

概率论与数理统计四次作业

截止日期：2021 年 5 月 21 日

1. 设 X, Y 是相互独立的随机变量, $X \sim b(n_1, p), Y \sim b(n_2, p)$, 证明

$$Z = X + Y \sim b(n_1 + n_2, p)$$

2.

- (1) 设随机变量 X 的分布律为

X	-2	0	2
p_k	0.2	0.5	0.3

求 $E(X), E(X^2), E(3X^2 + 5)$.

- (2) 设 $X \sim \pi(\lambda)$, 求 $E(\frac{1}{X+1})$

3.

- (1) 设随机变量 $X \sim N(0, 1), Y \sim N(0, 1)$, 且 X, Y 相互独立。求 $E(\frac{X^2}{X^2 + Y^2})$.

(2) 一飞机进行空投物资作业, 设目标点为原点 $O(0, 0)$, 物资着陆点为 (X, Y) , X, Y 相互独立, 且设 $X \sim N(0, \sigma^2), Y \sim N(0, (\sigma)^2)$, 求原点到点 (X, Y) 间距离的数学期望。

4. 设随机变量 X, Y 是相互独立的, 且服从 $(0, 5)$ 上的均匀分布。

(1) 求 $E(XY), E(X/Y), E(\ln(XY)), E(|Y - X|)$

(2) 以 X, Y 为边长的一长方形, 以 A, C 表示长方形的面积和周长, 求 A 和 C 的相关系数。

5. 设随机变量 (X, Y) 服从二维正态分布, 且 $X \sim N(0, 1), Y \sim N(0, 4)$, 相关系数 $\rho_{XY} = -\frac{1}{4}$, 试着写出 X 和 Y 的联合概率密度。