

선형대수학기말고사 6월11일: 22시-23시40분

Show all work. The use of textbooks, notes or graphing/computation technology is prohibited

on this exam. No collaboration is allowed

1. 다음 대칭행렬 A 를 대각화하라. 또 P^TAP 가 대각행렬이 되도록 직교행렬 P 를 구하라.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 2 & -2 \\ 2 & -1 & 4 \\ -2 & 4 & -1 \end{bmatrix}$$

2. $A^k = PB^kP^{-1}$, k 는 양의 정수 이용하여 주어진 A 의 거듭제곱의 값을 구하라.

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & -3 & 1 \end{bmatrix}, A^{17}$$

3. 선형변환 $T: R^3 \rightarrow R^3$ 는 다음과 같다.

$$T(x_1, x_2, x_3) = (2x_1 + 3x_2 + x_3, 3x_1 + 3x_2 + x_3, 2x_1 + 4x_2 + x_3)$$

로 정의되는 선형연산자라 할 때, T 는 1대 1인가를 결정하고 1대 1인 경우에는 $T^{-1}(x_1, x_2, x_3)$ 를 구하라

4. (a) $\ker(T)$, (b) $\text{nullity}(T)$, (c) $R(T)$, (d) $\text{rank}(T)$ 를 각각 구하라.

$$A = \begin{bmatrix} 5 & -3 \\ 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$$

5. 동차 연립 1차방정식의 해 공간에 대한 정규직교기저를 구하라.

$$3x_1 + 3x_2 - 9x_3 + 6x_4 = 0$$

$$2x_1 + 2x_2 - 6x_3 + 4x_4 = 0$$

$$2x_1 + 4x_2 - 6x_3 + 8x_4 = 0$$

6. (a) 선형변환 T 에 대한 표준행렬 A 를 구하라.

- (b) A 를 이용하여 벡터 v 의 상을 구하라.

(1) T 는 R^2 에서 $y = -x$ 에 대한 대칭, $v = (-3, -4)$

(2) T 는 R^2 에서 시계반대방향으로 330° 회전, $v = (3, 4)$

7. 다음 각각에서 제약조건을 $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 1$ 로 하는 2차 형식의 최대값과 최소값을 구하고, 최대값과 최소값이 나타내는 x_1, x_2, x_3 의 값을 결정하라.

$$x_1^2 + 2x_2^2 + x_3^2 + 2x_1x_2 + 2x_2x_3$$

8. 다음 문제에서 좌표축을 이동하고 회전시켜 원뿔곡선을 표준위치에 있도록 하라. 원뿔곡선의 명칭과 최종 좌표계에 있어서 그 방정식을 구하라.

$$4x^2 - 20xy + 25y^2 - 15x - 6y = 0$$