

# 贝叶斯分类

# 内容目录

- 买西瓜的例子
- 相关公式
- 伯努利分布和高斯分布
- 手写数字识别

# 买西瓜的例子

如何鉴别西瓜熟了？

- 先验概率：瓜摊上60%的瓜都是熟瓜
- 后验概率：瓜蒂脱落的瓜就是熟瓜



求后验概率：

$$P(\text{瓜熟} | \text{瓜蒂脱落}) = P(\text{瓜熟}) * P(\text{瓜蒂脱落} | \text{瓜熟}) / P(\text{瓜蒂脱落})$$

根据以往的买瓜经验：

$$P(\text{瓜熟}) = 0.6$$

$$P(\text{瓜蒂脱落} | \text{瓜熟}) = 0.8$$

$$P(\text{瓜蒂脱落}) = 0.64$$

可得：

$$P(\text{瓜熟} | \text{瓜蒂脱落}) = 0.6 * 0.8 / 0.64 = 0.75$$

通过3个特征来判断西瓜熟了

瓜蒂脱落	颜色	形状	结果
是	浅绿	圆	瓜熟
否	深绿	尖	瓜生
...			

给定一个向量X(包含3个特征)，分别求出：

$$P(\text{瓜熟}|X) = P(\text{瓜熟}) * P(X|\text{瓜熟}) / P(X)$$

$$P(\text{瓜生}|X) = P(\text{瓜生}) * P(X|\text{瓜生}) / P(X)$$

根据以往的买瓜经验：

$$P(\text{瓜蒂脱落} | \text{瓜熟}) = 2/3$$

$$P(\text{浅绿} | \text{瓜熟}) = 1/3$$

$$P(\text{圆形} | \text{瓜熟}) = 2/3$$

$$P(\text{瓜蒂脱落} | \text{瓜生}) = 0.25$$

$$P(\text{浅绿} | \text{瓜生}) = 0.25$$

$$P(\text{圆形} | \text{瓜生}) = 0.25$$

可得：

$$P(\text{瓜熟} | X) = 0.6 * 2/3 * 1/3 * 2/3 = 4/45$$

$$P(\text{瓜生} | X) = 0.4 * 0.25 * 0.25 * 0.25 = 1/160$$

# 相关公式

## 贝叶斯公式

$$P(Y|X) = \frac{P(Y)*P(X|Y)}{P(X)}$$

## 朴素贝叶斯分类

$$P(Y = c_k | X = x) = \frac{P(Y=c_k)*P(X=x|Y=c_k)}{P(X=x)}$$

$$y = \arg \max_{c_k} \frac{P(Y=c_k)*P(X=x|Y=c_k)}{P(X=x)}$$

$$= \arg \max_{c_k} P(Y = c_k) * P(X = x | Y = c_k)$$

$$= \arg \max_{c_k} P(Y = c_k) * \prod_{j=1}^n P(X^{(j)} = x^{(j)} | Y = c_k)$$

# 伯努利分布和高斯分布

## 伯努利分布

$$p_X(x) = \begin{cases} p, & \text{若 } x=1 \\ 1-p, & \text{若 } x=0 \end{cases}$$

## 高斯分布

$$f_X(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-(x-\mu)^2/(2\sigma^2)}$$

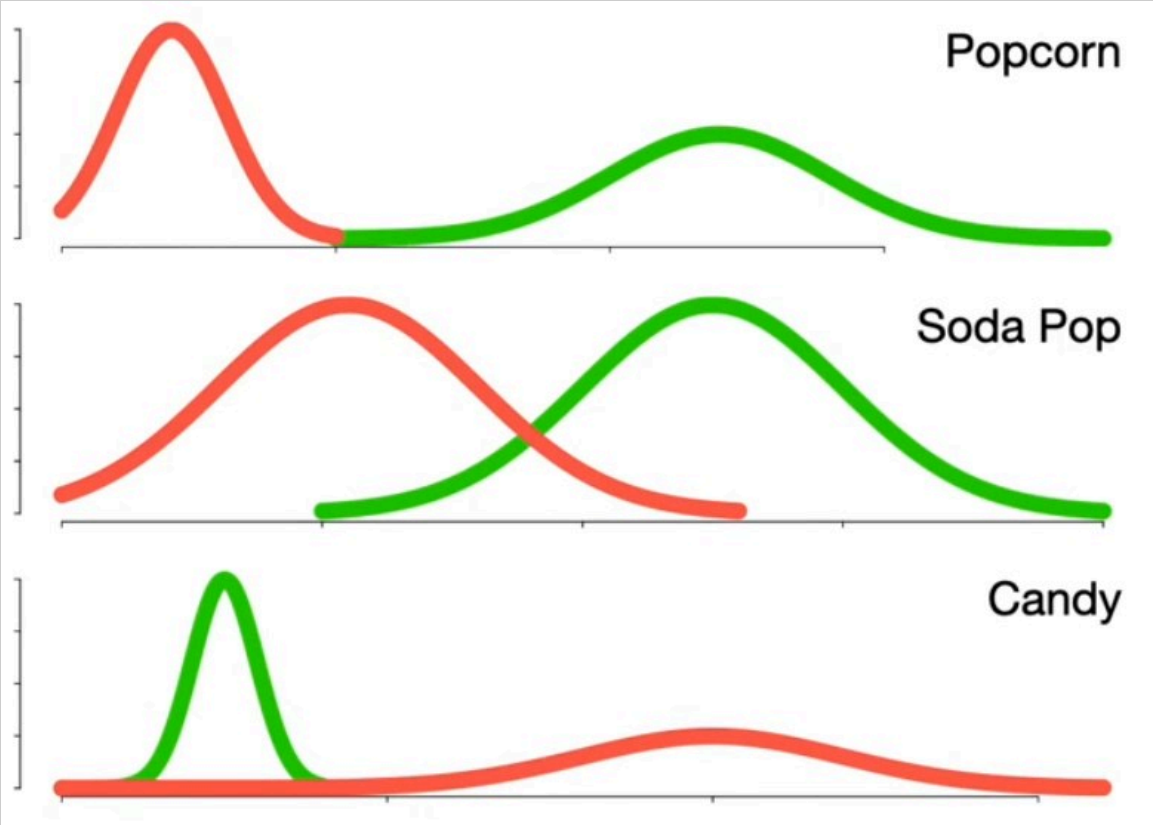


3个特征的特征值变成0~255

瓜蒂脱落	颜色	形状	结果
251	1	240	瓜熟
3	155	16	瓜生
...			

$P(\text{瓜熟}|X) = 0.6 * 0.06 * 0.04 * 0.01$

$P(\text{瓜生}|X) = 0.4 * 0.03 * 0.11 * 0.02$



如何求解高斯分布函数?

$$f_X(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-(x-\mu)^2/(2\sigma^2)}$$

其中:

$\mu$ 是特征的均值 $E[X]$

$\sigma^2$ 是特征的方差 $var(X) = E[(X - E[X])^2]$

# 手写数字识别

28x28像素的手写数字图片和对应的数字，训练集60000张，测试集10000张

伯努利分布法：像素是否有色值

0	1	2	...	783	结果
有	无	有	...	有	4
无	无	有	...	有	1

高斯分布法：像素的灰度值0~255

0	1	2	...	783	结果
0	218	0	...	0	4
0	52	195	...	163	1

代码地址: xxx

代码结果:

- 伯努利分布法的准确率: 84%
- 高斯分布法的准确率: 89%

注意事项:

1. 朴素贝叶斯分类假设各个特征之间概率彼此独立, 但实际上并不是
2. 使用概率统计的时候, 遇到分母为0情况可以用拉普拉斯平滑
3. 使用高斯分布法求特征的概率, 概率太小会损失精度, 使用对数函数缓解

**Thanks**