

第四章

5. 分析两次重复 2.4.2 中制式问题 (见下图) 时双方的均衡策略.

		厂商2	
		A	B
厂商1	A	<u>1</u> , <u>3</u>	0, 0
	B	0, 0	<u>2</u> , <u>2</u>

图 1: 制式问题

解答. 该博弈有两个纯策略纳什均衡 (A, A) 和 (B, B) , 而且两个纳什均衡都是 Pareto 上策均衡, 厂商 1 偏好 (B, B) , 厂商 1 偏好 (A, A) , 混合纳什均衡的期望得益更低, 决策为 (A, B) 和 (B, A) .

根据重复子博弈完美纳什均衡的定义, 上述博弈的完美纳什均衡有很多种, 包括采用纯纳什均衡 (A, A) 或 (B, B) , 还有重复混合策略纳什均衡. 由于上述博弈没有对双方都有利的策略, 所以重复博弈的结果不完全确定.

6. 两次重复下面的得益矩阵表示的静态博弈. 如果你是博弈方 1, 你会采用怎样的策略?

		博弈方2		
		L	R	S
博弈方1	T	<u>3</u> , <u>1</u>	1, 0	1, <u>1</u>
	M	2, 1	<u>8</u> , <u>7</u>	<u>12</u> , 0
	B	1, 1	0, <u>11</u>	10, 10

图 2: 第 6 题

解答. 利用划线法可以得到 (T, L) 和 (M, R) 为纯策略纳什均衡, 但这两个策略的得益均小于 Pareto 上策均衡 (B, S) . 在重复博弈中, 我们需要努力实现 (B, S) 均衡从而提高自己的利益.

若我是博弈方 1, 第一次选择 B , 如果结果为 (B, S) , 则第二次选择 M , 否则, 根据报复机制, 第二次选择 T .

如果博弈方 2 也具有足够的理性, 则决策结果大概率会为 (B, S) 和 (M, R) , 使得双方利益最大化.

7. 两次重复下面这个得益矩阵表示的两人静态博弈. 问能否有一个子博弈完美纳什均衡策略组合, 实现第一阶段的得益是 $(4, 4)$? 如能, 给出双方的侧率, 如不能, 证明为什么不能. 如果策略

		博弈方2		
		左	中	右
博弈方1	上	<u>3</u> , <u>1</u>	0, 0	<u>5</u> , 0
	中	2, 1	<u>1</u> , <u>2</u>	3, 1
	下	1, 2	0, 1	4, <u>4</u>

图 3: 第 7 题

组合 (下, 左) 的得益改为 (1, 5) 会发生什么变化? 至少能在部分阶段实现得益 (4, 4) 的条件是什么?

解答. (1). 根据划线法可以得出两个纯策略纳什均衡 (上, 左) 和 (中, 中), Pareto 上策均衡为 (下, 右).

博弈方 1 第一次选择下, 若结果为 (下, 右), 则第二次选中; 否则, 由报复机制, 第二次选上.

博弈方 2 第一次选择右, 若结果为 (下, 右), 则第二次选左; 否则, 由报复机制, 第二次选中.

(2). 若 (下, 左) 的得益改为 (1, 5), 对于博弈方 2 来说, (下, 左) 是 Pareto 上策, 则选右的概率减小, 从而选 (下, 右) 的概率减小.

(3). 条件为: (下, 右) 是 Pareto 上策, 且双方都存在当决策结果不为 (下, 右) 时报复对方的策略.

8. 求出下列得益矩阵表示的静态博弈的纳什均衡, 并说明有限次和无限次重复该博弈时两博弈方的均衡策略.

		博弈方2	
		L	R
博弈方1	T	<u>8</u> , 6	4, <u>10</u>
	M	4, <u>8</u>	<u>6</u> , 4
	D	2, 0	0, <u>2</u>

图 4: 第 8 题

解答. 根据划线法得知, 该博弈没有纯策略纳什均衡, 对于博弈方 1 来说, D 策略是严格下策, 故将其删去. 设博弈方选 T, M 的概率分别为 P_T, P_M , 博弈方 2 选 L, R 概率分别为 P_L, P_R , 则

$$\begin{cases} 6P_T + 8P_M = 10P_T + 4P_M, \\ P_T + P_M = 1, \\ 8P_L + 4P_R = 4P_L + 6P_R, \\ P_L + P_R = 1. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} P_T = P_M = \frac{1}{2}, \\ P_L = \frac{1}{3}, \\ P_R = \frac{2}{3}. \end{cases}$$

由于上述博弈是没有纯策略纳什均衡的严格竞争博弈, 所以在有限次和无限次重复该博弈时, 两博弈方的均衡侧率都是简单重复原博弈的混合策略纳什均衡.