安徽大学 20<u>19</u>—20<u>20</u> 学年第<u>二</u>学期

《线性代数 A》期末考试试卷（A 卷）

（闭卷　　时间 120 分钟）

考场登记表序号__________

院/系__________ 年级__________ 专业__________ 姓名__________ 学号__________

答 题 勿 超 装 订 线

装 订 线

题 号	一	二	三	四	五	六	七	总分
得 分								
阅卷人								

一、选择题（每小题 2 分，共 10 分）

得 分	

1. 向量组（I）α_1，$\alpha_2,\cdots\cdots$，α_r 与向量组（II）β_1，$\beta_2,\cdots\cdots$，β_s 等价，则下列结论一定错误的是（　　）

A. 向量组（I）可由向量组（II）线性表示
B. 向量组（II）可由向量组（I）线性表示
C. 向量组（I）和向量组（II）有相同的秩
D. 向量组（I）和向量组（II）有相同的极大线性无关组

2. A 为 3×4 的矩阵，非齐次方程组 $AX=\beta$ 的导出组为 $AX=0$，下列说法正确的是（　　　）

A. $AX=\beta$ 必有无穷多解　　　B. $AX=\beta$ 必有唯一解
C. $AX=0$ 必有无穷多解　　　D. $AX=0$ 必有唯一解

3. 若 n 阶矩阵 A 与 B 相似，则以下说法错误的是（　　　）

A. A^T 与 B^T 相似　　　B. A^{-1} 与 B^{-1} 相似
C. $|A|=|B|$　　　D. $r(A)=r(B)$

4. 若 n 阶矩阵 A 可逆，则下列说法错误的是（　　　）

A. A 的列向量组线性无关　　　B. A 可以表示成若干个初等矩阵的乘积
C. A 的特征值均不为零　　　D. 齐次方程组 $AX=0$ 有非零解

5. 对于矩阵 $A=\begin{pmatrix}1&0\\0&4\end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix}-1&0\\0&-4\end{pmatrix}$，以下说法正确的是（　　　）

A. A,B 相似　　　B. A,B 等价
C. A,B 在实数域上合同　　　D. A,B 在复数域上不合同

二、填空题（每小题 2 分，共 10 分）

得 分	

6. 行列式$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & \cdots & n \\ -1 & 0 & 3 & \cdots & n \\ -1 & -2 & 0 & \cdots & n \\ & \cdots & & \cdots & \\ -1 & -2 & -3 & \cdots & 0 \end{vmatrix} =$________________

7. 已知$A \in R^{n\times n}, |A| = 3,$则$\left|3(A^*)^{-1}\right| =$________________

8. 已知矩阵$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 3 & 1 \\ 4 & 3 & -1 \end{pmatrix}$,则矩阵$A$的秩等于____________

9. 已知向量$\alpha_1 = (1,t,3)^T$, $\alpha_2 = (4,5,6)^T$, $\alpha_3 = (7,4t,9)^T$,线性相关，则$t =$____________

10. 实对称矩阵$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$对应二次型的正惯性指数为____________

三、计算题（每小题 10 分，共 70 分）

得 分	

11. 计算n阶行列式$D_n = \begin{vmatrix} a & 0 & 0 & \cdots & 0 & a \\ a & a & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & a & a & \cdots & 0 & 0 \\ & \cdots & & \cdots & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & a & a \end{vmatrix}$

12. 已知$A = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}, A - 2B = AB,$求矩阵$B$.

院/系________ 年级________ 专业________ 姓名________ 学号________

答题勿超装订线　　装　订　线

13. 求齐次方程组 $\begin{cases} x_1 + x_2 = 0 \\ 2x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 0 \\ 5x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 0 \end{cases}$ 的通解。

14. 求向量组 $\alpha_1 = (3,2,1,1), \alpha_2 = (1,-2,11,-5), \alpha_3 = (-8,-3,-12,2), \alpha_4 = (2,-7,34,-16)$ $\alpha_5 = (1,2,-5,3)$ 的秩。

15. 在 R^3 中，求由基底 $\alpha_1 = (1,1,0)$ ， $\alpha_2 = (1,0,1)$ ， $\alpha_3 = (0,1,1)$ 到基底 $\beta_1 = (1,0,0)$ ， $\beta_2 = (1,1,0)$ ， $\beta_3 = (1,1,1)$ 的过渡矩阵。

16. 已知 $A = \begin{pmatrix} 3 & 4 & -2 \\ 4 & 3 & 2 \\ -2 & 2 & 6 \end{pmatrix}$，求正交矩阵 Q，使 $Q^T AQ$ 为对角矩阵。

17. 求 a 的值，使得 $A = \begin{pmatrix} 2-a & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & a+3 \end{pmatrix}$ 是正定矩阵。

四、证明题（每小题 5 分，共 10 分）

得 分	

18. 已知向量 α_1，α_2，α_3 是方程组 $AX = 0$ 的基础解系，证明：α_1，$\alpha_1 + \alpha_2$，$\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3$ 也是方程组的基础解系。

19. 已知 $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 4 & -2 & 5 \\ 2 & -1 & 4 \end{pmatrix}$，若存在矩阵 B，使得 $AB = 0$，证明：r（B）≤ 1。