

See discussions, stats, and author profiles for this publication at: <https://www.researchgate.net/publication/311455839>

Quelques évolutions du modèle de trafic à quatre étapes entre le Grand Chicago et le Grand Paris, 1956–2016

Working Paper · December 2016

DOI: 10.13140/RG.2.2.28770.73921

CITATIONS

0

READS

256

1 author:



Marc J.I. Gaudry

Université de Montréal

204 PUBLICATIONS 1,901 CITATIONS

SEE PROFILE

Some of the authors of this publication are also working on these related projects:



Continuous development of TRIO regression algorithms [View project](#)



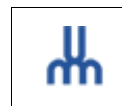
How should the Danish National Land Transport Model activities be housed and governed? [View project](#)

Quelques évolutions du modèle de trafic à quatre étapes entre le Grand Chicago et le Grand Paris, 1956-2016

Marc Gaudry



Département de sciences économiques et
Agora Jules Dupuit (AJD), www.e-ajd.net ou <http://e-ajd.mkm.de/>
Université de Montréal, Montréal, Canada, marc.gaudry@umontreal.ca



À paraître dans *Transports*, n°500, novembre-décembre 2016.
L'auteur remercie chaleureusement Jacques Pavaux de ses nombreux commentaires et conseils.

Publication AJD 163 Agora Jules Dupuit
Université de Montréal

Version du 7 décembre 2016.

Table des matières

1. Soixante ans entre CATS et la SGP	3
2. Les modèles de trafic : continuités et intégrations.....	3
3. Les modèles de trafic : ruptures, évolutions et refondation en cours	6
4. Références	11

Résumé

Nous résumons de manière brève les 60 années de développement du modèle de trafic à 4 étapes, depuis sa première cristallisation pour la région de Chicago jusqu'à ses évolutions en cours provoquées par le programme du métro automatique Grand Paris Express. Nous expliquons comment les quatre étapes initiales ont parfois été fusionnées et le sens de la refondation du processus en cours à partir de l'affectation aux réseaux, vraisemblablement la plus bouillonnante des étapes en ce jour. Nous esquissons le développement parallèle des outils logiciels commerciaux sans toutefois franchir le seuil des applications dynamiques accessibles depuis quelques années.

Mots clés : modèle de trafic à 4 étapes, estimation des matrices origine-destination à partir des comptages sur les tronçons, modélisation agrégée et discrète, axiome IIA de Luce, dérivations du Logit de l'utilité aléatoire et *log-sum*, Claude Abraham, Daniel McFadden, Gilbert Koenig, formes fonctionnelles Box-Cox, affectation statique multi-chemins VP et TC, *PATH theorem* et refondation du modèle de trafic, *Chicago Area Transportation Study*, Société du Grand Paris, programme du métro automatique Grand Paris Express, projet Charles-de-Gaulle Express, Orly-Val, Canal Seine-Nord Europe.

Journal of Economic Literature (JEL) classification: D-12, R-41, C-51.

1. Soixante ans entre CATS et la SGP

À cause de son genre littéraire, celui des très brèves histoires, cette note¹ sur les modèles de trafic surtout urbains et voyageurs ne fera référence qu'à quelques traits principaux de la tradition pour souligner que les travaux actuels de la Société du Grand Paris (SGP) sur le programme du métro automatique Grand Paris Express (GPE) font écho à ceux de Chicago qui, il y a 60 ans, donnèrent naissance au processus des modèles de trafic à 4 étapes. Nous ne ferons pas un état de la question.

La formulation de la séquence classique si réputée et d'usage universel aujourd'hui est associée à un fourmillement d'études préparatoires aux développements des réseaux métropolitains et interurbains aux États-Unis durant les années 1950. Les travaux fondateurs les plus complets et les plus connus (CATS, 1959-1962) tirèrent profit des expériences précédentes plus limitées et des débuts simultanés de la modélisation du trafic à l'aide de méthodes analytiques requérant l'usage des ordinateurs. Ils furent conduits **à partir de 1955** sous l'égide de l'agence de planification régionale du Grand Chicago : le sigle CATS (*Chicago Area Transportation Study*) désigne en fait simultanément les trois tomes classiques publiés entre 1959 et 1962 par l'organisme de ce nom et l'organisme lui-même dont le mandat et les travaux de modélisation pour la région de Chicago continuent à ce jour.

2. Les modèles de trafic : continuités et intégrations

Des étapes successives distinctes. Le problème alors posé, celui d'expliquer, pour une période représentative donnée, la demande T_{ijms} entre toute paire de zones d'origine et de destination i et j par le mode m et sur le tronçon s , était si difficile à résoudre qu'on le découpa en tranches. On trouve dans les tomes de CATS la première séquence classique présentant, dans une étude *en coupe transversale* des déplacements des personnes en agglomération urbaine durant *une période choisie*, les quatre étapes complètes structurées et reliées dans l'ordre conventionnel : **Génération** (*Émissions T_i et Attractions T_j*), **Distribution T_{ij}** , **Choix modal p_{ijm}** , **Affectation au réseau L_{ms}** .

Modèles de trafic et modèles d'occupation du sol. Comme le processus explique T_{ijms} par des variables X_{ij}^n dites de réseaux, notamment les prix et les niveaux de service des modes d'une zone à l'autre, et par des variables socioéconomiques X_i^s ou X_j^s , par exemple le revenu des ménages de la zone ou ses activités (comme la population et l'emploi) dites fixes (au sens statistique du terme) — dont les niveaux et la distribution spatiale sont donnés —, l'ensemble constitue bien un modèle de trafic. Mais CATS inclut aussi une première modélisation des effets des modifications des réseaux sur l'utilisation du sol, moins intéressante que celle de Lowry (1964) qui signera le début des modèles d'occupation du sol et de transport (OST), dit LUTI (*Land Use and Transport Interaction*). Le cadre à deux niveaux, chacun avec sa direction de causalité, est bien présent et clair dans CATS.

Des marchés origine-destination agrégés et presque indépendants. La modélisation CATS est agrégée (explique des agrégats, pas des comportements individuels) et s'intéresse surtout aux flux de l'heure de pointe (HP) pour le motif travail. On comprendra alors que, sauf dans le cas d'imposition de doubles contraintes sur les flux émis ou reçus par zone expliqués par la Distribution (contraintes qui créeront une substitution artificielle entre liaisons) ou par le biais indirect d'usage de tronçons du réseau communs à plusieurs flux ij et assujettis à la congestion, la structure de base du processus soit celle de marchés ij indépendants entre eux puisque des flux aux indices ij sont expliqués seulement par des variables aux indices i, j ou ij . Dans le cas pur simple (sans doubles contraintes et congestion), le coût d'aller de i à k est sans effet sur le flux de i à j et le ratio de deux flux quelconques est indépendant des variables explicatives des autres flux : la structure est compatible avec l'axiome IIA (*Independence of Irrelevant Alternatives*) de Luce (1959) formulé ailleurs dans un contexte de modélisation probabiliste individuelle.

¹ L'auteur remercie Jacques Pavaux de ses commentaires et conseils. Pour plus de détails sur les sujets abordés ici de manière très résumée, le lecteur consultera Gaudry (2006, 2016).

Chacune des étapes du processus initial évoluera en contenu, mais le découpage conceptuel, en 4 étapes, des flux à expliquer demeurera lors d'applications à d'autres périodes d'analyse que l'HP et à d'autres motifs ou lors de ruptures méthodologiques dont nous résumerons les principales.

Fusionner les étapes 1 et 2. La première étape canonique explique des *productions ou émissions* T_i et des *attractions* T_j par les niveaux d'activité qui ont cours dans ces zones ($i, j = 1, \dots, Z$):

$$T_i = p (A_{i1}, \dots, A_{ia}, \dots, A_{iA}) + e_i \quad (1-A)$$

et

$$T_j = a (A_{j1}, \dots, A_{ja}, \dots, A_{jA}) + a_j \quad (1-B)$$

où, dans le cas des voyageurs, les activités dominantes sont représentées par la population en (1-A) et les emplois en (1-B) et, dans le cas des marchandises, par des variables comme la valeur ajoutée ou l'emploi. Ces équations contiennent généralement peu de variables (souvent une ou deux) et sont linéaires. Plus étonnant, elles ne contiennent généralement pas de variables sur la disponibilité du parc de voitures particulières ou d'autres équipements de transport et aucune variable de prix, de positionnement géographique ou de temps de transport. La pratique de cette étape n'a guère changé depuis ses origines : l'absence d'influence des coûts de transport est imputable à des modélisations fondées sur des coupes transversales uniques et à la non prise en compte des motifs autres que le travail.

Les résultats sont interprétables comme des coefficients d'input ou d'output fixes : on explique l'émission et le besoin en « déplacements », voire en « tonnes » pour le fret. Les sources T_i et les besoins en personnes (ou tonnes) T_j établis, on passe à l'étape de la distribution qui expliquera en fait la *distribution des longueurs* des déplacements en reproduisant souvent, mais pas toujours, soit les émissions, soit les attractions, soit les deux, par zone. On part alors de :

$$T_{ij} = g (T_i, T_j, U_{ij}) + \varepsilon_{ij} \quad (2-A)$$

qu'on reformule ensuite pour refléter par exemple l'imposition des doubles contraintes :

$$T_{ij} = g_c ([\hat{E}_i, \hat{A}_j], T_i, T_j, U_{ij}) + \varepsilon_{ij}^* \quad (2-B)$$

où U_{ij} est une mesure de l'utilité (ou de la désutilité) associée au parcours de i à j et $[\hat{E}_i, \hat{A}_j]$ désignent les facteurs d'ajustement qui font respecter les doubles contraintes, respectivement sur les émissions et les attractions. Dans les premiers modèles, la distance de i à j est utilisée comme métrique de U_{ij} mais des mesures plus complexes, comme le coût généralisé (une combinaison habituellement linéaire de coût et de temps) ont rapidement vu le jour pour cette « impédance ».

La forme fonctionnelle universellement utilisée pour (2) est celle d'un modèle gravitaire, donc multiplicatif, dont le seul paramètre estimé est ici celui de U_{ij} , parce que les paramètres de puissance des « masses » en origine et destination y sont le plus souvent arbitrairement fixés à 1. Cette étape peut être très sophistiquée, comme on le constate dans Erlander & Stewart (1990). l'assujettissement aux doubles contraintes impose, peut-être involontairement, une structure arbitraire très particulière aux erreurs de régression ε_{ij}^* en (2-B) et nous pensons que l'estimateur est de ce fait biaisé. De plus, la modification d'un coût U_{ij} implique une modification compensatoire de tous les flux de la matrice autre que le flux ij , ce qui n'est pas réaliste.

Si on remplace dans (2-B) les « marges » de la matrice par leurs facteurs explicatifs et si on ajoute une variable b_{ij} indicatrice de la présence éventuelle d'une frontière entre les zones considérées, le modèle devient :

$$T_{ij} = g (A_i, A_j, U_{ij}, b_{ij}) + \varepsilon_{ij}, (i, j = 1, \dots, Z) \quad (3)$$

qui est en principe de forme quelconque à déterminer et vise l'explication conjointe du niveau et de la distribution des flux : il introduit le coût de transport dans leur explication et est compatible avec l'axiome IIA. Des spécifications plus complexes, en particulier de résidus corrélés spatialement, peuvent introduire des substitutions ou des complémentarités entre les flux, ce qui est décisif si on

s'intéresse à des motifs autres que le travail, motif devenu minoritaire, et en particulier aux flux touristiques qui ne sont par ailleurs certes pas indépendants des coûts et conditions de transport U_{ij} .

Fusionner les étapes 3 et 4. Les premiers modèles de choix modal de CATS et des ses imitateurs, formulés pour expliquer le choix entre le transport en commun (TC) et la voiture particulière (VP), utilisaient des fonctions assez simples établissant une relation, souvent variable en fonction du niveau de motorisation donné dans la zone d'origine, entre la part de la voiture et le ratio des temps de transport par les deux modes considérés, ce que l'on peut écrire :

$$(part_{VP})_{ij} = f([(temps_{VP})_{ij} / (temps_{TC})_{ij}], [taux d'équipement VP]_i) + \mu_{ij} \quad (4-A)$$

où le rapport des temps de transport VP/TC trace pour la part une « courbe de diversion » ou de détournement. Typiquement linéaires et estimées par la méthode des Moindres Carrés Ordinaires (MCO), ces fonctions posaient des problèmes de prévision. La simulation des effets d'une modification du ratio des temps de transport ou d'une autre variable (ou leur combinaison) pouvait² prédire une part p_m négative ou plus grande que 100%, problème souvent contourné en utilisant des modèles Logit appliqués aux parts de marché des deux modes, voire des itinéraires comme dans les travaux pour le tunnel sous la Manche (Setec, 1959), soit pour M modalités :

$$p_m = \exp(V_m) / \sum_{m=1}^M \exp(V_m), \quad \text{avec} \quad V_m = \beta_{m0} + \sum_k \beta_{mk} X_{mk}^{(\lambda_{mk})}$$

$$\text{et} \quad Var_v^{(\lambda)} \equiv \begin{cases} \frac{(Var_v)^\lambda - 1}{\lambda} & , \quad \lambda \neq 0, \\ \ln(Var_v) & , \quad \lambda \rightarrow 0. \end{cases} \quad (4-B)$$

où toute variable X_{mk} est ici assujettie à une transformation Box-Cox (utile plus loin) comprenant comme cas particuliers les cas linéaire $\lambda_{mk} = 1$ et logarithmique $\lambda_{mk} = 0$ tous deux appliqués au coût et au temps des itinéraires et comparés pour calculer les recettes potentielles du tunnel.

Mais comment générer les temps par mode utilisés dans (4-A) ou (4-B) et compatibles avec elles? Dans la séquence habituelle, le produit des parts de l'étape 3 et des niveaux de l'étape 2 fournit les matrices d'input **par mode** à affecter au réseau pour dériver les flux par tronçon. Des algorithmes adéquats de calcul du chemin le plus court (Moore, 1957 ; Dantzig, 1960) furent utilisés pour la première fois à grande échelle dans CATS, des procédures encore appliquées de nos jours s'il importe peu d'obtenir une affectation sur plus d'un chemin reliant deux zones. De plus, le chemin le plus court étant unique par définition, sa restitution par l'algorithme satisfait au souhait de produire une mesure OD unique pour la fonction de choix modal.

Au lieu d'expliquer d'abord un choix entre modes principaux et d'affecter ensuite les flux sur chaque réseau modal « pur », on peut supposer qu'il n'y a qu'un réseau « abstrait du point de vue du mode », dont les liens possèdent certaines caractéristiques (comme le prix et le temps de transport), et y affecter les flux de la matrice OD tous modes pertinents confondus en suivant une certaine règle d'affectation : Logit, chemin le plus court, équilibre de comportement, modèle prix-temps (Abraham *et alii*, 1969), *etc.* Le calcul des personnes-km ou des tonnes-km par mode est alors fait **ex post** à partir des flux affectés, en faisant les sommes appropriées sur les liens modaux « purs ». Cette façon de faire, qu'on peut appeler **micro-affectation multimodale**, est surtout associée à des travaux français (*e.g.* Marche, 1980) sur les déplacements voyageurs mais rencontre maintenant ailleurs qu'en France un succès certain, notamment dans le domaine des marchandises.

Inverser la séquence classique et estimer les matrices OD. Il faut dire quelques mots sur des études importantes qui organisent les étapes classiques dans l'ordre inverse de celui que nous avons

² Ce qui est impossible par construction dans l'échantillon utilisé pour l'estimation, mais normal dès qu'on sort du domaine de l'échantillon à des fins de simulation ou de prévision.

considéré plus haut. Elles visent à reconstituer, à partir de comptages sur les liens, la matrice OD pertinente à un projet, tous motifs confondus.

La formulation adoptée entre 1969 et 1972, tant avec des données urbaines (à Montréal : Arbour *et alii*, 1969; à Silkeborg : Overgaard, 1972) qu'avec des données interurbaines (en Colombie Britannique : Wills, 1971 ; aux États-Unis : Low, 1972), se résume en deux équations :

$$L_s = \sum_i \sum_j pr(s)_{ij} \bullet T_{ij} \quad (5-A)$$

et

$$T_{ij}^{(\lambda_y)} = \sum_k \beta_k X_k^{(\lambda_k)} , \quad (5-B)$$

où $pr(s)_{ij}$ désigne la proportion des déplacements de i à j qui utilise le lien s et L_s désigne le nombre total des véhicules passant par ce lien, quelle que soit leur origine ou destination.

Si, après inversion de la transformation Box-Cox de la variable dépendante de (5-B), on substitue le résultat obtenu dans la première expression (5-A), comme le fera plus tard Wills (1978), on peut alors écrire une forme assez générale inspirée d'un modèle multiplicatif:

$$L_s = \sum_i \sum_j pr(s)_{ij} \bullet \left\langle \lambda_y \left[\sum_k \beta_k X_{ij,k}^{(\lambda_k)} \right] + 1 \right\rangle^{1/\lambda_y} + \varepsilon_s , \quad (5-C)$$

où l'on constate que l'ensemble $\{\lambda ; \beta\}$ des paramètres du modèle de demande sont vraiment estimés seulement à partir des comptages et qu'ils produisent (en sorties intermédiaires) les valeurs de la matrice OD « calculées » par la grande parenthèse du membre droit. Dans cette formulation, le critère de minimisation des erreurs, ou de maximisation de la vraisemblance, est défini en fonction des différences entre le flux total affecté sur un lien et le comptage qui y est observé. Dans certains cas, on généralise (5-C) en introduisant au milieu du membre droit un modèle de répartition modale dont les paramètres sont aussi estimés dans la foulée par la même procédure. Dans ce cas, on a complètement inversé la séquence classique.

À partir de 1977, certains chercheurs ont préféré à la méthode structurelle (5-C) des méthodes d'estimation des matrices « les plus probables » basées sur des critères d'information (van Zuylen, 1978), d'entropie (Willumsen, 1978) ou d'autres hypothèses statistiques (Spiess, 1987). Ils ont aussi élaboré, y compris en France (Debaille, 1977, 1979), des méthodes qui combinent la mise à jour d'anciennes matrices et des comptages récents.

Du point de vue analytique, le problème le plus difficile est peut-être celui de l'endogénéité des $pr(s)_{ij}$ de l'expression (5-A) en présence de congestion, problème abordé assez tôt (Nguyen, 1977).

3. Les modèles de trafic : ruptures, évolutions et refondation en cours

Si l'usage des données discrètes pour l'analyse du trafic par un modèle Logit binomial débute avec l'exemple urbain de Warner (1961), cette étude ne relie pas formellement le Logit à l'utilité : c'est une interprétation intuitive qui conduit l'analyse, comme dans la pratique des ingénieurs qui, empruntant la voie ouverte par Berkson (1944) l'inventeur du mot Logit et son promoteur en lieu et place du Probit en biométrie, l'utilisent par exemple comme formule pratique dans les études du tunnel sous la Manche. Le lien formel à l'utilité sera fait ailleurs, apparemment en deux temps.

L'approche Abraham-McFadden. Abraham (1961, p. 66) formule le problème de choix du premier de deux itinéraires routiers par l'individu t comme celui de la probabilité p_1 que son utilité U_t^1 soit plus élevée pour lui que celle du second U_t^2 (la probabilité d'une égalité étant supposée nulle), ce qui s'exprime par une équation qui réapparaît légèrement simplifiée dans CRA (1972, Équation 4.3) et dans le livre qui en est tiré (Domencich & McFadden, 1975, Équation 4.4) :

$$p_1 = \text{Prob}[U_t^1 - U_t^2 > 0] , \quad (6)$$

où l'utilité de chaque chemin est d'abord une fonction de variables X^n qui lui sont associées, comme son coût et son temps, et de variables socioéconomiques X^s , plus une erreur, par exemple $V(X^{n1}, X^s) + \varepsilon^1$ pour le premier. Ces fonctions sont dites « d'utilité stricte », ou séparable (entre modalités), parce que chacune ne comprend que des caractéristiques de réseaux qui lui sont propres. Les modalités sont alors de ce fait des substituts et leur complémentarité est exclue, contrairement à ce qui serait le cas si elles étaient de la forme $V(X^{n1}, X^{n2}, X^s) + \varepsilon^1$. Pour des économistes habitués à des fonctions de demande de chaque bien comprenant les prix de tous les biens, l'additivité séparable de l'utilité est une révolution simplificatrice dont le principal bénéfice est la réduction de la multicollinéarité ; mais cette révolution présente un déficit de réalisme que des arbres de choix hiérarchiques entre groupes de modalités (*e.g.* VP vs tous modes TC) tenteront ensuite de pallier...

Abraham montre que, si les erreurs associées aux modalités sont indépendantes et distribuées *Normalement*, on obtient le **Probit** et si elles sont distribuées de manière *Uniforme* le modèle **Linéaire de probabilité** ; les deux autres documents, aux quatre dérivations imputées au second auteur (McFadden, 1973), montrent aussi que des erreurs distribuées selon une loi de *Weibull* (ou Gumbel Type I) rendent le **Logit** et des erreurs qui suivent une loi de *Cauchy* le modèle **Arc tangente**. On est quelque peu surpris que ces 4 dérivations n'aient pas été publiées rapidement, dès 1972, dans une revue scientifique et qu'aucun des documents qui les présentent ne cite Abraham pour sa formulation fondatrice du problème et deux d'entre elles. Pourtant, dans ce milieu des physiciens reconvertis aux études de trafic de l'Université de Californie³, tels Gordon F. Newell et Frank A. Haight, ce dernier (1964) répertorie, cite et commente bien Abraham. Il y aurait certes lieu de baptiser l'approche qui relie utilité et choix discret « dérivations Abraham-McFadden ».

La pratique des choix discrets et le log-sum de Koenig. Le Logit multinomial discret à utilité stricte se répandit rapidement comme nouvel outil, surtout pour analyser le choix modal, à partir de 1977-78, année de la reconnaissance du logarithme de son dénominateur comme moyenne véritable (espérance mathématique des probabilités p_m) d'un processus avec erreurs Weibull, ce qui permettait de remonter le log-sum autrement que mécaniquement à l'étape précédente du processus, et ouvrait la porte à une répétition en chaîne de cette opération à travers les étapes, sauf apparemment pour l'affectation qui a échappé, jusqu'aux travaux de la RATP depuis 2013, à des calculs de log-sum dérivés de modèles de choix Logit entre itinéraires.

On a longtemps imputé à McFadden (1978) et à Williams (1977) cette même découverte, faite indépendamment⁴, mais dans un livre exceptionnel ce dernier (Boyce & Williams, 2015) reconnaît maintenant à Koenig (1975) l'antériorité de la dérivation du log-sum de l'utilité aléatoire. Il existe donc, au moins sur papier, des variations du modèle à 4 étapes qui structurent le processus par des log-sums remontés de l'affectation à la génération des déplacements, comme l'avait anticipé, au moins mécaniquement (sans preuve que le log-sum était la moyenne des probabilités), la thèse de doctorat de Ben-Akiva (1973). L'agrégation nécessaire à l'obtention des valeurs pour la population et le calcul des élasticités posent des problèmes spécifiques que nous ne discuterons pas.

La forme fonctionnelle des fonctions d'utilité du Logit. Les ingénieurs de la Setec et Warner cités plus haut comparaient méticuleusement les ajustements linéaire et logarithmique des variables de coût et de temps des fonctions d'utilité ; ils trouvaient d'ailleurs de meilleurs ajustements avec la forme logarithmique des variables, qui ne suppose pas que l'utilité marginale soit constante. Malgré une écriture de $V(X^{n1}, X^s)$ qui ne préjuge en rien de sa forme fonctionnelle, cette saine pratique fut à toutes fins utiles abandonnée par Domencich et McFadden dont le premier logiciel d'estimation du Logit discret (Liew & McFadden, 1969) n'autorise pas l'usage de transformations Box-Cox

³ Dont la bibliothèque disposait de la revue RGRA en question (<http://oskicat.berkeley.edu/record=b11487060~S1>).

⁴ McFadden la présente, l'auteur de ce texte étant présent mais Williams absent, dans une communication à la **Third International Conference on Behavioural Travel Modelling** (Tanunda, Australie) d'avril 1977, publiée l'année suivante.

(TBC), en partie parce que leur incorporation invalide la propriété d'unimodalité de la fonction de vraisemblance et rend l'estimation plus coûteuse. Il faudra attendre BLOGIT de Crittelle & Johnson (1980) pour disposer d'un logiciel public, documenté et diffusé qui autorise les TBC conformément à une pratique sérieuse recommandée par d'excellents économètres, dont Poirier (1978) à Toronto.

Cette pratique, qui débute pour le Logit avec un modèle agrégé de parts de marché (Gaudry & Wills, 1978) très cité par la suite, ne se développe que progressivement en parallèle d'une industrie linéaire centrée sur des logiciels comme ALOGIT (de RAND Europe) et ses hiérarchies, malgré l'invraisemblance de la linéarité. Pour citer Abraham⁵ : «Dans le Logit classique [linéaire], il n'y a pas de différence entre un gain de 2 minutes sur un trajet de 10 minutes et sur un trajet de 60 minutes, ce qui est absurde».

Les conséquences de la non linéarité des variables peuvent être considérables : des chercheurs (Hivert *et alii*, 1988) ont recommandé sciemment le VAL d'Orly (et RER B) sur la base de résultats linéaires, plutôt que son alternative (RER C et rallonge vers Orly) favorisée par les résultats non linéaires très supérieurs en ajustement, avec une TBC du coût de l'ordre de grandeur de la racine carrée comme dans de nombreux autres résultats obtenus sur la région parisienne. On connaît la suite. Aujourd'hui, faire des prévisions du lien Charles-de-Gaulle Express (CGE) plus cher que le Grand Paris Express (GPE) avec un modèle linéaire dans le coût sous-estimera sa rentabilité.

La non linéarité des variables de coût et de temps des modèles de choix du mode ou d'itinéraire contrôle la portée des trajets et la substitution entre les modalités (sans parler de la valeur du temps qui en est dérivée). La RATP (Leblond & Langlois, 2013) a montré que le temps dans le véhicule avait à Paris, milieu urbain, une TBC plus grande que l'unité (on trouve des valeurs plus faibles que l'unité dans les marchés interurbains), ce qui signifie que le GPE (et le CGE) attireront plus de clients que leurs itinéraires concurrents plus lents le font sous l'hypothèse fautive, voire paresseuse et ringarde, de l'analyse procustéenne linéaire qui impose ensuite, pour regagner en crédibilité, de segmenter les variables continues par tranche de valeurs !

Vu que le signe et la taille de la corrélation statistique entre variables dépendent de la forme fonctionnelle des variables en régression logistique comme en régression classique, promouvoir un modèle linéaire sans démonstration de linéarité n'est ni raisonnable ni utile à la saine modélisation des trafics. On peut d'ailleurs penser aussi que les TBC, qui permettent d'estimer facilement des fonctions à utilité non séparable de type $V(X^{n1}, X^{n2}, X^s)$, grugeront peu à peu les hiérarchies artificielles en fournissant des substitutions raffinées éloignées des propriétés IIA des modèles à fonctions d'utilité stricte, voire des possibilités de complémentarité, entre modalités.

La renaissance de l'Affectation, vers une refondation du processus. Le cœur du processus classique a souvent été le modèle de Choix modal dont l'estimation requiert une mesure unique du service par mode de i à j obtenue par l'Affectation. Ce centre de gravité se déplace aujourd'hui vers l'Affectation, entendue comme modélisation du choix entre itinéraires. Esquissons ce développement et son importance pour le GPE, 60 ans après le simplisme du tout-ou-rien de CATS.

Du tout-ou-rien au multi-chemins. L'Affectation pose un problème d'une importance certaine : comment représenter le fait que de nombreux itinéraires sont en fait utilisés pour tout mode ou toute liaison OD ? L'Affectation a trop souvent consisté à produire des mesures uniques de service par mode par un calcul d'équilibre de Wardrop (1952) sur les temps VP et de chemin le plus court sur les temps TC, mais on tente aujourd'hui de rendre compte de la pluralité des chemins utilisés pour tout mode et couple OD. Cette ouverture, à la fois multicritères (surtout coût et temps) et multi-chemins, a ses exigences propres.

⁵ Courriel de Claude Abraham à l'auteur du 18 août 2011.

S'agissant de la VP, l'équilibre classique de Wardrop — en présence d'un seul critère, car des problèmes graves d'unicité se posent lorsque deux critères, comme le temps et le coût par tronçon, sont utilisés (Dafermos, 1983), problèmes trop souvent ignorés en pratique — ne permet pas d'identifier les chemins de même longueur caractérisant l'équilibre : seuls les flux sur les tronçons sont uniques et connus. Tout récemment encore, cet équilibre paraissait de ce fait moribond et obligé de céder sa place à l'affectation Logit (Dial, 1971) qui permet une telle identification des chemins, mais il est redevenu pertinent à cause de développements importants consistant à ajouter des contraintes entropiques au problème initial⁶ dans la foulée des travaux fondateurs de Bar-Gera (1999). Cet ajout, qui a émergé il y a une quinzaine d'années, permet d'identifier les itinéraires utilisés à l'équilibre et leur propriété de proportionnalité dite « *bypass proportionality* » parce que les ratios des flux par relation OD sont préservés sur des itinéraires concurrents.

La modélisation de l'usage d'une pluralité d'itinéraires par TC a aussi progressé. Par exemple, EMME/2 proposait une procédure dite de "stratégie optimale" (Spiess & Florian, 1989) par laquelle les voyageurs marchent jusqu'à l'arrêt ou station qui leur vaut le temps généralisé le plus bas, ce qui pouvait donner des affectations inattendues et sensibles aux pondérations des composants, en particulier dans les cas de services parallèles. Mais EMME/3 autorisera des affectations multi-chemins Logit comprenant des composants de coût et de temps.

L'affectation TC avec modélisation des queues. Progressivement, la représentation de la pluralité des itinéraires utilisés s'est faite en modélisant et prenant par ailleurs en compte la formation des queues, une approche pour laquelle on utilise parfois le mot dynamique même s'il s'agit au sens strict d'un élargissement du concept statique d'équilibre. Il faut en effet calculer les files d'attente ou longueurs des queues aux arrêts ou dans les stations (attente à quai, voire jusque dans les entrées et escaliers, comme on l'a constaté pour la Ligne M14 à la Gare de Lyon) en sus des temps d'attente impliqués par les fréquences de passage, en sorte qu'il faille attendre un autre véhicule ou rame pour trouver place.

De telles procédures ont depuis longtemps passé la rampe des travaux universitaires. Il existe en effet depuis 20 ans plusieurs algorithmes qui calculent des affectations d'équilibre uniques prenant en compte ces deux coûts d'attente en plus du coût de l'inconfort dans les véhicules plus ou moins bondés, voire pleins. Ils sont disponibles dans des logiciels commerciaux depuis au moins 10 ans. La sophistication de certains logiciels TC commerciaux est aujourd'hui considérable sur ce point. Emme 4.1, par exemple, permet que les coûts d'inconfort dans les véhicules TC soient représentés par des fonctions monotones, programmables par l'utilisateur, et qui peuvent avoir un point d'inflexion sans même être partout différentiables, car elles peuvent présenter des coudes ('*kinks*').

L'unicité des solutions est plus facile à établir dans ces modélisations TC que dans les procédures routières dynamiques où les refoulements de files d'attente (dits parfois « remontées de files ») qui bloquent les intersections (*queue spillovers*) doivent être « traités » par l'usage de règles plus ou moins *ad hoc*, ce qui peut conduire à des affectations instables ou « chaotiques » (Daganzo, 1997). Ce traitement combine une représentation de la file d'attente en amont du lien de capacité insuffisante, de la synchronisation des feux de circulation à l'extrémité de ce lien et des règles de décision appliquées au trafic qui peut se rediriger ou interagir au carrefour de manière prédéterminée ou stochastique. On en comprendra la difficulté et on saisira intuitivement les motifs de la perte de l'équilibre lors de simulations vraiment dynamiques, contrairement à celles dont il est question ici pour les files d'attente des TC. Les procédures d'affectation dynamique commencent à être utilisées malgré ces difficultés.

Importance de la pluralité des chemins utilisés. Il est essentiel de modéliser l'usage des chemins multiples et de construire ensuite le bon indice de service du mode concerné, surtout pour les TC :

⁶ La maximisation de l'entropie des flux assurant leur unicité.

l'indice de service TC utilisé dans le modèle de choix modal doit assurément refléter la pluralité des chemins TC utilisés, qui sont bien multiples.

Il arrive fréquemment qu'on construise une mesure unique de service (surtout TC) par couple OD en utilisant la moyenne des utilités des chemins utilisés V_p , moyenne pondérée par les probabilités de choix, $\bar{V}_p = \sum_p p_p \cdot V_p$, où p_p désigne la part de marché de l'itinéraire p . Dans l'étude sur ÉOLE et dans un article d'approfondissement de la question (Gaudry & Quinet, 2011 ; 2012), il a été démontré, en supposant que le vrai modèle d'affectation soit Logit, que cette manière de faire :

- a. comparée au log-sum, conduit à une sous-estimation systématique de la valeur de la pluralité des itinéraires égale à la mesure d'information de Shannon $\bar{V}_p = \sum_p p_p \cdot V_p$, comme suit :

$$\ln \sum_p \exp(V_p) = \bar{V}_p - \sum_p p_p \ln(p_p) \quad (7)$$

- b. est contre-indiquée parce qu'il arrive assez souvent (surtout si l'utilité d'un itinéraire s'éloigne de la moyenne, ce qui est bien le cas des lignes du GPE), qu'on améliore un itinéraire et que l'utilité moyenne pondérée diminue.

Dans une situation comme celle de la région parisienne où le réseau TC est dense (avec un tiers du marché des modes motorisés), il est essentiel d'utiliser le log-sum pour représenter l'effet du GPE : autrement le modèle est insensible précisément là où on investit. Le cœur du modèle de demande ne doit plus être un choix modal reposant sur des valeurs uniques d'un service TC ou VP définies par des moyennes quasiment insensibles aux nouveaux investissements mais définies par des log-sum qui capturent la richesse de l'ensemble des services offerts sans souffrir de la contre-propriété (b). Les propriétés du **Path Aggregation Theorem** (PATH) formulé en (7) sont indépendantes des contenus et de la forme fonctionnelle des fonctions d'utilité : elle ne dépendent pas des particularités du modèle de choix Logit entre itinéraires. Les études récentes du canal Seine-Nord Europe sous estiment l'utilité (et la demande de service) du canal parce que l'affectation a été faite avec des meilleurs chemins plutôt qu'avec le log-sum des chemins (et des types de bateaux) utilisés.

Ce déplacement, de l'accent de la modélisation à quatre étapes du Choix modal à l'Affectation, porte ses fruits à la RATP où le modèle Global 9 calcule déjà depuis plus de 3 ans un log-sum des services TC (Leblond & Langlois, 2013 ; Prat & Leblond, 2014). La prochaine version du modèle Antonin au STIF promet une modification d'architecture comparable basée sur des log-sums des services TC (Tuinenga *et alii*, 2015, Appendix 3), une révolution de structure qui devrait en principe bien mieux rendre compte des services TC et de l'impact du GPE que les versions précédentes du modèle basées sur des moyennes par mode TC. Dans les deux cas, celui de Global 9 et d'Antonin 3, des modèles Logit sont utilisés pour estimer, comme dans un choix entre modes familial (mais Antonin 3 n'est pas encore documenté en détail sur ce point), les paramètres à appliquer aux composants des itinéraires simulés lors de l'Affectation.

Les modèles LUTI. Considérer par ailleurs l'impact d'améliorations du réseau TC sur le patrimoine bâti ne peut donner des résultats souhaitables si les mesures d'utilité du réseau ne sont pas des log-sum, comme l'a fait remarquer récemment⁷ Nathalie Picard qui développe une application dans le cadre des travaux du GPE. En effet, un modèle LUTI sans mesure juste de l'utilité du réseau pose problème car le réseau est le moteur du modèle LUTI.

Conclusion. Quels chemins parcourus de CATS à la SGP ! Et il y en a d'autres, car nous avons négligé à dessein l'explication des fréquences des trajets pour achats (déjà affectés par les commandes par internet) et pour loisirs et tourisme (pour les TC, un samedi et un dimanche valent ensemble un jour ouvrable...), l'étalement des pointes, la concurrence des modes dits « doux » et de la voiture partagée, les coefficients aléatoires et les approches par programmes d'activité

⁷ Le 20 septembre 2016, lors d'une présentation de son application URBAN-Sim à la région parisienne.

individuels, l'affectation VP dynamique et le bouclage du modèle de trafic par rétroaction des services de transport sur le profil temporel de la demande de pointe ou journalière — et les sujets difficiles de la mesure et de valorisation de la fiabilité des réseaux qui influencent le comportement.

4. Références

- Abraham, C. (1961). La répartition du trafic entre itinéraires concurrents: réflexions sur le comportement des usagers, application au calcul des péages. *Revue générale des routes et aérodromes* 357, pages 57-60, 65-72, 75-76.
- Arbour, D., Bégin, P., Gohier, J.-P., Latour, G., Thivierge, J. (1969). Le modèle de transport. *Textes polycopiés présentés au Comité AMUR-ETEN*. Service d'Urbanisme, Ville de Montréal.
- Bar-Gera, H. (1999). *Origin-based algorithms for transportation network modeling*. Ph.D. thesis, University of Illinois at Chicago, 197 pages.
- Ben-Akiva, M.E. (1973). *Structure of Passenger Travel Demand Models*. Ph.D. dissertation, Massachusetts Institute of Technology, October.
- Berkson, J. (1944). Applications of the Logistic Function to Bioassay, *Journal of the American Statistical Association* 39, 357-365.
- Boyce, D., Williams, H. (2015). *Forecasting Urban Travel*. Edward Elgar, 650 p.
- CATS [1959-1962]. *Chicago Area Transportation Study. Final report in three parts*. Study conducted under the sponsorship of [the] State of Illinois, Department of Public Works and Buildings, County of Cook, Board of Commissioners of Cook County. CONTENTS: v. 1, Survey findings, December, 1959; v. 2, Data projections, July, 1960; Transportation plan, April, 1962. Chicago.
- Crittelle, F.J., Johnson, L.W. (1980). *Basic Logit (BLOGIT) – Technical Manual*. Australian Road Research Board, (Project 309), ATM 9.
- CRA (1972). *A disaggregated behavioural model of urban travel demand*. Report No. CRA-156-2 prepared under contract No. FH-11-7566 “Development of a behavioural modal split model” for the Federal Highway Administration. Charles River Associates Incorporated, Cambridge, Massachusetts, March.
- Dafermos, S. (1983). A Multicriteria Route-Mode Choice Traffic Equilibrium Model. *Bulletin of the Greek Mathematical Society* 24, 13-32.
- Daganzo, C.F. (1997). *Queue spillovers in transportation networks with route choice*. PATH Technical Note 97-1, Institute of Transport Studies, University of California at Berkeley, 29 p. October.
- Dantzig, G.B. (1960). On the Shortest Route through a Network. *Management Science* 6, 2, 187-190.
- Debaille, S. (1977). *Un modèle de reconstitution de matrices origine-destination en milieu urbain*, Rapport I.R.T. N° 27, Institut de Recherche des Transports, Décembre.
- Debaille, S. (1979). Reconstitution de matrices origine-destination en milieu urbain : le modèle NEMROD, *Bulletin RECHERCHE-TRANSPORTS* N° 26, 13-23, Institut de Recherche des Transports, Avril.
- Dial, R.B. (1971). A probabilistic multipath traffic assignment model which obviates path enumeration. *Transportation Research* 5, 83-111.
- Domencich, T.A., McFadden, D. (1975). *Urban Travel Demand: A Behavioral Analysis*, North Holland, Amsterdam.
- Erlander, S., Stewart, N.F. (1990). *The Gravity Model in Transportation Analysis: Theory and Extensions*, Volume 3 of Topics in Transportation, VSP, Utrecht, the Netherlands.
- Gaudry, M. (2007). Structure de la modélisation du trafic et théorie économique, Ch. 1 dans Maurice, J., Crozet, Y. (dir.) *Le calcul économique dans le processus de choix collectif des investissements de transport*, 6-97, Economica. www.researchgate.net/profile/Marc_Gaudry.
- Gaudry, M. (2016). *Une explicitation de la dynamique des profils temporels de la demande et de la performance du réseau dans les modèles de trafic - Cadrage d'un éventuel*

- appel d'offres sur l'affectation dynamique en Île-de-France*. Publication AJD 158, Agora Jules Dupuit, Université de Montréal, 30 p., 15 juillet. www.researchgate.net/profile/Marc_Gaudry.
- Gaudry, M., Quinet, É. (2011). *Note sur la problématique de l'évaluation de l'utilité économique d'Éole : dix problèmes et quelques propositions de remèdes*. Réseau Ferré de France, Paris, 71 pages, le 7 septembre 2011. www.researchgate.net/profile/Marc_Gaudry.
- Gaudry, M., Quinet, E. (2012). *Shannon's measure of information, path averages and the origins of random utility models in transport itinerary or mode choice analysis*. Publication AJD-142, Agora Jules Dupuit (AJD), Université de Montréal. Working Paper N° 2012-31, Paris-Jourdan Sciences Économiques (PSE), 1er juillet, 33 p. www.researchgate.net/profile/Marc_Gaudry.
- Gaudry, M., Wills, M.J. (1978). Estimating the Functional Form of Travel Demand Models. *Transportation Research* 12, 4, 257-289. www.researchgate.net/profile/Marc_Gaudry.
- Haight, F.A. (1964). An annotated bibliography of scientific research in road traffic and safety. *Operations Research* 12, 6, 976-1039, December.
- Hivert, L., Orfeuil, J.-P., Troulay, P. (1988). *Modèles désagrégés de choix modal: réflexions méthodologiques autour d'une prévision de trafic*. Rapport INRETS N° 67, Institut National de Recherche sur les Transports et leur Sécurité, Arcueil, 72 pages, juin.
- Koenig, J.-G. (1975). *A theory of urban accessibility: a new working tool for the urban planner*. Urban Traffic Models, Annual Summer Meeting, Planning and Transport Research and Computation Co, Warwick.
- Leblond, V., Langlois, C. (2013). *Modelling detailed passengers' behaviours in a public transportation network*. DIT-IDD-PRI, Régie Autonome des Transports Parisiens (RATP), 12 p., presented at the European Transport Conference, Frankfurt, Sept. 30-Oct. 2.
- Liew, C.K., McFadden, D. (1969). *Conditional Logit Analysis Statistical Estimation Package: User's Manual*, Working Paper, Department of Economics, University of California at Berkeley, June.
- Low, D. (1972). A New Approach to Transportation System Modelling. *Traffic Quarterly* 26, 391-404, 1972.
- Lowry, I.S. (1964). *A Model of Metropolis*. RAND Memorandum 4025-RC.
- Luce, R.D. (1959). *Individual Choice Behavior. A theoretical Analysis*. New York, Wiley.
- Marche, R. (1980). Pour mieux comprendre les déplacements interrégionaux de voyageurs : un modèle multimodal de demande : 1^{ère} partie : Les objectifs retenus et la conception générale du modèle- 2^{ème} partie : Description du modèle et premiers résultats, *Les Cahiers Scientifiques de la Revue Transports*, N. 2.
- McFadden, D. (1973). Conditional logit analysis of qualitative choice behaviour. Ch. 4 in Zarembka, P. (ed.). *Frontiers in Econometrics*, pp. 105-142, Academic Press, New York.
- McFadden, D. (1978). Modelling the Choice of Residential Location. In Karlqvist, A., Lundqvist, A., Snickars, F., Weibull, J. (eds), *Spatial Interaction Theory and Planning Models*. North-Holland, 75-96.
- Moore, E.F. (1957). The shortest path through a maze. International Symposium on the Theory of Switching, 1957. Proceedings, Part II, Harvard University, Cambridge, MA.; also in *Annals, Computation Laboratory* Vol. 30, 1959.
- Nguyen, S. (1977). *Estimating an O-D Matrix from Network Data : A Network Equilibrium Approach*, Publication # 39, Centre de recherche sur les transports, Université de Montréal.
- Overgaard, P. (1972). *Development of a simplified traffic model for the city of Silkeborg*, O.E.C.D. Seminar in Copenhagen.
- Poirier, D. (1978). The Use of the Box-Cox Transformation in Limited Dependent Variable Models, *Journal of the American Statistical Association* 73, pp. 284-287.
- Prat, C., Leblond, V. (2014). *Passengers' density impact on route choice in urban public transport*. DIT-IDD-PRI, Régie Autonome des Transports Parisiens (RATP), 21 p., presented at the European Transport Conference, Frankfurt, 29 Sept.-1 Oct..
- Setec (1959). *Tunnel sous la Manche – Étude de Trafic et de Rentabilité: Partie B – Annexe*. The Economist Intelligence Unit Ltd (Londres), De Leuw, Cather and C^o (Chicago) et Société

- d'Études Techniques et Économiques (Paris), pages iii-ix (pages 196-202, Volume 3), novembre.
http://temis.documentation.developpement-durable.gouv.fr/document.xsp?id=Temis-0005494&qid=sdx_q0&n=1&q=.
- Spiess, H. (1987). A Maximum Likelihood Model for Estimating Origin-Destination Matrices, *Transportation Research B*, 21, 5, 395-412.
- Spiess H., Florian, M. (1989). Optimal strategies: a new assignment model for transit networks. *Transportation Research B* 22, 83-102.
- Tuinenga, J.G., Meret-Conti, A.-É., Pauget, N. (2015). *ANTONIN 3, An up-to-date transportation planning model for the Île-de-France region*. Paper presented at the European Transport Conference, 15 p., 28-30 September, Frankfurt.
- Wardrop, J.G. (1952). Some theoretical aspects of road traffic research, *Proceedings, Institute of Civil Engineers*, PART II, Vol.1, pp. 325-378.
- Warner, S.L. (1972). *Stochastic Choice of Mode in Urban Travel: A Study in Binary Choice*, Northwestern University Press, Evanston, Ill., 1962.
- Williams, H.C.W.L. (1977). On the Formation of Travel Demand Models and Economic Evaluation Measures of User Benefit. *Environment and Planning* 9a, 3, 285-344.
- Wills, M.J. (1971). *Development of the Highway Network, Traffic Flow and the Growth of Settlements in Interior British Columbia*, M.A. Thesis, Department of Geography, The University of British Columbia, Vancouver.
- Wills, M.J. (1978). *Linear and Nonlinear Estimators of the O-D Matrix*, Ph.D. Thesis, Department of Geography, The University of British Columbia, Vancouver, 342 p..
- Willumsen, L. (1978). *Estimation of an O-D matrix from traffic counts: a review*, Working paper No 99, Institute for Transport Studies, Leeds University.
- Zuylen, H.J. van (1978). *A method to estimate a trip matrix from observed link volume counts*, PTRC Annual Meeting, 1978.