

補足資料

知ってる方は無視してください_(:3」∠)_

1. 信号処理の基礎
2. 周波数解析
3. 耳の話
4. 声の話

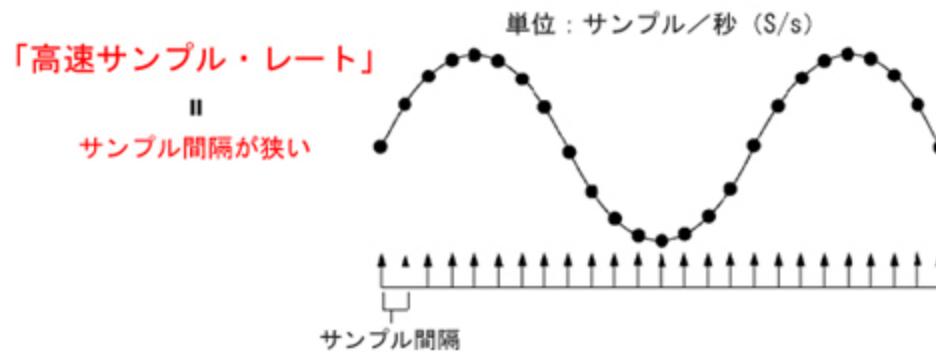
1. 信号処理の基礎

1. 信号処理の基礎

サンプリング定理（標本化定理）

信号処理の基本の定理

読み取りたい信号の周波数 f の 2 倍以上の周波数 fs で読み取らないとダメ $f \leq 2fs$



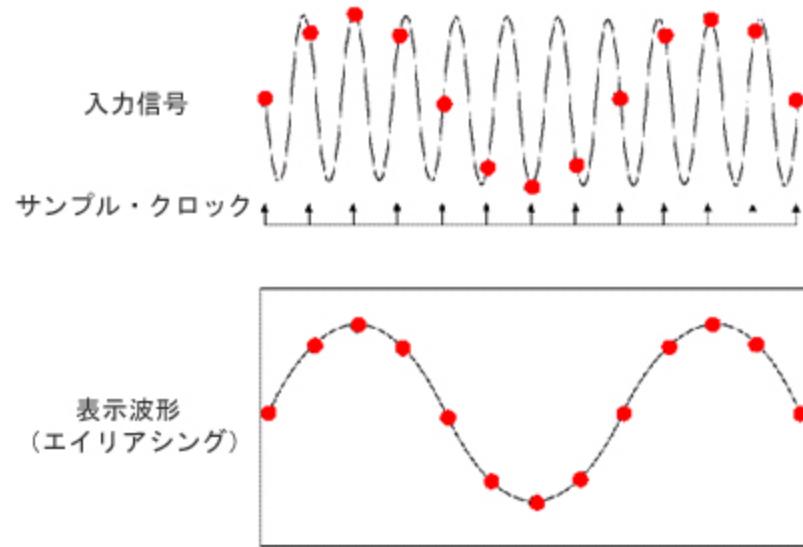
守らないとエイリアシングが起きる

雑に言うとこれ以下の周波数でサンプリングすると波形が変わる

画像引用元:<https://ednjapan.com/edn/articles/1207/27/news003.html>

1. 信号処理の基礎

エイリアシング(折り返し雑音)の原理



サンプリング定理を守らないサンプリングレートでサンプリングするとエイリアシングが起こる

1. 信号処理の基礎

エイリアシングの例 - 階段



階段の1段を1つの波としてみる

階段の1段の高さが2ピクセル以下になるまで縮小すると
投影された画面上でサンプリング定理を満たさなくなる

1. 信号処理の基礎

エイリアシングの例 - 階段（元の画像 3840x1080）



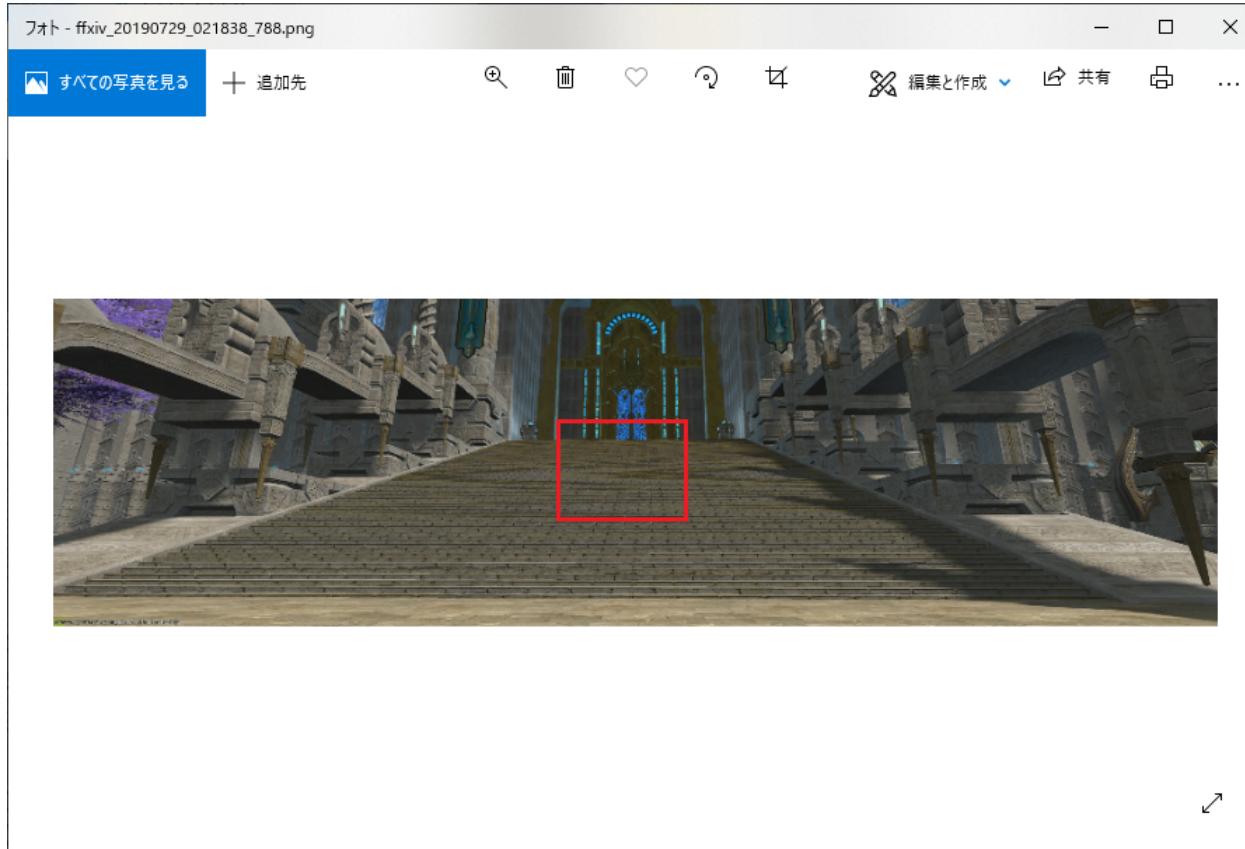
(表示画面次第ではあるが)
すでにエイリアシングが起きている（はず）

画像 : Copyright (C) 2010 - 2019 SQUARE ENIX CO., LTD. All Rights Reserved.

1. 信号処理の基礎

確実に起こさせた例

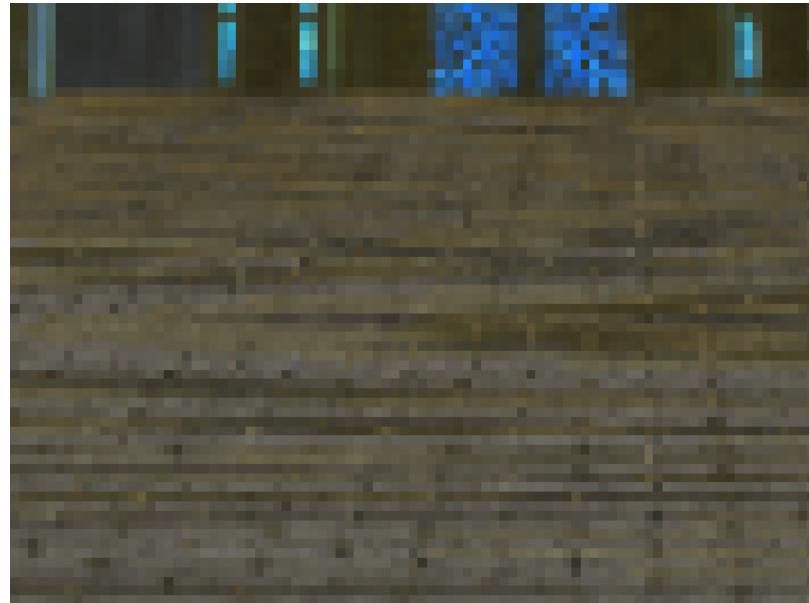
windows10標準の画像閲覧アプリで開いた状態の
スクリーンショット（縮小されて表示されている）



1. 信号処理の基礎

確実に起こさせた例

一部を拡大



階段のように横線しかない（レンガなので縦もあるが無視）

画像で斜めの模様が発生

サンプリング定理を守らない**高周波成分**が

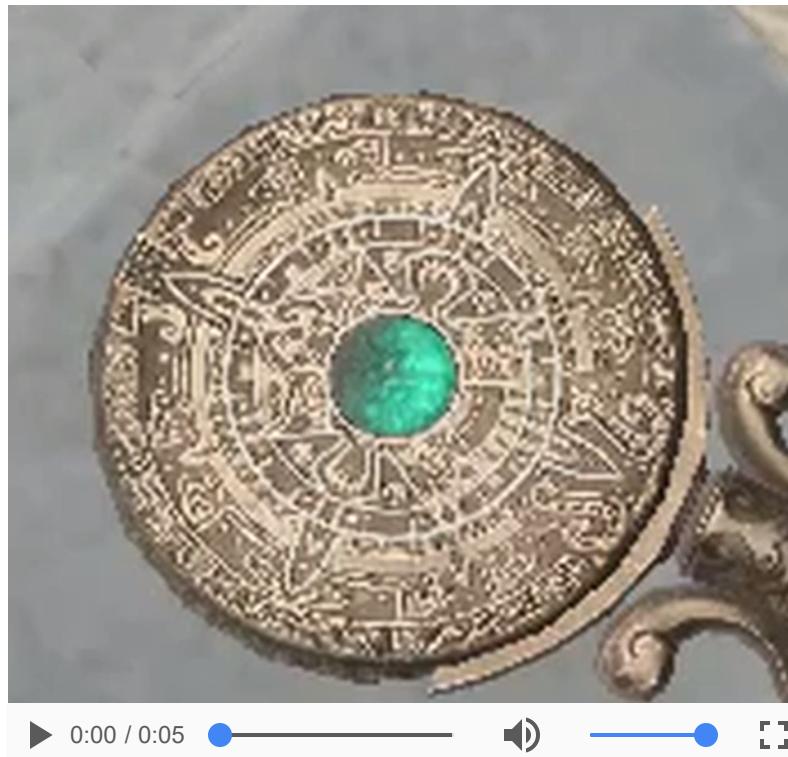
エイリアシングを起こして**低周波のノイズ**として混入

→ 実際とは違うサンプリング結果に（間違ったデータになる）

1. 信号処理の基礎

エイリアシングの例

別の例として細かい模様のあるものを動かした動画 (mp4版) を用意したのでご覧ください



markdownは動画も埋め込みます('ω')/

1. 信号処理の基礎

エイリアシングの例

gif版 (pdfにしたら動かない)



画像 : Copyright (C) 2010 - 2019 SQUARE ENIX CO., LTD. All Rights Reserved.

1. 信号処理の基礎

エイリアシング

エイリアシングは何の対策もなしに
何かを観測したら起きる（人間の目や耳でも起きうる）

例)

- 録音（普通対策されている）
- 静止画撮影（モアレ効果とも呼ばれる）
- 動画撮影（静止画で起きるエイリアシングも同時に発生）

1. 信号処理の基礎

エイリアシング 動画の場合



▶ 0:00 / 0:28



1. 信号処理の基礎

エイリアシング 動画の場合



1. 信号処理の基礎

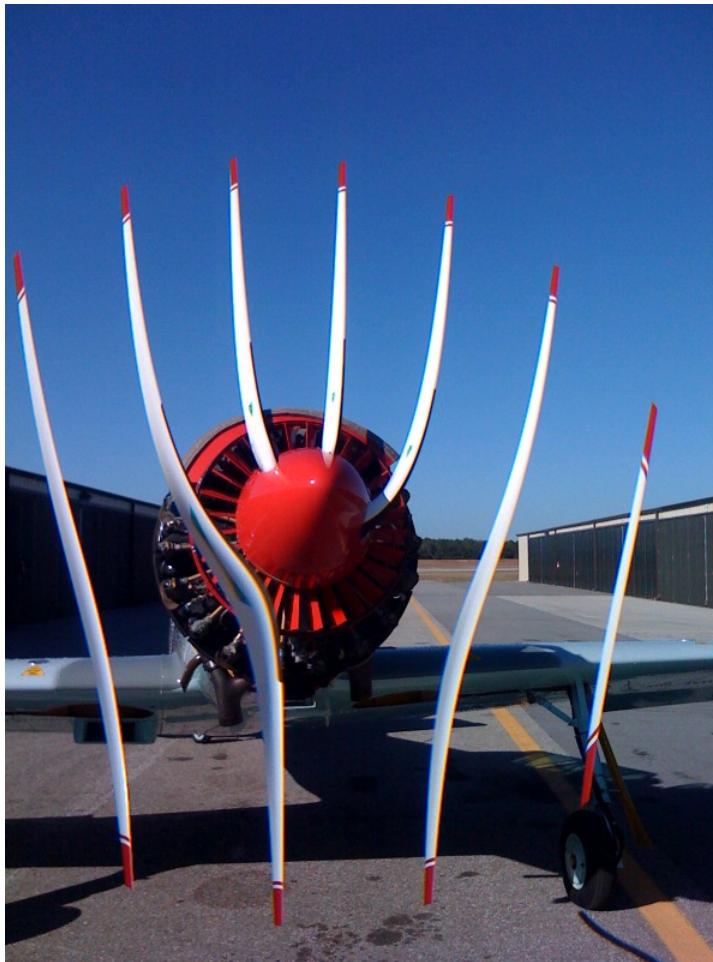
エイリアシング 動画の場合



(影を見たらわかりますが) 熱で溶けたわけではないです_(:3」∠)_

1. 信号処理の基礎

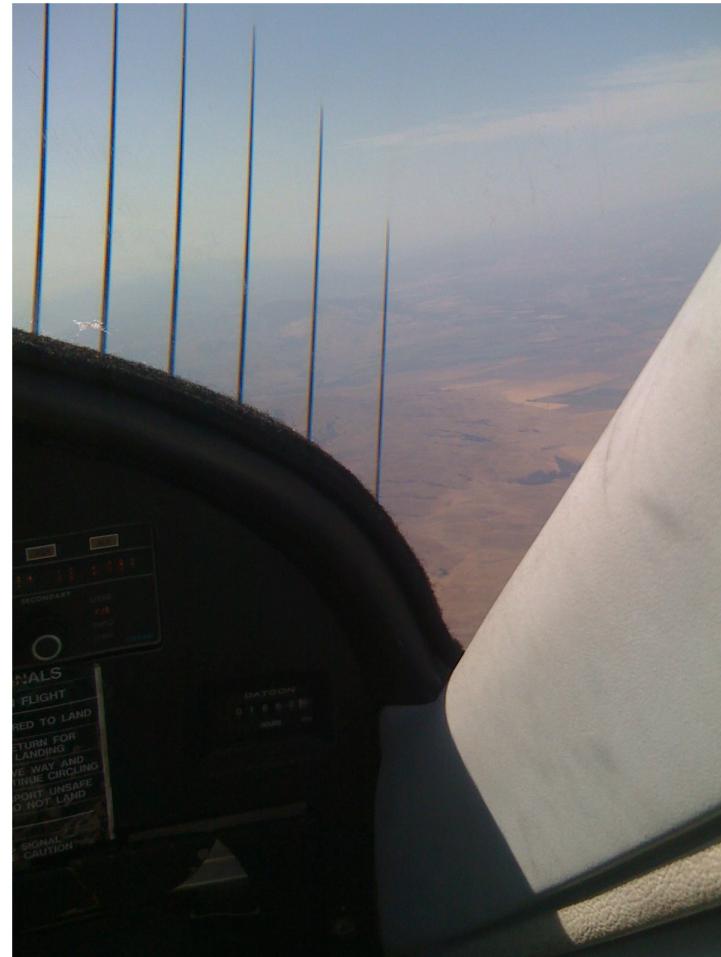
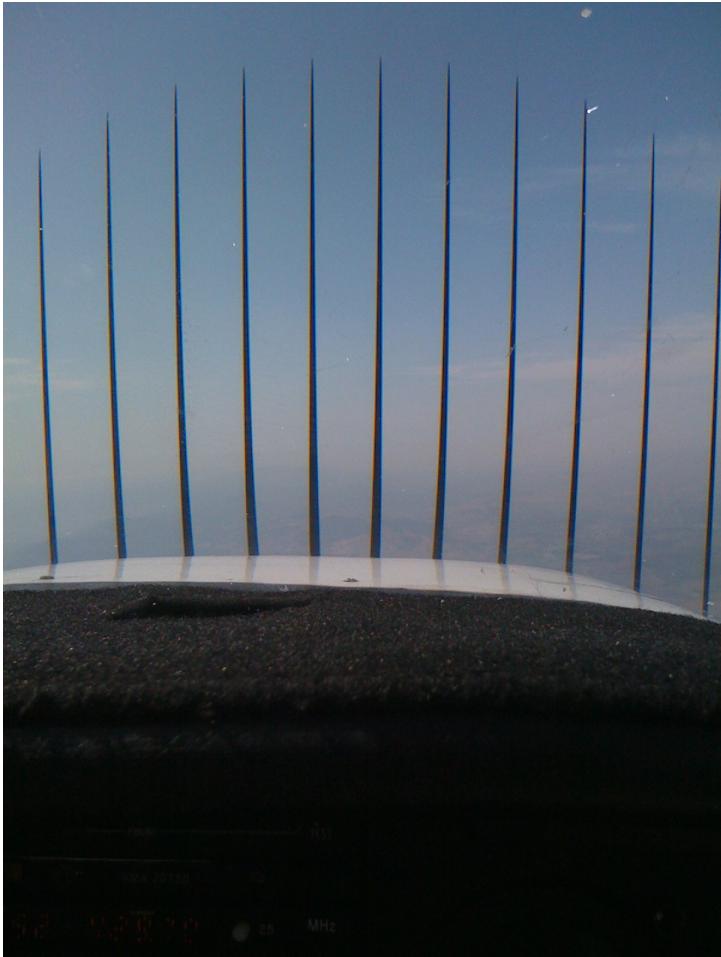
エイリアシング 動画の場合



画像 : Airplane Prop + CMOS Rolling Shutter = WTF

1. 信号処理の基礎

エイリアシング 動画の場合 操縦席から見ると...

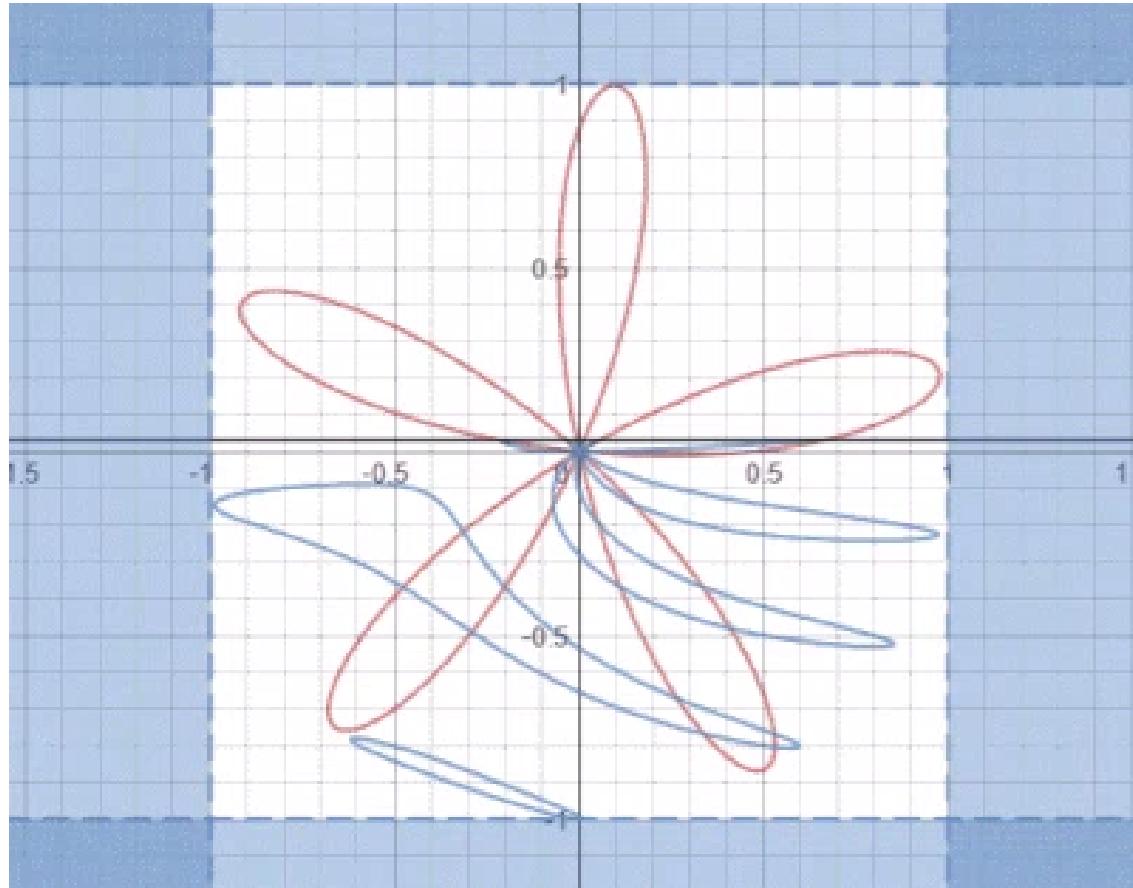


画像 : [IMG_0033](#) , [IMG_0034](#)

1. 信号処理の基礎

エイリアシング 動画の場合

プロペラ効果



1. 信号処理の基礎

なぜこんなことが起きるのか

- ギターの弦 ストロボ効果
- プロペラ プロペラ効果

1. 信号処理の基礎

エイリアシング 動画の場合 ストロボ効果



動画ではシャッタースピードや露光時間が
エイリアシングの原因となりうる

1. 信号処理の基礎

エイリアシング 動画の場合

- iPhone propeller aliasing
- Plane Propeller from iPhone
- Rolling shutter artifacts - Shutter speed test
- Propeller Aliasing

動画でも起きる

1. 信号処理の基礎

エイリアシングの対策

エイリアシングを起こさないために

1. サンプリングレートを変える

- 高い周波数が含まれる信号を読み取る時は
観測したい信号に含まれる高周波数の2倍以上の周波数の
サンプリングレートで観測しないとダメ
→ サンプリングレートを高くする

サンプリングレートが変えられるなら変える

実際はそもそもサンプリングレートを変えられなかったり、
替えてもデータ容量が大きくなったりといった問題が...

1. 信号処理の基礎

エイリアシングの対策

エイリアシングを起こさないために

2. フィルターをかける

- 任意の信号を一定のサンプリングレートで読み取る時は
読み取り間隔の半分より高い高周波が含まれていてはダメ
→ LPF(Low Pass Filter : 低周波通過フィルター)に通して
高周波成分カットする

エイリアシングを防止する目的でかけられるフィルターを
アンチエイリアシングフィルターと呼ぶ

1. 信号処理の基礎

エイリアシングの対策

実際に観測するときは

普通アンチエイリアシングフィルターは必ずかける。

サンプリング周波数は必要に応じて決める。

1. 信号処理の基礎

アンチエイリアシング

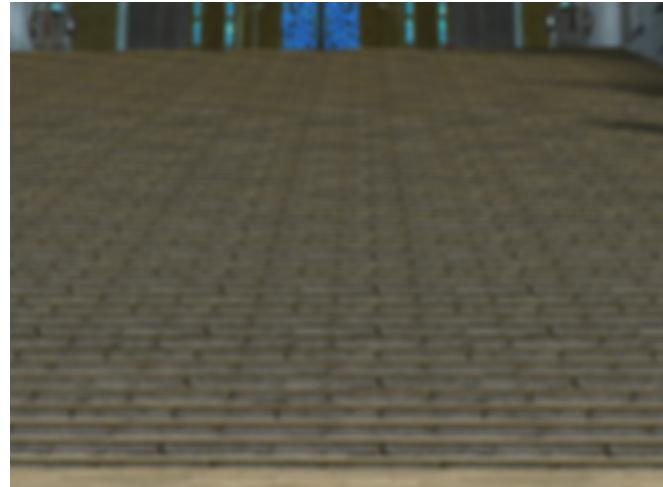
画像の場合

ぼかしてから縮小する。 (縮小してからぼかすのは×)

FF14の画像は画面に表示されている時点で
すでにエイリアシングが起きているのでそこからぼかしても...

アンチエイリアシング

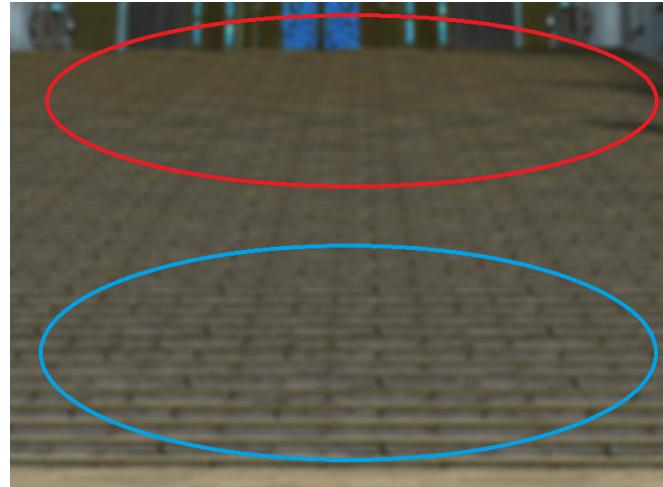
画像の場合



一度エイリアシングが起きたら除去できない
元データから高周波成分を除去する必要がある

アンチエイリアシング

画像の場合



一度エイリアシングが起きたら除去できない
元データから高周波成分を除去する必要がある
エイリアシングの起きてない部分をぼかして縮小するのは大丈夫

アンチエイリアシング

動画の場合

- シャッタースピード（サンプリングレート）を変える
- モアレは画像と一緒に

アンチエイリアシング

波の場合（音や電気信号）

- サンプリングレートを変える

例)可聴域(20~20kHz)を録音する場合 40kHz以上で録音する

CD : 44kHz DVD : 48kHz Hi-Res/Hi-Fi : おすすめなだけ

サンプリングレートは低いと高周波成分が失われる分
音質が悪くなる。ただし高すぎても無駄

ハイレゾは自己満足の世界なので
好きにしたらいいと思います_(:3」∠)_

アンチエイリアシング

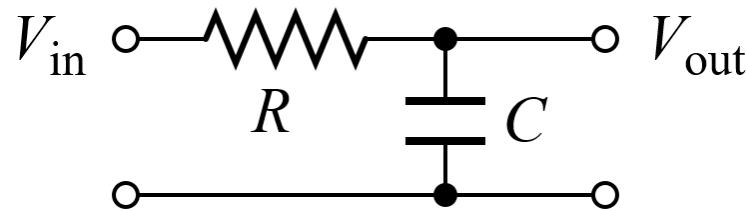
波の場合（音や電気信号）

- LPFをかける
会議など声を録音する場合
8kHzまでの音が録音できれば十分
普通16kHzでサンプリングする

アンチエイリアシング

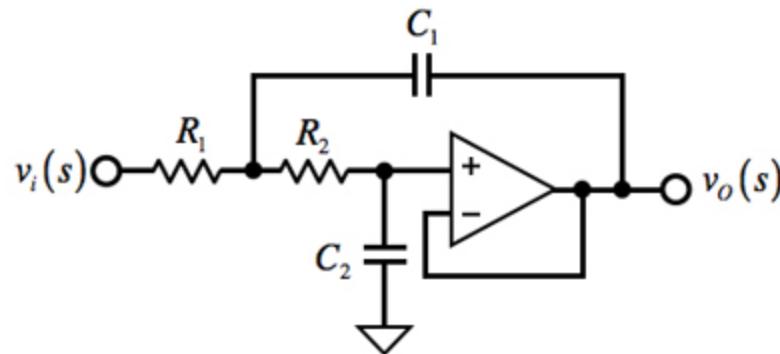
波の場合（音や電気信号）

マイクに8kHzより高い音を遮断するLPFが必須



アナログ電子回路で実装された石器時代のLPFの例 (-3dB)

利得が小さいので普通オペアンプで実装する (-20dB)



大体こんな感じ アナログ電子回路の世界は利得を稼ぐのが大変

フィルターのかけ方

波の場合（音や電気信号）

デジタル信号は高次のフィルターが簡単に作れる
→利得が稼げる

n+1サンプリング毎に平均をとると
簡単なn次のLPFになる(FIRフィルタ)

$$g(x) = \frac{\sum_{i=0}^{N-1} f(x + i)}{N}$$

時数を増やすと利得が稼ぎやすいが
レイテンシーが増える

2. 周波数解析

2. 周波数解析

基本はフーリエ変換

音のような周期関数→周波数の関数に変換する 勿論逆変換もできる

音波の信号をフーリエ変換して周波数の時間変化の関数に変換

周波数の時間変化の関数を逆フーリエ変換して音の信号に戻せる

注) 位相の情報がなくなるが人間の耳にはわからない

フーリエ変換

$$\mathcal{F}(\xi) = \int_{\mathbb{R}} f(x) e^{-2\pi i x \cdot \xi} dx$$

関数 $f(x)$ を 周波数の関数 $\mathcal{F}(\xi)$ に変換する

2. 周波数解析

フーリエ変換は実数全体に対して定義されている
コンピューターでは離散フーリエ変換を行う

離散フーリエ変換(DFT:Discrete Fourier Transform)

$$F(t) = \sum_{x=0}^{N-1} f(x) e^{-i \frac{2\pi x t}{N}}$$

離散信号 $f(x)$ を 離散的な周波数の関数 $F(t)$ に変換する。

実際には高速フーリエ変換(FFT)を使う

2. 周波数解析

畳み込み(Convolution)

幾何的に言えば、

ある 2 つの関数の片方を並行移動させつつ重ね合わせた時、
一致する部分面積を足し合わせたもの

wikipediaがわかりやすい

<https://ja.wikipedia.org/wiki/畳み込み>

$$\mathcal{F}(\omega * f) = \mathcal{F}\omega * \mathcal{F}f$$

2. 周波数解析

波形の部分部分を切り出して周波数解析にかける
逆変換が成り立つなら正しく周波数解析できている

どうやって切り出すか

N点のサンプリング毎に切り出す

→ **ただ切り出す**と逆変換での誤差が大きくなる

例) 音を周波数解析して、それを音に戻して聞いてみる

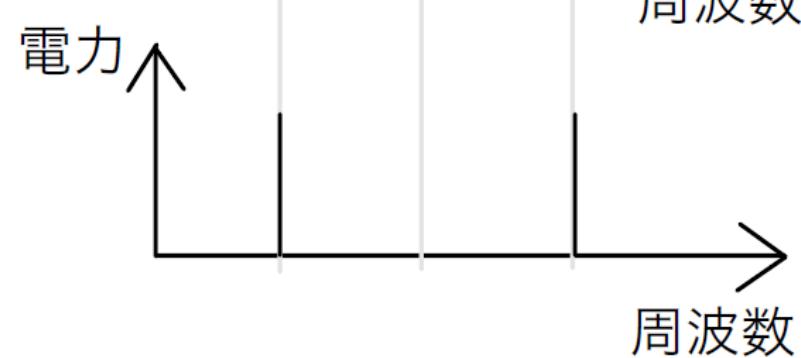
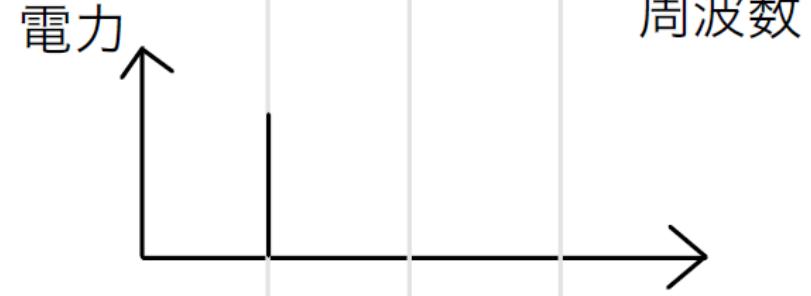
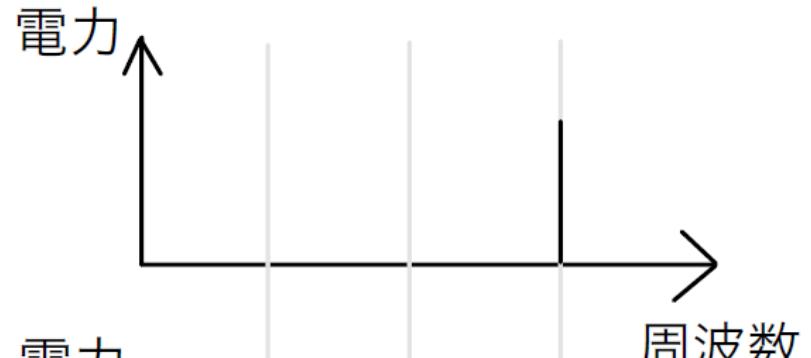
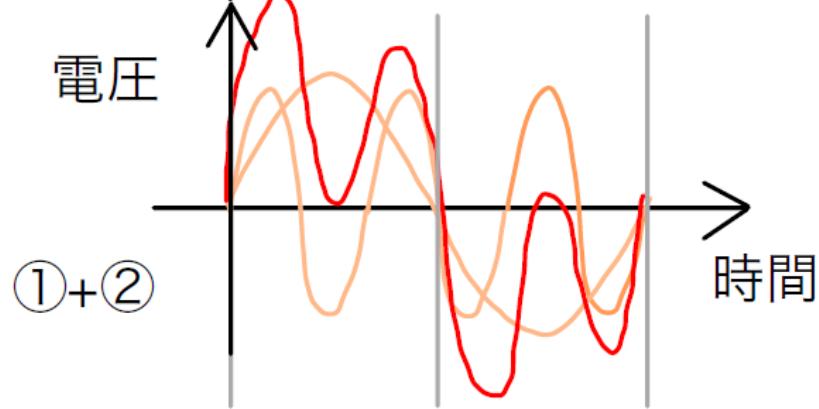
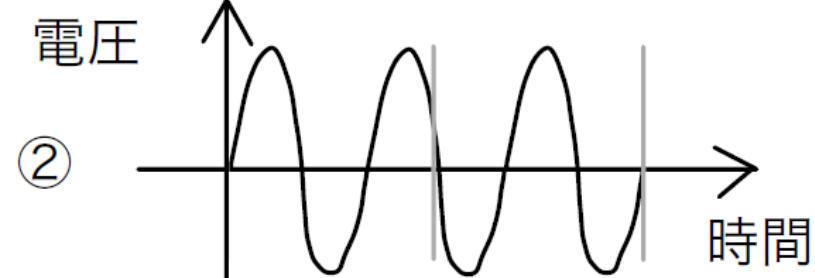
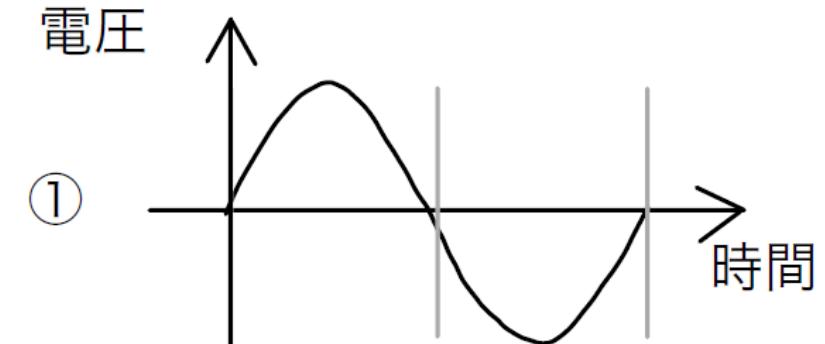
→ノイズが混じる

つまり正しく周波数解析できない

なぜうまくいかないか

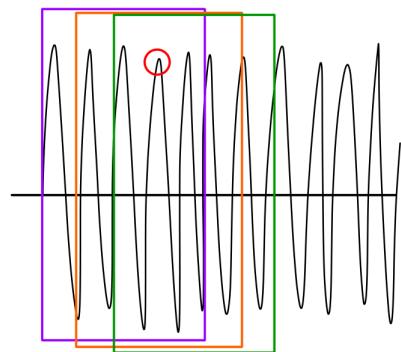
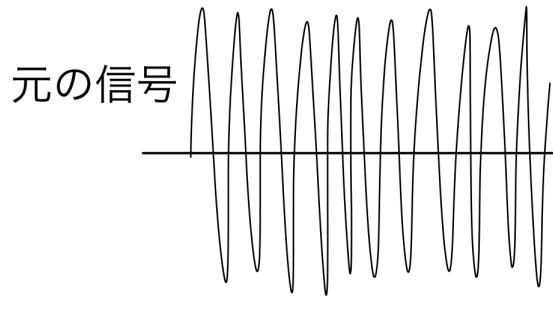
2. 周波数解析

フーリエ変換して周波数解析をした時の図の説明

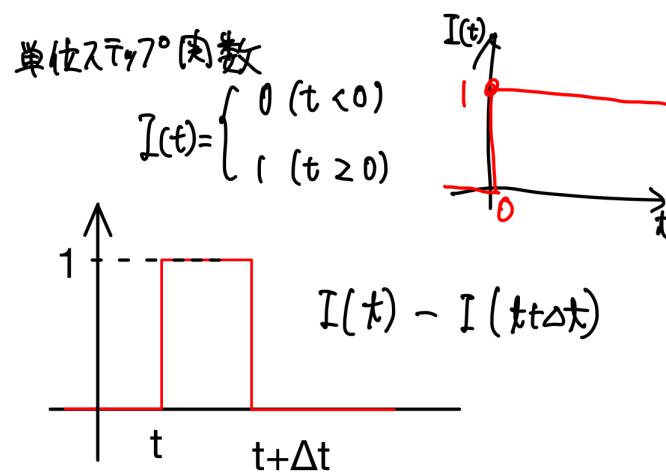
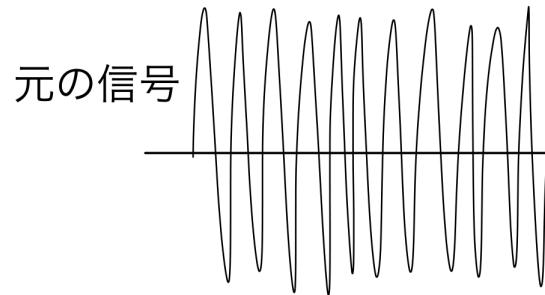


2. 周波数解析

信号の切り出し方



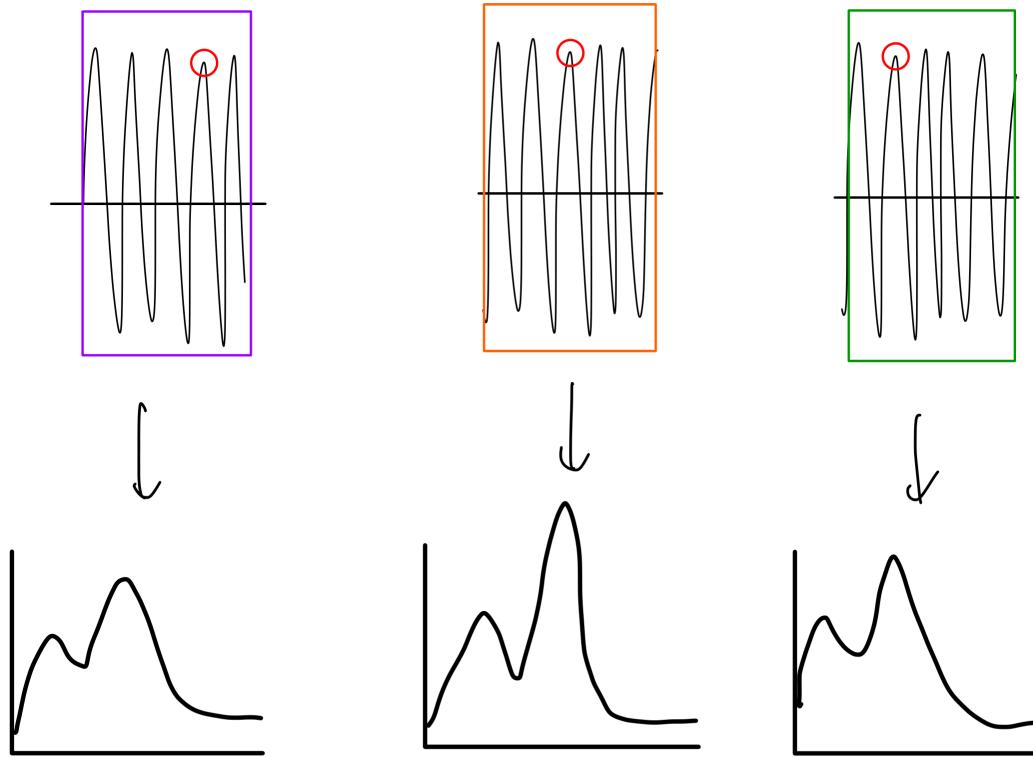
ずらしながら切り出す



$I(t) - I(t - \Delta t)$ であらわされる関数を掛ける

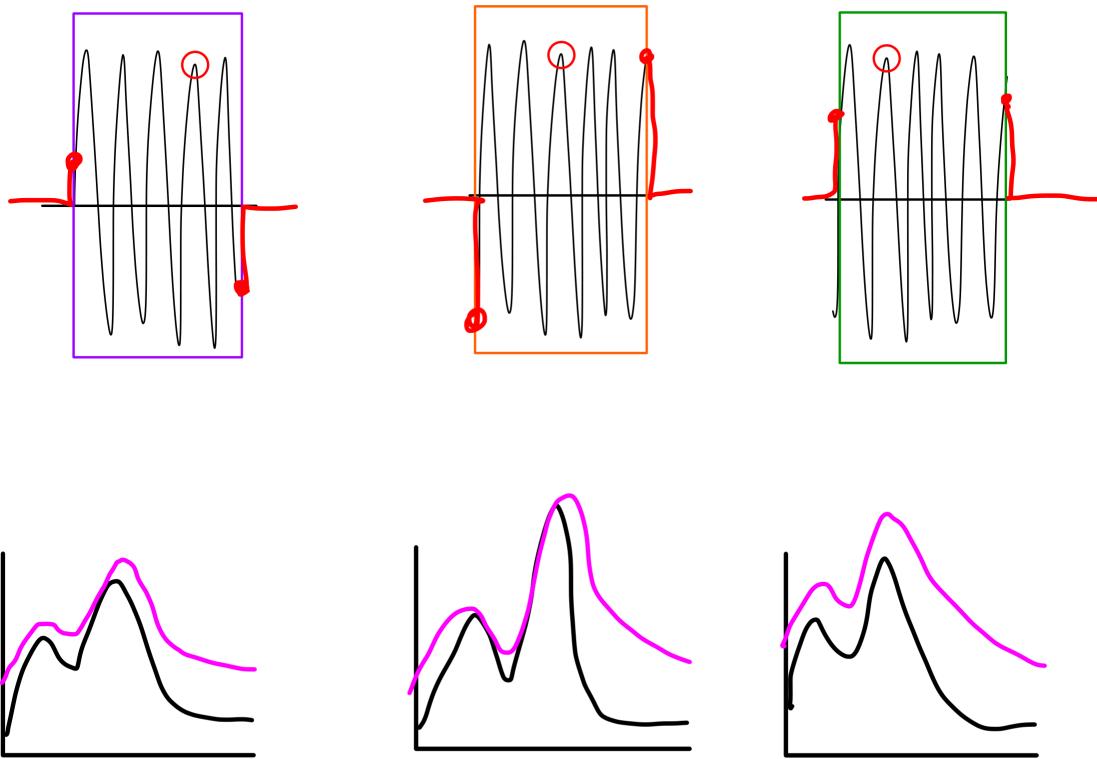
→ その区間 $[t, t - \Delta t]$ を切り出せる

2. 周波数解析



切り出した区間ごとに周波数解析
→その区間に含まれる信号の周波数がわかる

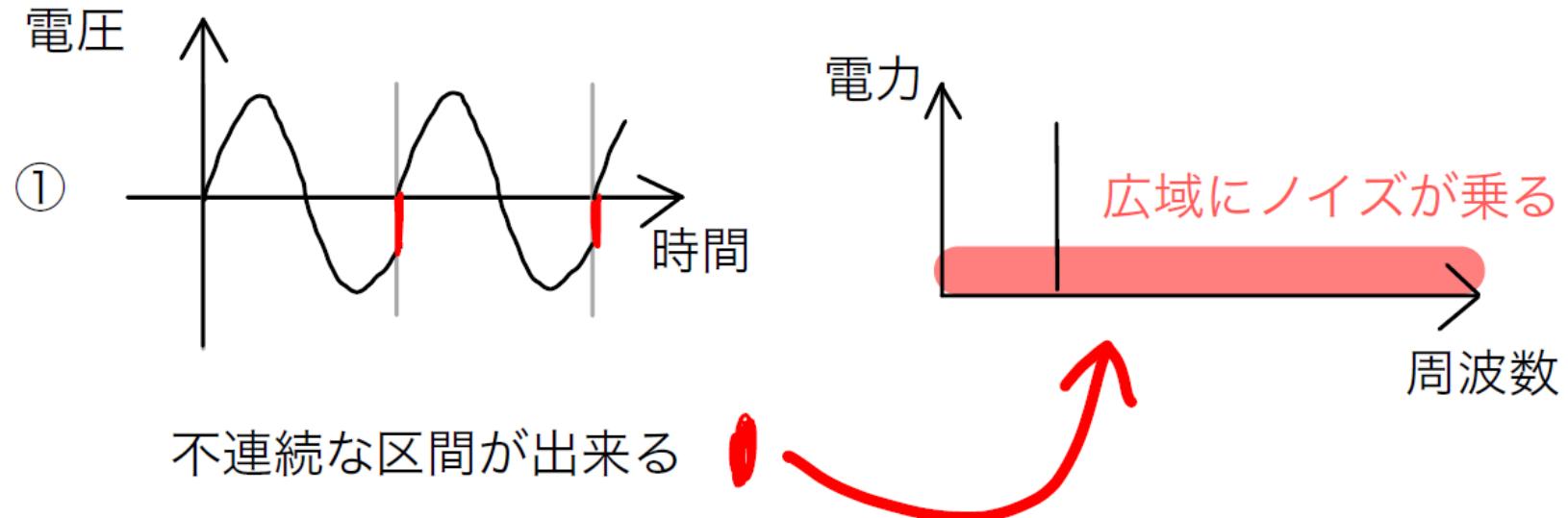
2. 周波数解析



でも実際には両端が 0 ではないため
0 からいきなり変化する傾き $\pm\infty$ の点ができてしまう
→ 大きな傾きを表現するには **高い周波数** が必要
→ 解析された周波数にノイズが発生してしまう

2. 周波数解析

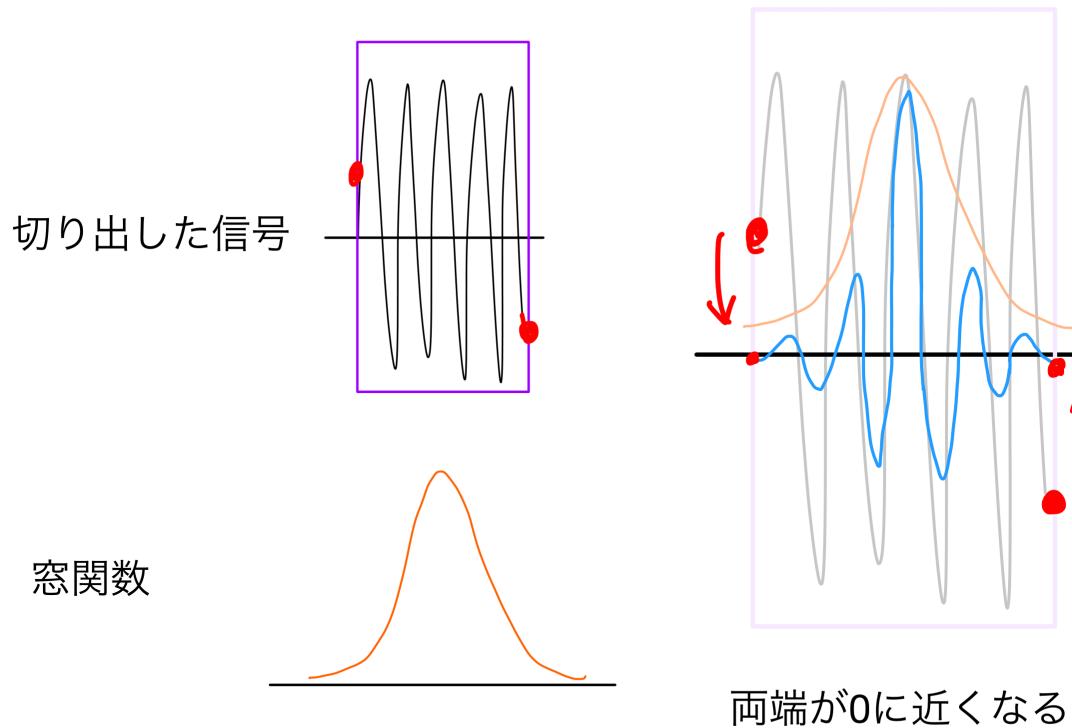
このまま逆変換をかけたとき



窓関数をかけていなかったので両端にインパルスが生じていた

2. 周波数解析

どうしたらしいか ← 両端が0に近くなる**窓関数**を掛ける



重ね合わせるとノイズの影響を抑えて
元の信号を復元できる

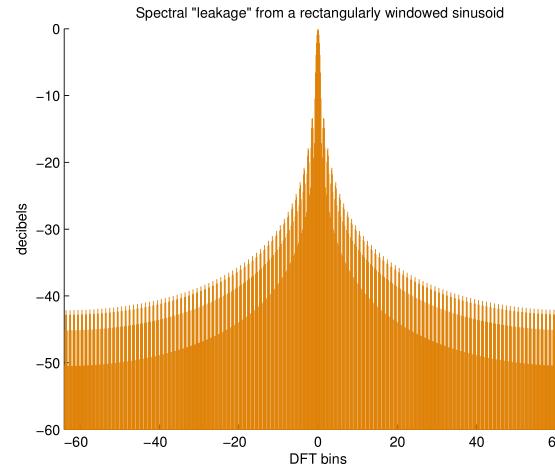
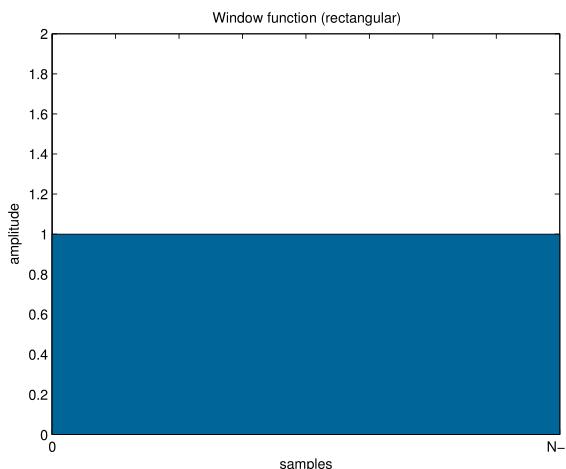
2. 周波数解析

窓関数

矩形窓

$$f(x) = \begin{cases} 1, & \text{if } a \leq x \leq b \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

ただ信号を $a \sim b$ の区間で切り取るだけ



横軸：サンプル数

横軸：周波数

窓関数

普通 ハーニング窓や、ハミング窓をつかう

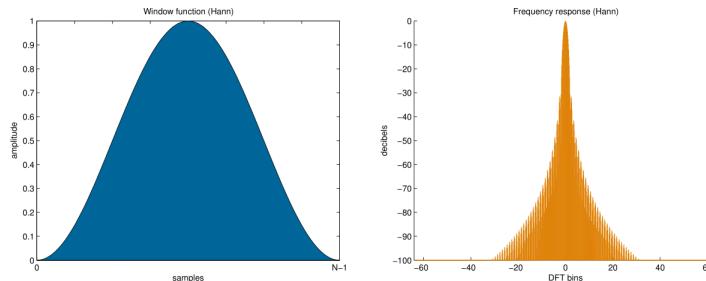
ハーニング窓

$$\omega(x) = 0.5 - 0.5 \cos 2\pi x, \text{ if } 0 \leq x \leq 1$$

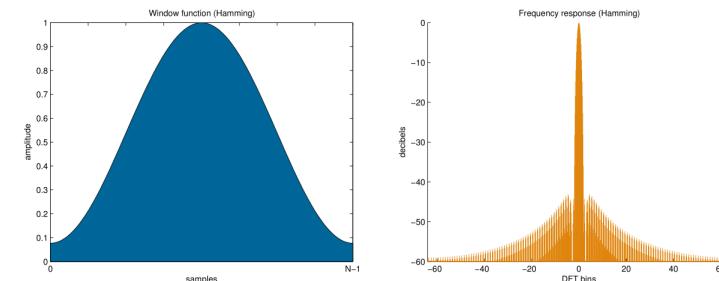
ハミング窓

周波数分解能が良く、ダイナミック・レンジが狭い

$$\omega(x) = 0.54 - 0.46 \cos 2\pi x, \text{ if } 0 \leq x \leq 1$$



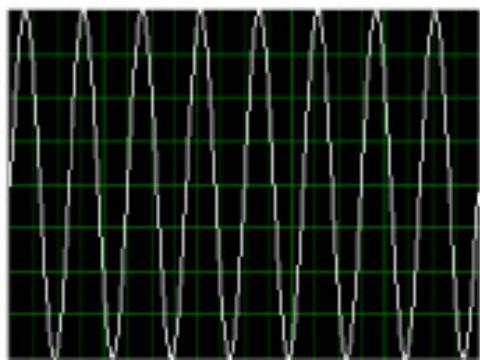
hanning window



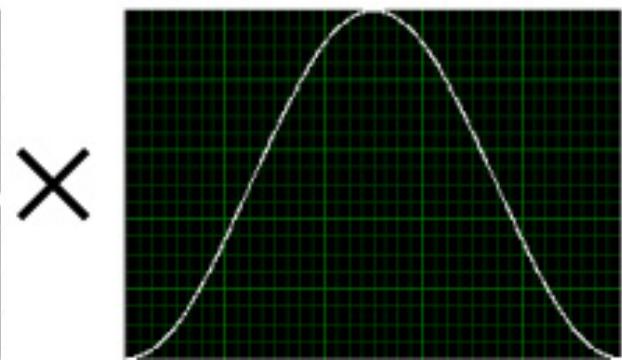
hamming window

信号に窓関数を畳み込んだ時のイメージ

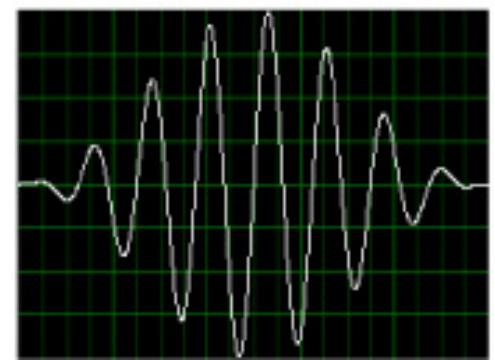
実波形



窓関数 (ハニング関数)



窓関数処理後の実波形



切り出した信号の両端が 0 に近いため、
重ねつなぎ合わせたとき急激な変化が起きない

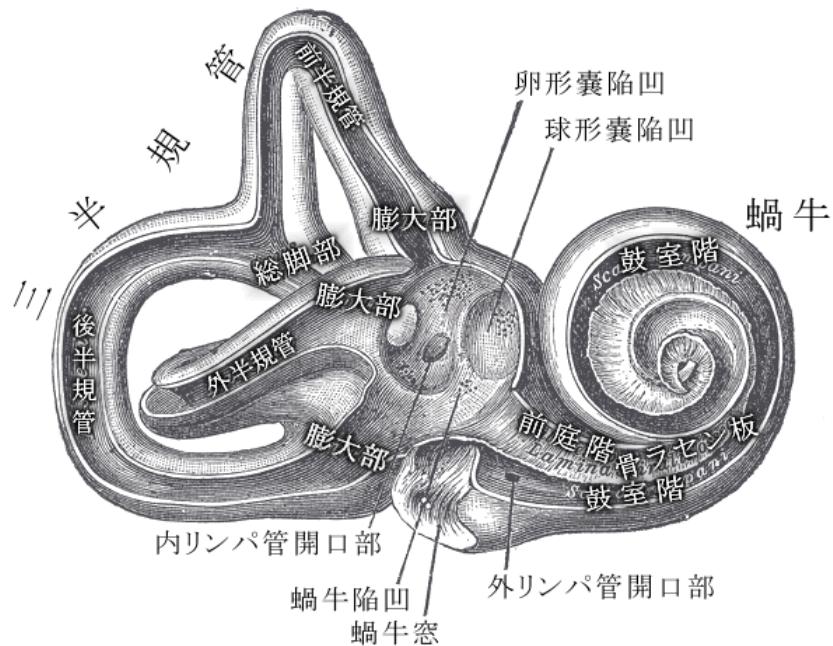
画像引用元:<http://www.fbs.osaka-u.ac.jp/labs/ishijima/FFT-06.html>

3. 耳の話

3. 耳の話

蝸牛

鼓膜とかの奥にある音を電気信号に変える場所
中はリンパ液が詰まっている
巻いてるところ伸ばすと3cmくらい
周りは頭蓋骨 骨の中にあるので研究が進めづらい



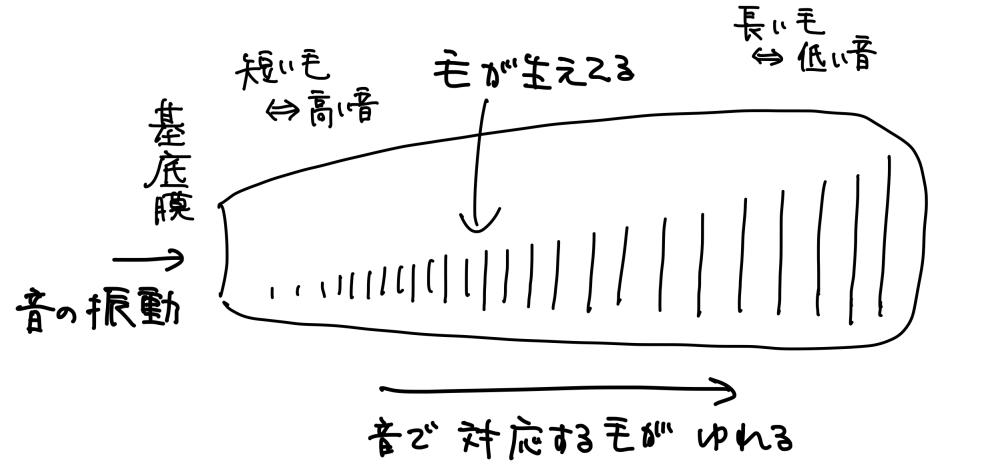
3. 耳の話

音が聞こえる仕組み

面倒になって手書きしました ㄏ(.o. ㄏ)ㄏ

蝸牛の巻きと呼ばしたもの

(周囲は骨などののはせない)



→ 細胞膜の機械的に動作する
特殊な干渉しが肉
カリウムイオンの流入量に変化が生じる → 膜電位が変化 → 脳へ

4. 声の話

4. 声の話

声の種類

音源の種類で分類

- 有聲音

声帯の振動を音源とする音

♂ 100~200Hz ♀ 200~400Hz

実はわりと何でもいい

声帯を失った人向けに

震える機械を喉にあてて声を出せる製品がある

4. 声の話

声の種類

- 無聲音

声道を空気が通過する際に生じる乱気流を音源とする音

様々な周波数が含まれる

個人差のある声道の特徴を音として反映するため

個人識別に欠かせない

4. 声の話

声の種類

音声学的な分類では、母音と子音がある

- 子音
基本的に無声音
- 母音
有声音の成分がおおい
判別にはフォルマントが使われる

4. 声の話

- フォルマント

周波数で分解したときにパワーの大きい成分
低い音から第一フォルマント、第二フォルマント...と呼ぶ
声帯の振動数の倍音
スペクトrogramで見ると縞となって表れる

声の話

声の帯域

4. 声の話

電話の帯域 300~3.4kHz

- ~300Hz : 声帯の基本振動は含まれない
 - 低い周波数は通信路容量に影響しないのになぜ削るのか
 - 伝送のために変調をかけたとき、
低い周波数の信号は搬送波電力に近い周波数になり
エイリアシングが起きうる
- 3.4kHz~ : 子音の帯域(4k~14kHz)の大部分は含まれない
 - 子音が異なる発声の区別はできるのか？

4. 声の話

子音が異なる発声の区別はできるのか？

子音がカットされている状態なので原理的に難しい

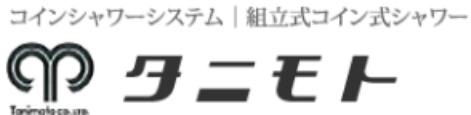
- kamimoto / tanimoto (聞き間違えた)

注) コインシャワー タニモト <https://www.shower.co.jp/>

組み立て式シャワールームの製造販売

開発裏番の番号(03-6863-5666)に似ているため

間違い電話がかかってくる (3と6が隣接しているせいもあると思われる)



コインシャワー、緊急災害時用シャワー、除染用シャワー、簡易シャワーメーカーの株式会社タニモト
受付時間 9:00~18:00
※土日祝を除く



4. 声の話

電話の帯域

母音が同じ、子音が違う 2 つの発声の区別はできるのか？

- My cousin is sailing.
- My cousin is failing.

4. 声の話

電話の帯域

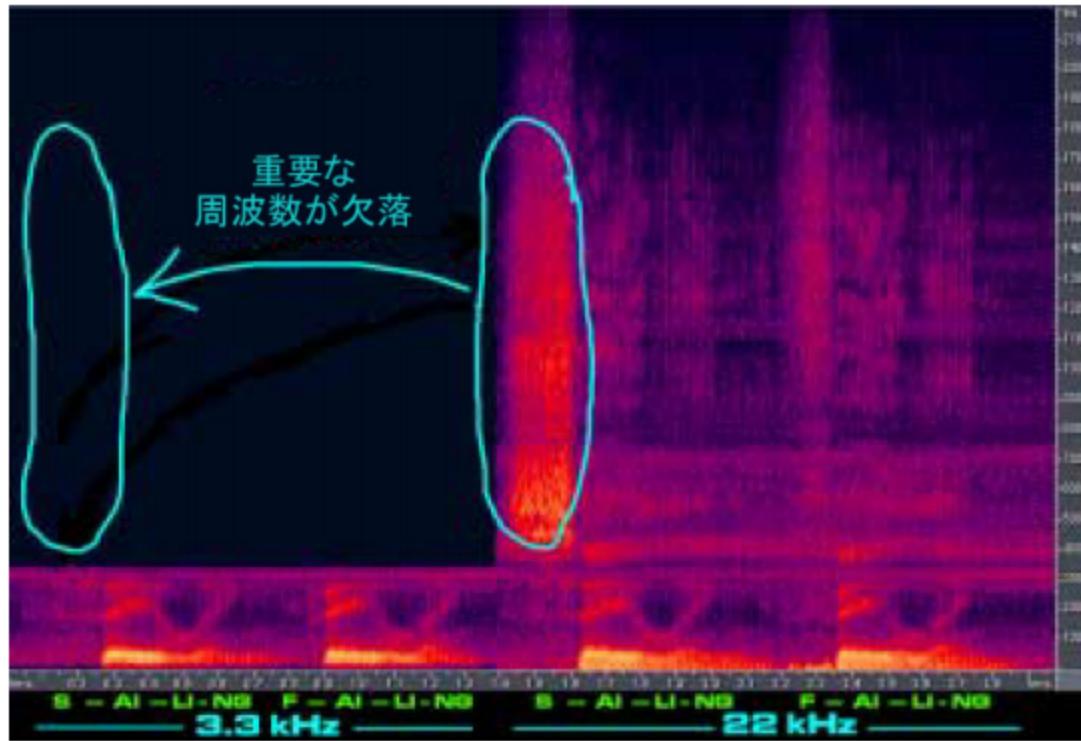


図 1: sailing と failing の音声スペクトルは 3.3 kHz および 22 kHz に分布

「sailing (航海)」の「s」を「failing (欠陥)」の「f」と区別するための高周波数音は 4 kHz~14 kHz の間に集中しています。この部分の周波数が欠落すると、相手が何を言ったのか理解する手がかりがなくなります。つまり、「my cousin is sailing in college (私のいとこは大学でヨット部に入っています)」と「my cousin is failing in college (私のいとこは大学で落第しそうになっています)」の違いを従来の電話で伝えるには、文脈(たとえば、いとこがよくヨットの練習をしていると知っているなど)を加味することが不可欠だということです。

まとめ

- サンプリング定理大事
- 窓関数を忘れない
- 声の帯域は100Hz~数kHz 子音の無聲音の周波数(数Khz~)
- 電話(0.3~3.4kHz)は最小限度に近い帯域制限を行っている

補足終わり

記載されている会社名・製品名・システム名などは、各社の商標、または登録商標です。