

Modelação de Sólidos

Sistemas Gráficos/
Computação Gráfica e Interfaces

Modelação de Sólidos

- Em 2D um conjunto de segmentos de recta ou curvas não formam necessariamente uma área fechada.
- Em 3D uma colecção de superfícies não envolve necessariamente um volume fechado.

Modelação de Sólidos:

Em algumas aplicações é importante: distinguir entre o interior, exterior e superfície de um objecto 3D; e calcular propriedades dos objectos que dependem dessa distinção.

Ex: Simulação de mecanismos, cálculo de volume, centro de massa, aplicação de elementos finitos para determinar a resposta a factores como esforço e temperatura, etc.

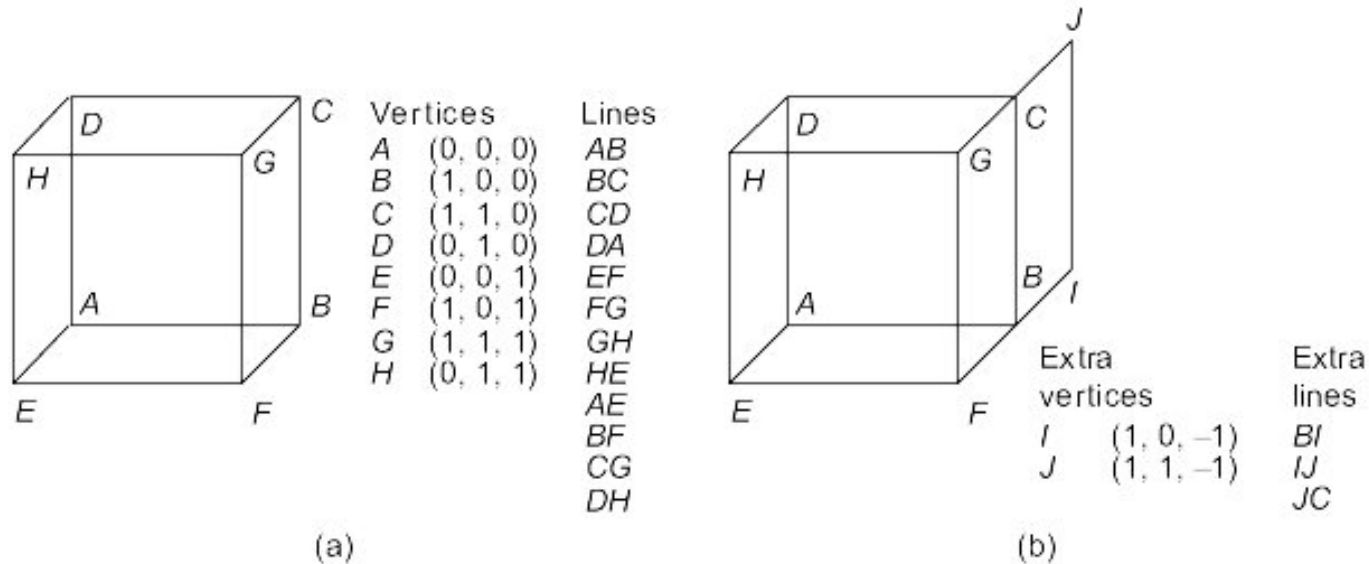
Aplicações: CAD/CAM e criação de imagens *photo-realistic*.

Características de um modelo de sólido

1. Deve abranger um **domínio de representação** suficientemente abrangente para incorporar todo o tipo de objectos que pretendemos modelar.
2. A representação deve ser **não ambígua** e **única**: uma dada representação deve corresponder a um único sólido; e cada objecto deve ter apenas uma representação possível. A representação única permite comparar dois objectos para determinar a igualdade.
3. **Preciso/Exacto**: uma modelação exacta permite representar o objecto sem aproximações. Sistemas que aceitem apenas representação por segmentos de recta somente aproximam superfícies curvas.
4. Impossibilidade de criar **objectos inválidos**, i.e. que não correspondem a um sólido.
5. Representação **fechada**: a representação deve manter-se válida depois da aplicação quaisquer operações válidas.
6. Representação **compacta** para otimizar a utilização de memória.

Características de um modelo de sólido

Exemplo de objectos não válidos como sólido.

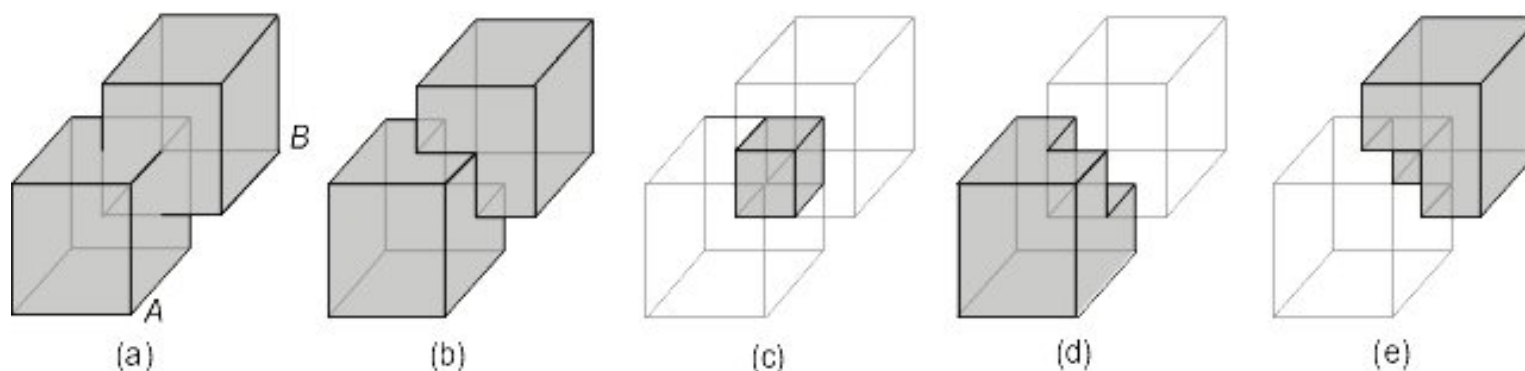


- A representação de **a)** não identifica claramente as faces do cubo, apenas indica arestas.
- Podemos considerar que uma sequência de 4 segmentos formam uma face? Mas o sólido **b)** seria erradamente considerado sólido.

Em geral, as representações usadas não possuem todas as características apresentadas.

Operações Booleanas

A combinação de objectos por operações booleanas permite definir novos objectos, independentemente da representação usada. As operações são **união**, **diferença** e **intercepção**.



a) Objectos A e B

b) $A \cup B$

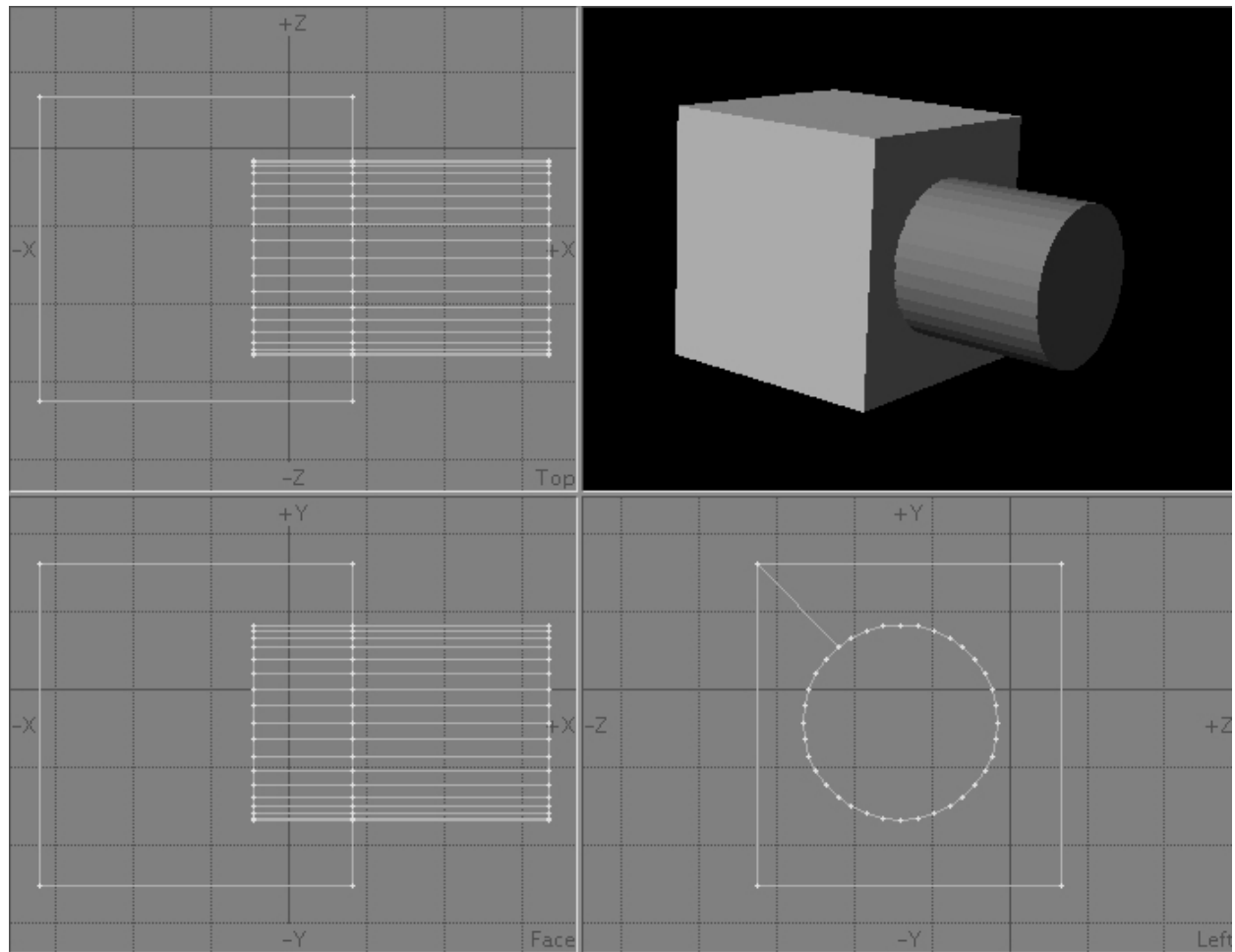
c) $A \cap B$

d) $A - B$

e) $B - A$

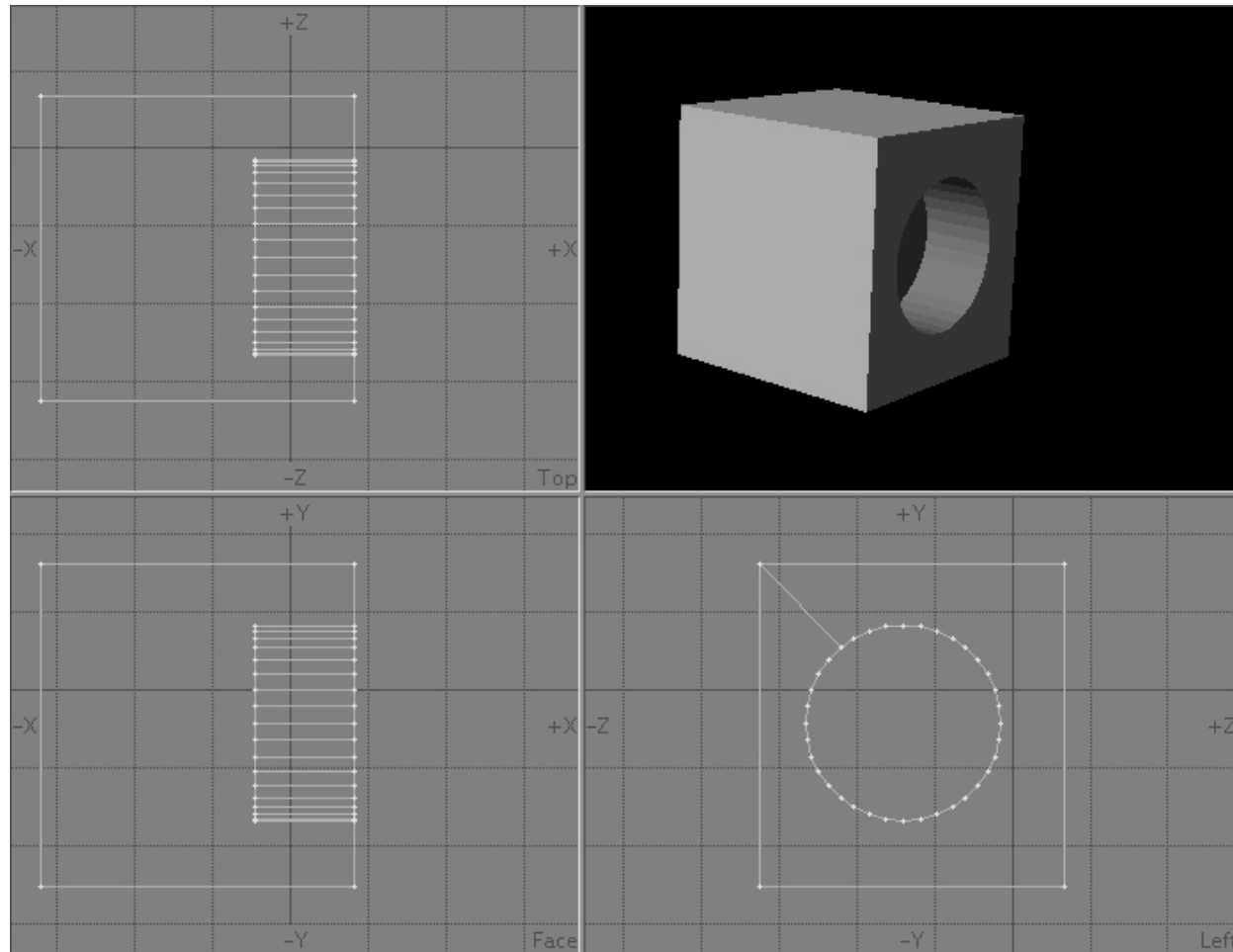
Operando dois objetos...

Sejam os seguintes dois objetos, CUBO e CILINDRO.



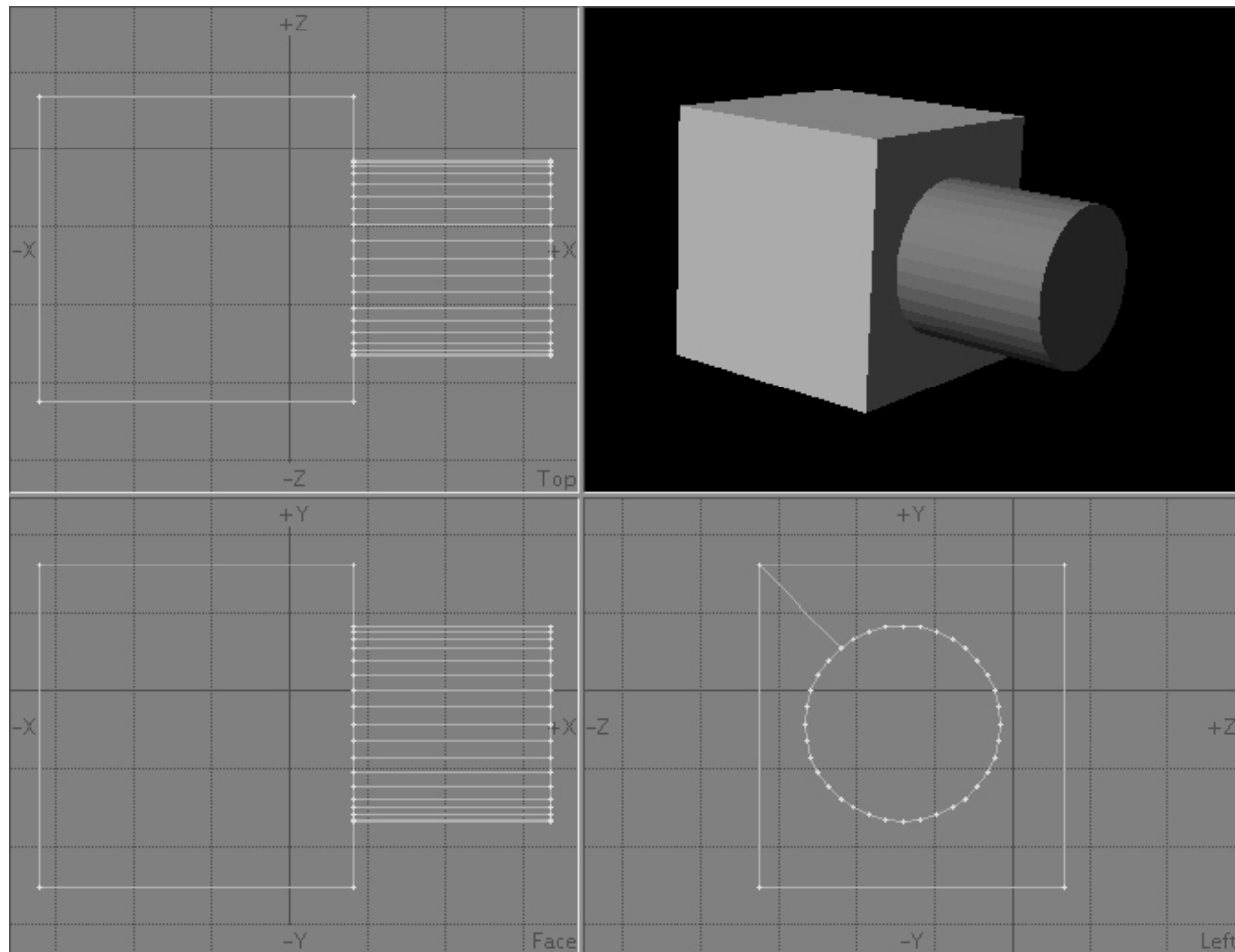
Subtracção

Exemplo: **CUBO - CILINDRO**



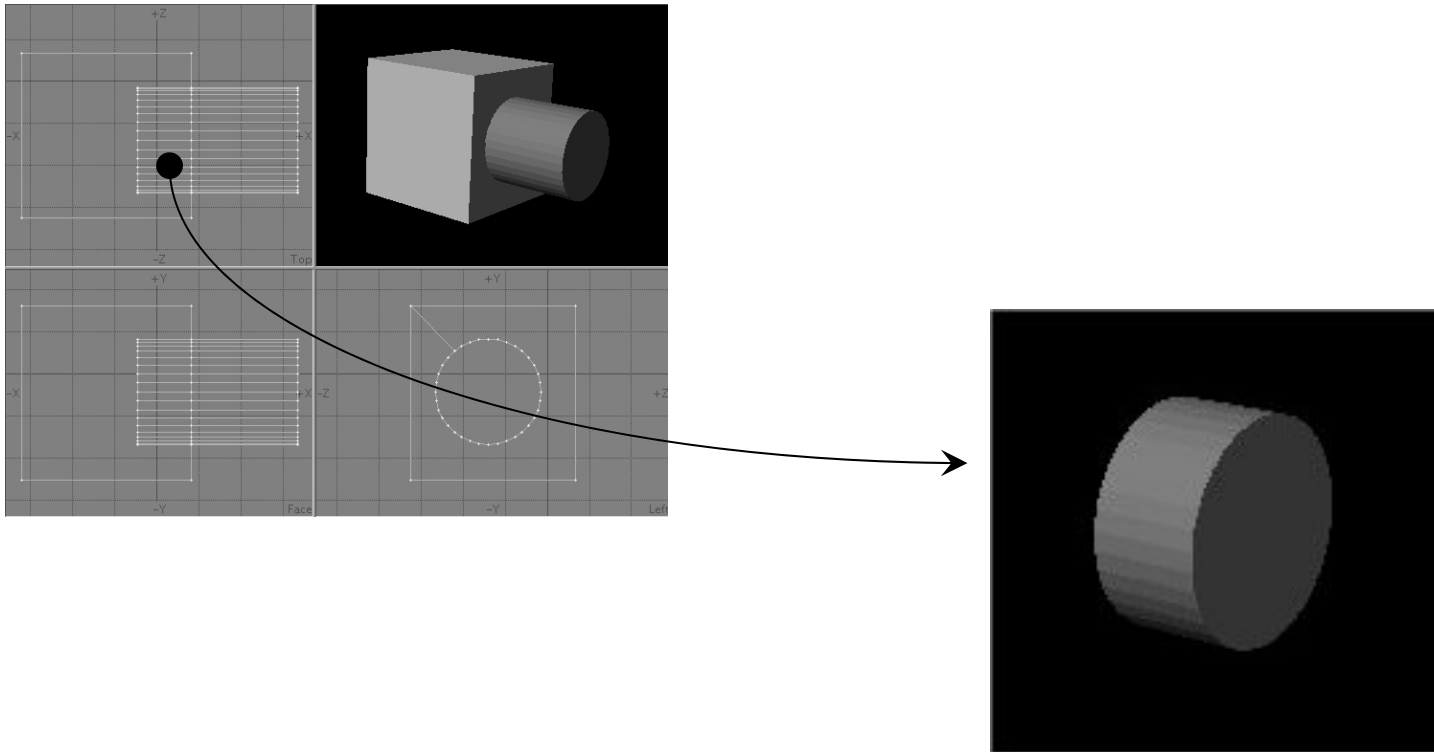
União

Exemplo: **CUBO U CILINDRO**

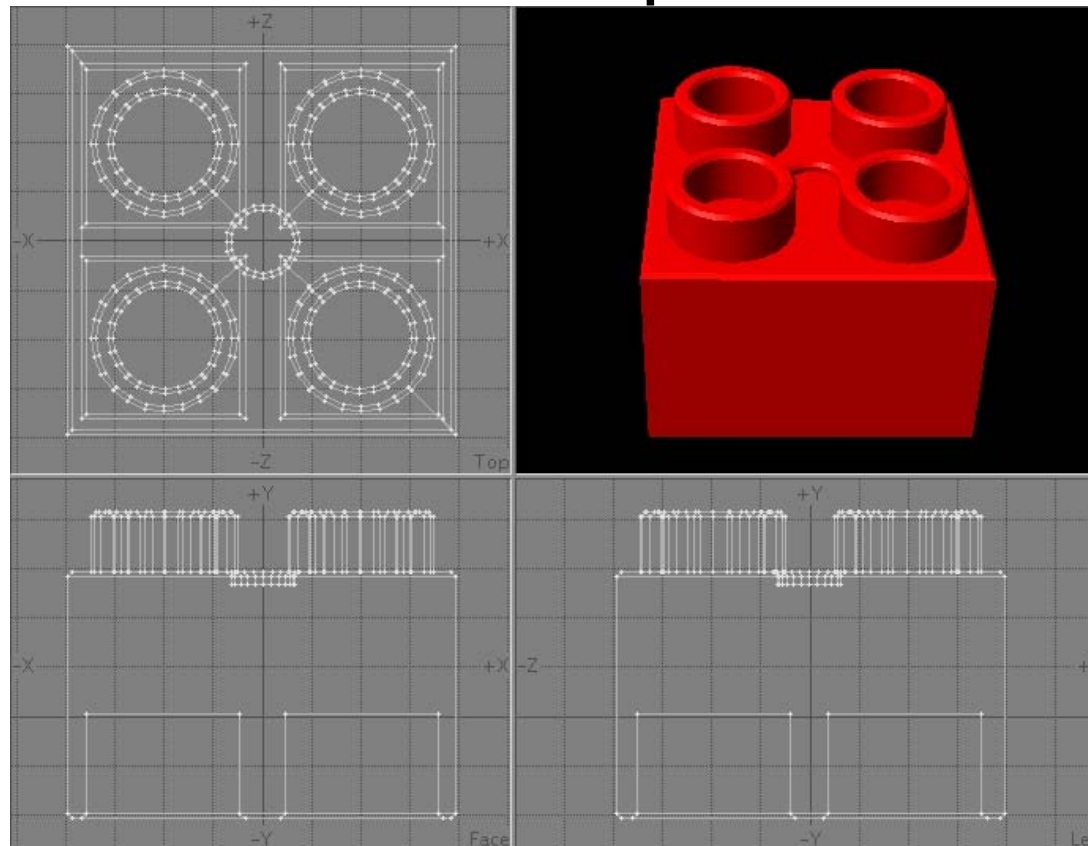


Interseção

Exemplo: **CUBO** \cap **CILINDRO**



Exemplo



- Peça de Lego realizada com operações booleanas. Os sólidos usados são cubo e cilindro.

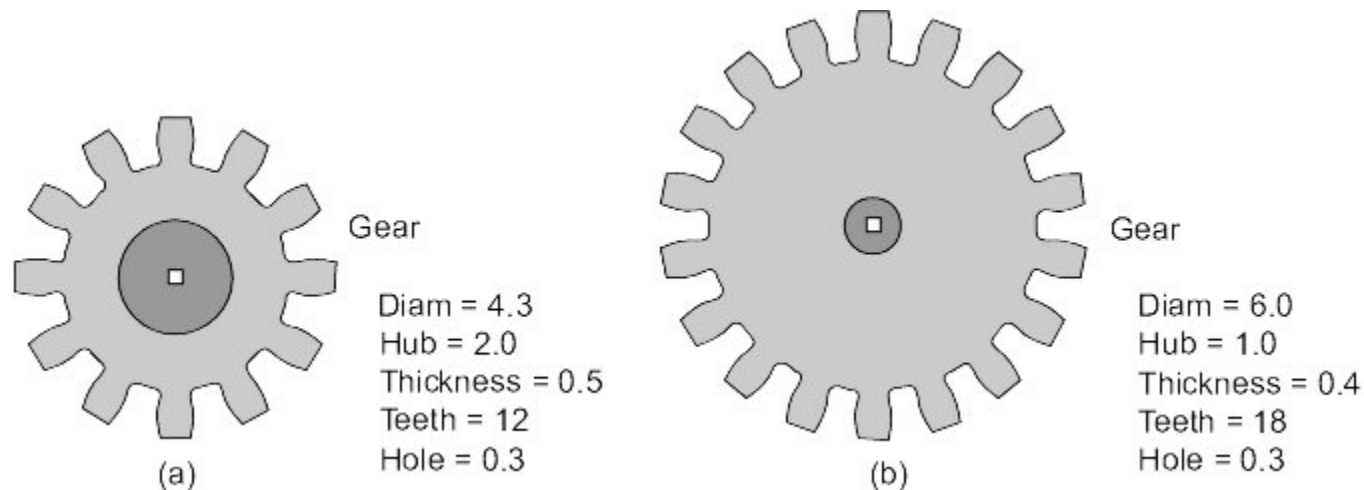
Este tipo de modelação é essencialmente usado para objectos regulares como o exemplificado.

Tipos de Representação

1. Representação por Instanciação de Primitivas
2. Representação por Varrimento
3. Representação pela Fronteira (Boundary Representation)
4. Representação por Decomposição Espacial
5. Geometria Sólida Construtiva (Constructive Solid Geometry - CSG)

Representação por Instanciação de Primitivas

O sistema de modelação tem pré-definido um conjunto de sólidos 3D úteis para a modelação pretendida.



O utilizador pode controlar a forma do objecto definindo os parâmetros que o caracterizam.

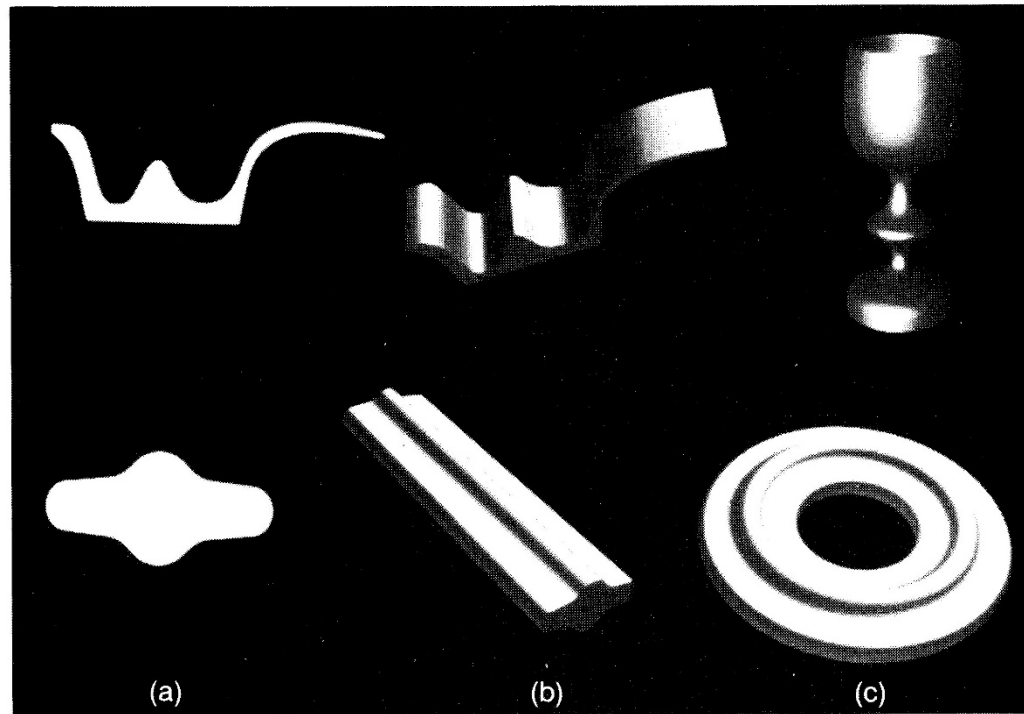
Não prevê a combinação de objectos como por exemplo por operações Booleanas. Aplicado para peças complexas.

Representação por Varrimento

O deslocamento de um objecto segundo uma trajectória define um outro objecto:

- **Translação** (extrusão)
- **Rotação**

Ex: A **translação** de um rectângulo 2D ao longo de uma trajectória perpendicular a si próprio cria um objecto paralelepípedo. Uma extensão simples consiste em variar a dimensão do objecto 2D ao longo da trajectória.

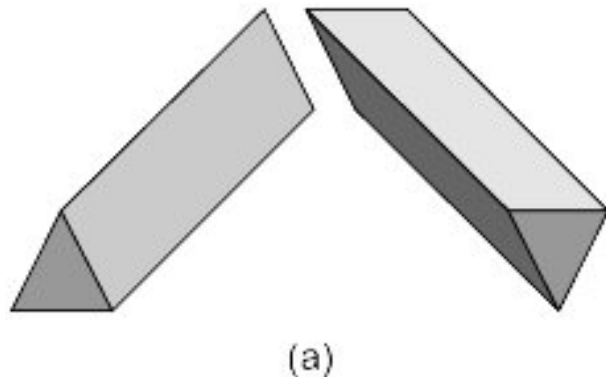


Representação por Varrimento

- A utilização deste método sem restrições de trajectória pode resultar numa **modelação ineficiente** do objecto.

Ex: Se o objecto se intersecta a si mesmo dificulta o cálculo de volume.

- Pode não gerar um sólido válido se o movimento for no plano que contém a forma 2D.
- Em geral as ferramentas de software convertem os objectos criados por varrimento em uma outra forma de representação.

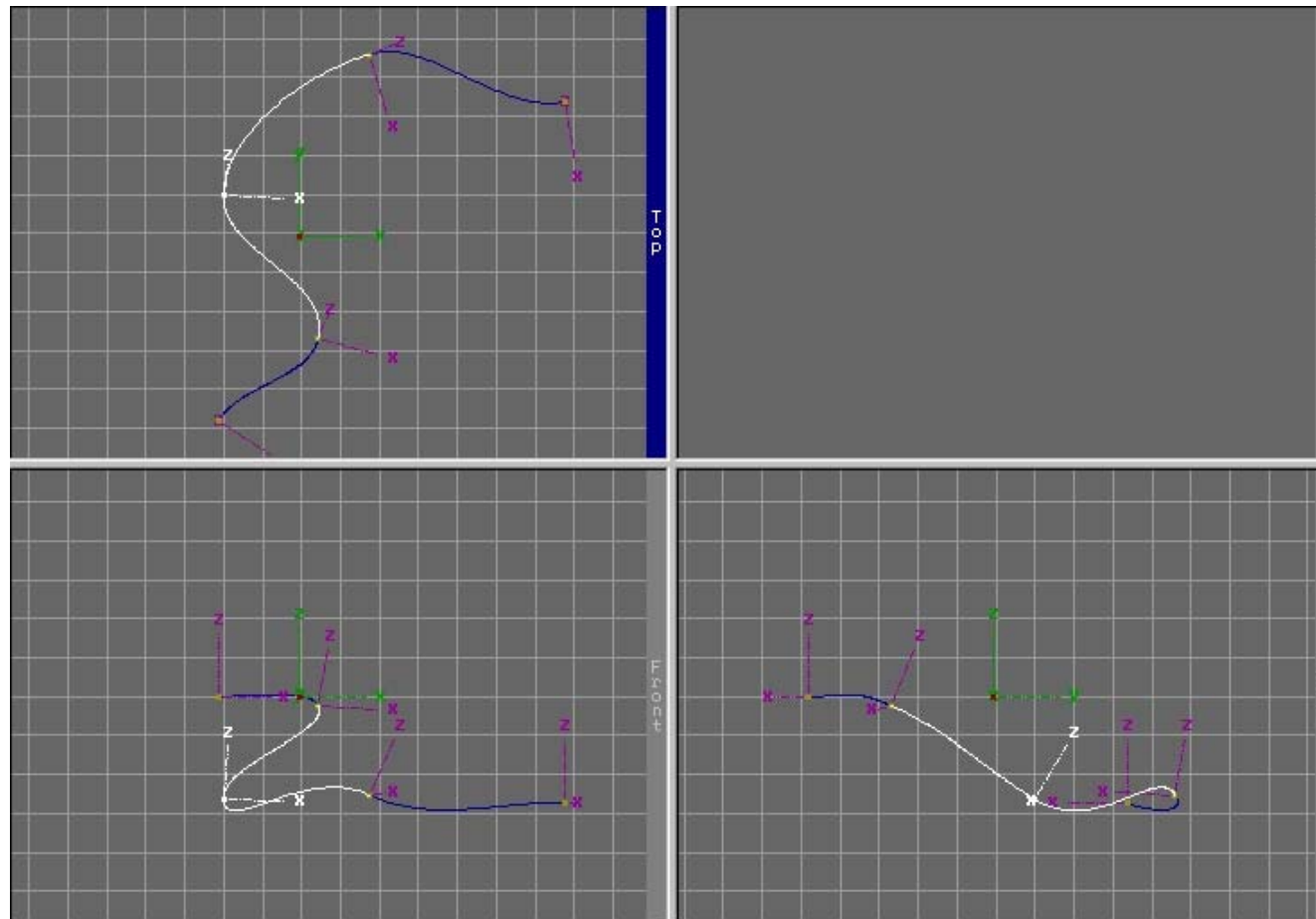


Operações booleanas com objectos criados por varrimento.

Representação por Varrimento – Exemplo

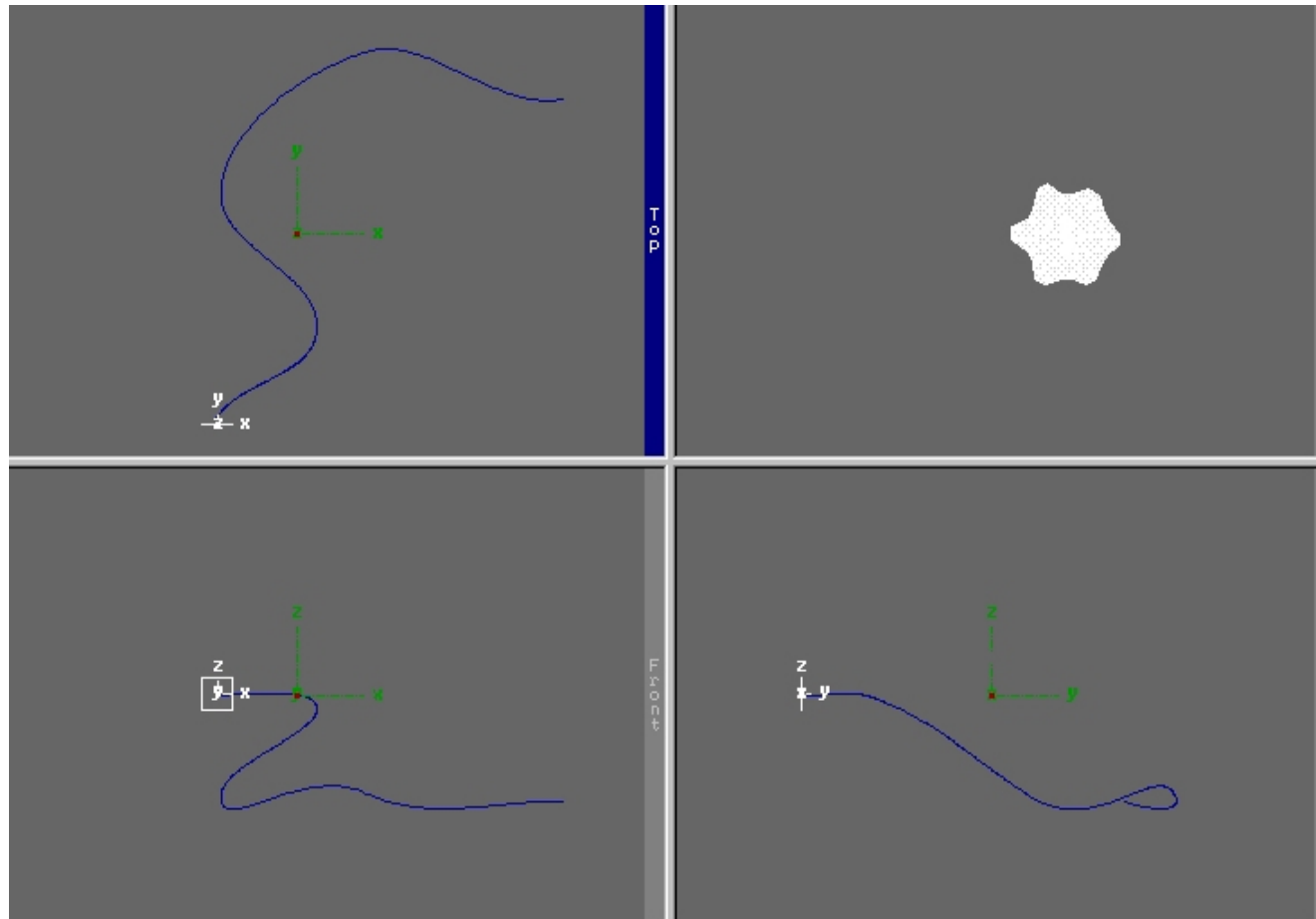


Representação por Varrimento – Exemplo



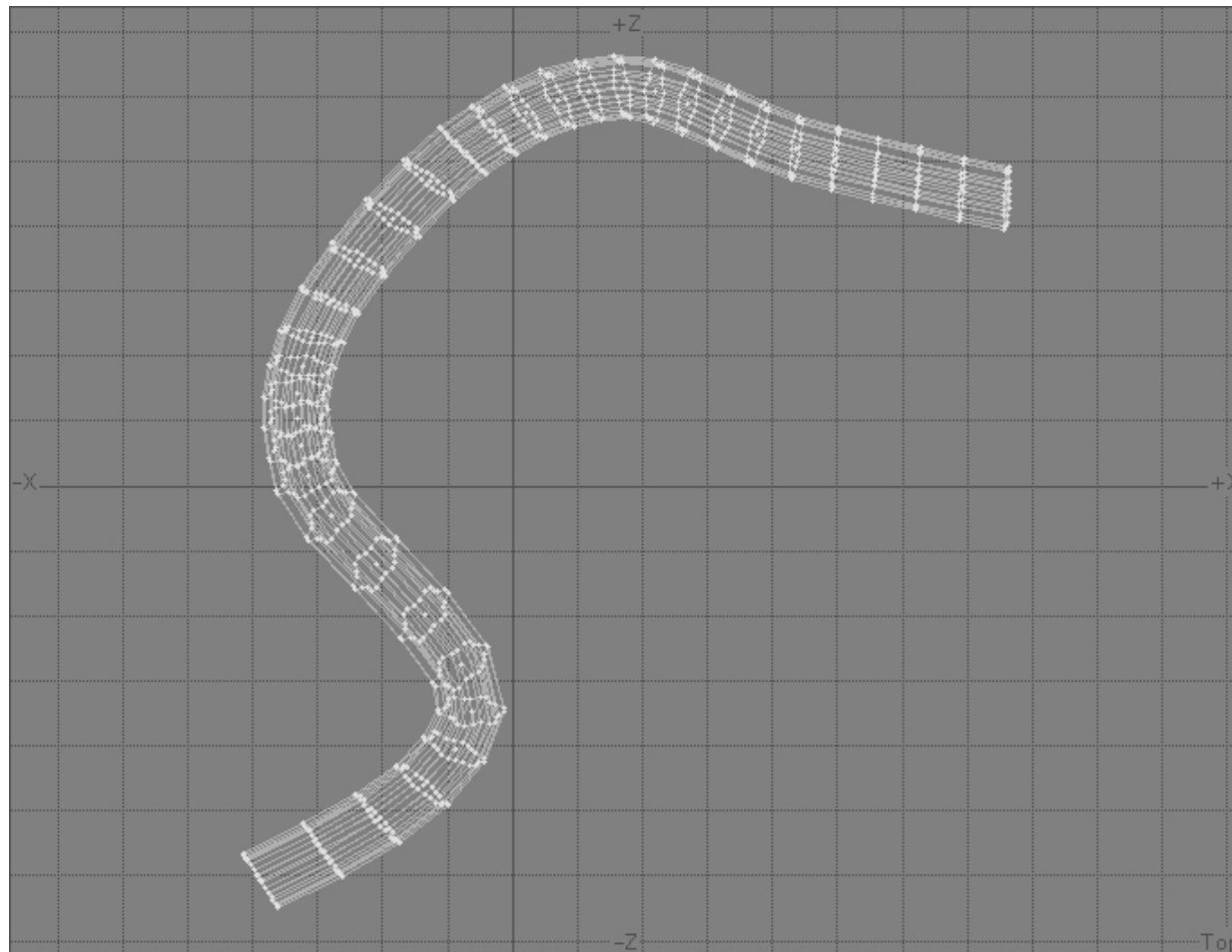
1. Definição de um caminho para efectuar varrimento por translação.

Representação por Varrimento – Exemplo



2. Definição da forma da secção do objecto final.

Representação por Varrimento – Exemplo



Objecto obtido por translação.

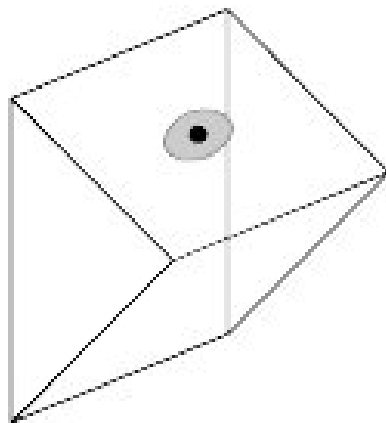
Representação por Varrimento – Exemplo



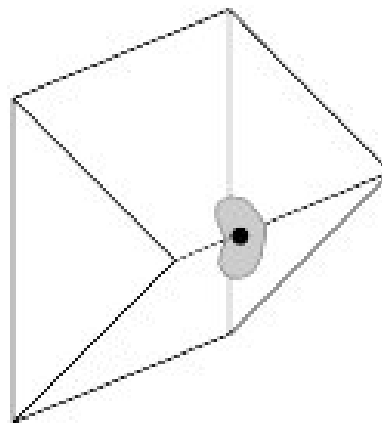
Objecto obtido por translação, rotação em torno do eixo de deslocamento e escalamento ao longo do percurso.

Representação pela Fronteira (b-rep)

- Os sólidos são descritos pela sua superfície de fronteira. Utiliza a descrição por vértices, arestas e faces.
- A representação mais comum é a fronteira por **malha poligonal fechada**.
- Vão ser considerados apenas os sólidos com fronteira **2-manifolds**, i.e. os pontos vizinhos de um qualquer ponto da fronteira estão num disco (o mesmo é dizer que cada aresta é partilhada por 2 faces)

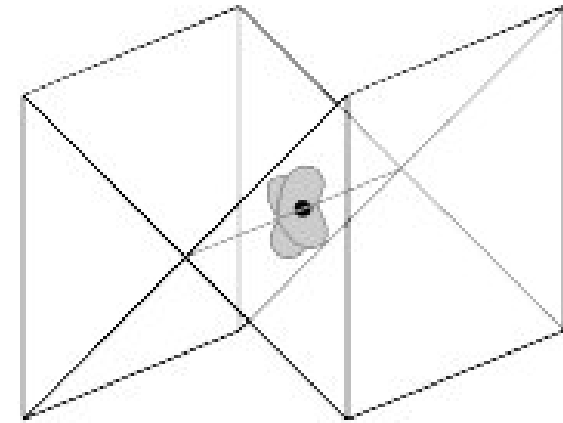


(a)



(b)

(a) e (b) são **2-manifold**,



(c)

(c) não é **2-manifold**

Representação pela Fronteira (b-rep)

Poliedro

Sólido delimitado por um conjunto de polígonos cujas arestas pertencem a dois polígonos (sólidos *2-manifolds*).

Fórmula de Euler

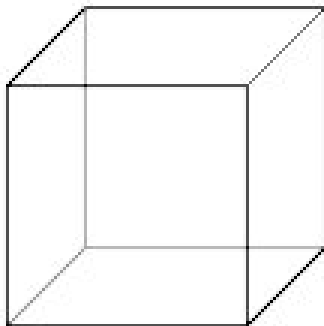
Um poliedro simples, sem buracos, obedece à **fórmula de Euler**:

$$V - E + F = 2$$

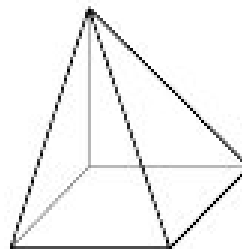
V – Vértices

E – Arestas (edges)

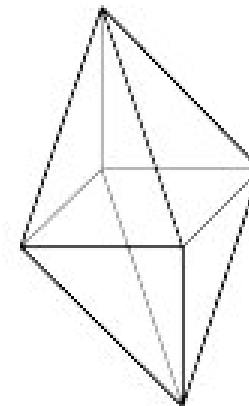
F – Faces



$$\begin{aligned} V &= 8 \\ E &= 12 \\ F &= 6 \end{aligned}$$



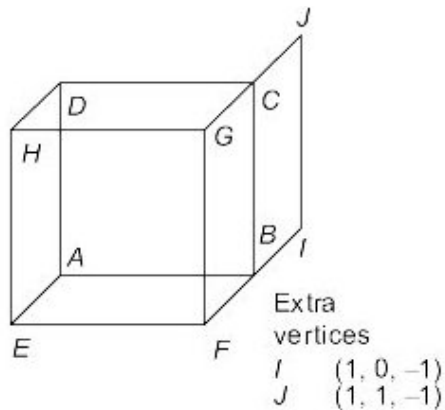
$$\begin{aligned} V &= 5 \\ E &= 8 \\ F &= 5 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} V &= 6 \\ E &= 9 \\ F &= 5 \end{aligned}$$

Representação pela Fronteira (b-rep)

A **fórmula de Euler** é necessária mas não suficiente para garantir que um objecto seja um poliedro simples / solido válido.



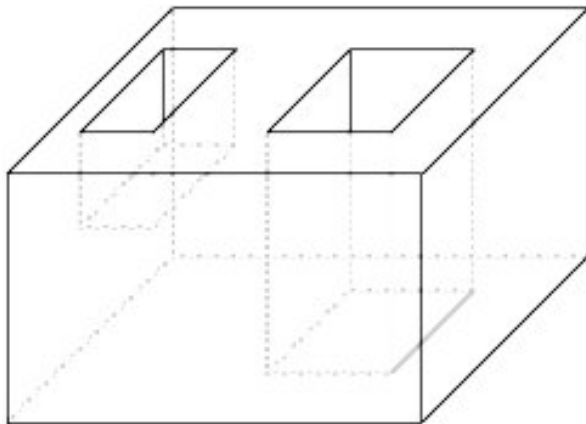
Condições adicionais:

1. Cada aresta liga 2 vértices e é partilhada por 2 faces
2. Pelo menos 3 arestas encontram-se no mesmo vértice

Representação pela Fronteira (b-rep)

Generalização da Fórmula de Euler
para poliedros com buracos:

$$V - E + F - H = 2(C - G)$$



$$\begin{array}{ccccccccc} V & - & E & + & F & - & H & = & 2(C - G) \\ 24 & & 36 & & 15 & & 3 & & 1 \quad 1 \end{array}$$

V – Vértices

E – Arestas (edges)

F – Faces

H – Número de buracos nas faces

G – Número de buracos que
atravessam o objecto

C – número de partes do objecto

Exercício

5. A estrutura de dados junta representa uma malha poligonal.

a)- I: Quais as faces que partilham o vértice V_3 ?

II: Quais as faces vizinhas de F_2 ?

b)- Verifique se, em termos de modelação sólida, aquela malha poligonal pode ou não corresponder à fronteira de um poliedro válido.

$NVert=9$

	x	y	z
1	0	0	0
2	1	0	0
3	1	0	1
4	0	0	1
5	0	1	0
6	1	1	0
7	1	1	1
8	0	1	1
9	1	0	0

$NEdges=12$

	$V1$	$V2$	$F1$	$F2$
1	1	2	1	5
2	2	3	2	5
3	3	4	3	5
4	4	1	4	5
5	5	6	-	1
6	6	7	-	2
7	7	8	-	3
8	8	5	-	4
9	1	5	4	1
10	2	6	1	2
11	3	7	2	3
12	4	8	3	4

$NFaces=5$

	$E1$	$E2$	$E3$	$E4$
1	5	10	1	9
2	6	10	2	11
3	7	11	3	12
4	12	4	9	8
5	2	1	4	3

Representação por Decomposição Espacial

- Um sólido é decomposto em:
 - Num conjunto de sólidos mais primitivos que o original
 - Os sólidos primitivos são adjacentes e não se intersectam
- **Tipos** de Representação por Decomposição Espacial
 - Decomposição Celular
 - Enumeração da Ocupação Espacial
 - Octrees
 - Árvores binárias de partição do espaço

Representação por Decomposição Espacial

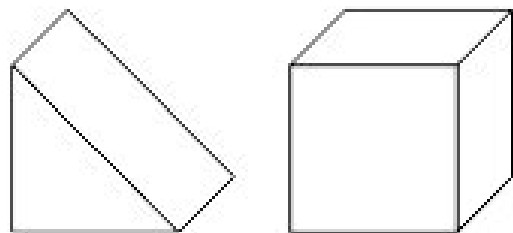
Decomposição Celular

Na **Decomposição Celular**:

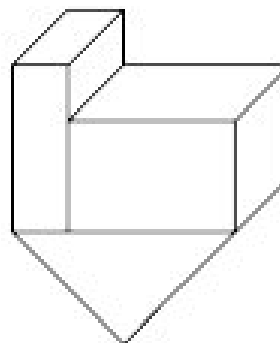
- Existe um conjunto de células primitivas, parametrizáveis
- Podem ser curvas
- Difere da Instância de Primitivas, por admitir a composição de objectos mais complexos, a partir de outros já criados

Operação de colagem

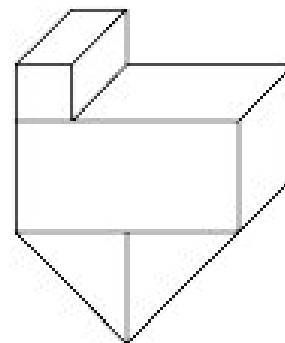
Trata-se de uma união de células que não se intersectam



(a)



(b)



(c)

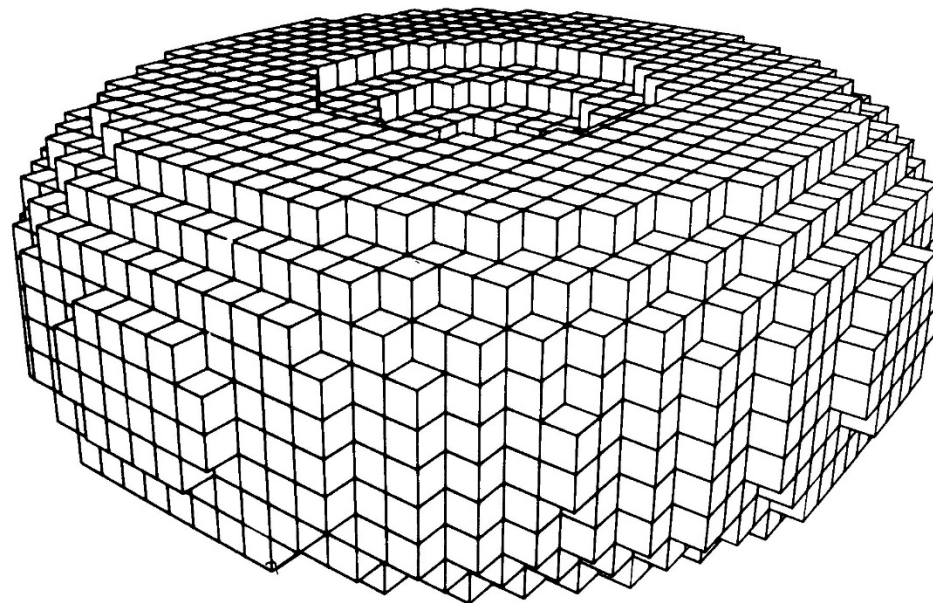
- a) Células primitivas a transformar
- b) e c) são o mesmo objecto final criado com diferentes combinações

Representação por Decomposição Espacial

Enumeração da Ocupação Espacial

A **Enumeração da Ocupação Espacial** é um caso particular da **Decomposição Celular**:

- Sólido formado por células idênticas de igual dimensão colocadas numa grelha regular.
- As células são designadas por **Voxels** (volume elements) por analogia com pixels
- Controla-se apenas a presença ou ausência da célula em cada posição da grelha
- A forma mais usual para a célula é o **cu**bo
- O objecto é codificado por uma lista única de células ocupadas



Representação por Decomposição Espacial

Octrees

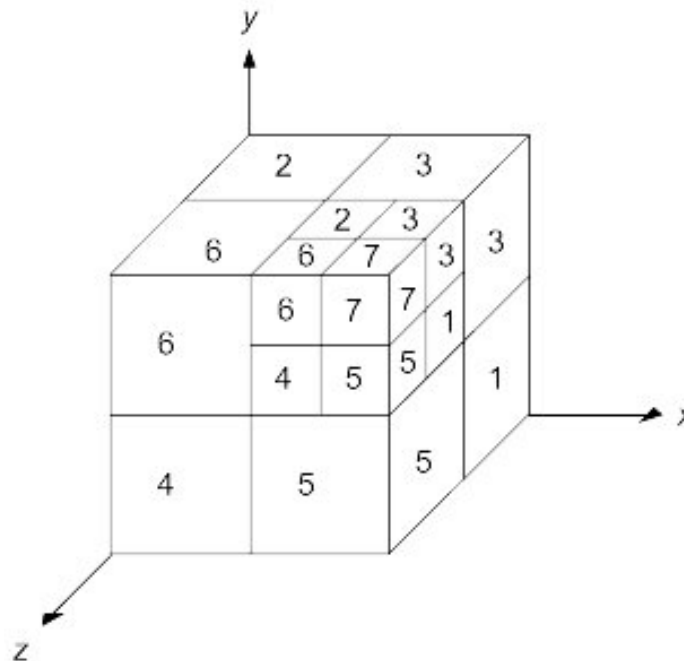
A Octree é semelhante à quadtree

- A **octree** é 3D e a divisão do espaço é feita em **octantes**

Número de nós de uma octree

- É proporcional à superfície do objecto porque a necessidade de divisão do espaço só ocorre na superfície.

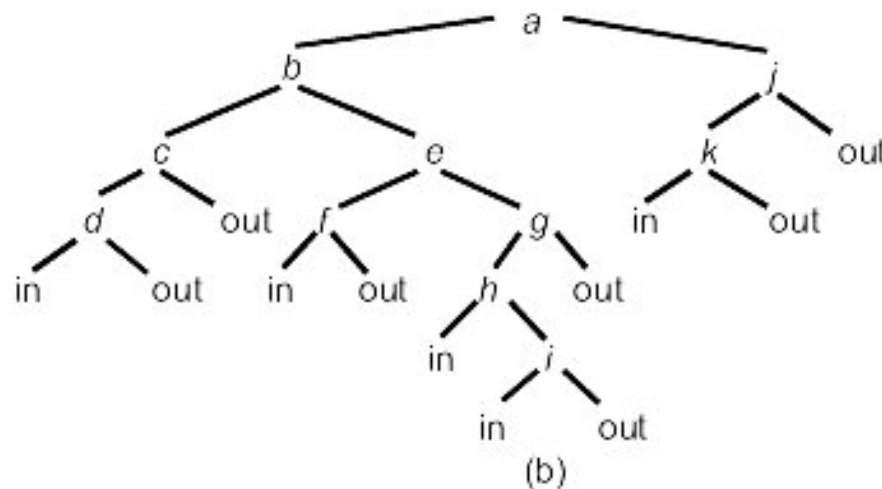
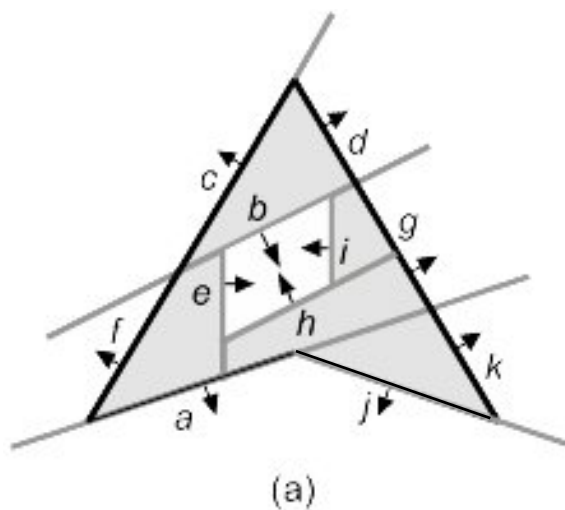
Enumeração da **octree**



Representação por Decomposição Espacial

Árvores binárias de Partição do Espaço (BSP)

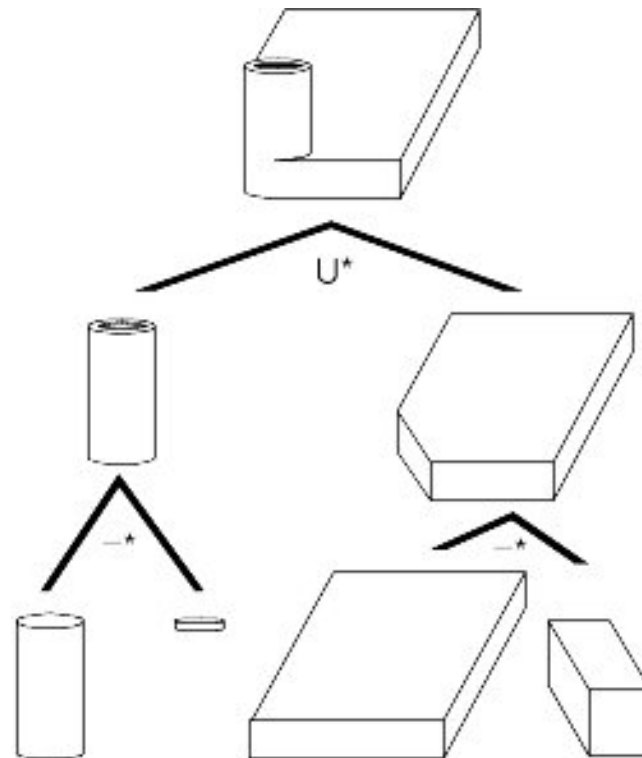
- Em cada passo, o espaço é dividido por um plano de posição e orientação arbitrárias
- A cada nó interno da árvore está associado um plano e 2 apontadores (um para o lado de dentro do polígono e outro para o lado de fora).
- Se um sub-espço é homogêneo (totalmente interior ou exterior), deixa de ser dividido.



Representação Construtiva

(CSG – Constructive Solid Geometry)

- O objecto é obtido pela combinação de primitivas simples através de operadores booleanos.
- O objecto é guardado como uma árvore, em que os nós interiores são operadores e as folhas são primitivas simples
- Os nós representam operações booleanas e transformações geométricas.



Exercício

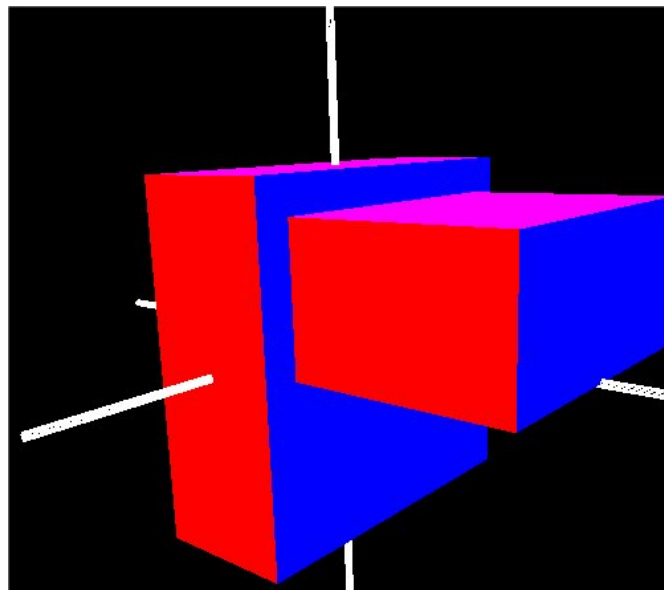
4. Sejam, num sistema de modelação sólida baseada em CSG, dois sólidos B_1 e B_2 , correspondentes a instanciações de um cubo de aresta unitária e centrado na origem, acompanhadas da aplicação, respectivamente, das transformações geométricas:

$$M_1 = S(4, 10, 10)$$

$$M_2 = T(4, 2, 0).S(8, 4, 8)$$

Nota: S e T são respectivamente, escalamento e translação.

- a)- Esboce o sólido resultante da árvore $A = B_1 \cup B_2$ no referencial xyz .
b)- Verifique a validade do sólido obtido, à luz da fórmula de *Euler* Generalizada.



Referências

- 3D Modeling & Surfacing
Bill Fleming
Morgan Kaufmann, Academic Press, 1999
- Introduction to Computer Graphics
James Foley, A. van Dam, S. Feiner, J. Hughes,
R. Phillips
Addison-Wesley Publishing Company, 1996