

×4 单层加性 FCNN 示意图, 拓扑结构为半径 $r=1$ 的矩形邻域.

在数学形态学中, 4 个基本算子是: 腐蚀算子(erosion)、膨胀算子(dilation)、开算子(opening)、闭算子(closing). 其中, 腐蚀算子和膨胀算子是基础, 其它算子可以分解为它们的组合. 设结构元为 S , 输入图像为 X , 输出图像为 Y , 则腐蚀算子和膨胀算子 FCNN 实现的参数模板为^[5]:

腐蚀算子($Y=X \ominus S$): $A=0, B=0, A_{\text{fmin}}=\text{未定义}, A_{\text{fmax}}=\text{未定义}, B_{\text{fmin}}=-S, B_{\text{fmax}}=\text{未定义}, R_x=1, I=0, u=X, x_0=\text{任意}, y=Y$;

膨胀算子($Y=X \oplus S$): $A=0, B=0, A_{\text{fmin}}=\text{未定义}, A_{\text{fmax}}=\text{未定义}, B_{\text{fmin}}=\text{未定义}, B_{\text{fmax}}=S, R_x=1, I=0, u=X, x_0=\text{任意}, y=Y$;

这里 S_D 是 S 的中心对称变换. 电容参数 C 可根据实际需要调节, 一般地使 τ_{FCNN} 的数量级在 10^{-9}s , 以保证实时图像处理的需要. 开算子和闭算子可由下述复合算子得到:

开算子: $X \circ S = (X \ominus S) \oplus S$;

闭算子: $X \cdot S = (X \oplus S) \ominus S$;

在形态学重构算法的实现中, 使用双输入层 FCNN 来实现图像的模糊逻辑运算^[5,6]. 每一输入层表示一个图像, 层间用模糊逻辑“与”(min)、“或”(max)连接, 则细胞状态方程变为:

模糊与($u_1 \tilde{\wedge} u_2$): $C \dot{x}_{ij} = -x_{ij} + \min(u_{ij1}, u_{ij2})$;

模糊或($u_1 \tilde{\vee} u_2$): $C \dot{x}_{ij} = -x_{ij} + \max(u_{ij1}, u_{ij2})$;

3 无噪声环境 FCNN 汉字提取

这时待处理的是一灰度图像, 由于不存在噪声污染, 汉字和背景很容易分离开来而形成二值图像. 我们将用一门限(threshold)FCNN 来实现灰度图像的二值化. 接着, 利用形态学二值重构 FCNN 来实现汉字提取. 下面是有关形态学二值重构的定义:

定义 1. 最短距离膨胀(geodesic dilation)^[5]. 设 X 为二值图像, 其标识图像(marker) $J \subseteq X$, 则一阶最短距离膨胀定义为:

$$\tilde{D}_X^{(1)}(J) = (J \oplus S) \cap X; \quad (4)$$

n 阶最短距离膨胀定义为:

$$\tilde{D}_X^{(n)}(J) = \underbrace{\tilde{D}_X^{(1)} \circ \tilde{D}_X^{(1)} \circ \dots \circ \tilde{D}_X^{(1)}}_{n \text{ times}}(J); \quad (5)$$

算法 1. 形态学二值重构^[5]. 设 X 为二值图像, 其标识图像(marker) $J \subseteq X$, 于是, J 所标识的 X 的连通域可由反复迭代最短距离膨胀直至稳定而重构出来:

$$\tilde{R}_X(J) = \bigcup_{n \geq 1} \tilde{D}_X^{(n)}(J); \quad (6)$$

当我们以 -1 表示背景值, 1 表示前景值, 上面的集合交、并可由模糊与、或来实现.

下面的伪代码描述了无噪声环境下汉字提取的 FCNN 算法程序:

Begin

$Y = \text{Threshold}(X, z)$; // 门限 FCNN: X 是待处理的灰度图像, z 是门限. X 中大于 z 的像素将被置 1, 其它则为 -1. 其实现见下面.

$Z = \tilde{R}_Y(J)$; // 形态学二值重构.

End.

Function $Y = \text{Threshold}(X, z)$

{ $A=2, B=0, A_{\text{fmax}}=A_{\text{fmin}}=B_{\text{fmax}}=B_{\text{fmin}}=\text{未定义}, R_x=1, I=z, u=\text{任意}, x_0=X, y=Y$ };

图 2 列出了仿真结果. 图 2(a) 是摄自《兰亭序》(唐神龙本) 的片段, 其中含有待提取的“悟”字, 这是一幅不含腐蚀噪声的图像; 图 2(b) 是门限 FCNN 二值化图像, 这里取门限 0.6; 图 2(c) 是标识图像 J , 由于该字由 3 个连通域组成, 至少要在每个连通域选择一个标识点, 为加快速度可以选择更多的点(这里是 18 个斑点块); 图 2(d) 是经 5 次迭代后重构的结果, 这里的结构元选择的是 5×5 阶零矩阵.