安徽大学2017-2018学年第二学期
《线性代数B》期末考试试卷（A卷）

（闭卷　时间120分钟）

考场登记表序号 ____________

题号	一	二	三	四	总分
得分					
阅卷人					

院/系________ 年级________ 专业________ 姓名________ 学号________

答 题 勿 超 装 订 线

装 订 线

一、填空题 (本题共五小题，每小题3分，共15分)

得分	

1. 设A为3阶矩阵，且行列式$|A|=3$，则行列式$|\frac{1}{2}A^{-1}|=$ ____________.

2. 设矩阵$A=\begin{pmatrix}1&0&1&-1\\1&2&3&3\\1&1&2&1\end{pmatrix}$. 则$A$的秩为________________.

3. 设A为4×3矩阵，将A的第3列乘以(-4)加到第1列相当于A的______（填“左”或“右”）边乘以初等矩阵______________________.

4. 设$\mathbb{R}^3$中向量组$\alpha_1=(1,1,1),\alpha_2=(1,2,3),\alpha_3=(3,4,a)$线性相关. 则$a=$ ________.

5. 设3阶矩阵A的特征值分别为$-1,1,2$. 若矩阵$B=A^2-2A+2E$, 其中E是3阶单位阵，则行列式$|B|=$ __________.

二、选择题 (本题共五小题，每小题3分，共15分)

得分	

6. 设A,B均是n阶可逆阵，则分块矩阵$\begin{pmatrix}0&A\\B&0\end{pmatrix}$的逆为 (　　)

(A) $\begin{pmatrix}0&A^{-1}\\B^{-1}&0\end{pmatrix}$.　　(B) $\begin{pmatrix}0&B^{-1}\\A^{-1}&0\end{pmatrix}$.

(C) $\begin{pmatrix}A^{-1}&0\\0&B^{-1}\end{pmatrix}$.　　(D) $\begin{pmatrix}B^{-1}&0\\0&A^{-1}\end{pmatrix}$.

7. 设A是$n\times n$矩阵. 则下列条件中是行列式$|A|\neq 0$的充分必要条件的是 ( )

① A的行向量组线性无关；② A可逆；③ A的秩为n；④ $|A^*|\neq 0$；
⑤ 0是矩阵A的特征值；⑥ 非齐次线性方程组$AX=\beta$有解.

(A) ①②③④ . (B) ①②③⑤. (C) ①②④⑤. (D) ①③④⑥.

8. 设向量空间P^n中，向量组$\alpha_1,\cdots,\alpha_r$可由向量组$\beta_1,\cdots,\beta_s$线性表出，且$\alpha_1,\cdots,\alpha_r$线性无关. 则必有 ( )

(A) $r<s$. (B) $r\leq s$. (C) $r>s$. (D) $r\geq s$.

9. 设A是可逆矩阵，且A与B相似. 则下列结论**错误**的是 ( )

(A) A^T与B^T一定相似. (B) A^{-1}与B^{-1}一定相似.
(C) $A+A^T$与$B+B^T$一定相似. (D) $A+A^{-1}$与$B+B^{-1}$一定相似

10. 设A是n阶实对称阵. 下列条件中，**不是**“A是正定阵”的充分必要条件是 ( )

(A) A的所有特征值大于零. (B) A的所有顺序主子式大于零.

(C) A合同于n阶单位阵. (D) $|A|>0$.

三、计算题 (本题共六小题，第11-15题每题10分，第16题15分，共65分)

得分	

11. 计算n阶行列式$D=\begin{vmatrix} 2+x_1 & x_2 & \cdots & x_n \\ x_1 & 2+x_2 & \cdots & x_n \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ x_1 & x_2 & \cdots & 2+x_n \end{vmatrix}$.

12. 设矩阵$A=\begin{pmatrix}1&2&1&1\\2&3&4&8\\3&4&9&27\\4&1&16&64\end{pmatrix}$, $|A|$是A的行列式，A_{ij}为a_{ij}的代数余子式 $(i,j=1,2,3,4)$. 求$A_{12}+A_{22}+A_{32}+A_{42}$.

13. 设矩阵$A=\begin{pmatrix}1&-1&1\\2&-1&1\\-1&1&0\end{pmatrix}$，且$AB-2A=E$, 其中$E$为3阶单位阵. 求矩阵$B$.

14. 已知线性方程组$\begin{cases} x_1+\ \ x_2+ax_3=1, \\ x_1+ax_2+ax_3=3, \\ ax_1+\ \ x_2+\ \ x_3=-3 \end{cases}$ 有无穷多解. 求a的值, 以及该方程组的通解.

15. 求向量组$\alpha_1=(1,2,-1,1)$, $\alpha_2=(2,3,-3,1)$, $\alpha_3=(-1,-1,2,0)$, $\alpha_4=(1,3,1,3)$, $\alpha_5=(-1,2,3,1)$的极大无关组与秩.

16. 设实二次型$f(x_1,x_2,x_3)=2x_1^2+2x_2^2+2x_3^2-2x_1x_2-2x_1x_3-2x_2x_3$.

(1) 写出该二次型的矩阵A，并求A的特征值与特征向量.

(2) 求正交线性替换$X=QY$，将该二次型化为标准形.

四、证明题(本题共5分)

得分	

17. 设A是n阶正交矩阵, λ_0为A的实特征值. 证明：$\lambda_0 = \pm 1$.