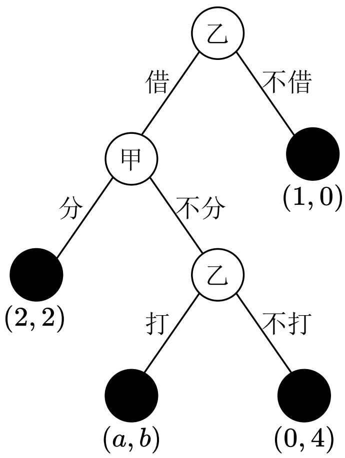
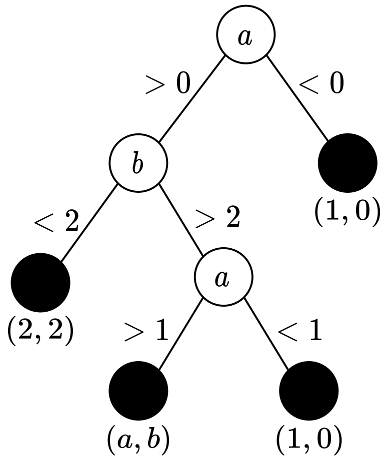
日期	科目	班级	姓名	学号
2022 年 5 月 14 日	经济博弈论	强基数学 002	吴天阳	2204210460

第三章

4. 如果开金矿博弈中第三阶段乙选择打官司后的结果尚不能肯定, 即下图(a)中 a, b 的数值不确定. 试讨论本博弈中有哪几种可能的结果. 如果要本博弈中的 “威胁” 和 “承诺” 是可信的, a 或 b 应满足什么条件?



(a)

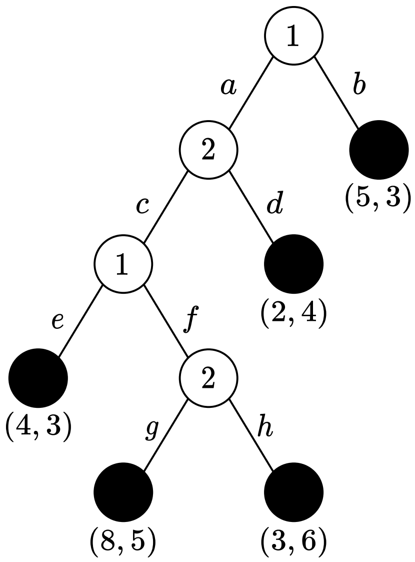


(b)

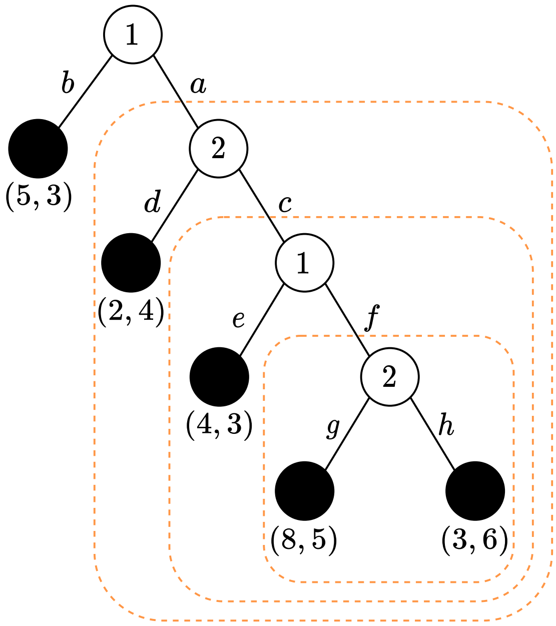
解答. 若 $a < 0$, 则第三阶段乙选择不打官司, 第二阶段甲选择不分金矿, 第一阶段乙选择不借, 不进行合作, 最终双方得益为 $(1, 0)$. 若 $a > 0$, 则第三阶段乙选择打官司, 若 $b > 2$, 则第二阶段甲不分金矿, 若 $a < 1$, 则第一阶段乙选择不借, 最终双方得益为 $(1, 0)$; 若 $a > 1$, 则第一阶段乙选择借, 最终双方得益为 (a, b); 若 $b < 2$, 则第二阶段甲分金矿, 最终双方得益为 $(2, 2)$. 综上, 可将上述推导绘制成与变量 a, b 满足不同约束关系的树形结构, 可以更加清晰地描述上述推导过程, 如图(b), 叶子节点对应双方的最终得益情况.

如果本博弈中 “威胁” 是可信的, 即第三阶段乙打官司是可信的, 根据上述推导不难得出应满足 $a > 0$ 的条件; 如果本博弈中 “承诺” 是可信的, 即第二阶段甲一定选择分黄金, 根据图(b)不难得出应满足 $a > 0,\ b < 2$ 的条件.

5. 设一四阶段两博弈方之间的动态博弈如下图(c)所示. 试找出全部子博弈, 讨论该博弈中的可信性问题, 求子博弈完美纳什均衡策略组合和博弈的结果.



(c)



(d)

解答. 该博弈包含 3 个子博弈, 分别如图(d)所示, 分别为: 第一阶段博弈方 1 选 a 开始的三阶段动态博弈; 第二阶段博弈方 2 选 c 开始的二阶段动态博弈; 第三阶段博弈方 1 选 f 开启的单人博弈.

该博弈中最理想的解为 $(8,5)$, 即决策路线为 a,c,f,g. 但在第四阶段对于博弈方 2 会选择利益更大的 h 策略; 将得益 $(3,6)$ 逆推到第三阶段, 对于博弈方 1 会选择利益更大的 e 策略; 将得益 $(4,3)$ 逆推到第二阶段, 对于博弈方 2 会选择利益更大的 d 策略; 将得益 $(2,4)$ 逆推到第一阶段, 对于博弈方 1 会选择利益更大的 b 策略. 综上决策路径 a,c,f,g 的每一步都不可信.

根据上文说明可信性问题中使用逆推归纳法可知, 该博弈的完美纳什均衡策略组合为: 博弈方 1 于阶段一、三分别选 b,e, 博弈方 2 于阶段二、四分别选 d,h.

博弈结果为博弈方 1 第一阶段选 b, 博弈结束, 双方得益为 $(5,3)$.

6. 三寡头市场有倒转的需求函数 $P=100-Q$, 其中 Q 是 3 个厂商的产量之和, 并且已知 3 个厂商都有常数边际成本 2 而无固定成本. 如果厂商 1 和 2 同时决定产量, 厂商 3 根据厂商 1 和 2 的产量决策, 求它们的子博弈完美纳什均衡产量和相应的利润.

解答. 设厂商 1,2,3 的产量分别为 h_1, h_2, h_3, 则它们的利润函数分别为

$$w_i=(P-2)h_i=(98-h_1-h_2-h_3)h_i,\quad (i=1,2,3) \tag{1}$$

用逆推归纳法分析该博弈, 在第二阶段, 假设厂商 1,2 已确定产量 h_1,h_2, 则问题转化为厂商 3 单人博弈问题, 即以下最大化问题并求解, 可得厂商 3 的产量 h_3^*

$$\max_{h_3\geqslant 0} w_3=(98-h_1-h_2-h_3)h_3 \;\Rightarrow\; h_3^*=\frac{1}{2}(98-h_1-h_2), \tag{2}$$

在第一阶段, 厂商 1,2 需根据上式 (2) 决定均衡产量 h_3^*, 即求解以下两个最大化问题

$$\max_{h_i \geqslant 0} w_i = (98 - h_i - h_j^* - h_3^*)h_i, \quad (i, j = 1, 2,\ i \neq j) \tag{3}$$

将公式 (2) 代入到 w_i 中得

$$w_i = (98 - h_i - h_j^* - \frac{1}{2}(98 - h_i - h_j^*))h_i = \frac{1}{2}(98 - h_i - h_j^*)h_i,$$

最大化 w_i 可得

$$\begin{cases} h_1^* = \dfrac{1}{2}(98 - h_2^*), \\ h_2^* = \dfrac{1}{2}(98 - h_1^*). \end{cases} \quad \Rightarrow \quad h_1^* = h_2^* = \frac{98}{3},$$

再代入到公式 (2) 中, 可得 $h_3^* = \dfrac{49}{3}$.

综上, 它们的子博弈完美纳什均衡和相应的利润为

$$h_1^* = h_2^* = \frac{98}{3}, \quad h_3^* = \frac{49}{3}, \quad w_1 = w_2 = \frac{4802}{9}, \quad w_3 = \frac{2401}{3}.$$

7. 求下列得益矩阵表示的对称博弈的颤抖手均衡.

		博弈方2		
		A	B	C
博弈方1	A	$\underline{0}, \underline{0}$	$0, \underline{0}$	$0, \underline{0}$
	B	$\underline{0}, 0$	$\underline{1}, \underline{1}$	$\underline{2}, 0$
	C	$\underline{0}, 0$	$0, \underline{2}$	$\underline{2}, \underline{2}$

解答. 根据划线法可以确定策略 (A, A), (B, B) 和 (C, C) 三个纯策略纳什均衡, 且 (C, C) 为 Pareto 均衡, 若都是完全理性博弈方, 则会选择决策 (C, C), 双方得益为 $(2, 2)$.

但考虑到博弈方可能犯错, 如果博弈方 1 认为博弈方 2 可能会犯错选择方案 A, B, 如果博弈方 2 选择方案 B, 则博弈方 1 以选择方案 B 的得益会大于选择方案 C 带来的损失, 则会选择方案 B; 而且博弈方 1 也认为博弈方 2 考虑到对方也会犯错误, 从而也选择方案 B, 且在方案 (B, B) 中, 任何一方故意犯错都不会增加自身的得益, 所以方案 (B, B) 为该得益矩阵的颤抖手均衡.