

# 朴素贝叶斯分类

# 内容目录

- 买西瓜的例子
- 朴素贝叶斯分类
- 伯努利分布和高斯分布
- 手写数字识别

# 买西瓜的例子

如何鉴别西瓜熟了？

- 先验概率：瓜摊上60%的瓜都是熟瓜
- 后验概率：瓜蒂脱落的瓜就是熟瓜

$P(\text{瓜熟}|\text{瓜蒂脱落})$



求后验概率：

$$P(\text{瓜熟} | \text{瓜蒂脱落}) = P(\text{瓜熟}) * P(\text{瓜蒂脱落} | \text{瓜熟}) / P(\text{瓜蒂脱落})$$

根据以往的买瓜经验：

$$P(\text{瓜熟}) = 0.6$$

$$P(\text{瓜蒂脱落} | \text{瓜熟}) = 0.8$$

$$P(\text{瓜蒂脱落}) = 0.64$$

可得：

$$P(\text{瓜熟} | \text{瓜蒂脱落}) = 0.6 * 0.8 / 0.64 = 0.75$$

通过3个特征来判断西瓜熟了

瓜蒂脱落	颜色	形状	结果
是	浅绿	圆	瓜熟
否	深绿	尖	瓜生
...			

给定一个向量X(包含3个特征)，分别求出：

$$P(\text{瓜熟}|X) = P(\text{瓜熟}) * P(X|\text{瓜熟}) / P(X)$$

$$P(\text{瓜生}|X) = P(\text{瓜生}) * P(X|\text{瓜生}) / P(X)$$

根据以往的买瓜经验：

$$P(\text{瓜熟})=0.6$$

$$P(\text{瓜蒂脱落}|\text{瓜熟})=2/3$$

$$P(\text{浅绿}|\text{瓜熟})=1/3$$

$$P(\text{圆形}|\text{瓜熟})=2/3$$

$$P(\text{瓜生})=0.4$$

$$P(\text{瓜蒂脱落}|\text{瓜生})=1/4$$

$$P(\text{浅绿}|\text{瓜生})=1/4$$

$$P(\text{圆形}|\text{瓜生})=1/4$$

可得：

$$P(\text{瓜熟}|X) = 0.6 * (2/3 * 1/3 * 2/3) / P(X) = 4/45 / P(X)$$

$$P(\text{瓜生}|X) = 0.4 * (1/4 * 1/4 * 1/4) / P(X) = 1/160 / P(X)$$

# 朴素贝叶斯分类

## 贝叶斯公式

$$P(Y|X) = \frac{P(Y)*P(X|Y)}{P(X)}$$

## 朴素贝叶斯分类

$$y = \arg \max_{c_k} \frac{P(Y=c_k)*P(X=x|Y=c_k)}{P(X=x)}$$

$$= \arg \max_{c_k} P(Y = c_k) * P(X = x|Y = c_k)$$

$$= \arg \max_{c_k} P(Y = c_k) * \prod_{j=1}^n P(X^{(j)} = x^{(j)}|Y = c_k)$$

# 伯努利分布和高斯分布

## 伯努利分布

$$p_X(x) = \begin{cases} p, & \text{若 } x=1 \\ 1-p, & \text{若 } x=0 \end{cases}$$

## 高斯分布

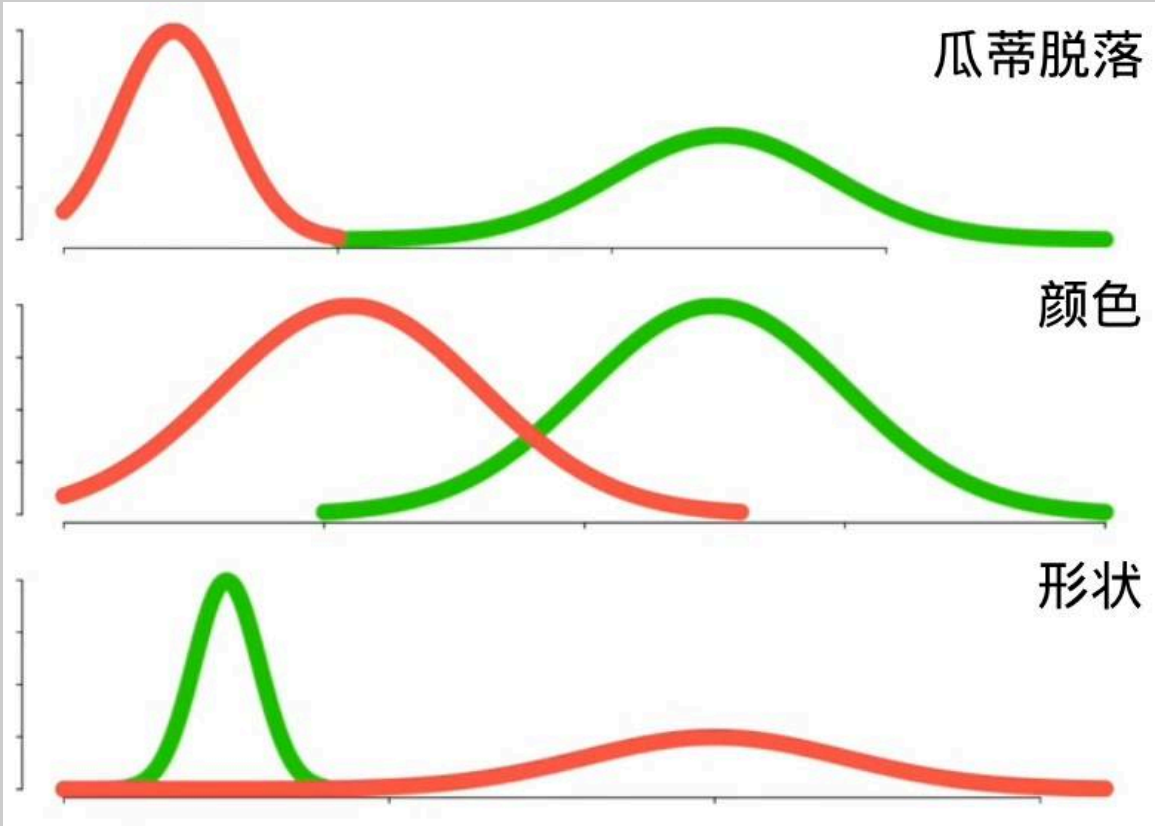
$$f_X(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-(x-\mu)^2/(2\sigma^2)}$$



3个特征的特征值变成0~255

瓜蒂脱落	颜色	形状	结果
251	1	240	瓜熟
3	155	16	瓜生
...			

给定一个向量X，可得：  
 $P(\text{瓜熟}|X) = 0.6 * (0.06 * 0.04 * 0.01) / P(X)$   
 $P(\text{瓜生}|X) = 0.4 * (0.03 * 0.11 * 0.02) / P(X)$



如何求解高斯分布函数?

$$f_X(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-(x-\mu)^2/(2\sigma^2)}$$

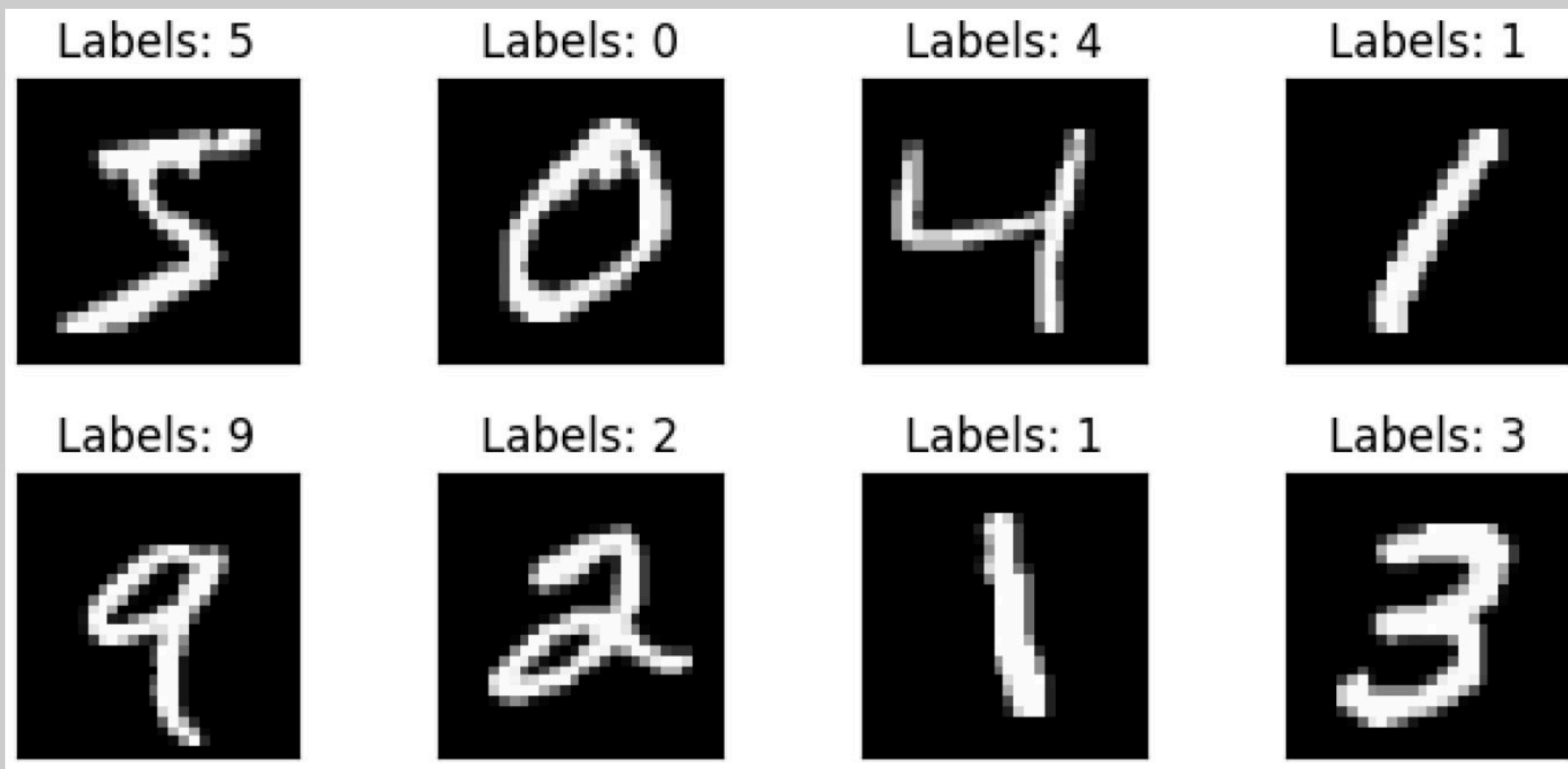
其中:

$\mu$ 是特征的均值 $E[X]$

$\sigma^2$ 是特征的方差 $var(X) = E[(X - E[X])^2]$

# 手写数字识别

28x28像素的手写数字图片和对应的数字，训练集60000张，测试集10000张



伯努利分布法：像素是否有色值

0	1	2	...	783	结果
有	无	有	...	有	4
无	无	有	...	有	1
...					

高斯分布法：像素的灰度值0~255

0	1	2	...	783	结果
0	218	0	...	0	4
0	52	195	...	163	1
...					

参考视频：[伯努利分布](#)、[高斯分布](#)

代码地址：[伯努利分布](#)、[高斯分布](#)

代码结果：

- 伯努利分布法的准确率：84%
- 高斯分布法的准确率：56%

注意事项：

1. 朴素贝叶斯分类假设各个特征之间概率彼此独立，但实际上并不是
2. 使用概率统计的时候，遇到分母为0情况可以用拉普拉斯平滑
3. 使用高斯分布法求特征的概率，概率太小会损失精度，需用对数似然函数

**Thanks**