

Lista de Exercícios — Cálculo I

Tema: Limites, Derivadas e Integrais

Nome: _____

Data: _____

Instruções: Resolva cada questão detalhando o raciocínio. Use justificativas matemáticas claras, mostre todos os passos. Questões podem exigir uso de séries, substituições e técnicas avançadas.

Questão 1 Calcule:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - x + \frac{x^3}{6}}{x^5}.$$

Questão 2 Calcule:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x) - x + \frac{x^2}{2}}{x^3}.$$

Questão 3 Seja

$$f(x) = \frac{x^{\sin x} e^{x^2}}{\sqrt{1+x^4}}.$$

Calcule $f'(x)$ explicitamente usando diferenciação logarítmica.

Questão 4 Seja $g(x) = \ln(\sin(x^2))$ para x tal que $\sin(x^2) > 0$. Calcule $g'(x)$ e $g''(x)$.

Questão 5 A curva é dada por

$$x^2y + e^{xy} = \sin y + 1.$$

Determine $\frac{dy}{dx}$ em termos de x e y .

Questão 6 Encontre e classifique todos os extremos locais e globais de

$$h(x) = xe^{-x^2/2}, \quad x \in \mathbb{R}.$$

Questão 7 Calcule:

$$\int_0^\infty x^3 e^{-x^2} dx.$$

Questão 8 Calcule:

$$\int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{5 - 4 \cos \theta}.$$

Questão 9 Calcule:

$$\int_0^1 \frac{\ln(1+x)}{x} dx.$$

Questão 10 Calcule:

$$\int \frac{x^2}{\sqrt{x^2 + 1}} dx.$$

Bons estudos! Lembre-se: o caminho é tão importante quanto a resposta final.