院/系＿＿＿＿ 年级＿＿＿＿ 专业＿＿＿＿ 姓名＿＿＿＿ 学号＿＿＿＿

答题勿超装订线　装　订　线

安徽大学 2017—2018 学年第一学期

《高等数学 A（三)》（概率论与数理统计）考试试卷（A 卷）

（闭卷　　时间 120 分钟）

考场登记表序号＿＿＿＿＿＿

题 号	一	二	三	四	五	总分
得 分						
阅卷人						

一、 填空题（每小题 2 分，共 10 分）

得 分	

1．设 $P(A)=0.6$， $P(B)=0.4$， $P(A|B)=0.3$，则 $P(A|\overline{B})=$＿＿＿＿＿＿．

2．设随机变量 X 的概率密度函数 $f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{2\sqrt{x}}, & 0<x<1,\\ 0, & \text{其他}.\end{cases}$，$l$ 是 $(0,1)$ 内的一个实数，且满足

$P(X<l)=P(X>l)$，则 $l=$＿＿＿＿＿＿.

3．某人向同一目标独立重复射击，每次击中目标的概率为 $p(0<p<1)$，则此人第 4 次射击时恰好第 2 次命中目标的概率为＿＿＿＿＿＿．

4．设 X 与 Y 是两个独立同分布的随机变量，且 $P(X=0)=\dfrac{1}{3}$，$P(X=1)=\dfrac{2}{3}$，则 $Z=\min(X,Y)$ 的分布律为＿＿＿＿＿．

5．已知 $EX=2$， $EY=3$， $DX=4$， $DY=16$， $E(XY)=14$，则由切比雪夫不等式可得 $P(|3X-2Y|\le 3)\ge$＿＿＿＿＿＿.

得 分	

二、选择题（每小题 2 分，共 10 分）

6． 设 A 和 B 为随机事件，则 $P(A-B)=P(A)-P(B)$ 成立的充要条件是（　　）.

（A） $B\subset A$　　（B） $A=B$　　（C） $P(B-A)=0$　　（D） $P(A\overline{B})=0$

7．设 $F_1(x)$ 和 $F_2(x)$ 都是随机变量的分布函数，则为了使 $F(x)=aF_1(x)-bF_2(x)$ 是某随机变量的分布函数，在下列给定的各组数值中应取（　　）.

（A）$a=\frac{3}{5}$，$b=\frac{2}{5}$　（B）$a=\frac{2}{3}$，$b=-\frac{1}{3}$　（C）$a=-\frac{1}{2}$，$b=\frac{3}{2}$　（D）$a=\frac{1}{2}$，$b=-\frac{3}{2}$

8．设随机变量(X,Y)服从二维正态分布，且X与Y不相关，记$f(x,y)$表示(X,Y)的联合概率密度函数；$f_X(x), f_Y(x)$分别表示X，Y的边缘概率密度函数；$f_{X|Y}(x|y), f_{Y|X}(y|x)$分别表示$Y=y$条件下$X$的条件概率密度和$X=x$条件下$Y$的条件概率密度．考虑下列式子：

• $f(x,y)=f_X(x)f_Y(y)$；　， $f(x,y)=\frac{f_X(x)}{f_Y(y)}$；　$\boldsymbol{f}$ $f_{X|Y}(x|y)=f_X(x)$；　④ $f_{Y|X}(y|x)=f_Y(y)$．

其中正确的个数为（　　）.

（A）1 个　　（B） 2 个　　（C）3 个　　（D）4 个

9．设随机变量X和Y有相同且不为零的方差，则相关系数$r_{XY}=-1$的充要条件为（　　）.

（A）$Cov(X-Y,Y)=0$　　（B）$Cov(X-Y,X)=0$

（C）$Cov(X+Y,X-Y)=0$　　（D）$Cov(X+Y,Y)=0$

10．设$X_1,X_2,\mathbf{L},X_n,\mathbf{L}$是相互独立的随机变量序列且都服从区间$[0,\sqrt{3}]$上的均匀分布，记$\Phi(x)$为标准正态分布的分布函数，则（　　）.

（A）$\lim\limits_{n\to\infty}P\left(\frac{4\sum\limits_{i=1}^{n}X_i-2\sqrt{3}n}{n}\le x\right)=\Phi(x)$　　（B）$\lim\limits_{n\to\infty}P\left(\frac{2\sum\limits_{i=1}^{n}X_i-\sqrt{3}n}{\sqrt{n}}\le x\right)=\Phi(x)$

（C）$\lim\limits_{n\to\infty}P\left(\frac{\sum\limits_{i=1}^{n}X_i-\sqrt{3}n}{\sqrt{n}}\le x\right)=\Phi(x)$　　（D）$\lim\limits_{n\to\infty}P\left(\frac{\sum\limits_{i=1}^{n}X_i-\sqrt{3}}{\sqrt{n}}\le x\right)=\Phi(x)$

得 分	

三、分析计算题（每小题 13 分，共 65 分）

11．甲袋中有 3 件正品 2 件次品，乙袋中有 4 件正品 4 件次品．先从甲袋中任取两件产品放入乙袋，再从乙袋中任取 1 件产品．（1）求取出的该产品是正品的概率；（2）若已知从乙袋中取出的产品是正品，求从甲袋中取出的是一件正品、一件次品的概率．

12．设连续型随机变量 X 的概率密度函数为 $f(x)=Ce^{-|x|}$，$-\infty<x<+\infty$.
求：（1）常数 C 的值；（2） X 的分布函数 $F(x)$；（3） $Y=|X|$ 的概率密度函数.

13．袋中装有 5 个白球和 3 个红球，第一次从袋中任取一球，取后不放回，第二次从袋中任取两个球，用 X_i 表示第 i 次取到的白球数，$i=1,2$.
（1）求 (X_1,X_2) 的联合分布律；
（2）求事件 $\{X_1X_2=0\}$ 的概率；
（3）判断 X_1 与 X_2 是否相关，并说明理由.

14．已知二维随机变量(X,Y)在以点$(0,0)$，$(1,-1)$，$(1,1)$为顶点的三角形区域内服从均匀分布．求：（1）$f_Y(y)$；（2）$f_{X|Y}(x|y)$；（3）$P\left(X>\frac{1}{2}\middle|Y>0\right)$.

15． 设总体 X 的概率分布为

X	1	2	3
P	q^2	$2q(1-q)$	$(1-q)^2$

其中$q\,(0<q<1)$是未知参数．利用总体 X 的如下样本值 1、1、2、1、3、2，求q 的矩估计值和极大似然估计值．

得 分

四、应用题（每小题 10 分，共 10 分）

16．已知一种元件的寿命 $X\sim N(m,s^2)$，并根据规定其平均寿命为 1000 小时．现从中随机抽取 25 个元件，测得样本均值$\bar{x}=950$ 小时，样本标准差 $s=150$ 小时．

分别在下列两种情况：① 已知 $s=100$ 小时；② 未知 s 下，检验这批元件是否符合规定要求．$(a=0.05)$

（其中 $u_{0.05}=1.65$， $u_{0.025}=1.96$， $t_{0.05}(25)=1.7081$， $t_{0.05}(24)=1.7109$， $t_{0.025}(25)=2.0595$，$t_{0.025}(24)=2.0639$）

得 分	

五、证明题（每小题 5 分，共 5 分）

17．设总体 X 服从 $N(0,1)$，$\left(X_1, X_2, \mathbf{L}\, X_n\right)$ 是来自总体的简单随机样本，$\overline{X}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i$，$S^2=\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}\left(X_i-\overline{X}\right)^2$ 分别为样本均值和样本方差，记 $T=\overline{X}^2-\frac{1}{n}S^2$．

证明：$DT=\frac{2}{n(n-1)}$．