安徽大学 2019—2020 学年第一学期

《线性代数 A》考试试卷（B 卷）

（闭卷　　时间 120 分钟）

考场登记表序号__________

题 号	一	二	三	四	总分
得 分					
阅卷人					

院/系________ 年级________ 专业________ 姓名________ 学号________

答题勿超装订线

装 ------ 订 ------ 线

一、填空题（每小题 2 分，共 10 分）

得 分	

1. 排列 $2\cdot4\cdots(2n)1\cdot3\cdot5\cdots(2n-1)\cdot$ 的逆序数是______________.

2. 设 $A=\begin{pmatrix}1&2&3&1\\2&-1&k&2\\0&1&1&3\\1&-1&0&4\\2&0&2&5\end{pmatrix}$，若 $r(A)=3$，则 $k=$______________.

3. 设 A 是 n 阶矩阵，若 A 中每行元素之和均为零，且 $r(A)=n-1$，则方程组 $Ax=0$ 的通解是____________.

4. 已知三阶矩阵 A 的三个特征值是 1,3，-2，则 $\left|(2A)^{-1}\right|=$______________.

5. 若 n 元实二次型 $f(x_1,x_2,\cdots x_n)=x^TAx$ 是正定二次型，则它的正惯性指数 p,秩r与n之间的关系是______________.

二、选择题（每小题 2 分，共 10 分）

得 分	

6.设 n 阶矩阵 $\boldsymbol{A}$ 与 $\boldsymbol{B}$ 合同，则必有(　　　).

(A)　$r(\boldsymbol{A})=r(\boldsymbol{B})$　　　(B)　$|\boldsymbol{A}|=|\boldsymbol{B}|$

(C)　$\boldsymbol{A}=\boldsymbol{B}$　　　(D)　$\boldsymbol{A}\sim\boldsymbol{B}$ （～称为相似）

7.设向量 $\boldsymbol{\beta}$ 可由向量组 $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\cdots,\boldsymbol{\alpha}_m$ 线性表出，则 (　　　).

(A)　存在一组不全为零的数 $k_1,k_2,\cdots,k_m$，使得 $\boldsymbol{\beta}=k_1\boldsymbol{\alpha}_1+k_2\boldsymbol{\alpha}_2+\cdots+k_m\boldsymbol{\alpha}_m$

(B)　存在一组全不为零的数 $k_1,k_2,\cdots,k_m$，使得 $\boldsymbol{\beta}=k_1\boldsymbol{\alpha}_1+k_2\boldsymbol{\alpha}_2+\cdots+k_m\boldsymbol{\alpha}_m$

(C)　存在唯一的一组数 $k_1,k_2,\cdots,k_m$，使得 $\boldsymbol{\beta}=k_1\boldsymbol{\alpha}_1+k_2\boldsymbol{\alpha}_2+\cdots+k_m\boldsymbol{\alpha}_m$

(D)　向量组 $\boldsymbol{\beta},\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\cdots,\boldsymbol{\alpha}_m$ 线性相关

8. 设 A 为 4×3 阶矩阵，$\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_3$ 是非齐次线性方程组 $\boldsymbol{AX}=\boldsymbol{\beta}$ 的三个线性无关的解，k_1,k_2 为任意常数，则 $\boldsymbol{AX}=\boldsymbol{\beta}$ 的通解为（　　　）.

(A)　$\boldsymbol{\alpha}_1+k_1(\boldsymbol{\alpha}_2-\boldsymbol{\alpha}_1)$　　　(B)　$\boldsymbol{\alpha}_2+k_2(\boldsymbol{\alpha}_2-\boldsymbol{\alpha}_1)$

(C)　$\dfrac{\boldsymbol{\alpha}_2+\boldsymbol{\alpha}_3}{2}+k_1(\boldsymbol{\alpha}_2-\boldsymbol{\alpha}_1)+k_2(\boldsymbol{\alpha}_3-\boldsymbol{\alpha}_1)$　　　(D)　$\dfrac{\boldsymbol{\alpha}_2-\boldsymbol{\alpha}_3}{2}+k_1(\boldsymbol{\alpha}_2-\boldsymbol{\alpha}_1)+k_2(\boldsymbol{\alpha}_3-\boldsymbol{\alpha}_1)$

9．若 n 阶矩阵 A 与 B 相似，则（　　）.

A. A 与 B 的特征矩阵相同　　　B. A 与 B 的特征多项式相同

C. A 与 B 相似于同一个对角阵　　　D. 存在正交阵 T，使得 $T^{-1}AT=B$

10. 若 A 是 n 阶正定矩阵，则下列说法**错误**的是 ___________.

A. 存在正交矩阵 P，使得 $A=P^TP$.　　　B. A 所有顺序主子式均大于零.

C. A 的正惯性指数等于 n.　　　D. A 所有特征值均大于零.

三、计算题（每小题 12 分，共 72 分）

得 分	

11．已知 n 阶行列式 $|A|=\begin{vmatrix} 1 & 3 & 5 & \cdots & 2n-3 & 2n-1 \\ 1 & 2 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 3 & \cdots & \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & n \end{vmatrix}$，求其代数余子式 $A_{11}+A_{12}+\cdots+A_{1n}$ 之和.

12. 设矩阵 $A=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$, 矩阵 X 满足 $AXA+BXB=AXB+BXA+E$.其中 E 为 3 阶单位阵，求 X .

答 题 勿 超 装 订 线

装 订 线

13.已知$\alpha_1=(1,1,1)^T$，$\alpha_2=(0,1,1)^T$，$\alpha_3=(0,0,1)^T$和$\beta_1=(1,0,1)^T$，$\beta_2=(0,1,-1)^T$，$\beta_3=(1,2,0)^T$是R^3的两组基底。（1）求由基底α_1，α_2，α_3到基底β_1，β_2，β_3的过渡矩阵；（2）求一向量γ，使它在这两组基底下的坐标相同。

14．求线性方程组

$$\begin{cases} x_1+x_2-2x_3+3x_4=0 \\ 2x_1+x_2-6x_3+4x_4=-1 \\ 3x_1+2x_2-8x_3+7x_4=-1 \\ x_1-x_2-6x_3-x_4=-2 \end{cases}$$

的通解.

15. 化简二次曲面 $4x_1^{\ 2}+x_2^{\ 2}-8x_3^{\ 2}+4x_1x_2-4x_1x_3+8x_2x_3=1$ 方程，并指出二次曲面的类型.

16. 设矩阵 A 与 B 相似，且 $A=\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 4 & -2 \\ -3 & -3 & a \end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & b \end{pmatrix}$.（1）求 a,b 的值；（2）求可逆矩阵 P，使 $P^{-1}AP=B$.

四、证明题（每小题 8 分，共 8 分）

17. 设 $A,B,A+B$ 均为 n 阶正交矩阵，证明 $(A+B)^{-1}=A^{-1}+B^{-1}$.

得 分	