to satisfy the allowable ranges using an inverted pendulum model and a flywheel model. The approximate gait is modified to have the total center of mass follow parabolic motion while conserving the angular momentum about the center of mass, by just setting both allowable ranges to [0,0] during the flight phase. The effect of the proposed method is shown by the simulation and experiment of ASIMO running.

Key Words: Humanoid Robot, Dynamics Compensation, Inverted Pendulum, Flywheel, Allowable Range

## 1. はじめに

人と共存できる人間型ロボットを実用化する上で,リアルタイムに自在に目標歩容を生成する技術は不可欠である.このため、歩容生成においては、倒立振子のような、計算量が少なく挙動解析が容易な動力学モデルが用いられることが多い.しかし、脚を振る速度が高くなるにつれ、モデルの動力学的な誤差が無視できなくなり、実際のロボットを目標歩容に追従させることが困難になる.この問題に対しては、単純な動力学モデルによって生成された歩容を、詳細な動力学モデルによって補正する手法が、以下のようにいくつか提案されている.

長阪[1]は、近似歩容を詳細な動力学モデルに入力して ZMP 誤差を求め、これを打ち消すように上体の水平位置を補正する「動力学フィルタ」を提案している。 Yamane と Nakamura [2]は、多リンクのロボットと環境との間の接触、摩擦、衝突などを考慮した動力学シミュレータを用いて、関節角と上体の位置・姿勢角の近似歩容からの補正量の重み付き二乗和が最小となるように歩容を補正する「Dynamics Filter」を提案している。また、梶田ら[3]の「分解角運動量制御」においても、倒立振子モデルを用いて生成した歩行歩容の重心軌道を基に目標運動量

を設定し、詳細なロボットモデルの運動量をこれに追従させることによって、歩容補正が実現されている。しかし、これらの手法は、走行や跳躍のような鉛直床反力(並進床反力の鉛直成分)が0または微小となる期間を有する歩容には、対応できない、このような歩容は、予期せぬ衝撃的な外力を受けたときや障害物が突然現れたときなどの対処動作として極めて効果的である。このような歩容と歩行歩容とを、自在かつ臨機応変に生成できる技術が望まれる。

これらの歩容を、詳細な動力学モデルを用いて、直接的に生 成する方法が考えられるが、非線形性が強いので、所望の境界 条件等を満足させる上で、解析的手法が使えない、したがって、 極めて高速な演算処理能力が必要となり、現時点では実用的で はない、Nagasaka ら[4] は、滞空期では、重心が放物運動を 行いつつ、かつ重心まわりの角運動量が保存されるように、上 体姿勢挙動を含む目標運動を生成し、接地期では、鉛直加速度 が変化する1質点とZMPの関係を基に、解析的に重心運動を 決定することで、小型のロボットによる歩行と走行を両立させ た. しかし、滞空期に変化した上体姿勢を、接地期に所定の姿 勢に移行させる際に、この動作による床反力への影響が考慮さ れていない. Tajima ら [5] は, 鉛直加速度が変化する 1 質点と ZMP の関係を基に、重心位置、足部位置姿勢、角運動量から成 る目標運動を解析的に生成し、分解角運動量制御を用いて、身 長 130 [cm] のロボットで歩行と走行を両立させた. しかし, 上 体の姿勢変化に密接な関係を持つ角運動量目標値を、ヒューリ

原稿受付 2013年1月3日

<sup>\*(</sup>株)本田技術研究所基礎技術研究センター

<sup>\*</sup>Honda R&D Co., Ltd. Fundamental Technology Research Center

<sup>■</sup> 本論文は有用性で評価されました.

スティックに,重心水平速度に比例するように決定しているので,急旋回,スラローム,斜め移動などの複雑な歩容に対しては,希望に沿った歩容が生成される保証がない。また両者は,床の摩擦限界を考慮していないので,走行時の離床直前や着地直後のように鉛直床反力が微小となる期間において,スリップする恐れがある。

本稿では、水平床反力(並進床反力の水平成分)と目標 ZMP まわりの床反力モーメントの水平成分(以降、床反力モーメントの水平成分を、単に床反力モーメントと略す)の許容範囲を設定し、この範囲を越えないように、鉛直床反力の変化を考慮した補正用の摂動動力学モデルを用いて、近似歩容の上体位置と姿勢角を補正する手法を提案する。本手法により、鉛直床反力が 0 または微小となる期間を有する歩容に対しても、その運動から算出される ZMP が支持多角形を逸脱せず、かつ、スリップしにくくなるように補正することが可能となる。

以下、2章では、本稿において前提とする歩容生成システムの構成を説明する。3章では、補正用の摂動動力学モデルについて説明し、4章では、このモデルを用いた補正手法を説明する。5章では、本手法を走行歩容に適用した場合のシミュレーションと実機走行の結果を示し、6章で、本稿をまとめる。

#### 2. 歩容生成システム

本稿においては、目標 ZMP 軌道を含む床反力軌道、上体位置・姿勢角の軌道および両足部の位置・姿勢角の軌道の組を、歩容と定義する。

歩容生成システムは、Fig.1 に示すように、

- a) 単純な動力学モデル(以降,単純モデルと呼ぶ)を用いて,継続性を保証した近似歩容を生成する近似歩容生成部
- b) 近似歩容を, 高精度な多リンクの動力学モデル(以降, フルモデルと呼ぶ)を用いて補正する目標歩容補正部

から構成されるものとする。なお、本稿で新たに提案する動力 学補正手法は、この目標歩容補正部である。

また, 近似歩容生成部は,

- a1) 単純モデルの運動を生成する単純モデル運動生成部
- a2) 単純モデルの状態の瞬間値に対してフルモデルの姿勢を幾何学的に対応させることで,近似歩容の瞬間値を決定する幾何学的写像部

から構成されるものとする. なお, サジタル面上の挙動とラテラル面上の挙動は, 動力学的に独立しているものとし, 以下では, サジタル面上での挙動に関して説明する.

## 2.1 近似歩容生成部

筆者らは、Fig. 2 に示すような、ロボット全体重心の鉛直運動に対応するモデル、上体の水平位置の運動に対応するモデル、および上体姿勢角の運動に対応するモデルを用いて、水平床反力が許容範囲内に制限されるように走行歩容を生成する手法を提案している[6]. 本稿の単純モデル運動生成部(Fig. 1 の a1)でも、同様な手法で単純モデルの運動を生成するものとする.

ここで、Fig. 2 の単純モデルに用いる表記を列挙する.

 $x_{pend}^{smpl}$ : 単純モデルの倒立振子の水平位置  $\theta_{wheel}^{smpl}$ : 単純モデルのフライホイールの角度  $x_{coa}^{smpl}$ : 単純モデルの全体重心水平位置

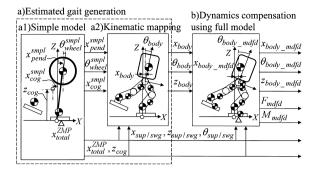
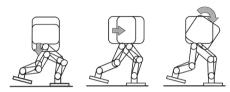


Fig. 1 Gait generation system



(a) Vertical Model (b) Horizontal Model (c) Rotational Model

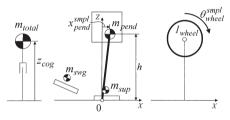


Fig. 2 Dynamics models for running gait

 $m_{sup}, m_{swg}$ : 単純モデルの支持脚/遊脚足部質点質量

 $m_{total}$ : 単純モデルの総質量(=  $m_{pend} + m_{sup} + m_{swg}$ )(ただし、フルモデルの総質量に一致させる。)

以下は、単純モデルとフルモデルとに共通に用いられるものである。

 $x_{sup/swg}$ : 支持脚/遊脚足部水平位置

 $z_{sup/swg}$ : 支持脚/遊脚足部鉛直位置

 $\theta_{sup/swg}$ :支持脚/遊脚足部姿勢角

z<sub>cog</sub>:全体重心鉛直位置

 $x_{total}^{ZMP}$ : 目標 ZMP(近似歩容を生成するときに設定される)以下は、単純モデルと後述する補正用摂動動力学モデルとに共通に用いられるものである。

 $z_{pend}$ : 倒立振子鉛直加速度

  $m_{pend}$ : 倒立振子質点質量

 h: 倒立振子の平均高さ (一定)

 $I_{wheel}$ :フライホイール慣性モーメント

便宜上,片脚支持期に接地している脚を支持脚と呼ぶ.支持脚の足底が床に面接触しているときの足首位置の床への鉛直投影点を原点とし,床に固定された座標系 (Fig.2の XZ 座標系)を支持脚座標系と呼ぶ.以下では,特にことわらない限り,位置,速度,力などは,支持脚座標系で表す.ただし,両脚支持期および滞空期においては,次の片脚支持期での支持脚座標系を用いることとする.足部位置は,支持脚座標系から見た足首関節中心位置を表すものとし,同位置に単純モデルの足部質点

が設定されるものとする。また、 $m_{pend}$  と  $m_{total}$  との比は、実口ボットの詳細モデルにおいて、直立姿勢から上体を微小量だけ水平方向に平行移動させたときの全体重心の移動量と上体の移動量との比に一致するように設定されるものとする。 $I_{wheel}$  は、全体重心位置を変えずに上体を傾ける運動を行ったときに発生する床反力モーメントの変化量と上体傾斜角加速度の変化量の比に設定されるものとする。

単純モデル運動生成部では,まず,移動目的に応じて,両足部軌道( $x_{sup/swg}, z_{sup/swg}, \theta_{sup/swg}$  軌道),目標 ZMP 軌道( $x_{total}^{ZMP}$  軌道),全体重心鉛直位置軌道( $z_{cog}$  軌道)および水平床反力の許容範囲を決定する.次いで,次の関係式より,倒立振子鉛直加速度  $\ddot{z}_{pend}$  を求める.

$$m_{total}\ddot{z}_{cog} = m_{pend}\ddot{z}_{pend} + m_{sup}\ddot{z}_{sup} + m_{swg}\ddot{z}_{swg}$$

$$\tag{1}$$

最後に、倒立振子、フライホイールおよび両足部質点によって発生する床反力の目標 ZMP まわりの水平モーメントが 0 となり、かつ、同床反力の水平成分が許容範囲内に収まるように、倒立振子とフライホイールの運動( $x_{pend}^{smpl}$ ,  $\theta_{wheel}^{smpl}$  軌道)を決定する。なお、目標 ZMP 軌道は、歩容の継続性が保証されるように(倒立振子が発散しないように)設定されているものとする(詳しくは文献 [6] を参照のこと)。

幾何学的写像部(Fig. 1 の a2)では、上記のように生成された( $x_{pend}^{smpl}$ ,  $z_{cog}$ ,  $\theta_{wheel}^{smpl}$ ,  $x_{sup/swg}$ ,  $z_{sup/swg}$ ,  $\theta_{sup/swg}$ ) の瞬時値を基に、近似歩容の姿勢を、動力学的にではなく、幾何学的にマッピングすることによって決定する。本稿で扱うロボットは、脚リンク機構に冗長自由度がなく、近似歩容の姿勢は、上体位置・姿勢角と両足部の位置・姿勢角との組によって表されるものとする。この時点ですでに両足部の位置・姿勢角は決定されているので、幾何学的写像部では、近似歩容の上体水平位置(以降、 $x_{body}$  と表記する),上体鉛直位置(以降、 $z_{body}$  と表記する)および上体姿勢角(以降、 $\theta_{body}$  と表記する)だけが新たに決定される。この決定が適切でないと、目標歩容補正部を通して最終的に得られる歩容において、元々の目標 ZMP まわりに過大な床反力モーメントが発生したり、上体軌道が発散したりする恐れがある。

歩行歩容だけを生成する場合には、簡易的な決定方法として、まず  $z_{body}$  を、滑らかに、かつ膝が曲がり過ぎたり伸び切ったりしないように決定してから、 $x_{body}$  と  $\theta_{body}$  を、次式によって決定する方法が考えられる。

$$\theta_{body} = \theta_{wheel}^{smpl}, \ x_{body} = x_{pend}^{smpl} + x_{offset} \eqno(2)$$

ただし、 $x_{offset}$ は、定数であり、直立時において単純モデルの重心水平位置とフルモデルの重心水平位置が一致するように設定される。すなわち、足部質点に対応する部位を除くロボットの重心位置( $m_{pend}$  の位置)が、上体内に固定された、ある点に存在すると仮定する。筆者らの経験では、歩行を実現する上では、この方法で十分な動力学的精度が得られることが分かっている。

走行歩容なども生成する場合には、少なくとも以下の拘束条

件1を満足するように近似歩容の姿勢を決定するべきである. 拘束条件1)フルモデルの全体重心鉛直位置を,単純モデルの全体重心鉛直位置 zeag に一致させる.

さらに誤差を小さくするために、拘束条件2も満足させることが望ましい。

拘束条件 2)フルモデルの全体重心水平位置を、単純モデルの全体重心水平位置  $x_{coq}^{smpl}$  に一致させる.

ヒューリスティックな手法ではあるが、付録 A に示す拘束条件 3 (疑似角運動量保存) も満足させることによって、さらに誤差を少なくすることができる。

上記拘束条件を一つ以上満足する上体位置・姿勢角は、解析 的に求めることができないので、最急降下法などによって求め るものとする。

## 2.2 フルモデルを用いた目標歩容補正

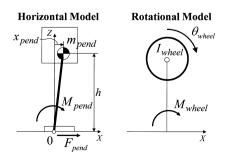
目標歩容補正部(Fig. 1 の b)は,近似歩容の上体位置・姿勢角( $x_{body}$ ,  $z_{body}$ ,  $\theta_{body}$ )を,フルモデルと補正用摂動動力学モデルを用いて修正することにより,修正歩容の上体水平位置,上体鉛直位置および上体姿勢角(以降,それぞれ  $x_{body\_mdfd}$ ,  $z_{body\_mdfd}$ ,  $\theta_{body\_mdfd}$  と表記する)を決定する.なお,歩容生成部が決定した足部軌道は保持されるので,歩容生成部は,移動目的を達成する上で,目標歩容補正部の存在をほとんど意識する必要がない.

また、目標歩容補正部は、フルモデル上で、修正された運動につり合うように、水平床反力(Fig. 1 の  $F_{mdfd}$ )および元々の目標 ZMP  $x_{total}^{ZMP}$  まわりに発生すべき目標床反力モーメント (Fig. 1 の  $M_{mdfd}$ ) を決定する.

補足すると、ロボットの姿勢制御器において、基本的には、修正 歩容の運動と、これによって発生する床反力( $F_{mdfd}$  と  $M_{mdfd}$ )を目標値として、想定外の床の凹凸による影響を吸収するコンプライアンス制御が実行される.

#### 3. 補正用摂動動力学モデル

本稿で提案する補正手法では、近似歩容の上体の水平位置と姿勢角( $x_{body}$ ,  $\theta_{body}$ )を、フルモデルと補正用摂動動力学モデルを用いて補正する。補正用摂動動力学モデルとしては、補正用倒立振子モデル( $\mathbf{Fig.3}$  左側)と補正用フライホイールモデル( $\mathbf{Fig.3}$  右側)を用いることとする。これらの補正用摂動動力学モデルは、 $\mathbf{Fig.2}$  の単純モデルから上体運動の摂動と床反力の摂動との関係を抽出したものである。



 ${\bf Fig.\,3}\quad \hbox{Dynamics models for compensation}$ 

#### 3.1 上体水平運動成分

補正用倒立振子モデルは,上体を水平に平行移動させたときの,上体水平位置の摂動と床反力モーメントの摂動との関係を表す.以降,この摂動運動を,単に,上体水平運動と呼ぶ.

ここで、上体水平運動に関する新たな表記を列挙する.

 $x_{pend}$ :補正用倒立振子の水平位置

 $M_{rend}$ :補正用倒立振子モーメント

 $F_{pend}$ :補正用倒立振子水平床反力

 $M_{pend}$ は、補正用倒立振子によって原点まわりに発生する床反力モーメントである。すなわち、倒立振子の支点が原点にあり、支点には、トルクとして  $M_{pend}$  を発生するアクチュエータがあると考えることができる。補正用倒立振子の運動方程式は、次式のようになる。ただし、補正用倒立振子の高さの変動幅は、平均高さに比べて無視できるものとし、補正用倒立振子の高さは一定値 h と近似した。なお、g は、重力加速度定数である。

$$\ddot{x}_{pend} = \frac{g + \ddot{z}_{pend}}{h} x_{pend} + \frac{1}{h \cdot m_{pend}} M_{pend} \quad (3)$$

 $F_{pend}$  は、補正用倒立振子によって発生する水平床反力であり、次式によって求められる。

$$F_{pend} = m_{pend} \ddot{x}_{pend} \tag{4}$$

式 (3)(4) より, 次式を得る.

$$F_{pend} = \frac{m_{pend} (g + \ddot{z}_{pend})}{h} x_{pend} + \frac{1}{h} M_{pend} \quad (5)$$

## 3.2 上体回転運動成分

補正用フライホイールモデルは、全体重心位置を変えずに上体を傾ける摂動運動に対応する動力学モデルである。以降、この摂動運動を、単に、上体回転運動と呼ぶ。

ここで、上体回転運動に関する表記を列挙する.

 $\theta_{wheel}$ :補正用フライホイール角度

 $M_{wheel}$ :補正用フライホイールモーメント

xwheel:上体姿勢角の摂動に伴う上体水平位置補正量

 $\theta_{wheel}$  は、上体回転運動による上体傾斜角の摂動量に相当する。 $M_{wheel}$  は、上体回転運動によってロボット全体が発生する床反力モーメントの摂動量に相当する。 $I_{wheel}$  の定義より、これらの摂動量には、次式のような比例関係が成立する。

$$M_{wheel} = I_{wheel} \ddot{\theta}_{wheel} \tag{6}$$

もし、上体位置を変えずに上体姿勢角だけを変えると、全体重心が前後方向に移動してしまう。そこで、重心位置を変化させないように、所定の定数  $C_{wheel}$  を用い、次式に従って  $x_{wheel}$  だけ上体位置を水平に移動させることとする。

$$x_{wheel} = C_{wheel}\theta_{wheel} \tag{7}$$

ただし、定数 $C_{wheel}$ は、直立状態からお辞儀をしたときに、フルモデルの全体重心が変化しないように設定される。定数 $I_{wheel}$ は、直立状態から上述のごとくお辞儀をしたときの、フルモデルの上体角加速度と床反力モーメントの関係を満足するように設定される。

フライホイールモデルが発生する水平床反力は 0 である. なお, 以降, 単に倒立振子と言う場合は, 補正用倒立振子モデルを指し, 単にフライホイールと言う場合は, 補正用フライホイールモデルを指す.

#### 4. 目標歩容の補正手法

本稿で提案する補正手法は、次のように分類できる.

分類 1) フィードフォワード型/フィードバック型

分類 2) 水平床反力の制限あり/なし

分類 3) 床反力モーメントの制限あり/なし

本章では、フィードフォワード型について、床反力の制限がない手法から、徐々に制限の多い手法へと議論を展開する. 最後に、フィードバック型の概要を説明する.

#### 4.1 床反力の制限がないフィードフォワード型補正手法

**Fig. 4** に、床反力の制限がないフィードフォワード型補正手法のブロック線図を示す。

ここで、本補正手法で用いる新たな表記を列挙する.

 $M_{full}$ : 近似歩容の運動によって,フルモデル上で目標 ZMP まわりに発生する床反力モーメント

 $F_{full}$ : 近似歩容の運動によって、フルモデル上で発生する水平 床反力

 $M_{pend\_stab}$ : 倒立振子安定化モーメント

Xbody-mdfd: 修正歩容の上体水平位置

 $M_{mdfd}$ : 修正歩容の運動によって、フルモデル上で目標 ZMP まわりに発生する目標床反力モーメント

 $F_{mdfd}$ : 修正歩容の運動によって、フルモデル上で発生する水平床反力

近似歩容生成部(Fig.1 の a)において,目標 ZMP 軌道が適切に設定されているものと考えると, $M_{mdfd}$  の絶対値は,小さいほど望ましい.本節の手法では, $M_{mdfd}$  の絶対値が小さくなるように,前述の倒立振子を用いることによって,近似歩容の上体運動を修正する.以下に,上記ブロック線図を用いながら,本手法の手順を説明する.

STEP1) 2.1 節で述べたように近似歩容を生成する.

STEP2)近似歩容の運動をフルモデルに入力する。フルモデルでは、逆キネマティクス演算によって各関節角が算出され、さらに、動力学演算によって  $M_{full}$  と  $F_{full}$  が算出される。

STEP3)倒立振子安定化制御則によって, $x_{pend}$  を安定化するための倒立振子安定化モーメント  $M_{pend\_stab}$  を決定する.この制御則の詳細を,付録 B に示す.

STEP4)  $M_{full}$  を打ち消すとともに、倒立振子を安定化するた

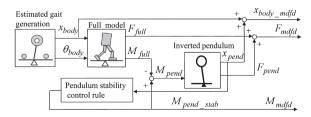


Fig. 4 Feedforward dynamics error compensation without ground reaction force limits

めに、 $M_{pend}$  を次式のように決定する.

$$M_{nend} = -M_{full} + M_{nend stab} \tag{8}$$

STEP5) 式 (3)(5) により、 $x_{pend}$  と  $F_{pend}$  を算出する. STEP6)  $x_{body\_mdfd}$  を、次式によって決定する.

$$x_{body\_mdfd} = x_{body} + x_{pend} \tag{9}$$

STEP7) 近似歩容が特異姿勢(膝が伸び切った姿勢)から十分に離れているならば、補正された歩容が発生する床反力は、実質的には、摂動運動に対応する床反力分だけ増加すると考えられる。したがって、 $M_{mdfd}$  に関しては、近似的に次式が成立すると考えられる。

$$M_{mdfd} = M_{full} + M_{pend} \tag{10}$$

式 (8)(10) より、次の関係を得る.

$$M_{mdfd} = M_{pend\_stab} \tag{11}$$

また、 $F_{mdfd}$  に関しても、近似的に次式が成立すると考えられる。

$$F_{mdfd} = F_{full} + F_{pend} \tag{12}$$

そこで、 $M_{mdfd}$  と  $F_{mdfd}$  を、式(11)(12)に従って求めることとする。

以上の手順によって、歩容が補正される.

本手法では、長阪 [1] の動力学フィルタと同様、補正用の倒立振子の挙動に応じて上体の水平運動を修正することによって、近似歩容の動力学的誤差である  $M_{full}$  (動力学フィルタでは ZMP誤差)を打ち消すものである。ただし本手法では、長阪 [1] の動力学フィルタと比較して、補正用の倒立振子が、鉛直床反力の変化に対応できるように拡張されている。また、長阪 [1] の動力学フィルタでは、補正用倒立振子を安定化しつつ、補正用倒立振子の運動に対応する ZMP の摂動量が、ZMP誤差の (-1) 倍に追従するように、補正用倒立振子の支点の速度を操作する積分型のフィードバック制御となっているのに対し、本手法では、式 (8) のように、補正用倒立振子モーメント  $M_{pend}$  を操作量とし、動力学誤差  $(-M_{full})$  を直接的に打ち消すフィードフォワード項と補正用倒立振子を安定化するフィードバック項から成る制御系となるので、鉛直床反力が変化する場合でも、付録Bに示すように、ゲイン設計が比較的容易になる.

付録 B に示す制御則によって, $M_{mdfd}$  の波形は, $M_{full}$  を ハイカットフィルタとローカットフィルタに通したような波形 になり, $M_{mdfd}$  の変動を  $M_{full}$  の変動よりも小さくすること ができる.なお,歩行に関しては,文献 [7] に本補正の効果が定量的に示されている.

#### 4.2 水平床反力を許容範囲に制限する補正手法

前節の手法に水平床反力の制限機能を追加した補正手法のブロック線図を **Fig. 5** に示す.

ここで、本補正手法で用いる主な新たな表記を列挙する。  $M_{pend\_stab}^{ltd}$ : 制限付き倒立振子安定化モーメント  $[F_{\min}, F_{\max}]$ : 水平床反力の許容範囲(鉛直床反力に応じて設

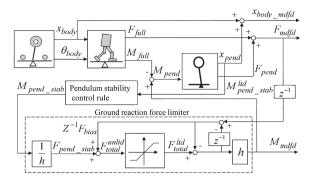


Fig. 5 Feedforward dynamics error compensation with ground reaction force limits

#### 定される)

本手法は, 前述の倒立振子安定化制御則によって決定した倒 立振子安定化モーメント  $M_{pend\_stab}$  をそのまま用いた場合の  $F_{mdfd}$  の値を予測し、予測した値が上記許容範囲を超える場合 には、超えないように  $M_{pend\_stab}$  を修正する手法である. な お、想定する床の摩擦係数を $\mu$ とすると、許容範囲は、例えば、 前後方向, 左右方向ともに,  $[-w\mu F_z, w\mu F_z]$  (ただし,  $F_z$  は 目標歩容の床反力鉛直成分, wは1より小さい正の係数)とす る. 本手法と同様、目標 ZMP まわりの床反力モーメントの鉛 直成分(以降、鉛直床反力モーメントと略す)も、床反力鉛直 成分と摩擦係数の積に比例した許容範囲に制限されるものとす る. すなわち. 前後床反力. 左右床反力および鉛直床反力モー メントの許容範囲は、これらを座標軸とする直交座標系で表す と直方体となる. 一方. 最大摩擦力は. 鉛直床反力モーメント の軸を法線とし原点を含む断面が半径  $\mu F_z$  の円となる閉曲面で 表されると考えられる、そこで、直方体がこの閉曲面に包まれ るようにマージンを持たせて、各係数を設定する.

以下では、離散化されたシステムにおいて、リアルタイムに $F_{mdfd}$ を予測する方法を議論する.

式(12)の右辺第 2 項  $F_{pend}$  は、式(5)の関係から分かるように、 $M_{pend\_stab}$  に関する直達項  $M_{pend\_stab}/h$  と非直達項とから成る。一方、式(12)の右辺第 1 項  $F_{full}$  は、 $M_{pend\_stab}$  に関する非直達項しかない。したがって  $F_{mdfd}$  は、次式のように、 $M_{pend\_stab}$  に関する直達項  $M_{pend\_stab}/h$  と非直達項との和で表される。

$$F_{mdfd} = M_{pend\_stab}/h + F_{bias} \tag{13}$$

ただし、 $F_{bias}$  は、 $F_{mdfd}$  のうちの非直達項を表す.

今回周期での非直達項  $F_{bias}$  は、サンプリング周期が十分に短ければ、前回周期での非直達項  $z^{-1}F_{bias}$  とほぼ一致すると考えられる。したがって、 $F_{mdfd}$  の予測値を  $F_{total}^{unltd}$  とすると、 $F_{total}^{unltd}$  は、次式によって求めることができる。

$$F_{total}^{unltd} = M_{pend\_stab}/h + z^{-1}F_{bias}$$
 (14)

ただし、 $z^{-1}F_{bias}$  は、 $z^{-1}F_{mdfd}$  と  $z^{-1}M_{pend\_stab}$  とから、式(13)の関係により求める.

本補正手法では、倒立振子に、式(8)で決定される  $M_{pend}$  を与えたときの  $F_{mdfd}$  の予測値  $F_{total}^{unltd}$  を、上述のように算出

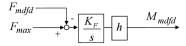


Fig. 6 Equivalent system of ground reaction force limiter when  $F_{total}^{unltd}$  exceeding  $F_{max}$ 

する. 次いで、 $[F_{\min}, F_{\max}]$  を超えないように  $F_{total}^{unltd}$  に制限を掛け、得られた値を  $F_{total}^{ltd}$  とする. 次いで、 $F_{mdfd}$  の予測値が  $F_{total}^{ltd}$  となるように、次式によって、制限付き倒立振子安定化モーメント  $M_{pend\_stab}^{ltd}$  を求める.

$$M_{pend\_stab}^{ltd} = h(F_{total}^{ltd} - z^{-1}F_{bias})$$
 (15)

次いで、 $M_{pend}$  を次式により決定する.

$$M_{pend} = -M_{full} + M_{pend\ stab}^{ltd} \tag{16}$$

また、修正歩容の床反力モーメント  $M_{mdfd}$  としては、 $M_{pend\_stab}^{ltd}$  が出力される。それ以外は、Fig.4 の手法と同様である

Fig. 5 において、リミッタへの入力  $F_{total}^{unltd}$  が  $[F_{min}, F_{max}]$  を超えない場合には、リミッタの前後にある二つの加算点が互いに打ち消し合い、Fig. 5 は Fig. 4 と一致する.

リミッタへの入力  $F_{total}^{unltd}$  が  $F_{max}$  を超える場合には、Fig. 5 の点線部分は、 $M_{mdfd}$  を求める際に  $M_{mdfd}$  の前回値を今回値に加算する積分器を含む系になるので、連続系に変換することにより Fig. 6 と等価になる。すなわち、 $F_{mdfd}$  が  $F_{max}$  に追従するように、積分型のフィードバック制御系が形成される。同様に、リミッタへの入力  $F_{total}^{unltd}$  が  $F_{min}$  未満の場合は、 $F_{mdfd}$  が  $F_{min}$  に追従するように、積分型のフィードバック制御系が形成される。

上述のように、この手法では、前節の手法の機能に加えて、運動によって発生する水平床反力が許容範囲内に制限される.

## 4.3 水平床反力と床反力モーメントを許容範囲に制限する 補正手法

前節の手法に、さらに、目標 ZMP まわりの床反力モーメントを許容範囲に制限する機能を付加した補正手法のブロック線図を Fig. 7 に示す。本手法では、単純モデルの上体運動に、倒立振子とフライホイールの運動が加えられることによって、上体運動が修正される.

Fig. 7 内のフライホイール安定化制御則は、フライホイールの角度  $\theta_{wheel}$  を 0 に収束させるためのモーメント(以降、 $M_{wheel\_stab}$  と表記する)を決定するものとする。この安定化制御則は、 $\theta_{wheel}$  に関する PD 制御などで構わない。Fig. 7 内のリミッタ付き分配器は、 $M_{pend\_stab}$ ,  $M_{wheel\_stab}$  および  $z^{-1}F_{mdfd}$  を入力し、 $M_{pend\_stab}^{ltd}$  と制限されたフライホイールモーメント(以降、 $M_{theel\_stab}^{ltd}$  と表記する)を出力する。

 $M_{full}$  を打ち消すとともに、倒立振子とフライホイールを安定化するために、 $M_{pend}$  は、式(16)により決定し、 $M_{wheel}$  は、次式により決定するものとする。

$$M_{wheel} = M_{wheel\_stab}^{ltd} \tag{17}$$

4.1 節 STEP7 と同様の議論により、修正歩容の床反力モーメ

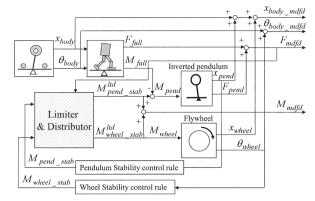


Fig. 7 Feedforward dynamics error compensation with ground reaction force and moment limits

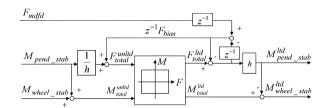


Fig. 8 Force and moment limiter and distributor

ントに関して、次式が近似的に成立すると考えられる.

$$M_{mdfd} = M_{full} + M_{pend} + M_{wheel} \tag{18}$$

式 (16)(17)(18) より、 $M_{mdfd}$  は次のようになる.

$$M_{mdfd} = M_{pend\_stab}^{ltd} + M_{wheel\_stab}^{ltd}$$
 (19)

一方、 $F_{mdfd}$ に関しては、前節の手法と同様の関係が成立する。 Fig. 8 に、リミッタ付き分配器のブロック線図を示す、リミッタ付き分配器は、まず、リミッタによる制限を掛けなかった場合の  $F_{mdfd}$  と  $M_{mdfd}$  の予測値(以降、 $(F_{total}^{unltd}, M_{total}^{unltd})$  と表記する)を、式(14)(19)により求める。ただし、式(19)においては、 $M_{pend\_stab}^{ltd}$  の代わりに、それぞれ  $M_{pend\_stab}$  、 $M_{wheel\_stab}^{unltd}$  を入力し、許容範囲を超えないようにリミッタの出力(以降、 $(F_{total}^{ltd}, M_{total}^{ltd})$  と表記する)を決定する。最後に、 $(F_{mdfd}, M_{mdfd}^{ltd})$  を ( $F_{total}^{ltd}$  の関係に基づいて、Fig. 8 のように、 $M_{pend\_stab}^{ltd}$  と  $M_{wheel\_stab}^{ltd}$  を求める。

以上の手順によって、 $(F_{mdfd}, M_{mdfd})$  が許容範囲を超えないように歩容が修正される.

### 4.4 二次元リミッタ

許容範囲は、 $\mathbf{Fig.9}$ の長方形の領域で表されるものとする。二次元リミッタは、入力  $(F_{total}^{unltd}, M_{total}^{unltd})$  に対して、出力  $(F_{total}^{ltd}, M_{total}^{ltd})$  を、次の条件を可能な限り満足するように決定する。

条件 1)  $(F_{total}^{ltd}, M_{total}^{ltd})$  を許容範囲内に存在させる.

条件 2)  $M_{wheel\_stab}^{ltd}$  と  $M_{wheel\_stab}^{unltd}$  の差の絶対値を最小にする.

条件 3)  $M_{pend\_stab}^{ltd}$  と  $M_{pend\_stab}^{unltd}$  の差の絶対値を最小にする.

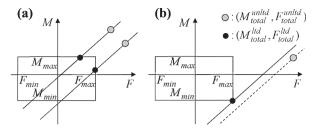


Fig. 9 Force and moment modification by limiter

ただし、条件 1,2,3 の順に優先順位が高いものとする。条件 2 を条件 3 よりも優先することによって、 $x_{pend}$  が 0 に復元するよりも  $\theta_{wheel}$  が 0 に復元することが優先される。

以下に、Fig. 9 を用いて、具体的に二次元リミッタの動作を 説明する。

 $(F_{total}^{unltd}, M_{total}^{unltd})$  が許容範囲内にある場合には、 $(F_{total}^{ltd}, M_{total}^{ltd})$  を  $(F_{total}^{unltd}, M_{total}^{unltd})$  に一致させる。その他の場合には、Fig. 9 (a) に示すように、点  $(F_{total}^{unltd}, M_{total}^{unltd})$  を通る傾き h の直線と許容範囲の境界線との交点のうちで最も  $(F_{total}^{unltd}, M_{total}^{unltd})$  に近い点の座標を  $(F_{total}^{ltd}, M_{total}^{ltd})$  として決定する。式 (15) (19) の関係より、このことは、 $M_{wheel\_stab}^{ltd}$  を  $M_{wheel\_stab}$  に一致させたまま、 $M_{pend\_stab}^{ltd}$  だけを最小限に修正して、許容範囲を満足させることを意味する。ただし、Fig. 9 (b) のように交点が存在しない場合には、許容範囲の境界線上の点のうちで、点  $(F_{total}^{unltd}, M_{total}^{unltd})$  を通る傾き h の直線から最も近い点の座標を  $(F_{total}^{ltd}, M_{total}^{ltd})$  として決定する。このことは、 $M_{wheel\_stab}^{ltd}$  の修正量を最小限にして、許容範囲を満足させることを意味する。

なお、 $F_{mdfd}$ の許容範囲は、前述のように、摩擦限界から十分に余裕を持って設定されるものとする。また、 $M_{mdfd}$ の許容範囲は、目標 ZMP と支持多角形を基に、 $M_{mdfd}$  を目標 ZMP まわりに作用させても足底が離れにくいように決定されるものとする。したがって、いずれの範囲も、目標歩容の床反力鉛直成分に依存する。特に、走行の滞空期においては、床反力鉛直成分が 0 であるので、いずれの許容範囲も、[0,0] と設定され、 $F_{total}^{ltd}$  と  $M_{total}^{ltd}$  は 0 となる。すなわち、ロボット全体重心は放物運動を行い、重心まわりの角運動量は保存される。

### 4.5 フィードバック型補正手法

本節では、補正用摂動動力学モデルの運動をフルモデルにフィードバックする手法を提案する. 以降、前節の手法をFF型補正手法、本節の手法をFB型補正手法と略す.

Fig. 10 に、FB 型補正手法のブロック図を示す。前節の手法と同様、本手法においても、元々の目標 ZMP まわりに  $(M_{pend\_stab}^{ltd} + M_{wheel\_stab}^{ltd})$  が発生するように歩容が補正される。本節の手法での  $M_{full}$  は、前節の定義とは異なり、修正歩容の運動をフルモデルに入力することによって算出される。元々の目標 ZMP まわりの床反力モーメントである。したがって、次式のように、本節での  $M_{full}$  と目標床反力モーメント  $M_{mdfd}$  との差を、モーメント誤差  $M_{err}$  と定義すると、 $M_{err}$  は、0 となるべきである。

$$M_{err} = M_{full} - M_{mdfd} \tag{20}$$

本節の手法では、Fig. 10 に示すように、 $K_M M_{err}$ (ただし、 $K_M$ 

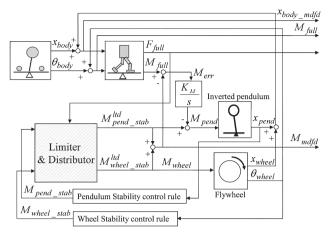


Fig. 10 Feedback dynamics error compensation

は積分ゲイン)の積分値を倒立振子入力にフィードバックすることによって、 $M_{err}$ を0に収束させている。なお、フルモデルが後退差分のような遅れの少ない表現になっていれば、フルモデルの摂動分の伝達関数は、1 サンプリング時間の無駄時間系に近似できる。したがって、ゲイン $K_M$ は、サンプリング時間分の1または、それより若干小さめに設定すればよい。

FB 型補正手法では、補正用摂動動力学モデルがフィードバックループ内に含まれるので、FF 型補正手法に比べて、補正用摂動動力学モデルの近似誤差が修正歩容の動力学的誤差(修正歩容の運動を基にフルモデルを用いて算出した床反力と修正された目標床反力( $F_{mdfd}, M_{mdfd}$ )との差)に及ぼす影響が低減される。

一方、FF 型補正手法は、歩容補正の応答性が高い、ただし、FB 型補正手法と FF 型補正手法との間の特性の差は、わずかである。後述する歩容生成の例においては、 $M_{mdfd}$  を低減する効果(フィルタ的効果)を高めるために、補正手法を 2 段直列にしたが、両者の特徴を活かすために、FF 型補正手法と FB 型補正手法を併用した。すなわち、FF 型補正手法で得られた修正歩容の運動と、元々の目標 ZMP 軌道とを FB 型補正手法に入力して、最終的な修正歩容を求めるようにした。なお、FF 型補正手法と FB 型補正手法のいずれかだけを用いて 2 段直列の補正構成にしても、実用上は問題ない。

#### 5. 歩容補正シミュレーション

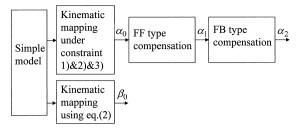


Fig. 11 Simulation system

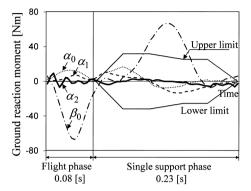


Fig. 12 Ground reaction moment of running at 6 [km/h]

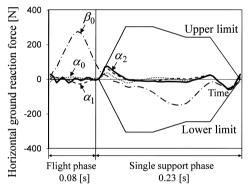


Fig. 13 Horizontal ground reaction force of running at 6 [km/h]

ある.  $\alpha_2$  は、運動  $\alpha_1$  を 4.5 節の FB 型手法によって補正した 運動である.

Fig. 12 と Fig. 13 に、6 [km/h] 走行時の運動  $\beta_0$ ,  $\alpha_0$ ,  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$  に対するフルモデル上での目標 ZMP まわりの床反力モーメントと水平床反力を示す. 許容範囲の上下限値は、鉛直床反力に比例させた. 運動  $\alpha_0$  では、運動  $\beta_0$  に比べ、目標 ZMP まわりの床反力モーメントが小さく、水平床反力が許容範囲から逸脱する量も低減している. このことから,幾何学的写像部の拘束条件 1)2)3)すべてを満足させることで,近似歩容の動力学的精度が大幅に向上することが分かる. 運動  $\alpha_1$  では,床反力モーメントが,運動  $\alpha_0$  に比べて小さくなり,水平床反力は,ほぼ許容範囲に収まっている. さらに運動  $\alpha_2$  では,運動  $\alpha_1$  に比べ,床反力モーメントが数分の 1 に小さくなり,水平床反力も,滞空期において低減し,それぞれ,ほぼ許容範囲に収まっている. このことから,補正を 2 段にすることで,効果がより一層高まることが分かる. なお,水平床反力と床反力モーメン

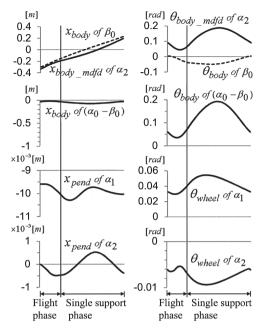


Fig. 14 Trajectories of inverted pendulum and flywheel model during running at 6 [km/h]

トに、45 [Hz] 程度の振動が見られるが、これは、 $M_{err}$  の低周波数成分を極力小さくするために、積分ゲイン  $K_M$  をサンプリング時間分の1に設定したためである。この振動成分は、フルモデルの非線形成分によるものであり、経験上、振動が発散することはない。また、実機の姿勢安定化制御の帯域(数 Hz 以下)を大きく超えているので、実用上問題ない。

ところで、滞空期においては、水平床反力と床反力モーメントが、ほぼ0になっている。このことは、滞空期と接地期を区別することなく統一的に補正できていることを意味する。

Fig. 14 に、上記 6 [km/h] 走行時の各モデルの挙動を示す。最上段は、運動  $\beta_0$  の上体水平位置と上体姿勢角(破線)、運動  $\alpha_2$  の上体水平位置と上体姿勢角(実線)である。2 段めは、運動  $\alpha_0$  の上体水平位置と運動  $\beta_0$  の上体水平位置との差と、運動  $\alpha_0$  の上体姿勢角と運動  $\beta_0$  の上体姿勢角との差であり、これらは、言い換えると、幾何学的写像部の拘束条件 1)2)3)すべてを満足させるための上体水平位置と上体姿勢角との補正量である。3 段めは、FF 型補正手法の倒立振子の水平位置とフライホイールの角度、4 段めは、FB 型補正手法の倒立振子の水平位置とフライホイールの角度である。

 $\alpha_2$  の上体姿勢角と  $\beta_0$  の上体姿勢角との差は,2 段め以下の角度の和に等しい.しかし,式(7)のようにフライホイールの角度に応じて上体水平位置が補正されるため, $\alpha_2$  の上体水平位置と  $\beta_0$  の上体水平位置との差は,2 段め以下の水平位置の和に一致しない.

2 段め以下を比較すると、拘束条件 1)2)3)すべてを満足させるための補正量が最も大きい、特に、上体姿勢角補正量は、運動  $\beta_0$  の上体姿勢角(すなわち、単純モデルのフライホイールの角度  $\theta_{wheel}^{smpl}$ )に対しても 1 桁くらい大きい、なお、FF 型補正手法の倒立振子の水平位置に偏りがあるが、これは、倒立振子安定化制御則(付録 B)の目標位置  $x_{pend}^{target}$  が、 $M_{full}$  の

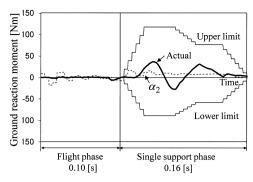


Fig. 15 Ground reaction moment of running at 9 [km/h]

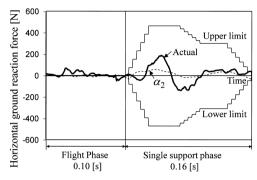


Fig. 16 Horizontal ground reaction force of running at 9 [km/h]

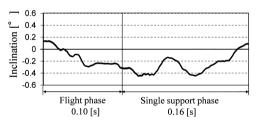


Fig. 17 Inclination of running at 9 [km/h]

偏りを低減するように決定されるためである.

Fig. 15 と Fig. 16 に、9 [km/h] 走行における運動  $\alpha_2$  の床 反力(点線)と、この運動を目標として姿勢安定化制御を行った実際の ASIMO の床反力(太実線、足部に搭載された 6 軸力センサの検出値から算出)を示す。Fig. 17 には、このときの ASIMO の上体傾斜角偏差を示す。接地期において、実際の床反力および上体傾斜角偏差に 18 [Hz] 程度の振動が見られるが、ロボットの剛性から推察すると、これは、ロボット全体に接地点を節とする高次の曲げ変形モードの振動が発生しているためであると考えられる。この振動を含めても、上体傾斜偏差は p-p0.6° 程度に収まっている、また、実際の水平床反力と床反力モーメントは、十分な余裕を持って許容範囲を満足しており、安定マージンの高い走行が実現できている。

#### 6. お わ り に

本稿では、フルモデル上で発生する目標 ZMP まわりの床反力モーメントが低減され、かつ、水平床反力と目標 ZMP まわりの床反力モーメントが許容範囲を越えないように、補正用倒

立振子モデルと補正用フライホイールモデルを用いて、近似歩容の上体位置と姿勢角を補正する手法を提案し、その有効性をシミュレーションと実機走行結果により示した。本手法を走行に適用する場合、水平床反力の許容範囲を、鉛直床反力に応じて適切に決定することによって、スリップしにくいように歩容が補正される。滞空期においては、水平床反力と目標 ZMP まわりの床反力モーメントの許容範囲を、ともに 0 に設定するだけで、全体重心が放物運動を行い、重心まわりの角運動量が保存されるように、運動が補正される。今後は、本手法を、歩行以外の様々な動作、作業に拡張するつもりである。このためには、動作、作業の目的、性質、環境などを考慮して、誤差を打ち消すモーメントを倒立振子とフライホイールにいかに配分し、倒立振子とフライホイールの復元の優先度をいかに設定するかが重要な課題となる。

## 参考文献

- [1] 長阪:動力学フィルタによる人間型ロボットの全身運動生成,東京大 学博士課程論文,2000.
- [2] K. Yamane and Y. Nakamura: "Dynamics Filter Concept and Implementation of On-Line Motion Generator for Human Figures," IEEE Transactions on Robotics and Automation, vol.19, no.3, pp.421–432, 2003.
- [3] 梶田, 金広, 金子, 藤原, 原田, 横井, 比留川: "分解運動量制御: 運動量と角運動量に基づくヒューマノイドの全身運動生成", 日本ロボット学会誌, vol.22, no.6, pp.772-779, 2004.
- [4] K. Nagasaka, Y. Kuroki, S. Suzuki, Y. Itoh and J. Yamaguchi: "Integrated Motion Control for Walking, Jumping and Running on a Small Bipedal Entertainment Robot," Proc. of the 2004 IEEE International Conference on Robotics and Automation, pp.3189–3194, 2004.
- [5] R. Tajima, D. Honda and K. Suga: "Fast Running Experiments Involving a Humanoid Robot," IEEE International Conference on Robotics and Automation, pp.1571–1576, 2009.
- [6] 竹中、松本、吉池、城倉:"水平床反力限界を考慮した2脚ロボットの走行歩容生成",日本ロボット学会誌、vol.29, no.9, pp.849-856, 2011.
- [7] 竹中, 松本, 吉池: "定常歩容に漸近する 2 脚ロボットの自在歩容生成", 日本ロボット学会誌, vol.29, no.5, pp.455–462, 2011.
- [8] 重見, 河口, 吉池, 川辺, 小川: "新型 ASIMO の開発", Honda R&D Technical Review, vol.18, no.1, pp.38-44, 2006.

## 付録 A 拘束条件 3 (重心まわりの擬似角運動量保存)

拘束条件 1, 2 を満足させることに加えて,式 (21) のように, さらに単純モデルの重心まわりの角運動量変化率とフルモデルの重心まわりの角運動量変化率も一致させれば,単純モデルの床反力とフルモデルの床反力を一致させることができる.

$$\begin{split} &\sum_{j} \frac{d}{dt} \left\{ m_{j}^{full} \left( z_{j}^{full} - z_{cog}^{full} \right) \left( \dot{x}_{j}^{full} - \dot{x}_{cog}^{full} \right) \right\} \\ &- \sum_{j} \frac{d}{dt} \left\{ m_{j}^{full} \left( x_{j}^{full} - x_{cog}^{full} \right) \left( \dot{z}_{j}^{full} - \dot{z}_{cog}^{full} \right) \right\} \\ &+ \sum_{j} \frac{d}{dt} \left\{ I_{j} \dot{\theta}_{j} \right\} \\ &= \sum_{i} \frac{d}{dt} \left\{ m_{i}^{smpl} \left( z_{i}^{smpl} - z_{cog} \right) \left( \dot{x}_{i}^{smpl} - \dot{x}_{cog}^{smpl} \right) \right\} \end{split}$$

$$-\sum_{i} \frac{d}{dt} \left\{ m_{i}^{smpl} \left( x_{i}^{smpl} - x_{cog}^{smpl} \right) \left( \dot{z}_{i}^{smpl} - \dot{z}_{cog} \right) \right\}$$
$$+ \frac{d}{dt} I_{wheel} \dot{\theta}_{wheel}^{smpl}$$
(21)

ここで、i は、pend、sup、swg を表し、j は、フルモデルのリンク番号(上体を含む)を表す。 $m_i^{smpl}$ 、 $x_i^{smpl}$ 、 $z_i^{smpl}$  は、それぞれ単純モデルの各質点の質量、水平位置、鉛直位置を表す。 $m_j^{full}$ 、 $x_j^{full}$ 、 $z_j^{full}$  は、それぞれフルモデルの各質点の質量、水平位置、鉛直位置を表す。 $x_{cog}^{full}$ 、 $z_{cog}^{full}$  は、それぞれフルモデルの重心の水平位置、鉛直位置を表す。

しかし、この場合には、梶田ら [3] の「分解角運動量制御」に述べられているように、フルモデルの姿勢が発散する。そこで、式(21)において、 $\left(z_i^{smpl}-z_{cog}\right),\left(z_j^{full}-z_{cog}^{full}\right)$ を、それぞれ、直立時での値  $C_i^{smpl}$ 、 $C_j^{full}$  に固定する。この場合、式(21)は、次式となる。

$$\sum_{j} \frac{d}{dt} \left\{ C_{j}^{full} m_{j}^{full} \left( \dot{x}_{j}^{full} - \dot{x}_{cog}^{full} \right) \right\} + \sum_{j} \frac{d}{dt} \left\{ I_{j} \dot{\theta}_{j} \right\}$$

$$= \sum_{i} \frac{d}{dt} \left\{ C_{i}^{smpl} m_{i}^{smpl} \left( \dot{x}_{i}^{smpl} - \dot{x}_{cog}^{smpl} \right) \right\}$$

$$+ \frac{d}{dt} \left\{ I_{wheel} \dot{\theta}_{wheel}^{smpl} \right\} \tag{22}$$

式(22)を2階積分し、特殊解として次式を得る.

$$\sum_{j} C_{j}^{full} m_{j}^{full} \left( x_{j}^{full} - x_{cog}^{full} \right) + \sum_{j} \left\{ I_{j} \theta_{j} \right\}$$

$$= \sum_{i} C_{i}^{smpl} m_{i}^{smpl} \left( x_{i}^{smpl} - x_{cog}^{smpl} \right)$$

$$+ I_{wheel} \theta_{wheel}^{smpl} + C_{st}$$
(23)

ただし、積分定数  $C_{st}$  は、直立時に両辺が一致するように設定する。式 (23) を拘束条件 3 として、拘束条件 1, 2, 3 を満足させるように上体の重心移動量と回転角を補正することで、単純モデルの床反力とフルモデルの床反力とをかなり一致させることができる。

なお、式(23)において、フルモデルだけに固有な項のうちで主なものは、膝の屈伸に伴う上腿リンクおよび下腿リンクの運動の項と、これを打ち消すための上体の補償運動の項であるので、式(23)の代わりに、この関係だけを近似的に抽出した式を拘束条件3としてもよい。

## 付録 B 倒立振子安定化制御則

倒立振子安定化制御則は、 $\mathbf{Fig.\,18}$  の点線枠内に示すように、 $x_{pend}$  の目標位置  $x_{pend}^{target}$  を決定する演算と、 $x_{pend}$  を  $x_{pend}^{target}$  に収束させる PD 制御演算から成る.

 $M_{full}$  に長期的な偏りがある場合( $M_{full}$  の平均値が 0 でない場合), $M_{pend\_stab}$  にも長期的な偏りが発生する.この偏りを低減するためには,目標位置  $x_{pend}^{target}$  を,その位置に倒立振子位置  $x_{pend}$  が来たときの重力モーメントが, $M_{full}$  の偏りにつり合うように設定すればよいと考えられる.そこで,Fig. 18に示すように, $M_{full}$  を  $1/(m_{pend}g)$  倍してローパスフィルタに通した値を,目標位置  $x_{pend}^{target}$  とする.なお,FB 型補正手法

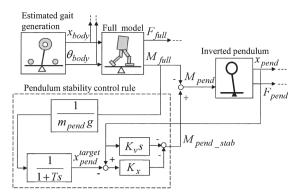


Fig. 18 Pendulum stability control rule

の場合には、 $K_M M_{err}$  の積分値を  $1/(m_{pend}g)$  倍してローパスフィルタに通した値を、目標位置  $x_{pend}^{target}$  とすればよい.

ところで 筆者らは、周期的な定常歩容を暫定的に設定し、これに漸近するように、所定期間分の目標歩容(今回歩容)を生成する手法を提案している [6]. この手法においては、定常歩容の発散成分と収束成分が定義され、発散成分だけに注目することで、目標 ZMP の変動を低く抑えつつ、定常歩容に漸近する今回歩容が設計される。Fig. 18 のゲイン設計においても、発散成分に着目することで、倒立振子安定化モーメントの変動を低く抑えることを考える。以下の説明では、文献 [6] と同一の表記があるが、文献 [6] では、近似歩容生成用の単純モデルに関する表記であるのに対し、本稿では、補正用倒立振子モデルに関する表記として用いる。

まず,式(3)を,次式のように離散形の状態方程式で表現する. ただし, "L"は,転置を表す.

$$\mathbf{x}(k+1) = A(k)\mathbf{x}(k) + B(k)\mathbf{u}(k)$$
$$\mathbf{x}(k) = (x_{pend}(k) \quad \dot{x}_{pend}(k))^{\perp}, \quad \mathbf{u}(k) = M_{pend}(k)$$
(24)

初期状態 x(0) と入力時系列 u(k) が与えられたとき、x(k) は、次式のようになる。

$$\boldsymbol{x}(k) = \phi(k,0)\boldsymbol{x}(0) + \sum_{i=0}^{k-1} \phi(k,i+1)B(i)\boldsymbol{u}(i)$$
 (25)

ただし.

$$\phi(k,j) = \begin{cases} A(k-1)A(k-2)\cdots A(j) & (k>j)\\ I & (else) \end{cases}$$
(26)

ここで,定常歩容の初期時刻を時刻 0,定常歩容の終端時刻を $k_{cyc}^E$ ,時刻 k での補正用倒立振子モデルの状態を  $x_{cyc}(k)$ ,時刻 k での状態遷移行列を  $A_{cyc}(k)$  とし,入力が常に 0 であるとする.この場合,式(25)(26)の関係により,次の関係が成立する.

$$\boldsymbol{x}_{cyc}(k_{cyc}^{E}) = \phi_{cyc}(k_{cyc}^{E}, 0)\boldsymbol{x}_{cyc}(0)$$
 (27)

ただし,

$$\phi_{cyc}(k,j) = \begin{cases} A_{cyc}(k-1)\cdots A_{cyc}(j) & (k>j)\\ I & (else) \end{cases}$$
(28)

 $\phi_{cyc}$   $(k_{cyc}^E, 0)$  の固有値を  $\lambda_p$ ,  $\lambda_q$  とすると, $\ddot{z}_{pend}$  の値にかかわらず  $A_{cyc}(k)$  の行列式の値は 1 であることから,次式の関係を得る.

$$\lambda_p \lambda_q = \det \phi_{cyc}(k_{cyc}^E, 0) = \prod_{k=0}^{k_{cyc}^E - 1} \det A_{cyc}(k) = 1$$
(29)

経験上、二つの固有値は実数となる。以下では、 $\lambda_q$  は 1 より大きい実数、 $\lambda_p$  は 1 より小さい実数であるとする。

固有値  $\lambda_p$ ,  $\lambda_q$  それぞれに対応して、ある固有ベクトルを選び、列ベクトルとして並べると、次の形式を持った変換行列  $\Gamma_{cyc}$  が得られる.

$$\Gamma_{cyc}^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -\gamma_p \\ 1 & \gamma_q \end{pmatrix} \tag{30}$$

ただし、 $\gamma_p$ ,  $\gamma_q$  は正の実数である。 $\Gamma_{cyc}$  を用いて、次式のように  $\boldsymbol{x}_{cyc}(k)$  を  $(p_{cyc}(k)$   $q_{cyc}(k))^{\perp}$  に変換する。

$$(p_{cyc}(k) \quad q_{cyc}(k))^{\perp} = \Gamma_{cyc}^{-1} \boldsymbol{x}_{cyc}(k) \tag{31}$$

これを式 (27) に代入して, 次式を得る.

$$\left(p(k_{cyc}^{E}) \quad q(k_{cyc}^{E})\right)^{\perp} = \Lambda \left(p_{cyc}(0) \quad q_{cyc}(0)\right)^{\perp} \quad (32)$$

ただし,

$$\Lambda = \Gamma_{cuc}^{-1} \phi_{cyc}(k_{cyc}^E, 0) \Gamma_{cyc} \tag{33}$$

である.  $\Lambda$  は次式のような対角行列になる.

$$\Lambda = diag(\lambda_p, \lambda_q) \tag{34}$$

以上の関係から、定常歩容の生成を時刻 0 から開始し、時刻  $k_{cyc}^E$  になったら、改めて時刻 0 として、定常歩容を n 回繰り返すと、 $p_{cyc}(0)$  は  $(\lambda_p)^n$  倍になり、 $q_{cyc}(0)$  は  $(\lambda_q)^n$  倍になる、すなわち、 $p_{cyc}(0)$  は 0 に収束し、 $q_{cyc}(0)$  は発散する傾向を持つ、そこで、 $q_{cyc}(0)$  を「定常歩容初期での補正用倒立振子モデルの発散成分」、 $p_{cyc}(0)$  を「定常歩容初期での補正用倒立振子モデルの収束成分」と呼ぶ、定常歩容初期時刻において、倒立振子が直立静止していなくても、そのときの状態から式(31)によって求められる  $q_{cyc}(0)$  が 0 であれば、その後、定常歩容を繰り返すうちに、倒立振子は直立静止状態に収束する。

以下では、現在時刻に生成している歩容を今回歩容とし、今回歩容の後に上記定常歩容がつながっていると想定した上で、現在状態から予想される定常歩容初期(すなわち、今回歩容の終端)での補正用倒立振子モデルの発散成分を 0 に近づけるように、倒立振子モーメント  $M_{pend}$  を決定することを考える。ただし、現在時刻以降、 $x_{pend}$  の目標位置  $x_{pend}^{target}$  と  $M_{full}$  は 0 であるとする。

まず、改めて今回歩容の初期時刻を時刻 0、今回歩容の終端時刻を  $k_{curr}^E$ 、現在時刻を  $k(0 \le k < k_{curr}^E)$  とし、時刻  $j(k \le j \le k_{curr}^E)$  での倒立振子状態を  $(x_{pend}(j) \ \dot{x}_{pend}(j))^{\perp}$ 、時刻 j での状態遷移行列と入力行列をそれぞれ  $A_{curr}(j)$ 、 $B_{curr}(j)$  とする、また、式(28)と同様、 $\phi_{curr}(k,j)$  を、次式のように定義する。

$$\phi_{curr}(k,j) = \begin{cases} A_{curr}(k-1) \cdots A_{curr}(j) & (k>j) \\ I & (else) \end{cases}$$
(35)

また、時刻 j での位置、速度が  $(x_{pend}(j)$   $\dot{x}_{pend}(j))^{\perp}$  である倒立振子に 0 を入力し続けた場合に予測される時刻  $k_{curr}^{E}$  の倒立振子状態  $(x_{pend}(k_{curr}^{E})$   $\dot{x}_{pend}(k_{curr}^{E}))^{\perp}$  を基に、次式を用いて求めた収束・発散成分を、「時刻 j での位置、速度が  $(x_{pend}(j)$   $\dot{x}_{pend}(j))^{\perp}$  である倒立振子の収束・発散成分予測値」と呼び、 $(p_{i}^{E},q_{i}^{E})^{\perp}$  と表記する.

$$(p_j^E \quad q_j^E)^{\perp} = \Gamma_{cyc}^{-1} \left( x_{pend}(k_{curr}^E) \quad \dot{x}_{pend}(k_{curr}^E) \right)^{\perp}$$
(36)

式 (25)(35)(36) の関係より、 $(p_k^E \ q_k^E)^\perp$  は、次式によって求められる。

$$\begin{pmatrix} p_k^E \\ q_k^E \end{pmatrix} = \Gamma_{cyc}^{-1} \phi_{curr}(k_{curr}^E, k) \begin{pmatrix} x_{pend}(k) \\ \dot{x}_{pend}(k) \end{pmatrix} \quad (37)$$

現在時刻 k での位置,速度が  $(x_{pend}(k) \dot{x}_{pend}(k))^{\perp}$  である 倒立振子に,1 サンプリング周期だけ,あるモーメント  $M_{pend}$  が矩形波状に入力された場合において,時刻 k+1 での位置,速度が  $(x_{pend}(k+1))$   $\dot{x}_{pend}(k+1))^{\perp}$  になるものとする.

式(24)(37)の関係より、この場合、時刻 k+1 での位置、速度が  $(x_{pend}(k+1)$   $\dot{x}_{pend}(k+1))^{\perp}$  である倒立振子の収束・発散成分予測値  $(p_{k+1}^E \ q_{k+1}^E)^{\perp}$  は、次式のようになる.

$$\begin{pmatrix} p_{k+1}^{E} \\ q_{k+1}^{E} \end{pmatrix} = \Gamma_{cyc}^{-1} \phi_{curr}(k_{curr}^{E}, k+1) \begin{pmatrix} x_{pend}(k+1) \\ \dot{x}_{pend}(k+1) \end{pmatrix}$$

$$= \Gamma_{cyc}^{-1} \phi_{curr}(k_{curr}^{E}, k+1)$$

$$\times \left\{ A(k) \begin{pmatrix} x_{pend}(k) \\ \dot{x}_{pend}(k) \end{pmatrix} + B_{curr}(k) M_{pend} \right\}$$

$$= \Gamma_{cyc}^{-1} \phi_{curr}(k_{curr}^{E}, k) \begin{pmatrix} x_{pend}(k) \\ \dot{x}_{pend}(k) \end{pmatrix}$$

$$+ \Gamma_{cyc}^{-1} \phi_{curr}(k_{curr}^{E}, k+1) B_{curr}(k) M_{pend}$$

$$(38)$$

ここで、特殊な場合として、式 (39)(40) のように、現在時刻 k において任意の位置  $x_a$  に停止している倒立振子に、ある  $M_{pend}$  が入力されることによって、時刻 k+1 においても位置  $x_a$  で停止状態を維持している場合を考える.

$$(x_{pend}(k) \quad \dot{x}_{pend}(k))^{\perp} = (x_a \quad 0)^{\perp} \tag{39}$$

$$(x_{pend}(k+1) \quad \dot{x}_{pend}(k+1))^{\perp} = (x_a \quad 0)^{\perp} \quad (40)$$

この場合,時刻 k+1 での倒立振子位置,速度から求められる 発散成分予測値  $q_{k+1}^E$  は,式(37)において,k に k+1 を代入 し,さらに式(38)を代入することによって求められる.この 場合における  $q_{k+1}^E$  と  $q_k^E$  の比を  $\alpha_{still}(k)$  とすると, $\alpha_{still}(k)$  は,式(41)のように, $x_a$  に依存しない値となる.

$$\alpha_{still}(k) = \frac{(0 \quad 1)\Gamma_{cyc}^{-1}\phi_{curr}(k_{curr}^E, k+1)\begin{pmatrix} 1\\0 \end{pmatrix}}{(0 \quad 1)\Gamma_{cyc}^{-1}\phi_{curr}(k_{curr}^E, k)\begin{pmatrix} 1\\0 \end{pmatrix}}$$

$$\tag{41}$$

倒立振子を原点に収束させるためには、 $q_{k+1}^E$  と  $q_k^E$  の比を  $\alpha_{still}(k)$  よりもさらに小さくすべきであると考えられる。そこで収束時定数  $T_{conv}$  を設定し、改めて、 $q_{k+1}^E$  と  $q_k^E$  の比を次式によって決定することとする。

$$\frac{q_{k+1}^E}{q_k^E} = \alpha_{still}(k)e^{-\Delta T/T_{conv}} \tag{42}$$

なお、収束時定数  $T_{conv}$  は、例えば、 $\ddot{z}_{pend}=0$  のときの線形 倒立振子の発散時定数に設定すればよい、式 (37)(38)(42) より、式 (42) を満足する  $M_{pend}$  は、次式のようになる.

$$M_{pend} = -\left(1 - \alpha_{still}(k)e^{-\Delta T/T_{conv}}\right)$$

$$\times \frac{(0 \quad 1)\Gamma_{cyc}^{-1}\phi_{curr}(k_{curr}^{E}, k) \begin{pmatrix} x_{pend}(k) \\ \dot{x}_{pend}(k) \end{pmatrix}}{(0 \quad 1)\Gamma_{cyc}^{-1}\phi_{curr}(k_{curr}^{E}, k+1)B_{curr}(k)}$$

$$(43)$$

したがって、Fig. 18 のゲインを、次のように設定すればよい.

$$K_{x} = \frac{(1 - \alpha_{still}(k)e^{-\Delta T/T_{conv}})(0 - 1)\Gamma_{cyc}^{-1}\phi_{curr}(k_{curr}^{E}, k)\begin{pmatrix} 0\\1 \end{pmatrix}}{(0 - 1)\Gamma_{cyc}^{-1}\phi_{curr}(k_{curr}^{E}, k + 1)B_{curr}(k)}$$
(44)
$$K_{v} = \frac{(1 - \alpha_{still}(k)e^{-\Delta T/T_{conv}})(0 - 1)\Gamma_{cyc}^{-1}\phi_{curr}(k_{curr}^{E}, k)\begin{pmatrix} 0\\1 \end{pmatrix}}{(0 - 1)\Gamma_{cyc}^{-1}\phi_{curr}(k_{curr}^{E}, k + 1)B_{curr}(k)}$$

以上のように  $x_{pend}$  の目標位置とゲインを設定することにより、倒立振子安定化モーメントの変動と偏りを小さく抑えることができる。



#### 竹中 透 (Toru Takenaka)

1983 年東京工業大学大学院修士課程修了(制御工学専攻). 現在(株)本田技術研究所基礎技術研究センター上席研究員. ヒューマノイドロボット. マン・マシン・システム等の研究に従事.

(日本ロボット学会正会員)



#### 松本隆志(Takashi Matsumoto)

1991 年東京工業大学工学部機械工学科卒業. 現在 (株) 本田技術研究所基礎技術研究センター主任研 究員. ヒューマノイドロボットの研究に従事.



## 吉池孝英(Takahide Yoshiike)

1998 年東京大学大学院修士課程修了(機械情報工学専攻). 現在(株)本田技術研究所基礎技術研究センター主任研究員. ヒューマノイドロボットの運動生成の研究に従事. (日本ロボット学会正会員)