

第八次作业

题目 1. (41) 投掷一个骰子 300 次, 记录得到以下结果:

结果:	1	2	3	4	5	6
频率:	43	49	56	45	66	41

请问是否有 0.05 的检验水平认为该骰子是均匀的?

解答. 由题可知, $\alpha = 0.05, k = 6, n_1 = 43, n_2 = 49, n_3 = 56, n_4 = 45, n_5 = 66, n_6 = 41, n = 300, p_j^0 = 1/6$.

卡方拟合优度检验: 广义似然比为 $\lambda = \prod_{j=1}^k \left(\frac{np_j^0}{n_j} \right)^{n_j} \approx 0.0133$, 通过查表可知 $\chi_{1-\alpha}^2(k-1) = \chi_{0.95}^2(5) \approx 11.07$, 由于 $-2 \log \lambda \approx 8.634 < 11.07$, 所以有 0.05 的检验水平认为该骰子是均匀的.

Pearson 统计量: 求解 Pearson 统计量 $q_5^0 = \sum_{j=1}^k \frac{(n_j - np_j^0)^2}{np_j^0} = 8.96$, 由于 $8.96 < 11.07$, 所以也有 0.05 的检验水平认为该骰子是均匀的.

题目 2. (42) 豚鼠杂交的 64 个后代中, 有 34 个红色的, 10 个黑色的, 20 个白色的. 根据遗传学模型, 这些数字的比例应该满足 9/3/4. 这些数据是否有 0.05 的检验水平满足该模型?

解答. 由题可知, $\alpha = 0.05, k = 3, n_1 = 34, n_2 = 10, n_3 = 20, n = 64, p_1^0 = 9/16, p_2^0 = 3/16, p_3^0 = 4/16$.

卡方拟合优度检验: 广义似然比为 $\lambda = \prod_{j=1}^k \left(\frac{np_j^0}{n_j} \right)^{n_j} \approx 0.498$, 通过查表可知 $\chi_{1-\alpha}^2(k-1) = \chi_{0.95}^2(2) \approx 5.994$, 由于 $-2 \log \lambda \approx 1.3925 < 5.994$, 所以有 0.05 的检验水平认为该骰子是均匀的.

Pearson 统计量: 求解 Pearson 统计量 $q_2^0 = \sum_{j=1}^k \frac{(n_j - np_j^0)^2}{np_j^0} = 1.444$, 由于 $1.444 < 5.994$, 所以也有 0.05 的检验水平认为该骰子是均匀的.

题目 3. (47) 对于下面性别关于是否色盲的 2×2 的列联表, 检验患色盲与性别是否独立.

	男性	女性
正常	442	514
色盲	38	6

解答. 由题可知, $n = 1000, n_{11} = 442, n_{12} = 514, n_{21} = 38, n_{22} = 6, \hat{p}_{1.} = 0.956, \hat{p}_{2.} = 0.044, \hat{p}_{.1} = 0.48, \hat{p}_{.2} = 0.52$.

卡方拟合优度检验: 广义似然比为 $\lambda = \frac{\prod_{i=1}^2 \hat{p}_{i.}^{n_{i.}} \prod_{j=1}^2 \hat{p}_{.j}^{n_{.j}}}{\prod_{i=1}^2 \prod_{j=1}^2 \hat{p}_{ij}^{n_{ij}}} \approx 3.426 \times 10^{-7}$, 通过查表可知 $\chi_{0.95}^2(1) \approx 3.838$ 则 $-2 \log \lambda \approx 29.773 > 3.838$, 故可以以 0.05 的检验水平否定色盲与性别独立.

Pearson 统计量: Pearson 统计量为 $q = \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \frac{(n_{ij} - n\hat{p}_{i.}\hat{p}_{.j})^2}{n\hat{p}_{i.}\hat{p}_{.j}} \approx 27.1387 > 3.838$, 故也可以以 0.05 的检验水平否定色盲与性别独立.