命题1. 设$f(x)=\sum_{i=0}^{n}a_ix^i\in\mathbb{R}[x]$，若$f(x)$有一虚根$c$，则$\bar{c}$为$f(x)$一根

$$0=f(c)=\sum_{i=0}^{n}a_ic^i \Longrightarrow 0=\sum_{i=0}^{n}a_i\bar{c}^i=f(\bar{c})$$

定理1. 实数域上不可约多项式只有一次多项式，判别式小于0的二次多项式

证：任取$\mathbb{R}$上一不可约多项式$p(x)$有一复根c，

若$c\in\mathbb{R}$，则$x-c\mid p(x)$ 则$(x-c)\sim p(x)$ 故$p(x)$为一次多项式

若$c\notin\mathbb{R}$，则$\bar{c}$为$p(x)$一根，则$x-c\mid p(x)$，$x-\bar{c}\mid p(x)$

$\because (x-c,x-\bar{c})=1 \quad \therefore (x-c)(x-\bar{c})\mid p(x)$

$\therefore x^2-(c+\bar{c})x+c\bar{c}\mid p(x)$

$\therefore$ 在$\mathbb{R}$中 $x^2-(c+\bar{c})x+c\bar{c}\mid p(x)$

$\therefore x^2-(c+\bar{c})x+c\bar{c}\sim p(x)$

$\therefore p(x)=a(x^2-(c+\bar{c})x+c\bar{c}) \quad a\in\mathbb{R}^*$

即$p(x)$为判别式小于0二次多项式

且$\mathbb{R}[x]$中次数大于0的多项式$f(x)$的复根为共轭成对出现