院/系________ 年级________ 专业________ 姓名________ 学号________

答题勿超装订线

装 订 线

安徽大学 2015—2016 学年第一学期

《高等数学 A（三）》（线性代数）考试试卷（A 卷）

（闭卷　　时间 120 分钟）

考场登记表序号__________

题 号	一	二	三	四	总分
得 分					
阅卷人					

一、选择题（每小题 2 分，共 10 分）

得 分	

1．设 4 阶行列式的第一行元素依次为$1, 2, 0, -4$，第三行元素的余子式依次为 $6, x, 19, 2$，则$x=$（　　）.

A.　1　　　B.　7　　　C.　-1　　　D.　-7

2．设A,B,C均为n阶方阵，若$ABC=E$，则下列结论正确的是（　　）.

A．$BCA=E$　　B．$CBA=E$　　C．$BAC=E$　　D．$ACB=E$

3．若n阶矩阵A与B合同，则（　　）.

A.　A与B的秩相等　　　B.　A与B相似

C.　A与B的行列式相等　　　D.　A与B相等

4．设A是$m\times n$矩阵，　$AX=0$仅有零解的充要条件是（　　）.

A．A的行向量线性无关　　　B．A的行向量线性相关

C．A的列向量线性无关　　　D．A的列向量线性相关

5．　已知三阶方阵A的特征值为$1, -1, 2$，则行列式为零的矩阵是（　　）.

A．A^3-5A^2+A　　　B.　$A^*-3A+2E$

C．$4A^{-1}+A$　　　D.　$E+A^{-1}$

二、填空题（每小题 2 分，共 10 分）

得 分	

6．设 A,B 均为可逆阵，则 $\begin{pmatrix} 0 & A \\ B & 0 \end{pmatrix}^{-1} =$____________.

7．设 A 是三阶方阵，$|A|=-2$，记 $A=(a_1,a_2,a_3)$，$a_j(j=1,2,3)$ 为 A 的第 j 列．则 $|a_3-2a_1,\ 3a_2,\ a_1|=$______________.

8．已知 $A=\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$, $a=\begin{pmatrix} 1 \\ k \\ 1 \end{pmatrix}$，又 a 是 A 的特征向量，则 $k=$____________.

9．在 R^3 中，由基底 a_1,a_2,a_3 到基底 b_1,b_2,b_3 的过渡矩阵为____________.

其中 $a_1=(1,1,1),a_2=(1,0,-1),a_3=(1,0,1)$；$b_1=(1,2,1),b_2=(2,3,4),b_3=(3,4,3)$.

10．已知二次型 $f(x_1,x_2,x_3)=x_1^2+x_2^2+5x_3^2+2ax_1x_2-2x_1x_3+4x_2x_3$ 是正定的，则 a 的取值为__________.

三、计算题（每小题 13 分，共 65 分）

得 分	

11．设 $D=\begin{vmatrix} 3 & -5 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & -5 \\ -1 & 3 & 1 & 3 \\ 2 & -4 & -1 & -3 \end{vmatrix}$，求 $2A_{11}-4A_{12}-A_{13}-3A_{14}$ 和 $M_{11}+M_{21}+M_{31}+M_{41}$ 的值. 其中 M_{ij}, A_{ij} 分别表示 D 中元素 a_{ij} 的余子式和代数余子式.

12．设矩阵 $A=\begin{pmatrix}\frac{1}{3} & 0 & 0\\ 0 & \frac{1}{4} & 0\\ 0 & 0 & \frac{1}{7}\end{pmatrix}$，矩阵 X 满足 $A^{-1}XA=6A+XA$，求矩阵 X .

13．设四元非齐次线性方程组的系数矩阵的秩为 3，a_1,a_2,a_3是该方程组的解向量，已知 $a_1=(2,0,5,-1),a_2+a_3=(1,\ 9,\ 8,\ 8)$，求该方程组的全部解.

答　题　勿　超　装　订　线

装　订　线

14．设三阶实对称矩阵 A 的特征值为 $1, 1, -1$，且属于特征值 1 的特征向量为 $a_1=(1, 1, 1), a_2=(2, 2, 1)$，求出 A 的属于特征值 -1 的特征向量，并求矩阵 A．

15.已知实二次型 $f(x_1, x_2, x_3)=2x_1^2+3x_2^2+3x_3^2+2ax_2x_3$ ，其中 $a>0$，经正交变换化成标准型 $y_1^2+2y_2^2+5y_3^2$，求 a 及相应的正交变换的矩阵.

线

答 题 勿 超 装 订 线

订

装

四、证明题（第 16 题 8 分，第 17 题 7 分，共 15 分）

得 分	

16．设矩阵 A 是 $m\times n$ 实矩阵，$B=lE+A^TA$，其中 l 为实数，证明：当 $l>0$ 时，B 是正定矩阵.

17．已知 A 为 n 阶矩阵 $(n\geq 2)$，若 $r(A)=n-1$，则 $r(A^*)=1$．其中 $r(A)$ 为 A 的秩.