学号________ 姓名________ 专业________ 年级________ 院/系________

答题勿超装订线

装 订 线

安徽大学 2016—2017 学年第一学期

《高等数学 A（三）》（线性代数）考试试卷（A 卷）

（闭卷　　时间 120 分钟）

考场登记表序号__________

题 号	一	二	三	四	总分
得 分					
阅卷人					

一、选择题（每小题 2 分，共 10 分）

得 分	

1．排列 $135\cdots(2n-1)246\cdots(2n)$ 的逆序数为（　　）.

A. $\dfrac{n(n-1)}{2}$　　B. $\dfrac{n(n+1)}{2}$　　C. n^2　　D. n^2-n

2．设 A,B 均为 n 阶方阵，下列结论正确的是（　　）.

A．$AB\neq 0 \Leftrightarrow A\neq 0$ 且 $B\neq 0$　　B．$|A|=0 \Leftrightarrow A=0$

C．$|AB|=0 \Leftrightarrow |A|=0$ 或 $|B|=0$　　D．$A=E \Leftrightarrow |A|=1$

3．若 n 阶矩阵 A 与 B 相似，则（　　）.

A. A 与 B 的特征矩阵相同　　B. A 与 B 的特征多项式相同

C. A 与 B 相似于同一个对角阵　　D. 存在正交阵 T，使得 $T^{-1}AT=B$

4. 设 A 是 $m\times n$ 矩阵，$AX=0$ 是非齐次线性方程组 $AX=\beta$ 的导出组，下列结论正确的是(　　).

A．若 $AX=0$ 仅有零解，则 $AX=\beta$ 有唯一解

B．若 $AX=0$ 有非零解，则 $AX=\beta$ 有无穷多解

C．若 $AX=\beta$ 有无穷多解，则 $AX=0$ 仅有零解

D．若 $AX=\beta$ 有无穷多解，则 $AX=0$ 有非零解

5．　已知三阶方阵 A 的特征值为 $1,\ 1,-5$，$B=A^3-5A^2$，则 $|E+A^{-1}|=$（　　）.

A．-5　　B. -16　　C. $\dfrac{16}{5}$　　D. $\dfrac{4}{5}$

二、填空题（每小题 **2** 分，共 **10** 分）

得 分	

6．$\begin{vmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ -1 & 0 & 1 & 2 \\ -2 & -1 & 0 & 1 \\ -3 & -2 & -1 & 0 \end{vmatrix}$的第 1 行第 2 列元素 1 的代数余子式为___________.

7．若矩阵 A 满足方程 $A^2+2A+3E=0$，则 $A^{-1}=$ _____________.

8．已知 2 是矩阵 $A=\begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 1 & t & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$的一个特征值，则 $t=$___________.

9．在 R^3 中，由基底 β_1,β_2,β_3 到基底 $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$ 的过渡矩阵为___________.

其中 $\beta_1=\alpha_1+3\alpha_2-5\alpha_3,\beta_2=\alpha_2+2\alpha_3,\beta_3=\alpha_3$.

10．二次曲面 $x^2+(2+\lambda)y^2+\lambda z^2+2xy-2xz-yz-5=0$ 中，λ 取值为_________时，曲面是椭球面.

三、计算题（每小题 **13** 分，共 **65** 分）

得 分	

11．计算 $D=\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & \cdots & n-1 & n \\ 1 & -1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -2 & \cdots & 0 & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & n-1 & 1-n \end{vmatrix}$.

12．设 $A=\begin{pmatrix} 4 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$，已知 $AB=2B+A$，求矩阵 B .

13．已知 $\alpha_1=(1+\lambda,1,1),\alpha_2=\left(1,1+\lambda,1\right)$，$\alpha_3=\left(1,1,1+\lambda\right),\beta=\left(0,\lambda,\lambda^2\right)$.

问（1）λ 为何值时，β 可由 α_1，α_2，α_3 线性表示，且表示法唯一；

（2）λ 为何值时，β 可由 α_1，α_2，α_3 线性表示，且表示法不唯一；

（3）λ 为何值时，β 不能由 α_1，α_2，α_3 线性表示.

14．设矩阵A与B相似，且$A=\begin{pmatrix}2&0&0\\0&0&1\\0&1&a\end{pmatrix},B=\begin{pmatrix}2&0&0\\0&b&0\\0&0&-1\end{pmatrix}$.

（1）求a,b的值；（2）求可逆矩阵Q，使得$Q^{-1}AQ=B$.

15. 将实二次型 $f=x_1^2+x_2^2+x_3^2+2x_1x_2+2x_1x_3+2x_2x_3$ 用正交变换化成标准形，并求所用的正交变换的矩阵.

四、证明题（第 16 题 8 分，第 17 题 7 分，共 15 分）

得 分	

16.设α_0是非齐次线性方程组$AX=\beta$的一个解，α_1，$\alpha_2,\cdots\alpha_{n-r}$是其导出组的一个基础解系，证明：$\alpha_0$，$\alpha_0+\alpha_1$，$\alpha_0+\alpha_2,\cdots\alpha_0+\alpha_{n-r}$线性无关.

17．设A为$m\times n$的实矩阵，若$r(A)=n$，则A^TA为正定矩阵．其中$r(A)$为A的秩.