设f为域F上n维线性空间V上一对称双线性函数，
f在V的一个基$\alpha_1,\cdots,\alpha_n$下的度量矩阵为A

$\alpha=(\alpha_1,\cdots,\alpha_n)X$，$\beta=(\alpha_1,\cdots,\alpha_n)Y$

则 $f(\alpha,\beta)=X'AY=\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}a_{ij}x_iy_j$

特别地有 $q(\alpha):=f(\alpha,\alpha)=X'AX=\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}a_{ij}x_ix_j$

称 $q(x)$ 为 V上一二次函数

定义1. 设F为一域，$x_1,\cdots,x_n$为n个符号，形如下述表示：

$$\sum_{i_1,i_2,\cdots,i_n}a_{i_1i_2\cdots i_n}x_1^{i_1}x_2^{i_2}\cdots x_n^{i_n},\qquad (1)$$

$i_1,i_2,\cdots,i_n\in N$，$a_{i_1i_2\cdots i_n}\in F$称为系数

且只有限多项不为0，若满足：

两这种形式表达示相等当且仅当含有完全相同的项.

则称这种表达示为一n元多项式

$x_1,\cdots,x_n$ 为n个无关的不定元

$F[x_1,\cdots,x_n]:=\{$域F上n元多项式$\}$

类似于一元多项式规定乘法，加法

易验证此为有单位元的交换环

称为域F上的n元多项式环

定义2、若$f(x_1,\cdots,x_n)$各项次数为m，则称f为m元齐次多项式

$\{$域F上n元m次齐次多项式$\}$构成域F上一线性空间

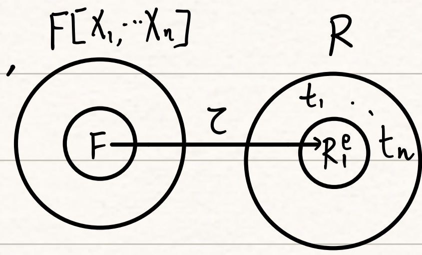
定理1.（n元多项式环的通用性质）设F为一域，R为一有单位元交换环，且域F到R的一个子环R_1(含单位元)有一同构映射τ.

任给 $t_1,\cdots,t_n\in R$，令

$\sigma_{t_1,\cdots t_n}$:　$F[x_1,\cdots,x_n]\longrightarrow R$

$$f(x_1,\cdots,x_n)=\sum a_{i_1\cdots i_n}x_1^{i_1}\cdots x_n^{i_n}\longmapsto \sum \tau(a_{i_1\cdots i_n})t_1^{i_1}\cdots t_n^{i_n}$$

则 $\sigma_{t_1\cdots t_n}$ 为 $F[x_1,\cdots,x_n]$ 到 R 一映射，



使得 $\sigma_{t_1\cdots t_n}(x_n)=t_i$　$i=1,\cdots,n$

且 $\sigma_{t_1\cdots t_n}$ 保持加法和乘法

称 $x_1,\cdots,x_n$ 分别用 $t_1,\cdots,t_n$ 代入