

CVPR 第二次作业

强基数学 002 吴天阳 2204210460

1 实验目的

1. 完成图像的几何变换实验，包括：平移变换；旋转变换；欧式变换；相似变换；仿射变换。
2. 完成图像的高斯金字塔表示与拉普拉斯金字塔表示，讨论前置低通滤波与抽样频率的关系。
3. 基于高斯一阶微分的图像梯度（幅值图与方向图），分析高斯方差对图像梯度的影响。
4. 掌握 Canny 边缘检测原理，完成图像的边缘检测实验，展示每个环节的处理结果（梯度图、NMS、边缘链接）。
5. 掌握 Harris 角点检测原理，完成图像的角点检测实验，分析窗参数对角点检测的影响，讨论角点检测的不变。

2 实验原理

2.1 图像参数化几何变换原理

1. 平移变换（自由度为 2）

$$\mathbf{x}' = \mathbf{x} + \mathbf{t} \iff \mathbf{x}' = \begin{bmatrix} 1 & 0 & t_1 \\ 0 & 1 & t_2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ 1 \end{bmatrix}, \text{逆矩阵为 } \begin{bmatrix} 1 & 0 & -t_1 \\ 0 & 1 & -t_2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

2. 旋转变换（自由度为 1）

$$\mathbf{x}' = R_\theta \mathbf{x} \iff \mathbf{x}' = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ 1 \end{bmatrix}, \text{逆矩阵为 } \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 0 \\ -\sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

3. 欧式变化（自由度为 3）

$$\mathbf{x}' = [R_\theta | \mathbf{t}] \mathbf{x} \iff \mathbf{x}' = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & t_1 \\ \sin \theta & \cos \theta & t_2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ 1 \end{bmatrix}, \text{逆矩阵为 } \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta & -t_1 \cos \theta - t_2 \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta & t_1 \sin \theta - t_2 \cos \theta \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

4. 相似变换（自由度为 4）

$$\mathbf{x}' = [R_\theta | \mathbf{t}] \mathbf{x} \iff \mathbf{x}' = \begin{bmatrix} s \cdot \cos \theta & -s \cdot \sin \theta & t_1 \\ s \cdot \sin \theta & s \cdot \cos \theta & t_2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ 1 \end{bmatrix}, \text{逆矩阵为 } \begin{bmatrix} \frac{1}{2s} \cdot \cos \theta & \frac{1}{2s} \cdot \sin \theta & \frac{-t_1 \cos \theta - t_2 \sin \theta}{s} \\ -\frac{1}{2s} \cdot \sin \theta & \frac{1}{2s} \cdot \cos \theta & \frac{t_1 \sin \theta - t_2 \cos \theta}{s} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

5. 仿射变换 (自由度为 6)

$$\mathbf{x}' = \mathbf{x} + \mathbf{t} \iff \mathbf{x}' = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & t_1 \\ a_{21} & a_{22} & t_2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

2.2 前向变换与逆向变换

设变换矩阵为 T , 原图像记为 $f(\cdot)$, 变换后的图像记为 $g(\cdot)$, 则有

$$g(T\mathbf{x}) = f(\mathbf{x}), \quad g(\mathbf{x}) = f(T^{-1}\mathbf{x}).$$

其中, 前者为前向变换 (forward warping), 后者为逆向变换 (inverse warping).

前向变换中, 由于 \mathbf{x} 的参数为整数, 而 $T\mathbf{x}$ 不一定为整数, 所以填充时会出现空缺部分; 而逆向变换中, 计算 $T^{-1}\mathbf{x}$ 非整数时, 可通过像素插值算法获得该像素处的近似值, 可以很好解决空缺问题.

2.3 下抽样原理与内插方法原理

2.3.1 采样定理

下抽样原理即采样定理. 下面定理描述的是对一维信号进行采样的结论, 可类比得到二维图像的采样结论.

定理 2.1 (Shannon-Nyquist 定理, 采样定理). 设采样频率为 f_s , 信号中最大频率为 f_{max} , 当 $f_s > 2f_{max}$ 时, 采样后的信息完整保留了原始信号的信息, 也即可通过采样信息复原出原始信号. (实际引用中一般取采样频率为最大频率的 2.56 ~ 4 倍)

证明. 考虑对原信号做基数为 N 的离散 Fourier 级数展开, 将一组 Fourier 基记为 (即对复平面单位圆做 N 等分)

$$B_k(x) = e^{\frac{2\pi i k x}{N}} = e\left(\frac{kx}{N}\right), \quad (0 \leq k \leq N-1)$$

其中 $e(x) = e^{2\pi i x}$. 于是原始信号可表示为

$$g(x) = \sum_{k=0}^{N-1} c_k B_k(x).$$

其中 c_k 可通过对原信号进行快速 Fourier 变换得到.

注: 由 Euler 公式可知, $B_k(x) = \cos\left(\frac{2\pi k x}{N}\right) + i \sin\left(\frac{2\pi k x}{N}\right)$, 所以 B_k 在原信号中对应的频率为 $\frac{k}{N}$. 由于单位圆具有对称性, $\forall 0 \leq k \leq \lfloor \frac{N-1}{2} \rfloor$ 有 $B_{N-k} = B_{-k}$, 所以 B_k 与 B_{N-k} 具有相同的频率. 这说明, 如果 f 为 Fourier 级数中最大的频率, 则频域图的周期为 $2f$.

假设采样周期为 P , 则采样频率为 $f_s = \frac{1}{P}$, 则有

$$B_{k+\frac{N}{P}}(nP) = e\left(\frac{(k + \frac{N}{P})nP}{N}\right) = e\left(\frac{knP}{N} + n\right) = e\left(\frac{knP}{N}\right) = B_k(nP), \quad (n = 1, 2, \dots)$$

上式说明, 若原信号中同时存在频率为 $\frac{k}{N}$ 与 $\frac{k}{N} + \frac{1}{P}$ 的信号, 则它们会在 $P, 2P, \dots, nP$ 处取值相同, 则无法通过采样信息将这两种频率的区分开, 所以只需保证这两种频率的信号不同时出现在原信号中即可.

设 f_{max} 为原信号中的最大频率, 且能通过 Fourier 级数表出, 由上述的注释可知, 频域的周期为 $2f_{max}$, 所以

$$\frac{k}{N} + \frac{1}{P} - \frac{k}{N} > 2f_{max} \Rightarrow f_s > 2f_{max}.$$

□

2.3.2 内插方法原理

内插方法: 设原图像大小为 $N \times M$, 记为 $f(x, y)$, $x \in [1, N]$, $y \in [1, M]$, 考虑二维平面中非整数点 (x^*, y^*) , 一种求解 $f(x^*, y^*)$ 的方法. (也即将 f 延拓到 \mathbb{R}^2 中)

近邻插值: 使用原图中距离 (x^*, y^*) 最近的像素进行代换. 记

$$(x_0, y_0) = \arg \min_{(x, y) \in [1, N] \times [1, M] \cap \mathbb{N}^2} \|(x, y) - (x^*, y^*)\|_2,$$

其中 $\|\cdot\|_2$ 表示 2-范数, 则 $f(x^*, y^*) = f(x_0, y_0)$.

双线性插值: 将 (x^*, y^*) 与周围整数点所围成的面积反比作为整数点对应像素的加权值, 设 $O(x^*, y^*)$ 周围存在四个整数点 $A(x_h, y_h)$, $B(x_h, y_l)$, $C(x_l, y_l)$, $D(x_l, y_h)$, 对应的面积分别为 $S_A = S(O, C)$, $S_B = S(O, D)$, $S_C = S(O, A)$, $S_D = S(O, B)$, 其中 $S(O, A)$ 表示由点 O, A 所围成的面积, 参考图1. 则有

$$f(x^*, y^*) = S_A f(A) + S_B f(B) + S_C f(C) + S_D f(D).$$

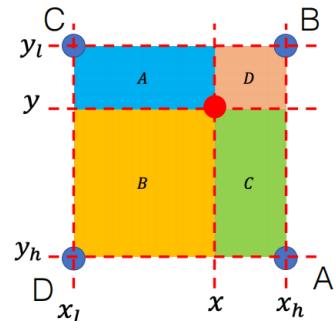


图 1: 双线性插值

2.4 Gauss 一阶微分的图像梯度

二维 Gauss 函数表示如下

$$G_\sigma(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}}$$

对其计算 x, y 方向上偏导得

$$\frac{\partial G_\sigma(x, y)}{\partial x} = -\frac{x}{2\pi\sigma^4} e^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}}, \quad \frac{\partial G_\sigma(x, y)}{\partial y} = -\frac{y}{2\pi\sigma^4} e^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}}$$

再将两种方向偏导对应的高斯偏导核作用在图像上，分别得到图像在两个方向上的偏导，记为 f_x, f_y ，于是根据下式可以分别计算出每个像素处梯度的幅度图（范数）和方向图

$$||\nabla f|| (m, n) = \sqrt{f_x(m, n)^2 + f_y(m, n)^2}, \quad \theta(m, n) = \arctan \left(\frac{f_y(m, n)}{f_x(m, n)} \right).$$

2.5 Canny 边缘检测

Canny 边缘检测算法共分为以下三步：

1. 梯度提取，取方差为 σ 的 Gauss 一阶微分核做卷积，得到幅度图和方向图.
2. 非极大值像素梯度抑制 (Non-Maximum Suppression, NMS)，对每个像素考虑其梯度方向上的两个临近点，利用之前写好的双线性插值获得两点处的梯度值，然后判断中间点的梯度范数大于两端的梯度范数，若大于则保留，反之舍弃（归零）.

具体来讲，设当前像素点为 $q : (x, y)$ ，幅度函数记为 $||\nabla f|| (x, y)$ ， q 点处的梯度方向记为 θ ，则考虑沿梯度方向上的两点

$$\mathbf{r} : (x + \cos \theta, y + \sin \theta), \quad \mathbf{p} = (x - \cos \theta, y - \sin \theta)$$

若 $||\nabla f||(\mathbf{q}) > \max\{||\nabla f||(\mathbf{r}), ||\nabla f||(\mathbf{p})\}$ ，则保留该点，否则令 $f(\mathbf{q}) = 0$.

3. 高低阈值处理，边缘连接，考虑对 NMS 结果进一步处理，首先设定高低阈值，这里我使用的是按照幅度值的分位数确定阈值，可以根据不同图像进行自适应阈值大小. 我们称所有幅度值大于高阈值的点为高阈值点，所有幅度值大于低阈值的点为低阈值点. 然后，将高阈值点从大到小进行枚举，每个点使用深度优先搜索查找边缘，假设当前搜索点为 x ，考虑周围八个方向 y_i ，分为以下四种情况：

- 若 y_i 为搜索树上的父节点或上两层节点 (这里判断两层是因为从其他结点到达该节点，在八个方向的领域内，最多是通过存在两个祖先节点)，则跳过该节点.
- 若存在 y_i 为高阈值点，则从高阈值中幅度值最大 y_i 开始进行搜索，连接 (x, y_i) ，并对 y_i 进行迭代搜索.
- 若不存在 y_i 为高阈值点，且存在 y_i 为低阈值点，则取低阈值中幅度值最大的 y_i ，连接 (x, y_i) ，返回迭代.
- 若无低阈值点，则返回迭代.

为保持边缘的连续性，连接 (x, y_i) 的具体操作为，若 y_i 是 x 的正上下左右四个位置时，则直接进行连接，若 y_i 是 x 的左上、右上、左下、右下四个位置时，以左上为例，继续判断 x 的正上和正左两个位置的幅度值，取较大者设定为边界点，并将其加入结点 y_i 的父节点中，其他方向同理.

最后，将凸出像素点删去，若一个边界点周围的边界点个数 ≤ 1 则删去该边界点，可以使最终边缘图像更加平滑.

2.6 Harris 角点检测

设图像为 $I(\cdot; \cdot)$, 考虑一个大小为 $2k + 1 \times 2k + 1$ 中心位于 $\mathbf{x}_0 \in \mathbb{R}^2$ 的滑动窗口 $W_k(\mathbf{x}_0)$, 任取一个滑动方向 $\mathbf{t} \in \mathbb{R}^2$, 定义在 \mathbf{t} 方向上的平方误差和 (**sum of squared differences, SSD**) 为

$$E_{\mathbf{x}_0}(\mathbf{t}) = \sum_{\mathbf{x} \in W_k(\mathbf{x}_0)} (I(\mathbf{x} + \mathbf{t}) - I(\mathbf{x}))^2$$

若 \mathbf{x}_0 为角点, 则 $\forall \mathbf{t} \in \mathbb{R}^2$, $E_{\mathbf{x}_0}(\mathbf{t})$ 都应尽可能大.

记 $\mathbf{t} = (u, v)^T$, 由 Taylor 公式可知

$$I(\mathbf{x} + \mathbf{t}) = I(\mathbf{x}) + I_x(\mathbf{x})u + I_y(\mathbf{x})v + O(||\mathbf{t}||_2^2)$$

于是可对 $E_{\mathbf{x}_0}(\mathbf{t})$ 进行进一步分解

$$\begin{aligned} E_{\mathbf{x}_0}(\mathbf{t}) &\approx \sum_{\mathbf{x} \in W_k(\mathbf{x}_0)} (I(\mathbf{x}) + I_x(\mathbf{x})u + I_y(\mathbf{x})v - I(\mathbf{x}))^2 \\ &= \sum_{\mathbf{x} \in W_k(\mathbf{x}_0)} (I_x(\mathbf{x})u + I_y(\mathbf{x})v)^2. \end{aligned}$$

更一般的, 设图像 I 大小为 $M \times N$, 记全体像素点集为 $D := [1, M] \times [1, N] \cap \mathbb{Z}^2$, 则

$$\begin{aligned} E_{\mathbf{x}_0}(\mathbf{t}) &\approx \sum_{\mathbf{x} \in D} w_{\mathbf{x}_0}(\mathbf{x}) (I_x(\mathbf{x})u + I_y(\mathbf{x})v)^2 \\ &= \sum_{\mathbf{x} \in D} w_{\mathbf{x}_0}(\mathbf{x}) I_x^2(\mathbf{x})u^2 + 2w_{\mathbf{x}_0}(\mathbf{x}) I_x(\mathbf{x}) I_y(\mathbf{x})uv + w_{\mathbf{x}_0}(\mathbf{x}) I_y^2(\mathbf{x})v^2 \\ &= A(\mathbf{x}_0)u^2 + 2B(\mathbf{x}_0)uv + C(\mathbf{x}_0)v^2. \end{aligned}$$

其中 $w_{\mathbf{x}_0}(\mathbf{x}) = \begin{cases} 1, & \mathbf{x} \in W_k(\mathbf{x}_0), \\ 0, & \text{otherwise.} \end{cases}$ 为 $W_k(\mathbf{x}_0)$ 的示性函数, 为使其变化更平滑, 可取

$w_{\mathbf{x}_0}$ 为中心在 \mathbf{x}_0 大小为 $2k + 1 \times 2k + 1$ 的 Gauss 核, 上式中 A, B, C 定义如下, 分别表示将核 w 作用在 I_x^2 , $I_x I_y$, I_y^2 图像上得到的结果

$$A(\mathbf{x}_0) = \sum_{\mathbf{x} \in D} w_{\mathbf{x}_0}(\mathbf{x}) I_x^2(\mathbf{x}), \quad B(\mathbf{x}_0) = \sum_{\mathbf{x} \in D} w_{\mathbf{x}_0}(\mathbf{x}) I_x(\mathbf{x}) I_y(\mathbf{x}), \quad C(\mathbf{x}_0) = \sum_{\mathbf{x} \in D} w_{\mathbf{x}_0}(\mathbf{x}) I_y^2(\mathbf{x}).$$

进一步, 可使用二次型矩阵表出

$$E_{\mathbf{x}_0}(\mathbf{t}) = \mathbf{t}^T M_{\mathbf{x}_0} \mathbf{t}, \quad \text{其中 } M_{\mathbf{x}_0} = \begin{bmatrix} A(\mathbf{x}_0) & B(\mathbf{x}_0) \\ B(\mathbf{x}_0) & C(\mathbf{x}_0) \end{bmatrix}$$

称 $M_{\mathbf{x}_0}$ 为图像在 \mathbf{x}_0 处的二阶矩矩阵.

假设 $M_{\mathbf{x}_0}$ 的秩为 2, 则 $M_{\mathbf{x}_0}$ 存在 2 个特征值, 记其中较大者为 λ_{max} , 较小者为 λ_{min} , 对应的特征向量分别为 \mathbf{x}_{max} , \mathbf{x}_{min} , 由特征向量定义可知, $M_{\mathbf{x}_0} \mathbf{x}_{max} = \lambda_{max} \mathbf{x}_{max}$ 说明窗口 $W_k(\mathbf{x}_0)$ 在沿着 \mathbf{x}_{max} 方向上移动单位长度, $E_{\mathbf{x}_0}(\mathbf{t})$ 可达到最大值. 下面对 λ 的大小进行分类讨论

1. 当 λ_{max} 较小时, $E_{x_0}(t)$ 沿各个方向变化都较小, 则 x_0 处于图像内部平滑区域.
2. 当 λ_{max} 较大且 $\lambda_{max} \approx \lambda_{min}$ 时, $E_{x_0}(t)$ 沿各个方向变化都较大, 则 x_0 是角点.
3. 当 λ_{max} 较大且 $\lambda_{max} \gg \lambda_{min}$ 时, $E_{x_0}(t)$ 仅沿 x_{max} 方向变化较大, 则 x_0 是边界点.

通过引入角点响应函数 (**Corner response function**) 用于判断角点

$$\begin{aligned} R(\mathbf{x}_0) &= \det(M_{\mathbf{x}_0}) - \alpha \cdot \text{trace}(M_{\mathbf{x}_0})^2 = \lambda_1 \lambda_2 - \alpha(\lambda_1 + \lambda_2)^2 \\ &= A(\mathbf{x}_0)C(\mathbf{x}_0) - B^2(\mathbf{x}_0) - \alpha(A(\mathbf{x}_0) + C(\mathbf{x}_0)) \end{aligned}$$

其中 $\alpha \in [0.04, 0.06]$ 为超参数. 当 $R(\mathbf{x}_0)$ 大于设定阈值时, 则判定 x_0 为角点.

最后, 再使用非局部极大值抑制 (**Non-maxima suppression, NMS**), 若 x_0 是其邻域内的最大值, 则对其进行保留, 否则删去该点. 通过设定邻域大小, 可对角点密度进行调整.

整个 Harris 角点检测算法中, 总共存在 4 个超参数, 分别为窗口大小 k , 响应函数中 α , 响应阈值和 NMS 邻域大小.

3 实验步骤与结果分析

3.1 完成上次未完成的填充操作



图 2: 填充操作 1



图 3: 填充操作 2

3.2 几何变换实验（5 种变换）

图像坐标系默认是按照左上角为原点，纵轴向下为 x 轴正方向，横轴向右为 y 轴正方向，为便于输出查看，变化后的图像保持与原图像相同的大小，但这样就会发生图像大部分空白，所以需要使用平移矩阵将变化后的图像中心保持在输出框的中心，具体来说，假设图像大小为 $N \times M$ ，几何变换为 T ，记图像中心点为 $\mathbf{x}_{mid} = (N/2, M/2)$ ，则考虑平移向量和对应的平移矩阵为

$$\mathbf{t} = \mathbf{x}_{mid} - T\mathbf{x}_{mid}, \quad T_{translation} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & t_1 \\ 0 & 1 & t_2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

最后将 $T \times T_{translation}$ 作用在原图上即可获得中心化图片，为了保证输出效果，除平移操作和旋转操作外，其他操作都进行平移，实验效果如图4所示。

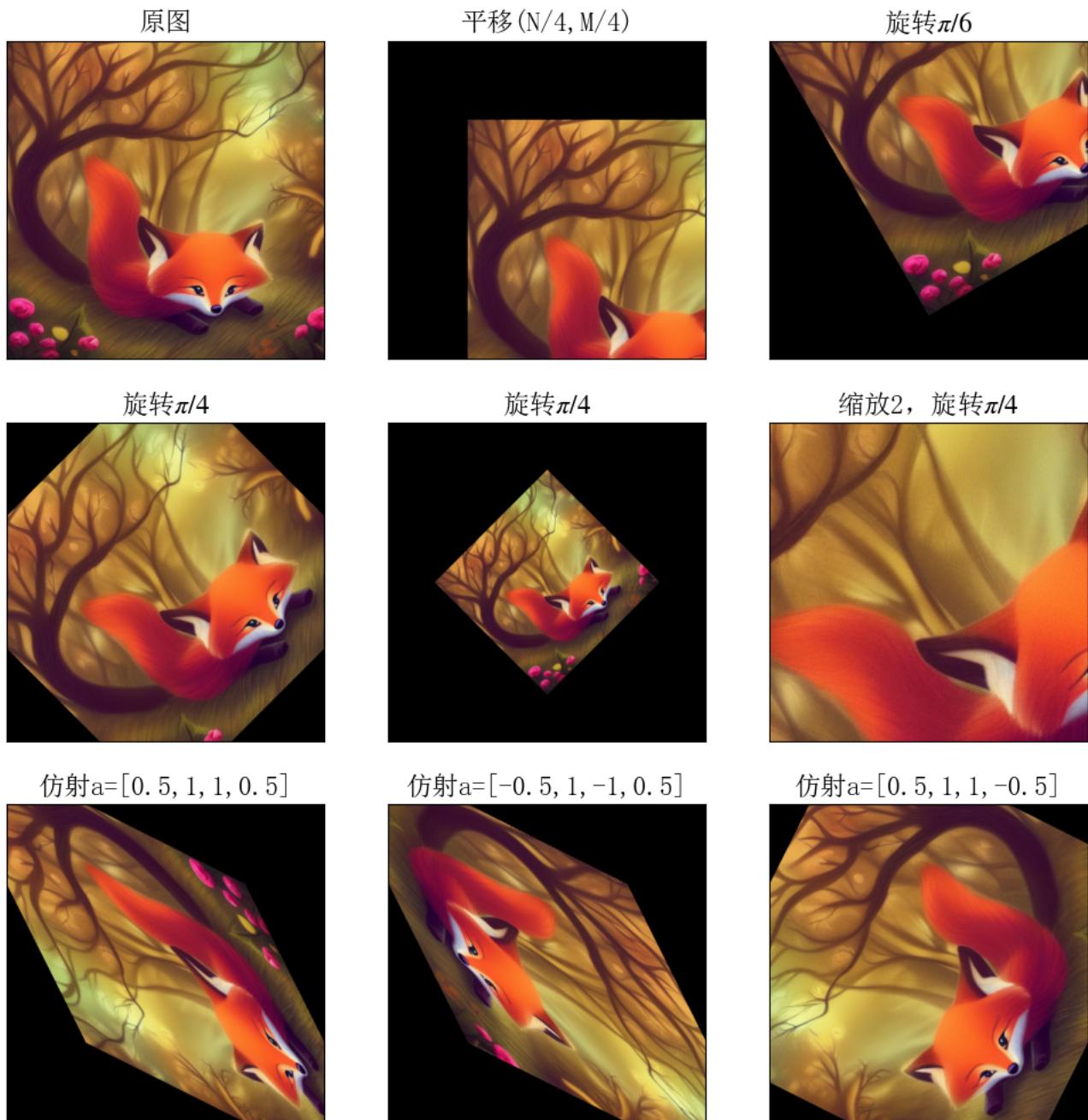


图 4: 几何变换实验

3.3 Gauss 金字塔和 Laplace 金字塔

Gauss 金字塔：使用 Gauss 核与图像做卷积，设定 Gauss 核移动步长为 stride=2，于是每次可将整个图像缩小 $1/4$ 倍。

在使用 matplotlib 进行绘图时，由于将图像同时输出到同一个画板上时，其会自动将子图进行放大，以保持相同的图像大小，所以为了输出图像金字塔的效果，需自行设定每个子图的坐标，四种距离参数包括：左侧，底部，横向，竖向。实验效果如图5所示。

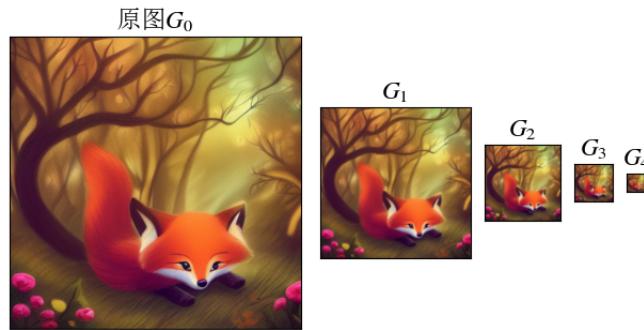


图 5: Gauss 金字塔

在进行上采样放大图像过程中，由于要对原图进行 0 填充补其奇数行与奇数列，然后再用大小为 5 的 Gauss 核做卷积，这样会是的图像的整体亮度偏低，最后通过对全体像素乘 4 来提高亮度（经过尝试，感觉这个大小和原图亮度最接近，如图6所示）。在这里进行 Gauss 做卷积的过程中，我尝试了 4 中不同的边界填充方法，其中边界镜像的效果最好，所以在下述上采样操作中都是用该边界填充方法。

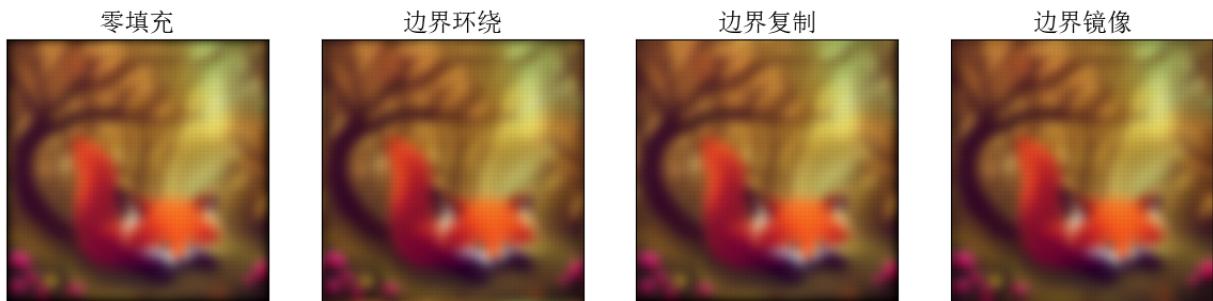
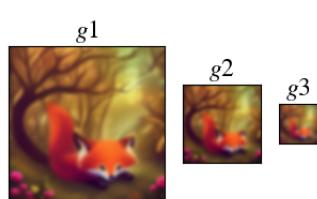
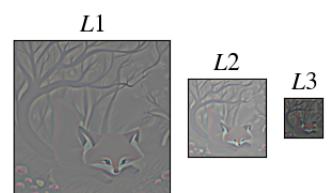
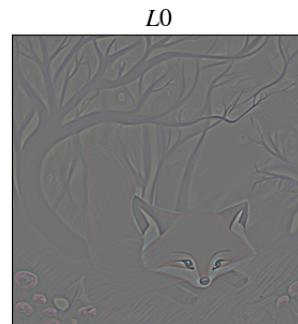


图 6: 使用不同边界填充

下面讨论低通滤波和抽样频率的关系，由 Shannon-Nyquist 定理可知，采样频率应至少大于最大频率的 2 倍以上才不会发生图像像素混淆。图像使用的是“黄鹤楼”，因为该建筑上具有非常多的细节纹理，从上次作业 Fourier 变换结果来看，该图具有较高的频率，像素重叠现象更为明显。下图分布以直接进行下采样和做 Gauss 模糊以后再进行采样进行比较，体现 Gauss 模糊确实能有效降低图像的频率。



(a) 上采样金字塔



(b) Laplace金字塔

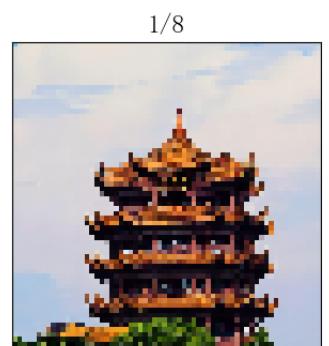


图 7: 直接进行采样

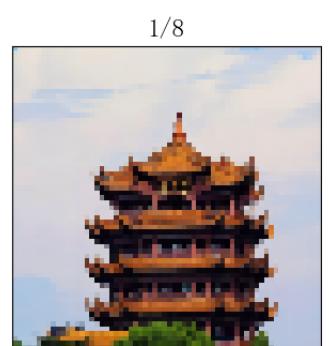


图 8: 使用 Gauss 模糊后进行采样

3.4 Gauss 一阶微分的图像梯度

$\sigma = 3$, 大小为 13×13 的高斯核分别在 x, y 轴方向上的偏导如下图所示 (这里以图像纵轴向下为 x 正方向, 横轴向右为 y 轴正方向).

注: 此处 Gauss 一阶微分核无需再进行归一化处理.

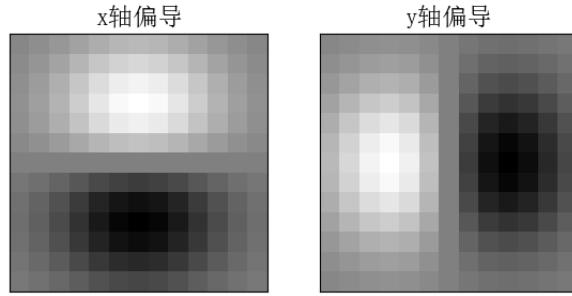


图 9: 两种 Gauss 一阶微分核

实际操作中, 要显示幅度谱需要使用线性正规化方法, 而显示方向图要使用截断正规化方法, 下图实验了将 $\sigma = 0.5, 1, 5$ 分别作用在图像上, 得到梯度的幅度图和方向图

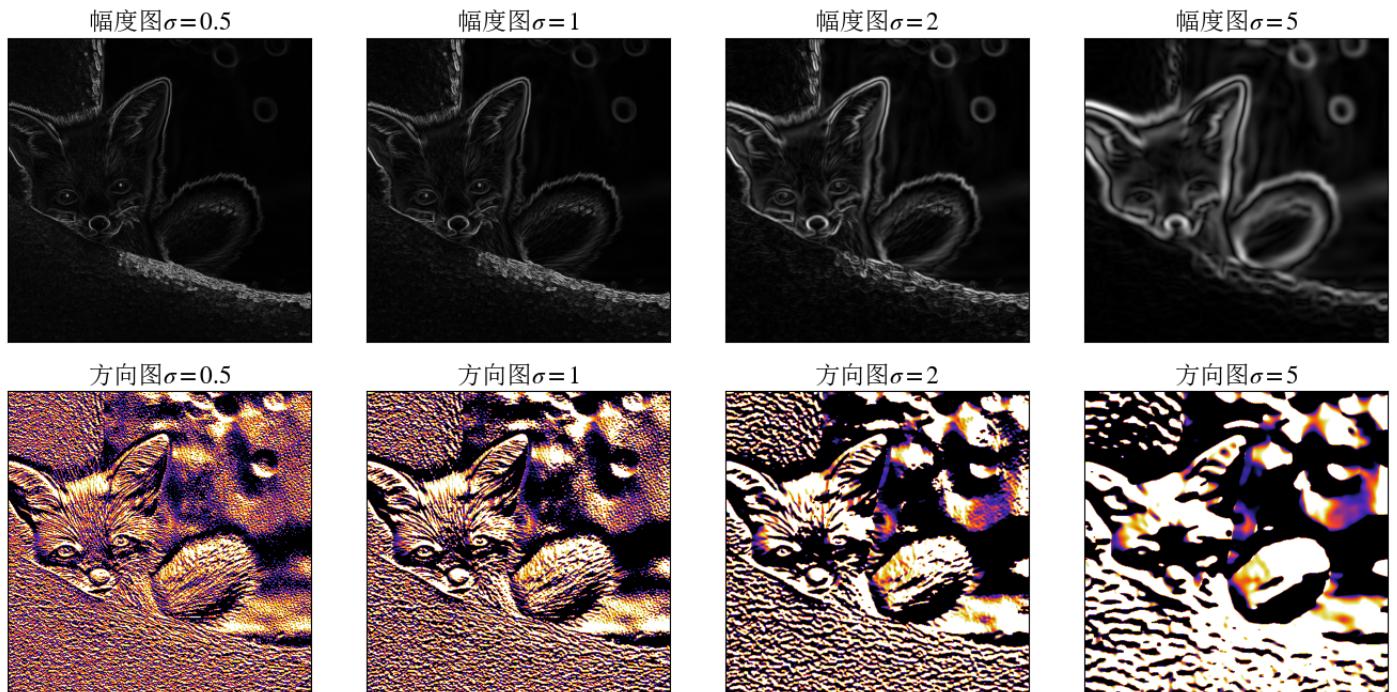


图 10: 幅度图和方向图

从中可以看出, 高斯核方差越大, 幅度图中边缘提取更加多, 但是边缘厚度太大, 导致后续进一步处理困难, 所以选取适合的方差十分关键, 从图中可看出 $\sigma = 2$ 时提取效果较好.

3.5 Canny 边缘检测

在 NMS 过程中, 发现梯度的幅度图均值仅有 0.00858, 为了使得进行线性插值时便于加权求和, 对幅度谱先均值提升到 1. 下图所展示的 NMS 过程, NMS 过程共计删除

38945 个像素点，占比 14.856339%，设定低阈值为分位数 50% 的像素值，高阈值为分位数 92% 的像素值，边缘连接过程共计连接 14756 个像素点，占比 5.628967%.

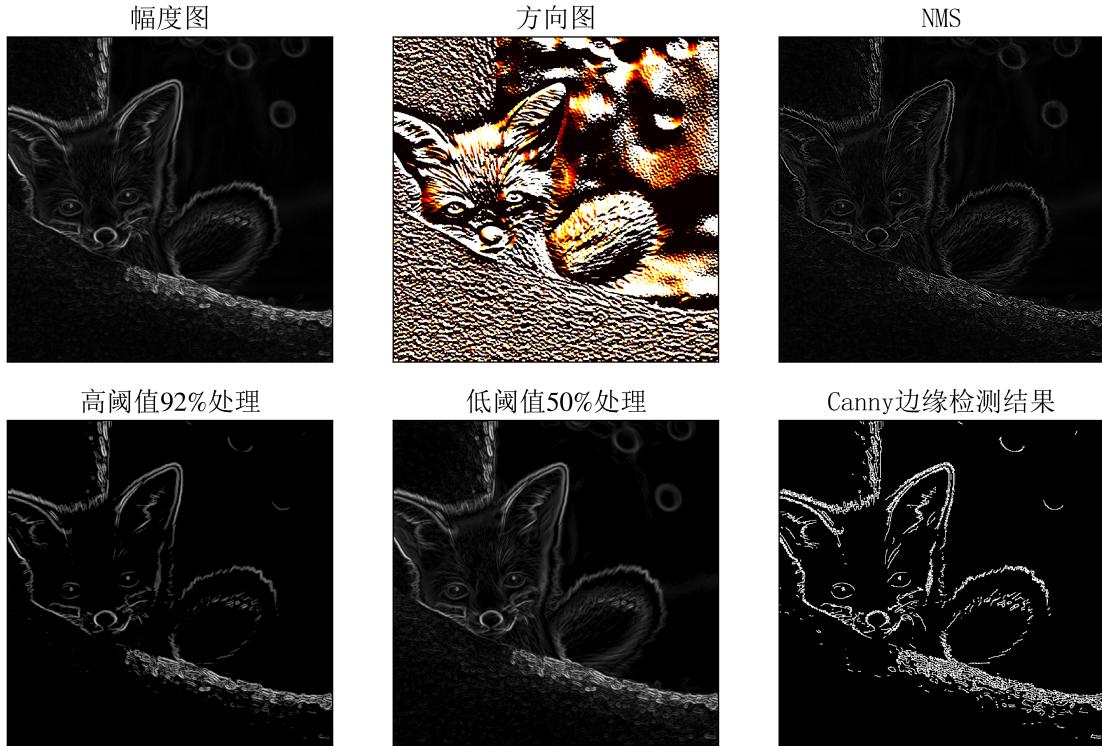


图 11: 边缘检测

3.5.1 Harris 角点检测

通过调整不同的窗口大小，旋转角度和亮度，角点检测结果如图13和图14所示，该结果表明，窗口大小越小，能检测出的角点个数越多密度越大，因为小窗口中梯度变化会更加明显，而大窗口中梯度变化更为平均，只有梯度变化明显的点才会被识别出来.

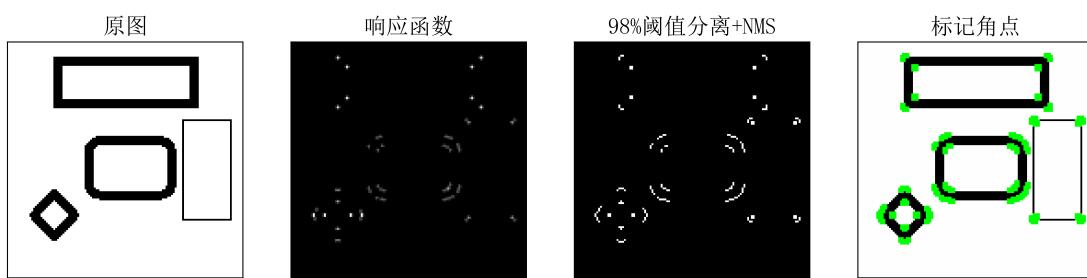


图 12: 角点检测 1

4 结论与讨论

本次实验进一步学习了更多的图像特征提取操作，对图像处理代码库功能进行完善. 在 Canny 算法的边缘连接部分使用了较为复杂的贪心方法，能有效的降低了边缘的厚度，但仍未达到 OpenCV 的效果，主要是边缘处不够光滑，有待进一步改进.

完整代码请见：https://github.com/wty-yy/CVPR_homeworks/tree/master/code/hw2.



图 13: 角点检测小窗口

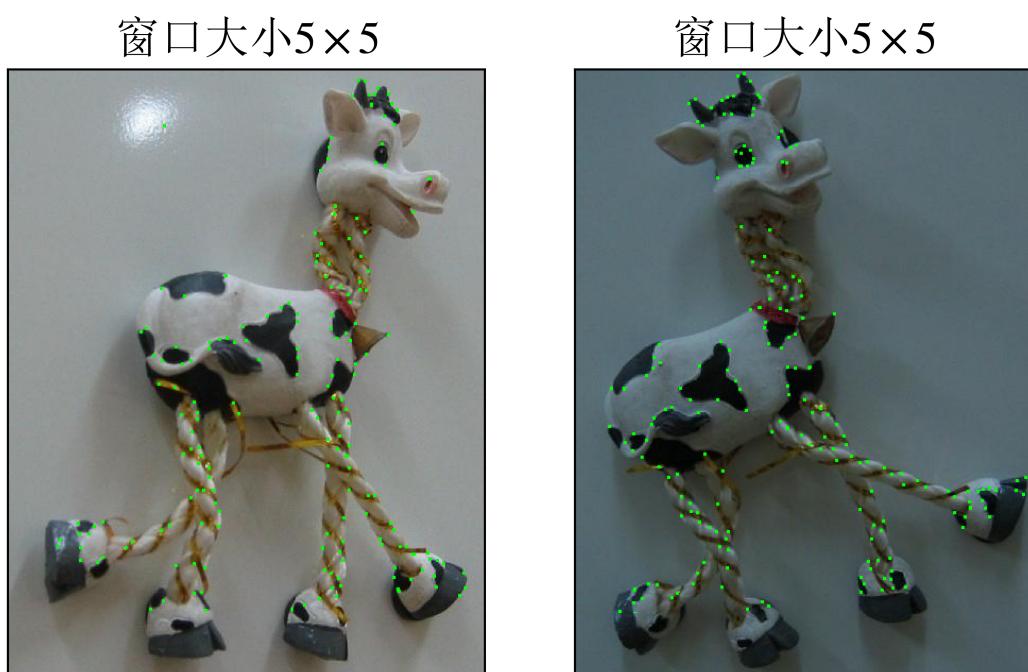


图 14: 角点检测大窗口