学号________ 姓名________ 专业________ 年级________ 院/系________

答题勿超装订线

线 订 装

安徽大学 2016—2017 学年第一学期

《高等数学 A（三）》（概率论与数理统计）考试试卷（A 卷）

（闭卷　　时间 120 分钟）

考场登记表序号__________

题 号	一	二	三	四	五	总分
得 分						
阅卷人						

一、 填空题（每小题 3 分，共 15 分）

得 分	

1． 设 A， B 是随机事件， $P(A)=0.4$， $P(AB)=0.2$， $P(A|B)+P(\overline{A}|\overline{B})=1$，

则 $P(A\cup B)=$___________ .

2．设随机变量 X 服从参数为 1 的泊松分布，则方程 $x^2-2x+X=0$ 无实根的概率为______ .

3． 设 X 服从正态分布 $N(3,4)$， Y 服从参数 $\lambda=\dfrac{1}{2}$ 的指数分布，且 X,Y 相互独立，又 $Z=X-2Y+5$，则 $DZ=$____________ .

4． 设 $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 为来自二项分布总体 $B(n,p)$ 的简单随机样本，$\overline{X}$ 和 S^2 分别为样本均值和样本方差，若 $\overline{X}+kS^2$ 为 np^2 的无偏估计量，则 $k=$_________ .

5． 设总体 X 服从正态分布 $N(\mu,8)$， μ 为未知参数， $X_1,X_2,\cdots,X_{32}$ 是取自总体 X 的一个简单随机样本，$\overline{X}$ 为样本均值，如果以区间 $\left(\overline{X}-1,\overline{X}+1\right)$ 作为 μ 的置信区间，则置信水平为__________ . （标准正态分布分布函数值 $\Phi(2)=0.977$， $\Phi(3)\approx 0.999$， $\Phi(4)\approx 1$）

二、单选题（每小题 3 分，共 15 分）

得 分	

6． 将一枚均匀硬币连续抛掷两次，引进事件： $A_1=\{$掷第一次出现正面$\}$， $A_2=\{$掷第二次出现正面$\}$， $A_3=\{$正反面各出现一次$\}$， $A_4=\{$正面出现两次$\}$，则事件（　　）.

（A） A_1,A_2,A_3 相互独立　　（B） A_2,A_3,A_4 相互独立

（C） A_1,A_2,A_3 两两独立　　（D） A_2,A_3,A_4 两两独立

7． 设随机变量 X 的分布函数为 $F(x)$，概率密度为 $f(x)$，$Y=1-X$，Y 的分布函数记为 $G(y)$，概率密度记为 $g(y)$，则有（　　）

（A）$g(y)=f(1-y)$ （B）$g(y)=1-f(y)$（C）$G(y)=F(1-y)$（D）$G(y)=1-F(y)$

8． 设随机变量 X，Y 相互独立，且 EX，EY 和 DX，DY 存在，则下列等式中不成立的是（　　），下列表示式中 a，b 均为常数．

（A）$E(aX\pm bY)=aEX\pm bEY$　　（B）$E(aX\cdot bY)=abEX\cdot EY$

（C）$D(aX+bY)=a^2DX+b^2DY$　　（D）$D(aX-bY)=a^2DX-b^2DY$

9． 设 $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 是来自总体 X 的简单随机样本，$EX=\mu$，$DX=1$，下列说法

① $\sqrt{n}\left(\overline{X}-\mu\right)\sim N(0,1)$　　② $E\left(\overline{X}^2\right)=\mu^2$

③ 由切比雪夫不等式可知 $P\left(\left|\overline{X}-\mu\right|<\varepsilon\right)\geq 1-\dfrac{1}{n\varepsilon^2}$（$\varepsilon$ 为任意正数）

④ 若 μ 为未知参数，则样本均值 $\overline{X}$ 是 μ 的矩估计量

中正确的有（　　）个．

（A）1　　（B）2　　（C） 3　　（D）4

10． 在正态总体的假设检验中，显著性水平为 α，则下列结论正确的是（　　）．

（A）若在 $\alpha=0.1$ 下接受 H_0，则在 $\alpha=0.05$ 下必接受 H_0

（B）若在 $\alpha=0.1$ 下接受 H_0，则在 $\alpha=0.05$ 下必拒绝 H_0

（C）若在 $\alpha=0.1$ 下拒绝 H_0，则在 $\alpha=0.05$ 下必接受 H_0

（D）若在 $\alpha=0.1$ 下拒绝 H_0，则在 $\alpha=0.05$ 下必拒绝 H_0

得 分	

三、分析计算题（每小题 12 分，共 60 分）

11．一道单选题有四个答案可供选择．已知 60%的考生对相关知识完全掌握，他们可选出正确答案；20%的考生对相关知识部分掌握，他们可剔除两个不正确答案，然后随机选一个答案；20%的考生对相关知识完全不掌握，他们随机选一个答案．

（1）现任意挑选一位学生参加考试，求他选得正确答案的概率；

（2）已知某位考生选对了答案，求他确实是完全掌握相关知识的概率．

12．设连续型随机变量 X 的概率密度函数为

$$f(x)=\begin{cases} Axe^{-x^2} & x\ge 0, \\ 0, & x<0. \end{cases}$$

求：（1）常数 A 的值；（2）X 的分布函数 $F(x)$；（3）概率 $P(-1\le X<2)$.

13．设随机变量 X 与 Y 的概率分布律分别为：

X	0	1
P	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$

Y	-1	0	1
P	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$

且 $P(X^2=Y^2)=1$，求：

（1）(X,Y) 的联合分布律；（2）$Z=XY$ 的分布律；（3）X 与 Y 的相关系数 ρ_{XY} .

14． 设二维随机变量(X,Y)的概率密度函数为$f(x,y)=\begin{cases}1, & |x|<y<1, \\ 0, & \text{其他}.\end{cases}$ 试判断X与Y的独立性，并给出理由.

15． 设总体 X 的概率密度函数为

$$f(x)=\begin{cases}(\theta+1)x^{\theta}, & 0<x<1, \\ 0, & \text{其他}.\end{cases}$$

其中 $\theta>-1$ 是未知参数．设 $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 为来自总体 X 的简单随机样本，试求参数 θ 的矩估计量和极大似然估计量．

答 题 勿 超 装 订 线

装 订 线

得 分	

四、应用题（每小题 5 分，共 5 分）

16．某保险公司接受了 10000 辆电动自行车的保险，每辆车每年的保费为 12 元．若车丢失，则车主得赔偿 1000 元．假设车辆丢失率为 0. 6%，试利用中心极限定理，求保险公司一年获利润不少于 60000 元的概率为多少？

五、证明题（每小题 5 分，共 5 分）

得 分	

17． 设 X_1， X_2， X_3， X_4 分别为来自总体 $N\left(0,\dfrac{1}{2}\right)$ 的简单随机样本，

证明：统计量 $Y=\dfrac{X_1-X_2}{\sqrt{\sum_{i=3}^{4}X_i^2}}$ 服从自由度为 2 的 t 分布.