

安徽大学 2016—2017 学年第一学期

《高等数学 C (三) 》考试试卷 (A 卷)

(闭卷 时间 120 分钟)

考场登记表序号 _____

题 号	一	二	三	四	总分
得 分					
阅卷人					

一、单选题 (每小题 3 分, 共 15 分)

得 分	
-----	--

1. 设 A 表示事件“甲种产品畅销, 乙种产品滞销”, 则其对立事件为 \bar{A} 为 ().
- A. “甲种产品滞销, 乙种产品畅销” B. “甲、乙两种产品均畅销”
- C. “甲种产品滞销” D. “甲种产品滞销或乙种产品畅销”

2. 一批产品中有 5% 不合格品, 而合格品中一等品占 60%, 从这批产品中任取一件, 则该件产品是一等品的概率为 ().
- A. 0.20 B. 0.30 C. 0.38 D. 0.57

3. 设 X_1, X_2, \dots 为相互独立的随机变量序列, 且 $X_i (i=1, 2, \dots)$ 服从参数为 λ 的指数分布, 则必有 ().

- A. $\lim_{n \rightarrow \infty} P \left(\frac{\sum_{i=1}^n X_i - \lambda}{n\lambda} \leq x \right) = \Phi(x)$
- B. $\lim_{n \rightarrow \infty} P \left(\frac{\sum_{i=1}^n X_i - \lambda}{\sqrt{n\lambda}} \leq x \right) = \Phi(x)$
- C. $\lim_{n \rightarrow \infty} P \left(\frac{\sum_{i=1}^n X_i - \lambda}{\sqrt{n}} \leq x \right) = \Phi(x)$
- D. $\lim_{n \rightarrow \infty} P \left(\frac{\lambda \sum_{i=1}^n X_i - n}{\sqrt{n}} \leq x \right) = \Phi(x)$

4. 已知随机变量 X 的概率密度为 $f_X(x)$, 令 $Y = -2X$, 则 Y 的概率密度 $f_Y(y)$ 为 ().

- A. $2f_X(-2y)$ B. $f_X(-\frac{y}{2})$
- C. $-\frac{1}{2}f_X(-\frac{y}{2})$ D. $\frac{1}{2}f_X(-\frac{y}{2})$

5. 样本 X_1, X_2, \dots, X_n 取自总体 X , 且 $E(X) = \mu, D(X) = \sigma^2$, 则 () 是总体方差 σ^2 的无偏估计.

A. $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n-1} (X_i - \bar{X})^2$

B. $\frac{1}{n-1} \sum_{i=2}^n (X_i - \bar{X})^2$

C. $\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n-1} (X_i - \bar{X})^2$

D. $\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$

二、填空题 (每小题 3 分, 共 15 分)

得分	
----	--

6. 设 X 在 $(0, 5)$ 上服从均匀分布, 则方程 $4x^2 + 4Xx + X + 2 = 0$ 有实根的概率为_____.

7. 设随机变量 X 的分布律为 $P(X = k) = C \frac{\lambda^k}{k!}$ ($k = 1, 2, \dots$), 其中 λ 为大于零的常数, 则 $C =$ _____.

8. 设随机变量 X 和 Y 的数学期望分别为 -2 和 2 , 方差分别为 1 和 4 , 而相关系数为 -0.5 , 利用切比雪夫不等式, 估计 $P(|X + Y| \geq 6) \leq$ _____.

9. 设 X_1, X_2, \dots, X_n 是来自总体 $N(0, 1)$ 的样本, 则 $\frac{X_2^2 + \dots + X_n^2}{(n-1)X_1^2} \sim$ _____分布 (标注自由度).

10. 设总体服从正态分布 $N(\mu, 1)$, 从中抽取容量为 16 的样本, u_α 是标准正态分布的上侧 α 分位数, 则 μ 的置信度为 0.95 的置信区间长度是_____.
($\Phi(1.96) = 0.975, \Phi(1.65) = 0.95$).

三、计算题 (每小题 10 分, 共 60 分)

得分	
----	--

11. 某批产品中, 甲、乙、丙三个车间生产的产品分别占 20% 、 35% 、 45% , 各车间产品的次品率分别为 5% 、 2% 、 4% , 现从中任取一件.

(1) 求取到的是次品的概率;

(2) 若已知取到的是次品, 求它是甲车间生产的概率.

12. 设10件产品中恰好有2件次品，现在接连进行不放回抽样. 每次抽一件，直到取到正品为止. 求：

- (1) 抽取次数 X 的分布列；
- (2) X 的分布函数；
- (3) $P(X=3.5)$, $P(X > -2)$, $P(1 < X < 3)$.

13. 设随机变量 X 的分布函数为

$$F(x) = \begin{cases} A - (1+x)e^{-x}, & x \geq 0, \\ 0 & , x < 0. \end{cases}$$

- (1) 求常数 A ；
- (2) 求 X 的密度函数 $p(x)$ ；
- (3) 求 $P(X \leq 1)$.

14. 已知随机变量 $X \sim N(2, \sigma^2)$ ，且 $P(1 < X < 3) = 0.6826$ ．求 $P(|X - 1| \leq 2)$ ．
(注： $\Phi(1) = 0.8413, \Phi(2) = 0.9773, \Phi(3) = 0.99865$)

15. 假设随机变量 U 在区间 $[-2, 2]$ 上服从均匀分布，随机变量

$$X = \begin{cases} -1, & U \leq -1 \\ 1, & U > -1 \end{cases} \quad Y = \begin{cases} -1, & U \leq 1 \\ 1, & U > 1. \end{cases}$$

- (1) 求 X 和 Y 的联合概率分布；
(2) 求 $D(X + Y)$ ．

16. 设二维随机变量 (X, Y) 具有概率密度

$$p(x, y) = \begin{cases} ke^{-(2x+3y)}, & x > 0, y > 0 \\ 0, & \text{其他.} \end{cases}$$

- (1) 求常数 k ;
- (2) 判别 X, Y 是否独立, 并说明理由;
- (3) 求 $P(0 \leq X \leq 2, 0 \leq Y \leq 1)$.

四、解答题（每小题 10 分，共 10 分）

得 分	
-----	--

17. 设总体 X 具有几何分布，分布列为：

$$P(X=k)=(1-p)^{k-1}p \quad (k=1,2,\cdots; 0<p<1)$$

(1) 求 p 的矩估计；

(2) 求 p 的最大似然估计.