$f(x_1,...,x_n) = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} \alpha_{ij} x_i x_j = X'AX$ 其中  $\alpha_{ij} = \alpha_{ji}$ ,  $1 \le i,j \le n$  即  $A(\alpha_{ij})$ 为对称矩阵 称为域F上-n元二次型

 $f(X_1, \dots, X_n) = X'AX$ 

メ, ··· , xn分別用 Ci, x, +···+ C, n オ n, ··· , Cn, x, +···+ Cnn xn 代入 f(x -·· x, ) - x/A x

+ (x,,-., xn) = X'AX

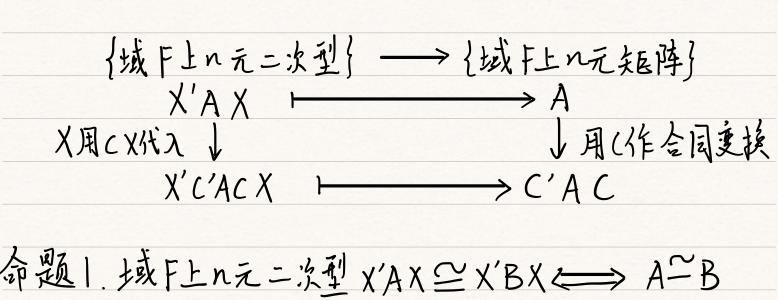
$$= (c_{11} + \cdots + c_{1n} + \cdots +$$

: (C'A()' = C'A'C = C'AC

·· CAC为处稀绝阵

定义2, 7,,..., 7n分别用C1,7,+…+C,n,1n,..., Cn,x,+…+Cnn/n 代入称为X用CX代入若C可逆 ,则称其为一非退化线性精换

定义3. 域下上两二次型 X'AX, X'BX 港存在一排退 化线性替换 X用CX代入,使得 X'AX变为X'BX, 则称XAX与YBX等价,记作XAX≅XBX. 见1等价为{F上n元二次型}上一等价关系.



命题1. 域F上n元二次型X'AX≅X'BX←→ A~B

定理|特征值初2的域FLn元二次型XAX等价于一 只含平方顶二次型:d, xi+···+dn xi, 称为XX 一标准型,XAX任一标准型中系数不为D平方项 个数等于 Yank(A) 科为 X'AX的 科 证:由.7.2 推论2文2特征值劢2的域F上任一对铅 矩阵合同于一对角矩阵

 $A \simeq diag(d_1, \cdots, d_n)$ 

 $\therefore \chi' A \chi \simeq \chi' \operatorname{diag}(d, \dots, dn) = d, \chi_1^2 + \dots + \chi_n^2$ 

定理2、实数域上几元二次型 X'AX有一标准型为 入,X'+…+入,Xh²,其中入,,…,入h为A特征值 

、习正交矩阵丁, S.t. T-'AT=diag(\(\lambda\),",\n) 又T-1=T'

 $\therefore X'AX \cong X' \operatorname{diag}(\lambda_1, \dots, \lambda_n) X = \lambda_1 \lambda_1^2 + \dots + \lambda_n \lambda_n^2$ 

称X用TX代入为正支替授

