행렬

ex) Q_1 $\begin{bmatrix} x+y \\ x-y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 2 \end{bmatrix}$ ⇒ sol $x+y=4$ $2x=6$ $x=3$
$x-y=2$ $y=1$

Q_2 $\begin{bmatrix} x-1 & 0 \\ y+1 & y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & a-2 \\ 1 & b+2 \end{bmatrix}$ ⇒ sol $x-1=2$ $y+1=1$ $a-2=0$ $y=b+2$
$x=3$ $x=0$ $a=2$ $0=b+2$
$b=-2$

ex) Q_1 $\begin{bmatrix} 1 & 7 \\ 0 & 2 \\ -2 & 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 1 & -3 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 1 & -1 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$

Q_2 $\begin{bmatrix} t^2 & 5 \\ 3t & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & -6 \\ 4t & -t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t^2+1 & -1 \\ 7t & -t \end{bmatrix}$

Q_3 $\begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 1 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -2 \end{bmatrix}$ = shape 다르므로 계산 불가

정리 (A, B와 C 를 크기가 같은 $m \times n$ 행렬이라 할때)
① $A+B = B+A$ 행렬덧셈 교환법칙 성립
② $(A+B)+C = A+(B+C)$ 결합법칙 성립

ex) Q_1 $A+B = B+A$ 만족 증명

sol) $A+B = \begin{bmatrix} a_{11}+b_{11} & a_{12}+b_{12} & a_{13}+b_{13} \\ a_{21}+b_{21} & a_{22}+b_{22} & a_{23}+b_{23} \end{bmatrix}$ $B+A = \begin{bmatrix} b_{11}+a_{11} & b_{12}+a_{12} & b_{13}+a_{13} \\ b_{21}+a_{21} & b_{21}+a_{22} & b_{23}+a_{23} \end{bmatrix}$ ∴ $A+B = B+A$

Q_2) $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 5 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ $B = \begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 1 & 4 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}$ $C = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 0 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$ $(A+B)+C = A+(B+C)$ 증명

sol) $A+B = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 4 & 9 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} \overset{+C}{\Longrightarrow} \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 6 & 9 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$ $B+C = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 4 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \overset{+A}{\Longrightarrow} \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 6 & 9 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$ ∴ $(A+B)+C = A+(B+C)$

Q_3) $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{bmatrix}$ $B = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 3 & 2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$ $A-B$? sol) $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 2 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}$

Q_4) $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 7 & 4 \\ 6 & -4 \end{bmatrix}$ $4A$? sol) $\begin{bmatrix} 12 & 4 \\ 28 & 16 \\ 24 & -16 \end{bmatrix}$

Q_5) $A = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 6 & -20 \\ 18 & 8 \end{bmatrix}$ $5A - \frac{B}{2}$? sol) $5A = \begin{bmatrix} 20 & 5 \\ 0 & 15 \end{bmatrix}$ $\frac{B}{2} = \begin{bmatrix} 3 & -10 \\ 9 & 4 \end{bmatrix}$ $5A - \frac{B}{2} = \begin{bmatrix} 17 & 15 \\ -9 & 11 \end{bmatrix}$

연습문제

1. $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 3 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ $B = \begin{bmatrix} 2 & 9 & 2 \\ -1 & -6 & 3 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ $I = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

Q1) $A-2B$, $6A+7B$?

Sol) $A-2B = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 3 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 4 & 18 & 4 \\ -2 & -12 & 6 \\ 4 & 4 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & -17 & -2 \\ 5 & 13 & -3 \\ -3 & -2 & -1 \end{bmatrix}$

$6A+7B = \begin{bmatrix} 12 & 6 & 12 \\ 18 & 6 & 18 \\ 6 & 12 & 6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 14 & 63 & 14 \\ -7 & -42 & 9 \\ 14 & 14 & 7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 26 & 69 & 26 \\ 12 & -36 & 29 \\ 20 & 26 & 13 \end{bmatrix}$

Q2) $A-B+10I+X=0$ 에서 X는?

Sol) $X = -A+B-10I = \begin{bmatrix} -2 & -1 & -2 \\ -3 & -1 & -3 \\ -1 & -2 & -1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & 9 & 2 \\ -1 & -6 & 3 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 10 & 0 & 0 \\ 0 & 10 & 0 \\ 0 & 0 & 10 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -10 & 8 & 0 \\ -4 & -17 & 0 \\ 1 & 0 & -10 \end{bmatrix}$

2. $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ $B = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 6 & 7 & -1 \\ 2 & 0 & -1 \end{bmatrix}$

Q1) $4A+3X=B$

Sol) $3X = -4A+B$ $X = -\frac{4}{3}A + \frac{B}{3} = \begin{bmatrix} -\frac{4}{3} & -\frac{8}{3} & -4 \\ 0 & -\frac{4}{3} & 0 \\ \frac{4}{3} & -\frac{4}{3} & -\frac{4}{3} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{3} & 0 \\ 2 & \frac{7}{3} & -\frac{1}{3} \\ \frac{2}{3} & 0 & -\frac{1}{3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{4}{3} & -\frac{7}{3} & -4 \\ 2 & 1 & -\frac{1}{3} \\ \frac{2}{3} & -\frac{4}{3} & -\frac{5}{3} \end{bmatrix}$

Q2) $B-5X=A$

Sol) $5X = B-A = \frac{1}{5}(B-A) = \frac{1}{5}\begin{bmatrix} -1 & -1 & -3 \\ 6 & 6 & -1 \\ -1 & -1 & -2 \end{bmatrix}$

Q3) $2A-3B=7X$

Sol) $7X = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 6 \\ -18 & -19 & 3 \\ 4 & 2 & 5 \end{bmatrix}$ $X = \frac{1}{7}\begin{bmatrix} 2 & 1 & 6 \\ -18 & -19 & 3 \\ 4 & 2 & 5 \end{bmatrix}$

3. $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ $B = \begin{bmatrix} -1 & 6 & -2 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ $C = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}$

Q1) $A+2B+3C = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -2 & 12 & -4 \\ 0 & 2 & 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 & 6 & 9 \\ 12 & 15 & 18 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 19 & 5 \\ 13 & 17 & 20 \end{bmatrix}$

Q2) $5A+3B-C = \begin{bmatrix} 10 & 5 & 0 \\ 5 & 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -3 & 18 & -6 \\ 0 & 3 & 3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & 21 & -9 \\ 1 & -2 & -3 \end{bmatrix}$

Q3) $B+C-A = \begin{bmatrix} -1 & 6 & -2 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 7 & 1 \\ 3 & 6 & 7 \end{bmatrix}$

4. $A+X=B$ 일때 X는?

Q1) $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 5 \end{bmatrix}$ $B = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ Sol) $B-A = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 & -3 \\ 1 & -5 \end{bmatrix}$

Q2) $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & -1 & 5 \end{bmatrix}$ $B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ Sol) $-A = \begin{bmatrix} -1 & -2 & -3 \\ -2 & 1 & 5 \end{bmatrix}$

Q3) $A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ $B = \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ 2 & 2 & 2 \\ -2 & -2 & -2 \end{bmatrix}$ Sol) $B = \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ 2 & 2 & 2 \\ -2 & -2 & -2 \end{bmatrix}$

5. $B = \alpha A$ 일때 α는?

Q1) $B = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$ $A = \frac{1}{3}\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$ $\alpha = 3$

Q2) $B = \begin{bmatrix} 3 & 6 & -12 \\ 15 & 30 & -3 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -4 \\ 5 & 10 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ $\alpha = 3$

6.

$$A = \begin{array}{c} \\ \text{남} \\ \text{여} \end{array} \overset{\text{국내} \quad \text{국외}}{\begin{bmatrix} 2000 & 1500 \\ 1300 & 100 \end{bmatrix}} \qquad B = \begin{array}{c} \\ \text{남} \\ \text{여} \end{array} \overset{\text{국내} \quad \text{국외}}{\begin{bmatrix} 2500 & 300 \\ 1400 & 200 \end{bmatrix}}$$
(1989) (1990)

Q_1) 1989 ⇒ 1990 에 학생의 감소나 증가를 보여주는 행렬은?

Sol) $A - B = \begin{bmatrix} -500 & -1200 \\ -100 & -100 \end{bmatrix} < 0 \Rightarrow$ 증가

Q_2) 1991 년엔 학생인구가 75% 감소 했다면 (1990년대비) 1991년 인구 행렬은?

Sol) $0.75B = \dfrac{3}{4} \begin{bmatrix} 2500 & 300 \\ 1400 & 200 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1875 & 225 \\ 1050 & 150 \end{bmatrix}$