院/系__________ 年级__________ 专业__________ 姓名__________ 学号__________

答题勿超装订线

装 订 线

安徽大学 2015—2016 学年第一学期

《高等数学 A（三）》（概率论与数理统计）考试试卷（A 卷）

（闭卷　　时间 120 分钟）

考场登记表序号__________

题 号	一	二	三	四	五	总分
得 分						
阅卷人						

一、 填空题（每小题 3 分，共 15 分）

得 分	

1. A，B 为随机事件，$\overline{A}$ 为 A 的对立事件，已知 $P(\overline{A})=0.6$，$P(B)=0.5$，$P(A\cup B)=0.6$，则 $P(A|B)=$__________.

2. 设 $X\sim N(3,\sigma^2)$，且 $P(3<X<6)=0.3$，则 $P(X<0)=$__________.

3. 已知随机变量 X 与 Y 相互独立，X 在区间 $(2,8)$ 上服从均匀分布，$Y\sim\begin{pmatrix}-1 & 1\\ \frac{1}{3} & \frac{2}{3}\end{pmatrix}$，

则 $D(X-3Y)=$________.

4. 已知 X_1，X_2，X_3 和 $aX_1-2aX_2+2X_3$ 均为非零参数 θ 的无偏估计量，则 $a=$________.

5. 已知一批零件的长度 X（单位：cm）服从正态分布 $N(\mu,1)$，从中随机抽取 16 个零件，得到长度的平均值为 40（cm），则 μ 的置信度为 0.95 的置信区间是________.

（标准正态分布函数值 $\Phi(1.96)=0.975$，$\Phi(1.645)=0.95$）

二、选择题（每小题 3 分，共 15 分）

得 分	

6. 设随机事件 A，B 满足 $P(A)>0$，$P(B)>0$，$P(AB)=0$，则必有（　　）.

（A）A 与 B 互斥　（B）A 与 B 对立　（C）A 与 B 独立　（D）$P(A|B)=0$

7. 设随机变量 X 服从 $(0,2)$ 上均匀分布，则随机变量 $Y=X^2$ 在 $(0,4)$ 内概率密度为（　　）.

（A）$\sqrt{y}$　　（B）$\dfrac{1}{\sqrt{y}}$　　（C）$\dfrac{1}{2\sqrt{y}}$　　（D）$\dfrac{1}{4\sqrt{y}}$

8. 设随机变量 $X_1, X_2, \cdots, X_n, \cdots$ 相互独立同服从参数为 λ 的指数分布，则（　　）.

（A）$\lim\limits_{n\to\infty} P\left(\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n} X_i - n\lambda}{\sqrt{n\lambda}} \le x\right) = \Phi(x)$　　（B）$\lim\limits_{n\to\infty} P\left(\dfrac{\lambda\sum\limits_{i=1}^{n} X_i - n}{\sqrt{n}} \le x\right) = \Phi(x)$

（C）$\lim\limits_{n\to\infty} P\left(\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n} X_i - \lambda}{\sqrt{n}} \le x\right) = \Phi(x)$　　（D）$\lim\limits_{n\to\infty} P\left(\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n} X_i - \lambda}{\sqrt{n}\lambda} \le x\right) = \Phi(x)$

9. 设 $X_1, X_2, \cdots, X_8$ 与 $Y_1, Y_2, \cdots, Y_{10}$ 分别来自两个正态总体 $N(-1,4)$ 与 $N(2,5)$ 的样本，且相互独立，S_1^2 和 S_2^2 分别为两个样本的样本方差，则服从 $F(7,9)$ 的统计量是（　）.

（A）$\dfrac{5S_1^2}{4S_2^2}$　　（B）$\dfrac{5S_1^2}{2S_2^2}$　　（C）$\dfrac{2S_1^2}{5S_2^2}$　　（D）$\dfrac{4S_1^2}{5S_2^2}$

10. 设某高校学生身高 X 服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$，其中 σ^2 未知，对同一批样本数据，下列关于平均身高 μ 的置信区间与假设检验陈述错误的是（　　）.

（A）对假设检验问题 $H_0: \mu = 165$（厘米），$H_1: \mu \ne 165$（厘米），若在显著性水平 $\alpha = 0.05$ 下拒绝 H_0，则在显著性水平 $\alpha = 0.1$ 下必定拒绝 H_0

（B）显著性水平 α 的意义是在 H_0 为真时，由样本数据拒绝 H_0 的最大概率

（C）对应区间估计，当置信水平 $1-\alpha$ 变大时，μ 的置信区间长度变长

（D）当 $\alpha = 0.05$，若由样本数据得到 μ 的置信区间为 $(165,168)$（厘米），则此区间覆盖参数 μ 的置信水平为 $1-\alpha = 0.95$

得 分	

三、分析计算题（每小题 12 分，共 60 分）

11. 盒中有 6 只乒乓球，其中 2 只旧球 4 只新球，第一次比赛时从中任取出一只球，赛完后仍放回盒中，第二次比赛时再从盒中任取 2 只.

（1）求第二次取出的两只球都是新球的概率；

（2）若已知第二次取出的两个球都是新球，求第一次取出的球是旧球的概率.

12. 已知随机变量 X 的概率密度函数为

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{A}{x^2} & x>100,\\ 0, & x\le 100.\end{cases}$$

（1）求 A 值；（2）求 $P(X>1000)$；（3）求分布函数 $F(x)$；

（4）对随机变量 X 做 5 次重复独立观测，记 Y 为事件 $(X>1000)$ 出现的次数，求 Y 分布律.

13. 设随机变量 X 与 Y 的分布律分别为：

X	-1	0	1
P	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$

Y	0	1
P	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$

且 $P(XY=0)=1$，求：

（1）(X,Y) 的联合分布律；（2）$Z=\max(X,Y)$ 的分布律；（3）$Cov(X,Z)$.

14. 设二维随机变量(X,Y)服从区域$D=\{(x,y)\,|\,x^2+y^2\le 1\}$上的均匀分布. 试判断$X$，$Y$的独立性和相关性，并给出理由.

答题勿超装订线

装 订 线

15. 设总体 X 的概率密度函数为 $f(x;\theta)=\begin{cases}2e^{-2(x-\theta)}, & x>\theta, \\ 0, & x\le\theta.\end{cases}$ 其中 $\theta>0$ 为未知参数．设 $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 为来自总体 X 的简单随机样本，试求参数 θ 的矩估计量和极大似然估计量.

得 分	

四、应用题（每小题 5 分，共 5 分）

16. 设某次考试考生成绩服从正态分布，从中随机抽取 36 位考生的成绩，算得平均成绩为 66.5 分，标准差为 15 分．问在显著性水平 0.05 下，是否可以认为这次考生全体考生的平均成绩为 70 分？（$t_{0.05}(35)=1.69$，$t_{0.025}(35)=2.03$）

五、证明题（每小题 5 分，共 5 分）

得 分	

17. 设随机变量 X 和 Y 的数学期望分别为 -2 和 2，方差分别为1和 4，而相关系数为 -0.5，根据切比雪夫不等式证明 $P(|X+Y|\geq 6)\leq\frac{1}{12}$.