

安徽大学 2019—2020 学年第 二 学期

《线性代数 (A)》模拟试卷 (2)

(闭卷 时间 120 分钟)

考场登记表序号_____

题 号	一	二	三	四	五	六	七	总分
得 分								
阅卷人								

一、填空题 (每小题 2 分, 共 10 分)

得 分

1. 行列式
$$\begin{vmatrix} 1 & 5 & 9 & 13 \\ 2 & 6 & 10 & 14 \\ 3 & 7 & 11 & 15 \\ 4 & 8 & 12 & 16 \end{vmatrix} = \underline{\hspace{2cm}}$$

2. 若 n 阶矩阵 A 可逆, 则其标准型为_____

3. 若向量组 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 线性无关, 则向量组 $\alpha_1 - \alpha_2, \alpha_2 - \alpha_3, \alpha_3 - \alpha_1$ 线性_____ (填相关或无关)。

4. 已知三阶方阵 A 的特征值为 1, 2, 3, 则其转置矩阵 A^T 的特征值为_____

5. 已知二次型 $x_1^2 + x_2^2 + 5x_3^2 + 2tx_1x_2 - 2x_1x_3 + 4x_2x_3$ 是正定二次型, 则 $t = \underline{\hspace{2cm}}$

得 分

二、选择题（每小题 2 分，共 10 分）

6. 若矩阵 A, B 等价，则必有（ ）

- A. 若 $|A| = a, (a \neq 0)$ ，则 $|B| = a$ ，
- B. 若 $|A| = a, (a \neq 0)$ ，则 $|B| = -a$ ，
- C. 若 $|A| = 0$ ，则 $|B| = 0$ ，
- D. 若 $|A| \neq 0$ ，则 $|B| = 0$ ，

7. A, B 均为 n 阶方阵，则必有（ ）成立

- A. $(A+B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$
- B. $(A+B)^{-1} = A^{-1} + B^{-1}$
- C. $AB = 0 \Rightarrow A = 0$ 或 $B = 0$
- D. $|A+AB| = 0 \Leftrightarrow |A| = 0$ 或 $|B+E| = 0$

8. 向量组 (I) $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_r$ 可由向量组 (II) $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_s$ 线性表示，则（ ）

- A. 当 $r < s$ 时，向量组 (II) 必线性相关
- B. 当 $r > s$ 时，向量组 (II) 必线性相关
- C. 当 $r < s$ 时，向量组 (I) 必线性相关
- D. 当 $r > s$ 时，向量组 (I) 必线性相关

9. 非零矩阵 A, B 满足 $AB = 0$ ，则必有（ ）

- A. A 的列向量组线性相关， B 的行向量组线性相关
- B. A 的列向量组线性相关， B 的列向量组线性相关
- C. A 的行向量组线性相关， B 的行向量组线性相关
- D. A 的行向量组线性相关， B 的列向量组线性相关

10. 设矩阵 $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ ，矩阵 A 与 B 相似，则 $r(A-2E) =$ （ ）

- A. 0
- B. 1
- C. 2
- D. 3

三、计算题（每小题 10 分，共 70 分）

得分	
----	--

11. 求行列式 $D = \begin{vmatrix} 1 & 3 & 3 & \cdots & 3 \\ 3 & 2 & 3 & \cdots & 3 \\ 3 & 3 & 3 & \cdots & 3 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 3 & 3 & 3 & \cdots & n \end{vmatrix}$ 的值。

12. 将可逆矩阵 $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 3 \\ 0 & -2 & 1 \end{pmatrix}$ 分解为初等矩阵的乘积。

13. 设 A, B 为 n 阶矩阵，且 $2B^{-1}A = A - 4E$ ，求 $(B - 2E)^{-1}$ 。

14. 求向量组 $\alpha_1 = (1, 1, 2, 3)$ ， $\alpha_2 = (1, -1, 1, 1)$ ， $\alpha_3 = (1, 3, 3, 5)$ ， $\alpha_4 = (4, -2, 5, 6)$ ， $\alpha_5 = (3, 1, 5, 7)$ 的极大无关组和秩。

15. 求方程组 $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 - x_4 = 0 \\ 3x_1 + 6x_2 - x_3 - 3x_4 = 0 \\ 5x_1 + 10x_2 + x_3 - 5x_4 = 0 \end{cases}$ 的解空间的基底和维数。

16. 在 R^3 中，求由基底 $\alpha_1 = (1, 1, 1)$ ， $\alpha_2 = (1, 0, -1)$ ， $\alpha_3 = (1, 0, 1)$ 到基底 $\beta_1 = (1, 2, 1)$ ， $\beta_2 = (2, 3, 4)$ ， $\beta_3 = (3, 4, 3)$ 的过渡矩阵。

17. 设 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ ，求正交矩阵 P ，使得 $P^T A P$ 为对角矩阵。

四、证明题（每小题 5 分，共 10 分）

得分	
----	--

18. 已知三阶实矩阵 A 的特征值分别为 1, 2, 3,
证明: 矩阵 $A+2E$ 是正定矩阵。

19. 已知 $A \in R^{m \times n}, B \in R^{n \times k}$, 且 $AB=0$, 证明: $r(A)+r(B) \leq n$