安徽大学20 19 —20 20 学年第 一 学期

《 概率论与数理统计A 》考试试卷（A卷）

（闭卷　　时间120分钟）

考场登记表序号________

题 号	一	二	三	四	总分
得 分					
阅卷人					

得 分	

一、选择题（每小题2分，共10分）

1. 设A,B为两个互斥事件，则下列结论中正确的是（　　）.

(A) $\overline{A}$与$\overline{B}$互斥　　(B) $\overline{A}$与$\overline{B}$相容

(C) A与B一定不独立　　(D) $P(A-B)=P(A)$

2. 设随机变量X与Y相互独立，且$X\sim N(0,2019), Y\sim N(1,2020)$，则下列选项正确的是（　　）.

(A) $P(X+Y\le 0)=\dfrac{1}{2}$　　(B) $P(X+Y>1)=\dfrac{1}{2}$

(C) $P(X-Y\le 0)=\dfrac{1}{2}$　　(D) $P(X-Y\le 1)=\dfrac{1}{2}$

3. 设随机变量$X_1,X_2,\cdots,X_n$独立同分布，其方差为$\sigma^2>0$. 令$\overline{X}=\dfrac{1}{n}\sum\limits_{i=1}^{n}X_i$，则下列选项正确的是（　　）.

(A) $Cov(X_1,\overline{X})=\dfrac{\sigma^2}{n}$　　(B) $Cov(X_n,\overline{X})=\sigma^2$

(C) $D(X_1+\overline{X})=\dfrac{n+1}{n}\sigma^2$　　(D) $D(X_1-\overline{X})=\dfrac{n+1}{n}\sigma^2$

4. 设总体X服从正态分布$N(\mu,\sigma^2)$，其中μ未知，σ^2已知，$X_1,X_2,\cdots,X_n$ $(n\ge 2)$是取自总体X的简单随机样本，令$\overline{X}=\dfrac{1}{n}\sum\limits_{i=1}^{n}X_i$，则下列样本函数中不是统计量的是（　　）.

(A) $\sum\limits_{i=1}^{n}\left(\dfrac{X_i-\overline{X}}{\sigma}\right)^2$　　(B) $\dfrac{\max\limits_{1\le i\le n}X_i+\min\limits_{1\le i\le n}X_i}{2}$

(C) $\dfrac{1}{n-1}\sum\limits_{i=1}^{n}X_i$　　(D) $\dfrac{1}{n}\sum\limits_{i=1}^{n}(X_i-\mu)^2$

5. 设随机变量$X_1,X_2,\cdots,X_n,\cdots$相互独立，且都服从参数为2的指数分布，则当$n$充分大时，随机变量$\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i$近似服从(　　).

(A) $N(\frac{1}{2},\frac{1}{4})$　　(B) $N(2,\frac{4}{n})$　　(C) $N(\frac{1}{2},\frac{1}{4n})$　　(D) $N(2,4n)$

二、填空题（每小题2分，共10分）

得分	

6. 设A,B,C是随机事件，B与C互斥，$P(\overline{AB})=\frac{1}{2}$，$P(C)=\frac{1}{3}$，则$P(AB|\overline{C})=$__________.

7. 设随机变量ξ服从参数为λ的指数分布，若关于x的方程$x^2+4x+\xi=0$有实根的概率为$1-e^{-1}$，则$\lambda=$__________.

8. 设随机变量X的分布律为$P(X=k)=\frac{C}{k!},k=0,1,2,\cdots$，则$EX^2=$__________.

9. 假设总体$X\sim N(\mu,\sigma^2)$，$X_1,X_2,\cdots,X_n$是取自总体X的简单随机样本，记$\bar{X}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i$，$S^2=\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\bar{X})^2$，则$T=\bar{X}^2-\frac{S^2}{n}$是__________的无偏估计量.

10. 从正态总体$X\sim N(\mu,0.81)$中抽取容量为9的简单随机样本，得到样本均值$\bar{X}=4$，则未知参数μ的置信度为0.95的置信区间是__________.
(已知$\Phi(1.96)=0.975,\Phi(1.65)=0.95$).

三、计算题（每小题12分，共72分）

得分	

11. 某报社有两种报纸甲和乙，在其所有客户中，有60%订阅了甲报，50%订阅了乙报，有10%同时订阅了两种报纸. 据调查知，只订阅甲报的客户有70%会在第二年续订，只订阅乙报的客户有60%会在第二年续订，同时订阅了两种报纸的客户有80%会在第二年至少续订其中一种.
（1）第二年至少续订其中一种报纸的客户所占比例是多少？
（2）若已知某客户会在第二年续订，则此人当前同时订阅两种报纸的概率是多少？

12. 设离散型随机变量X的分布列为

X	0	1	2
P	a	b	1/3

且$EX=1$，随机变量Y与X独立同分布. 令 $U=\max(X,Y),V=\min(X,Y)$.
求：（1）a 和b的值；（2）(U,V)的联合概率分布列；（3）$Cov(U,V)$.

13. 设二维连续型随机变量(X,Y)的联合密度函数为

$$f(x,y)=\begin{cases} xe^{-x(1+y)}, & x>0,y>0, \\ 0, & 其他. \end{cases}$$

求：（1）X,Y的边缘密度函数；（2）$Z=XY$的密度函数.

14. 设随机变量X的概率密度函数为$f(x)=\dfrac{1}{2}e^{-|x|},-\infty<x<+\infty$.

（1）求X的期望和方差；

（2）判断X和$|X|$是否不相关，为什么？

（3）判断X和$|X|$是否独立，为什么？

15. 从正态总体$N(3.4,36)$中抽取容量为n的样本.

（1）如果要求其样本均值位于区间$(1.4,5.4)$内的概率不小于 0.95，问样本容量n至少应取多大？$(\Phi(1.96)=0.975,\Phi(1.65)=0.95.)$

（2）令$n=18$，样本方差$S_n^2=\dfrac{1}{n}\sum\limits_{i=1}^{n}(X_i-\overline{X})^2$，试求$D(S_n^2)$.

16. 设某种电子器件的寿命T(小时)服从双参数的指数分布，其概率密度函数为

$$f(x)=\begin{cases} \dfrac{1}{\theta}e^{-(x-c)/\theta}, & x\geq c, \\ 0, & 其他, \end{cases}$$

其中$c\geq 0$，$\theta>0$都为未知参数，从一批这种器件中随机抽取n件进行寿命试验. 设它们的失效时间为$x_1,x_2,\cdots,x_n$.

（1）求c与θ的矩估计；（2）求c与θ的极大似然估计.

四、应用题（每小题 8 分，共 8 分）

得 分	

17. 根据长期经验和资料的分析，某厂生产的一种钢索，它的断裂强度$X(kg/cm^2)$服从正态分布$N(\mu,\sigma^2)$，μ与σ^2皆未知. 现从该厂生产的产品中随机抽取一个容量为 9 的样本，测得样本均值$\bar{x}=510kg/cm^2$，修正的样本标准差$s=20kg/cm^2$。问能否据此样本认为这批钢索的断裂强度为$500kg/cm^2$？（取$\alpha=0.05$，其中$t_{0.025}(8)=2.31$，$t_{0.05}(8)=1.86$，$t_{0.025}(9)=2.26$，$t_{0.05}(9)=1.83$.）