AD ex 9

1) $S = \{61, 62, 63, 64, 65\}$

$m = 1000$

$h(s) = \lfloor m \cdot ((s \cdot x) \bmod_c 1) \rfloor$

$x = \dfrac{\sqrt{5}-1}{2}$

$h(61) = \left\lfloor 1000 \cdot \left(\left(61 \cdot \dfrac{\sqrt{5}-1}{2}\right) \bmod_c 1\right) \right\rfloor$

$\dfrac{136,400 - 61}{2}$

$\lfloor 1000 \cdot (37,70007 \bmod_c 1) \rfloor$

$h(61) = \underline{\underline{700}}$

$h(62) = \left\lfloor 1000 \cdot \left(\left(62 \cdot \dfrac{\sqrt{5}-1}{2}\right) \bmod_c 1\right) \right\rfloor$

$= \lfloor 1000 \cdot (38,31810 \bmod_c 1) \rfloor$

$= \lfloor 1000 \cdot 0,3181 \rfloor$

$h(62) = \underline{\underline{318}}$

$h(63) = \dots (38,9361) \dots$

$= \underline{\underline{936}}$

$h(64) = \dots (39,5541) \dots$

$= \underline{\underline{554}}$

$h(65) = \dots (40,17220) \dots$

$= \underline{172}$

2)

$$P_k = \left(\frac{1}{m}\right)^k \left(1 - \frac{1}{m}\right)^{n-k} \binom{n}{k}$$

$$k=0 \Rightarrow \cancel{(0)} \; 0\; 1 \cdot \left(1-\frac{1}{m}\right)^n \cdot 1$$

$$= \left(1 - \frac{1}{m}\right)^n$$

$\triangleq$ Wahrscheinlichkeit, dass Position beim Hashen frei ist.

~~$\Rightarrow k =$ # Wiederholungen~~

~~$P_k$: Wahrscheinlichkeit nach k Wiederholungen~~

~~$k = ?$~~

$$\left(\frac{1}{m}\right)^k$$

$\hat{=}$ Wahrscheinlichkeit gleiche Zelle zu treffen

$$\cancel{\left(1-\frac{1}{m}\right)^{n-k} = \frac{\left(1-\frac{1}{m}\right)^n}{\left(1-\frac{1}{m}\right)^k}}$$

$\binom{n}{k} \hat{=}$ 3 zufällige Werte aus n in einer zufällige Reihenfolge

$$\cancel{P_k = \left(\frac{1}{m}\right)^k \cdot \left(1-\frac{1}{m}\right)^{n-k} \cdot \binom{n}{k}}$$

$$\cancel{= \frac{1}{m^k} \cdot \frac{\left(1-\frac{1}{m}\right)^n}{\left(1-\frac{1}{m}\right)^k} \cdot \frac{n!}{k! \cdot (n-k)!}}$$

$$\cancel{= \frac{n! \left(1-\frac{1}{m}\right)^n}{m^k \cdot \left(1-\frac{1}{m}\right)^k k! (n-k)!}}$$

$$\cancel{= \frac{n! \left(1-\frac{1}{m}\right)^n}{(m\ldots)^k \; k! \, (n-k)!}}$$

$\Rightarrow P_k =$ Wahrscheinlichkeit dass ~~3~~ $\binom{n}{k}$ Werte dieselbe Zelle treffen.