

A - Limited Insertion

実行時間制限: 2 sec / メモリ制限: 1024 MB

配点: 400 点

問題文

すぬけ君は空の数列 a を持っています。

すぬけ君は a に対して N 回操作を行います。

i 回目の操作では $1 \leq j \leq i$ を満たす整数 j を選び、 a の先頭から j 番目に j を挿入することができます。

長さ N の数列 b が与えられます。 N 回の操作後に a が b と一致することがあるかどうかを判定し、可能ならばそれを達成する操作手順の一例を示してください。

制約

- 入力は全て整数である。
- $1 \leq N \leq 100$
- $1 \leq b_i \leq N$

入力

入力は以下の形式で標準入力から与えられる。

```
N
b_1 ... b_N
```

出力

N 回の操作後に a と b が一致するような操作手順が存在しないならば `-1` を出力せよ。存在するならば操作手順を N 行に出力せよ。 i 行目では i 回目の操作で選んだ整数を出力せよ。考えられる操作手順が複数存在する場合は、そのうちのどれを出力してもよい。

入力例 1

```
3
1 2 1
```

出力例 1

```
1
1
2
```

- 各操作後、 a は以下のように変化します。
- 1 回目の操作後: (1)
- 2 回目の操作後: (1, 1)
- 3 回目の操作後: (1, 2, 1)

入力例 2

```
2
2 2
```

出力例 2

```
-1
```

- 数列の先頭に 2 を挿入することはできないため、達成不可能です。

入力例 3

```
9
1 1 1 2 2 1 2 3 2
```

出力例 3

```
1
2
2
3
1
2
2
1
1
```

B - Balanced Neighbors

実行時間制限: 2 sec / メモリ制限: 1024 MB

配点 : 700 点

問題文

整数 N が与えられます。頂点に 1 から N の番号がついた N 頂点の無向グラフであって、以下の 2 つの条件を満たすものを 1 つ構成してください。

- 単純かつ連結
- ある整数 S が存在して、任意の頂点についてその頂点に隣接する頂点の番号の値の和は S となる

この問題の制約下でそのようなグラフが少なくとも 1 つ存在することが証明できます。

制約

- 入力は全て整数である。
- $3 \leq N \leq 100$

入力

入力は以下の形式で標準入力から与えられる。

```
N
```

出力

1 行目に構成したグラフの辺の本数 M を出力せよ。続く M 行のうち i 行目には、2 つの整数 a_i と b_i を出力せよ。これらは i 番目の辺の端点を表す。

構成されたグラフが条件を満たすならば正解となる。

入力例 1

```
3
```

出力例 1

```
2
1 3
2 3
```

- どの頂点も、隣接する頂点の番号の和が 3 となっています。

C - Three Circuits

実行時間制限: 2 sec / メモリ制限: 1024 MB

配点 : 800 点

問題文

N 頂点 M 本の辺からなる単純かつ連結な無向グラフが与えられます。頂点には 1 から N の番号が、辺には 1 から M の番号がついています。

辺 i は頂点 a_i と b_i を双方向につなぐ辺です。

全ての辺をちょうど 1 回ずつ使って 3 つのサーキットを作ることが可能かどうかを判定してください。

注釈

サーキットとは辺素だが頂点素とは限らない閉路のことをいう。

制約

- 入力はすべて整数である。
- $1 \leq N, M \leq 10^5$
- $1 \leq a_i, b_i \leq N$
- 与えられるグラフは単純かつ連結。

入力

入力は以下の形式で標準入力から与えられる。

```
N M
a1 b1
:
aM bM
```

出力

全ての辺をちょうど 1 回ずつ使って 3 つのサーキットを作ることが可能ならば 'Yes' を、不可能ならば 'No' を出力せよ。

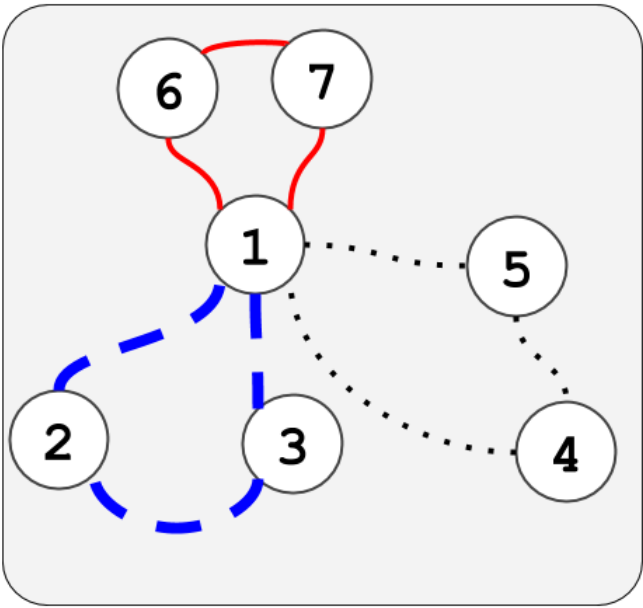
入力例 1

```
7 9
1 2
1 3
2 3
1 4
1 5
4 5
1 6
1 7
6 7
```

出力例 1

Yes

- 以下の図のように、全ての辺をちょうど1回ずつ使って3つのサーキットを作ることができます。



入力例 2

```
3 3
1 2
2 3
3 1
```

出力例 2

No

- 3つのサーキットを作る必要があります。

入力例 3

```
18 27
17 7
12 15
18 17
13 18
13 6
5 7
7 1
14 5
15 11
7 6
1 9
5 4
18 16
4 6
7 2
7 11
6 3
12 14
5 2
10 5
7 8
10 15
3 15
9 8
7 15
5 16
18 15
```

出力例 3

```
Yes
```

D - Rotation Sort

実行時間制限: 2 sec / メモリ制限: 1024 MB

配点: 1000 点

問題文

$\{1, \dots, N\}$ の順列 $p = (p_1, \dots, p_N)$ が与えられます。あなたは、次の 2 種類の操作を好きな順序で繰り返し行うことができます。

- コスト A を支払う。整数 l と r ($1 \leq l < r \leq N$) を自由に選び、 (p_l, \dots, p_r) を左にひとつシフトする。すなわち、 $p_l, p_{l+1}, \dots, p_{r-1}, p_r$ をそれぞれ $p_{l+1}, p_{l+2}, \dots, p_r, p_l$ へ置き換える。
- コスト B を支払う。整数 l と r ($1 \leq l < r \leq N$) を自由に選び、 (p_l, \dots, p_r) を右にひとつシフトする。すなわち、 $p_l, p_{l+1}, \dots, p_{r-1}, p_r$ をそれぞれ $p_r, p_l, \dots, p_{r-2}, p_{r-1}$ へ置き換える。

p を昇順にソートするために必要な総コストの最小値を求めてください。

制約

- 入力はすべて整数である。
- $1 \leq N \leq 5000$
- $1 \leq A, B \leq 10^9$
- (p_1, \dots, p_N) は $\{1, \dots, N\}$ の順列である。

入力

入力は以下の形式で標準入力から与えられる。

```
N A B
p1 ... pN
```

出力

p を昇順にソートするために必要な総コストの最小値を出力せよ。

入力例 1

```
3 20 30
3 1 2
```

出力例 1

```
20
```

(p_1, p_2, p_3) を左にひとつシフトすると、 $p = (1, 2, 3)$ となります。

入力例 2

```
4 20 30
4 2 3 1
```

出力例 2

```
50
```

例えば、次のように操作を行えばよいです。

- (p_1, p_2, p_3, p_4) を左にひとつシフトする。すると、 $p = (2, 3, 1, 4)$ となる。
- (p_1, p_2, p_3) を右にひとつシフトする。すると、 $p = (1, 2, 3, 4)$ となる。

このとき、総コストは $20 + 30 = 50$ です。

入力例 3

```
1 10 10
1
```

出力例 3

```
0
```

入力例 4

```
4 1000000000 1000000000
4 3 2 1
```

出力例 4

```
3000000000
```

入力例 5

```
9 40 50
5 3 4 7 6 1 2 9 8
```

出力例 5

```
220
```

E - Modulo Pairing

実行時間制限: 2 sec / メモリ制限: 1024 MB

配点: 1200 点

問題文

M を正整数とします。

$2N$ 個の整数 a_1, a_2, \dots, a_{2N} が与えられます。ここで、各 i について $0 \leq a_i < M$ です。

$2N$ 個の整数を N 組のペアに分けることを考えます。このとき、各整数はちょうど 1 つのペアに属さなければなりません。

ペア (x, y) の醜さを $(x + y) \bmod M$ と定義します。 N 組のペアの醜さの最大値を Z としたとき、 Z の最小値を求めてください。

制約

- 入力はすべて整数である。
- $1 \leq N \leq 10^5$
- $1 \leq M \leq 10^9$
- $0 \leq a_i < M$

入力

入力は以下の形式で標準入力から与えられる。

```
N M
a_1 a_2 \cdots a_{2N}
```

出力

N 組のペアの醜さの最大値を Z としたとき、 Z の最小値を出力せよ。

入力例 1

```
3 10
0 2 3 4 5 9
```

出力例 1

```
5
```

例えば、 $(0, 5), (2, 3), (4, 9)$ とペアを作ればよいです。このとき、ペアの醜さはそれぞれ $5, 5, 3$ となります。

入力例 2

```
2 10
1 9 1 9
```

出力例 2

0

$(1, 9), (1, 9)$ とペアを作ればよいです。このとき、ペアの醜さはともに 0 です。

F - One Third

実行時間制限: 2 sec / メモリ制限: 1024 MB

配点 : 1800 点

問題文

円形のピザがあります。すぬけ君は、なるべくこのピザの $1/3$ に近い分量食べたいです。

すぬけ君は、以下のようにピザを切って食べることにしました。

まず、すぬけ君はピザに N 回ナイフを入れて N 個のピースに分割します。ナイフを入れると、ピザの中心とピザの周上の点を結ぶ線分に沿ってピザに切れ込みが入ります。ただし、すぬけ君はピザを切るのがとても下手なので、線分の角度は一様ランダムであり、毎回独立であるものとします。

次に、すぬけ君は一個以上のいくつかの **連続する** ピースをなるべく合計量が $1/3$ に近くなるように選んで食べます。(合計量を x とすると、 $|x - 1/3|$ が最小となるように連続するピースを選びます。)

このとき、 $|x - 1/3|$ の期待値を求めてください。この値は有理数となることが示せます。これを注記で述べるように $\text{mod } 10^9 + 7$ で出力してください。

注記

有理数を出力する際は、まずその有理数を分数 $\frac{y}{x}$ として表してください。ここで、 x, y は整数であり、 x は $10^9 + 7$ で割り切れてはなりません (この問題の制約下で、そのような表現は必ず可能です)。そして、 $xz \equiv y \pmod{10^9 + 7}$ を満たすような 0 以上 $10^9 + 6$ 以下の唯一の整数 z を出力してください。

制約

- $2 \leq N \leq 10^6$

入力

入力は以下の形式で標準入力から与えられる。

N

出力

$|x - 1/3|$ の期待値を注記で述べるように $\text{mod } 10^9 + 7$ で出力せよ。

入力例 1

2

出力例 1

138888890

期待値は $\frac{5}{36}$ です。

入力例 2

3

出力例 2

179012347

期待値は $\frac{11}{162}$ です。

入力例 3

10

出力例 3

954859137

入力例 4

1000000

出力例 4

44679646