院/系________ 年级________ 专业________ 姓名________ 学号________

答题勿超装订线

装--------订--------线

安徽大学 2013—2014 学年第一学期

《高等数学 C（三）》考试试卷（A 卷）

（闭卷　　时间 120 分钟）

题 号	一	二	三	四	总分
得 分					
阅卷人					

一、选择题（每小题 2 分，共 10 分）

得 分	

1. 设 A, B 为随机事件，且 $P(B)>0, P(A|B)=1$，则必有 （　　）

（A）$P(A\cup B)>P(A)$　　（B）$P(A\cup B)>P(B)$

（C）$P(A\cup B)=P(B)$　　（D）$P(A\cup B)=P(A)$

2. 设随机变量 X 与 Y 相互独立，且 $X\sim N(0,\frac{1}{2})$，$Y\sim N(1,\frac{1}{2})$，则与随机变量 $Z=Y-X$ 同分布的随机变量是 （　　）

（A）$X-Y$　　（B）$X+Y$　　（C）$X-2Y$　　（D）$Y-2X$

3. 设随机变量 X 和 Y 相互独立，且 X 和 Y 的概率分布列分别为：

X	0	1	2	3
P	1/2	1/4	1/8	1/8

Y	-1	0	1
P	1/3	1/3	1/3

则 $P(X+Y=2)=$ （　　）

（A）1/12　　（B）1/8　　（C）1/6　　（D）1/2

4. 设 n 个相互独立的随机变量 $X_1, X_2, \cdots, X_n$ 均服从 $N(\mu,8)$，记 $\overline{X}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i$，则由 Chebyshev 不等式得 $P\left(\left|\overline{X}-\mu\right|<4\right)\geq$ （　　）

（A）$1-\frac{1}{2n}$　　（B）$\frac{1}{2n}$　　（C）$1-\frac{1}{4n^2}$　　（D）$\frac{1}{4n^2}$

5. 设 $X\sim N(0,1)$，$Y\sim\chi^2(1)$，若 $P\left(X>u_\alpha\right)=\alpha$，$P\left(Y>\chi^2_\alpha(1)\right)=\alpha$，则 $\chi^2_\alpha(1)=$（　　）

（A） u_α　　（B）$u_{\alpha/2}$　　（C） u_α^2　　（D）$u^2_{\alpha/2}$

二、填空题（每小题 2 分，共 10 分）

得 分	

6. 从数字 $1,2,\cdots,10$ 中任取 4 个数，则至少取到一个偶数的概率为__________.

7. 设 $X_1,X_2,\cdots,X_m\ (m>1)$ 为来自二项分布总体 $B(n,p)$ 的简单随机样本，$0<p<1$，记 $\bar{X}=\frac{1}{m}\sum_{i=1}^m X_i$ 和 $S^2=\frac{1}{m-1}\sum_{i=1}^m(X_i-\bar{X})^2$ 分别表示样本均值和样本方差．若 $\bar{X}+kS^2$ 为 np^2 的无偏估计量，其中 k 为常数，则 $k=$_______.

8. 设随机变量 X 和 Y 相互独立，并且都服从参数为 $\lambda>0$ 的 Poisson 分布 $P(\lambda)$，令 $U=2X+Y,V=2X-Y$，则随机变量 U 和 V 的相关系数为_______.

9. 设二维随机变量 (X,Y) 的联合概率密度函数为 $p(x,y)=\begin{cases}6e^{-(2x+3y)}, & x>0,y>0,\\ 0, & \text{其他}.\end{cases}$ 则概率 $P(-1\le X\le 1,-2\le Y\le 2)=$______________.

10. 设某种清漆的 9 个样品，其干燥时间（单位：小时）分别为

6.0,　5.7,　5.8,　6.5,　7.0,　6.3,　5.6,　6.1,　5.0.

设干燥时间总体服从正态分布 $N(\mu,0.6^2)$，μ 为未知参数，则 μ 的置信水平为 0.95 的置信区间为______________________.（其中 $\Phi(1.65)=0.95,\Phi(1.96)=0.975$.）

得 分	

三、解答题（每小题 12 分，共 72 分）

11. 某地区应届初中毕业生有 50%报考普通高中，有 40%报考中专，有 10%报考职业高中，录取率分别为 80%，50%，40%.

（1）随机调查一名学生，求他如愿以偿（即按志愿被录取）的概率；

（2）若某位学生按志愿被录取了，那么他是报考普通高中的概率为多少？

答题勿超装订线

装 订 线

12. 设随机变量 $X \sim N(10,16)$.

（1）求概率 $P(|X-10|<4)$；

（2）若 $P(X>c)=P(X\le c)$，求常数 c.(其中 $\Phi(0.25)=0.5987$, $\Phi(1.0)=0.8413$).

13. 设连续型随机变量 X 的概率密度函数为

$$p(x)=\begin{cases} A|x|, & |x|\le 1, \\ 0, & \text{其他}, \end{cases}$$

其中 A 为常数. 求：（1）常数 A 的值；（2）随机变量 X 的分布函数 $F(x)$；（3）随机变量 $Y=2X+1$ 的概率密度函数 $p_Y(y)$.

14. 设二维随机变量(X,Y)的联合概率密度函数为

$$p(x,y)=\begin{cases}2, & 0<x<1, 0<y<x,\\ 0, & \text{其他}.\end{cases}$$

（1）求(X,Y)的边缘概率密度函数$p_X(x)$和$p_Y(y)$；

（2）判断X和Y是否独立，并说明理由.

15. 已知随机变量 X 、Y 以及 XY 的概率分布列如下表示：

X	0	1	2
P	$1/2$	$1/3$	$1/6$

Y	0	1	2
P	$1/3$	$1/3$	$1/3$

XY	0	1	2	4
P	$7/12$	$1/3$	0	$1/12$

（1）求 (X,Y) 的联合概率分布列；

（2）令 $U=\max(X,Y)$，求 U 的期望 EU .

16. 设总体 X 具有如下概率分布列：

X	1	2	3
P	θ^2	$2\theta(1-\theta)$	$(1-\theta)^2$

其中 $\theta(0<\theta<1)$ 为未知参数. 已知取得样本值 $x_1=1, x_2=2, x_3=3$，试求 θ 的矩估计值和最大似然估计值.

得 分	

四、应用题（每小题 8 分，共 8 分）

17. 如果一个矩形的宽度ω和长度l的比$\dfrac{\omega}{l}=\dfrac{\sqrt{5}-1}{2}\approx 0.618$，这样的矩形称为黄金矩形，这种尺寸的矩形使人看起来有良好的感觉．现从某工艺品工厂随机地取 20 个矩形的宽度与长度的比值，计算得样本均值为$\overline{x}=0.660$，样本方差为$s^2=\dfrac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})^2=0.0925^2$．假设这一工厂生产的矩形的宽度与长度的比值总体$X\sim N(\mu,\sigma^2)$，$\mu,\sigma^2$均未知．试检验假设

$$H_0:\mu=0.618\leftrightarrow H_1:\mu\neq 0.618.$$

（其中显著性水平$\alpha=0.05$，$\sqrt{20}\approx 4.47$，$\Phi(1.65)=0.95$，$\Phi(1.96)=0.975$，$t_{0.025}(19)=2.093$，$t_{0.025}(20)=2.091$．）