安徽大学 2009—2010 学年第一学期

《高等数学 C（三）》考试试卷（A 卷）

（闭卷 时间 120 分钟）

题 号	一	二	三	四	总分
得 分					
阅卷人					

院/系＿＿＿＿ 专业＿＿＿＿ 姓名＿＿＿＿ 学号＿＿＿＿

答 题 勿 超 装 订 线

装 订 线

得 分	

一、选择题（每小题 3 分，共 15 分）

1. 设 A, B 为两个互斥事件，且 $P(A)>0, P(B)>0$，则下列结论中正确的是（　　）.

A. $P(B|A)>0$；　　B. $P(B|A)=0$；

C. $P(A|B)=P(A)$；　　D. $P(AB)=P(A)P(B)$.

2．设 (X,Y) 为二维随机变量，满足：$P(X\ge 0,Y\ge 0)=\frac{3}{7}$，$P(X\ge 0)=P(Y\ge 0)=\frac{4}{7}$，则 $P(\max\{X,Y\}\ge 0)=$（　　）.

A．$\frac{2}{7}$；　B. $\frac{3}{7}$；　C. $\frac{4}{7}$；　D. $\frac{5}{7}$.

3. 设 X 是随机变量，且 $EX=\mu$，$DX=\sigma^2(\sigma>0)$，则对任意常数 c，恒有（　　）.

A. $E(X-c)^2=EX^2-c^2$；　B. $E(X-c)^2=E(X-\mu)^2$；

C. $E(X-c)^2<E(X-\mu)^2$；　D. $E(X-\mu)^2\le E(X-c)^2$.

4．设总体 X 服从正态分布 $N\left(\mu,\sigma^2\right)$，其中 μ 已知，σ^2 未知，$X_1,X_2,\cdots,X_n$ 是取自总体 X 的简单随机样本，则下列样本函数中**不是**统计量的是（　　）.

A. $\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{X_i-\mu}{\sigma}\right)^2$；　B. $\max_{1\le i\le n} X_i$；　C. $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i$；　D. $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\mu)^2$.

5. 下列叙述中恒正确的是（　　）.

A. 设 $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 是来自总体 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$ 的样本，则样本方差 $S^2=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\overline{X})^2$ 是 σ^2 的无偏估计，其中 $\overline{X}$ 为样本均值;

B. 设 θ_1 和 θ_2 都是参数 θ 的无偏估计，如果 $D\theta_1\le D\theta_2$，则 θ_2 比 θ_1 有效;

C. 设 $X\sim\chi^2(n)$，$Y\sim\chi^2(m)$，且 X 与 Y 独立，则 $X+Y\sim\chi^2(n+m)$;

D. 设 $X\sim N(0,1)$，$Y\sim\chi^2(n)$，则 $\frac{X}{\sqrt{Y/n}}\sim t(n)$.

二、填空题（每小题 3 分，共 15 分）

得 分	

6. 若 6 把钥匙中有 2 把能打开门，今任取两把，则能打开门的概率为_________.

7. 若随机变量 ξ 服从参数为 1 的指数分布，则方程 $x^2+2x+\xi=0$ 有实根的概率为_______.

8. 设随机变量 X~U($0,\pi$)（均匀分布），则 $E(\sin X)=$__________.

9. 设 X ～ $B(10,0.4)$ (二项分布)，利用 Chebyshev 不等式估计概率 $P(|X-4|<2)\ge$_____.

10. 假设总体 X 服从参数为 λ 的 Poisson 分布，$X_1,X_2,\cdots,X_n$ 是取自总体 X 的简单随机样本，记 $\overline{X}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i, S^{*2}=\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\overline{X})^2$ 分别表示样本均值与修正样本方差，如果 $\hat{\lambda}=a\overline{X}+(2-3a)S^{*2}$ 为 λ 的无偏估计，则 $a=$_______.

三、解答题（本大题共 5 小题，共 60 分）

得 分	

11. （本小题 10 分）甲袋中有 3 个白球 2 个黑球，乙袋中有 4 个白球 4 个黑球，现从甲袋中任取 2 球放入乙袋，再从乙袋中取一球。

（1）求取出的球是白球的概率;

（2）如果已知从乙袋中取出的球是白球，求先从甲袋中取出的球是一白一黑的概率。

12. （本小题10分）设二维离散型随机变量(X,Y)联合分布列为

$X \backslash Y$	1	2	3
1	1/6	1/9	1/18
2	1/3	a	b

其中a,b为某待定常数。

(1) 求在$Y=2$的条件下X的条件分布；

(2) 问a,b取何值时，X与Y独立?

学号 姓名 专业 院/系

答 题 勿 超 装 订 线

装 订 线

13.（本小题 15 分）已知二维连续型随机变量 (X,Y) 的联合密度为

$$f(x,y)=\begin{cases}Ae^{-(x+y)}, & 0<x<y \\ 0, & \text{其它}\end{cases},$$

(1) 求常数 A 的值；

(2) 求 (X,Y) 的边缘密度函数；

(3) 求 $Z=X+Y$ 的密度函数。

14.（本小题 15 分）已知随机变量 X 和 Y 分别服从正态分布 $N(1,3^2)$ 和 $N(0,4^2)$，且 X 与 Y 的相关系数 $\rho_{XY}=\frac{1}{2}$，设 $Z=\frac{X}{3}-\frac{Y}{2}$.

(1) 求 Z 的数学期望 EZ；

(2) 求 Z 的方差 DZ；

(3) 求 X 与 Z 的相关系数 ρ_{XZ}.

15. （本小题 10 分）已知总体 X 的分布为

$$P(X=x)=p^{x}(1-p)^{1-x},(x=0,1)$$

其中$0<p<1$为未知参数，设 $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 是来自于总体 X 的简单随机样本，

求参数 p 的极大似然估计量，并判断该估计量是否为无偏估计量？

得 分	

四、应用题（本大题 10 分）

16．根据长期经验和资料的分析，某厂生产的一种钢索，它的断裂强度 $X(kg/cm^2)$ 服从正态分布 $N(\mu,\sigma^2)$，μ 与 σ^2 皆未知．现从该厂生产的产品中随机抽取一个容量为 9 的样本，测得样本均值 $\overline{x}=510kg/cm^2$，修正样本标准差 $s^*=20kg/cm^2$。问能否据此样本认为这批钢索的断裂强度为 $500kg/cm^2$？（取 $\alpha=0.05$）．（其中 $t_{0.025}(8)=2.31$，$t_{0.05}(8)=1.86$，$t_{0.025}(9)=2.26$，$t_{0.05}(9)=1.83$）．