

Roll No.
रोल नं.

--	--	--	--	--	--

Candidates must write the Code on the title page of the answer-book.
विद्यार्थी उत्तर-पुस्तिका के मुख पृष्ठ पर कोड नं. अवश्य लिखें।

- Please check that this question paper contains **8** printed pages.
- Code number given on the right hand side of the question paper should be written on the title page of the answer-book by the candidate.
- Please check that this question paper contains **29** questions.
- **Please write down the serial number of the question before attempting it.**
- 15 Minutes time has been allotted to read this question paper. The question paper will be distributed at 10.15 a.m. From 10.15 a.m. to 10.30 a.m., the student will read the question paper only and will not write any answer on the answer script during this period.
- कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न पत्र में मुद्रित पृष्ठ **8** हैं।
- प्रश्न-पत्र में दाहिने हाथ की ओर दिए गए कोड नम्बर को छात्र उत्तर-पुस्तिका के मुख-पृष्ठ पर लिखें।
- कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में **29** प्रश्न हैं।
- कृपया प्रश्न का उत्तर लिखना शुरू करने से पहले प्रश्न का क्रमांक अवश्य लिखें।
- इस प्रश्न-पत्र को पढ़ने के लिए 15 मिनट का समय दिया गया है। प्रश्न-पत्र का वितरण पूर्वाहन में 10.15 बजे किया जायेगा। 10.15 बजे से 10.30 बजे तक छात्र केवल प्रश्न-पत्र को पढ़ेंगे और इस अवधि के दौरान वे उत्तर-पुस्तिका पर कोई उत्तर नहीं लिखेंगे।

MATHEMATICS

गणित

Time allowed : 3 hours]

निर्धारित समय : 3 घण्टे]

[Maximum marks : 100

[अधिकतम अंक : 100

General Instructions :

- (i) All questions are compulsory.
- (ii) The question paper consists of 29 questions divided into three Sections A, B and C. Section A comprises of 10 questions of one mark each, Section B comprises of 12 questions of four marks each and Section C comprises of 7 questions of six marks each.
- (iii) All questions in Section A are to be answered in one word, one sentence or as per the exact requirement of the question.
- (iv) There is no overall choice. However, internal choice has been provided in 4 questions of four marks each and 2 questions of six marks each. You have to attempt only one of the alternatives in all such questions.
- (v) Use of calculators is not permitted.

सामान्य निर्देश :

पृष्ठा : 280

- (i) सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।
- (ii) इस प्रश्न-पत्र में 29 प्रश्न हैं जो तीन खण्डों में विभाजित हैं : अ, ब, तथा स। खण्ड अ में 10 प्रश्न हैं जिनमें से प्रत्येक एक अंक का है। खण्ड ब में 12 प्रश्न हैं जिनमें से प्रत्येक चार अंक का है। खण्ड स में 7 प्रश्न हैं जिनमें से प्रत्येक छः अंक का है।
- (iii) खण्ड अ में सभी प्रश्नों के उत्तर एक शब्द, एक वाक्य अथवा प्रश्न की आवश्यकता अनुसार दिए जा सकते हैं।
- (iv) पूर्ण प्रश्न पत्र में विकल्प नहीं हैं। फिर भी चार अंकों वाले 4 प्रश्नों में तथा छः अंकों वाले 2 प्रश्नों में आन्तरिक विकल्प हैं। ऐसे सभी प्रश्नों में से आपको एक ही विकल्प करना है।
- (v) कैलकुलेटर के प्रयोग की अनुमति नहीं है।

SECTION – A

खण्ड - अ

Question numbers 1 to 10 carry one mark each.

प्रश्न संख्या 1 से 10 तक प्रत्येक प्रश्न एक अंक का है।

1. Find the projection of \vec{a} on \vec{b} if $\vec{a} \cdot \vec{b} = 8$ and $\vec{b} = 2\hat{i} + 6\hat{j} + 3\hat{k}$.
 \vec{a} का \vec{b} पर प्रक्षेप ज्ञात कीजिए जबकि $\vec{a} \cdot \vec{b} = 8$ तथा $\vec{b} = 2\hat{i} + 6\hat{j} + 3\hat{k}$ है।
2. Write a unit vector in the direction of $\vec{a} = 2\hat{i} - 6\hat{j} + 3\hat{k}$.
 सदिश $\vec{a} = 2\hat{i} - 6\hat{j} + 3\hat{k}$ की दिशा में एक मात्रक सदिश लिखिए।
3. Write the value of p for which $\vec{a} = 3\hat{i} + 2\hat{j} + 9\hat{k}$ and $\vec{b} = \hat{i} + p\hat{j} + 3\hat{k}$ are parallel vectors.
 p का मान लिखिए जिसके लिए $\vec{a} = 3\hat{i} + 2\hat{j} + 9\hat{k}$ तथा $\vec{b} = \hat{i} + p\hat{j} + 3\hat{k}$ समांतर सदिश हैं।
4. If matrix $A = (1 \ 2 \ 3)$, write AA' , where A' is the transpose of matrix A.
 यदि आव्यूह $A = (1 \ 2 \ 3)$ है तो आव्यूह AA' लिखिए जहाँ A' , आव्यूह A का परिवर्त्त है।

5. Write the value of the determinant $\begin{vmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 8 \\ 6x & 9x & 12x \end{vmatrix}$

सारणिक $\begin{vmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 8 \\ 6x & 9x & 12x \end{vmatrix}$ का मान लिखिए।

6. Using principal value, evaluate the following :

$$\sin^{-1} \left(\sin \frac{3\pi}{5} \right)$$

मुख्य मान का प्रयोग कर निम्न का मान ज्ञात कीजिए।

$$\sin^{-1} \left(\sin \frac{3\pi}{5} \right)$$

7. Evaluate : $\int \frac{\sec^2 x}{3 + \tan x} dx.$

मान ज्ञात कीजिए : $\int \frac{\sec^2 x}{3 + \tan x} dx.$

8. If $\int_0^1 (3x^2 + 2x + k) dx = 0$, find the value of k.

यदि $\int_0^1 (3x^2 + 2x + k) dx = 0$ है, तो k का मान ज्ञात कीजिए।

9. If the binary operation * on the set of integers Z, is defined by $a * b = a + 3b^2$, then find the value of $2 * 4$.

यदि द्विआधारी संक्रिया * पूर्णांकों के समुच्चय Z पर इस प्रकार परिभाषित है कि $a * b = a + 3b^2$ है, तो $2 * 4$ का मान ज्ञात कीजिए।

10. If A is an invertible matrix of order 3 and $|A| = 5$, then find $|\text{adj. } A|$.

यदि A एक व्युत्क्रमणीय आव्यूह है जिसकी कोटि 3 है, तथा $|A| = 5$ है तो $|\text{adj. } A|$ ज्ञात कीजिए।

SECTION - B

खण्ड - ब

Question number 11 to 22 carry 4 marks each.

प्रश्न संख्या 11 से 22 तक प्रत्येक प्रश्न 4 अंक का है।

11. If $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{c} \times \vec{d}$ and $\vec{a} \times \vec{c} = \vec{b} \times \vec{d}$, show that $\vec{a} - \vec{d}$ is parallel to $\vec{b} - \vec{c}$, where $\vec{a} \neq \vec{d}$ and $\vec{b} \neq \vec{c}$.

यदि $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{c} \times \vec{d}$ तथा $\vec{a} \times \vec{c} = \vec{b} \times \vec{d}$ है, तो दर्शाइए कि $\vec{a} - \vec{d}$ तथा $\vec{b} - \vec{c}$, समांतर सदिश हैं, जबकि $\vec{a} \neq \vec{d}$ तथा $\vec{b} \neq \vec{c}$ है।

12. Prove that : $\sin^{-1}\left(\frac{4}{5}\right) + \sin^{-1}\left(\frac{5}{13}\right) + \sin^{-1}\left(\frac{16}{65}\right) = \frac{\pi}{2}$

OR

Solve for x : $\tan^{-1}3x + \tan^{-1}2x = \frac{\pi}{4}$

सिद्ध कीजिए कि : $\sin^{-1}\left(\frac{4}{5}\right) + \sin^{-1}\left(\frac{5}{13}\right) + \sin^{-1}\left(\frac{16}{65}\right) = \frac{\pi}{2}$

अथवा

x के लिए हल कीजिए : $\tan^{-1}3x + \tan^{-1}2x = \frac{\pi}{4}$

13. Find the value of λ so that the lines

$$\frac{1-x}{3} = \frac{7y-14}{2\lambda} = \frac{5z-10}{11} \text{ and } \frac{7-7x}{3\lambda} = \frac{y-5}{1} = \frac{6-z}{5}$$

are perpendicular to each other.

λ का मान ज्ञात कीजिए जिसके लिए रेखाएँ $\frac{1-x}{3} = \frac{7y-14}{2\lambda} = \frac{5z-10}{11}$ तथा $\frac{7-7x}{3\lambda} = \frac{y-5}{1} = \frac{6-z}{5}$ परस्पर लंबवत् हों।

14. Solve the following differential equation :

$$\frac{dy}{dx} + y = \cos x - \sin x.$$

निम्न अवकल समीकरण को हल कीजिए।

$$\frac{dy}{dx} + y = \cos x - \sin x.$$

15. Find the particular solution, satisfying the given condition, for the following differential equation :

$$\frac{dy}{dx} - \frac{y}{x} + \operatorname{cosec}\left(\frac{y}{x}\right) = 0; y = 0 \text{ when } x = 1.$$

निम्न अवकल समीकरण के लिए दिए हुए प्रतिबंध को संतुष्ट करने वाला विशिष्ट हल ज्ञात कीजिए।

$$\frac{dy}{dx} - \frac{y}{x} + \operatorname{cosec}\left(\frac{y}{x}\right) = 0; y = 0 \text{ जब } x = 1.$$

16. By using properties of determinants, prove the following :

$$\begin{vmatrix} x+4 & 2x & 2x \\ 2x & x+4 & 2x \\ 2x & 2x & x+4 \end{vmatrix} = (5x+4)(4-x)^2.$$

सारणिकों के गुणधर्मों का प्रयोग करके निम्न को सिद्ध कीजिए :

$$\begin{vmatrix} x+4 & 2x & 2x \\ 2x & x+4 & 2x \\ 2x & 2x & x+4 \end{vmatrix} = (5x+4)(4-x)^2.$$

17. A die is thrown again and again until three sixes are obtained. Find the probability of obtaining the third six in the sixth throw of the die.

एक पासे को बार-बार तब तक उछाला जाता है जब तक कि उस पर 6 का अंक तीन बार प्राप्त नहीं हो जाता । इसकी प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि पासे पर तीसरा 6 का अंक उसे छठी बार उछालने पर प्राप्त होता है ।

18. Differentiate the following function w.r.t. x :

$$x^{\sin x} + (\sin x)^{\cos x}$$

निम्न फलन का x के सापेक्ष अवकलन कीजिए :

$$x^{\sin x} + (\sin x)^{\cos x}$$

19. Evaluate : $\int \frac{e^x}{\sqrt{5 - 4 e^x - e^{2x}}} dx.$

OR

$$\text{Evaluate : } \int \frac{(x-4)e^x}{(x-2)^3} dx.$$

$$\text{मान ज्ञात कीजिए : } \int \frac{e^x}{\sqrt{5 - 4 e^x - e^{2x}}} dx.$$

अथवा

$$\text{मान ज्ञात कीजिए : } \int \frac{(x-4)e^x}{(x-2)^3} dx.$$

20. Prove that the relation R in the set $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ given by $R = \{ (a, b) : |a - b| \text{ is even}\}$, is an equivalence relation.

सिद्ध कीजिए कि $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ में, $R = \{ (a, b) : |a - b| \text{ सम है}\}$ द्वारा प्रदत्त संबंध R एक तुल्यता संबंध है ।

21. Find $\frac{dy}{dx}$ if $(x^2 + y^2)^2 = xy$.

OR

If $y = 3 \cos(\log x) + 4 \sin(\log x)$, then show that $x^2 \cdot \frac{d^2y}{dx^2} + x \frac{dy}{dx} + y = 0$

यदि $(x^2 + y^2)^2 = xy$ हो तो $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए।

अथवा

यदि $y = 3 \cos(\log x) + 4 \sin(\log x)$ है, तो दर्शाइए कि $x^2 \cdot \frac{d^2y}{dx^2} + x \frac{dy}{dx} + y = 0$

22. Find the equation of the tangent to the curve $y = \sqrt{3x - 2}$ which is parallel to the line $4x - 2y + 5 = 0$.

OR

Find the intervals in which the function f given by $f(x) = x^3 + \frac{1}{x^3}$, $x \neq 0$ is

(i) increasing (ii) decreasing.

वक्र $y = \sqrt{3x - 2}$ की उस स्पर्श रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिए जो रेखा $4x - 2y + 5 = 0$ के समांतर है।

अथवा

अंतराल ज्ञात कीजिए जिन पर फलन f जो $f(x) = x^3 + \frac{1}{x^3}$, $x \neq 0$ से प्रदत्त है, (i) वर्धमान है (ii) हासमान है।

SECTION – C

खण्ड - स

Question number 23 to 29 carry 6 marks each.

प्रश्न संख्या 23 से 29 तक प्रत्येक प्रश्न 6 अंक का है।

23. Find the volume of the largest cylinder that can be inscribed in a sphere of radius r .

OR

A tank with rectangular base and rectangular sides, open at the top is to be constructed so that its depth is 2 m and volume is 8 m^3 . If building of tank costs Rs. 70 per sq. metre for the base and Rs. 45 per sq. metre for sides, what is the cost of least expensive tank?

उस बड़े से बड़े बेलन का आयतन ज्ञात कीजिए जो r त्रिज्या वाले एक गोले के अन्तर्गत बनाया जा सकता है।

अथवा

आयताकार आधार व आयताकार दीवारों की 2 मी. गहरी और 8 m^3 आयतन की एक बिना ढक्कन की टंकी का निर्माण करना है। यदि टंकी के निर्माण में आधार के लिए 70 रु. प्रति वर्गमीटर और दीवारों पर 45 रु. प्रति वर्गमीटर व्यय आता है तो निम्नतम खर्च से बनी टंकी की लागत क्या है?

24. A diet is to contain at least 80 units of Vitamin A and 100 units of minerals. Two foods F_1 and F_2 are available. Food F_1 costs Rs. 4 per unit and F_2 costs Rs. 6 per unit. One unit of food F_1 contains 3 units of Vitamin A and 4 units of minerals. One unit of food F_2 contains 6 units of Vitamin A and 3 units of minerals. Formulate this as a linear programming problem and find graphically the minimum cost for diet that consists of mixture of these two foods and also meets the minimal nutritional requirements.

एक भोज्य पदार्थ में कम से कम 80 मात्रक विटामिन A और 100 मात्रक खनिज होना चाहिए। दो प्रकार के भोज्य F_1 और F_2 उपलब्ध हैं। भोज्य F_1 की लागत 4 रु. प्रति मात्रक और F_2 की लागत 6 रु. प्रति मात्रक है। भोज्य F_1 की एक इकाई में 3 मात्रक विटामिन A और 4 मात्रक खनिज है। F_2 की प्रति इकाई में 6 मात्रक विटामिन A और 3 मात्रक खनिज हैं। इसको एक रैखिक प्रोग्रामन समस्या के रूप में सूत्रबद्ध कीजिए। आलेख द्वारा उस आहार का न्यूनतम मूल्य ज्ञात कीजिए, जिसमें इन दो भोज्यों का मिश्रण है और उसमें न्यूनतम आवश्यक पोषक तत्व हैं।

25. Three bags contain balls as shown in the table below :

Bag	Number of White balls	Number of Black balls	Number of Red balls
I	1	2	3
II	2	1	1
III	4	3	2

A bag is chosen at random and two balls are drawn from it. They happen to be white and red. What is the probability that they came from the III bag ?

तीन थैलों में गेंदों की संख्या निम्न तालिका में दी है :

थैला	सफेद गेंदों की संख्या	काली गेंदों की संख्या	लाल गेंदों की संख्या
I	1	2	3
II	2	1	1
III	4	3	2

एक थैला यादृच्छया चुना गया तथा उसमें से दो गेंदें निकाली गईं। वह सफेद तथा लाल रंग की पायी गयीं। प्रायिकता क्या है कि वह III थैले में से ली गयी थी?

26. Using matrices, solve the following system of equations :

$$2x - 3y + 5z = 11$$

$$3x + 2y - 4z = -5$$

$$x + y - 2z = -3$$

आव्यूहों का प्रयोग करके निम्न समीकरण निकाय को हल कीजिए :

$$2x - 3y + 5z = 11$$

$$3x + 2y - 4z = -5$$

$$x + y - 2z = -3$$

27. Evaluate : $\int_0^{\pi} \frac{e^{\cos x}}{e^{\cos x} + e^{-\cos x}} dx$

OR

Evaluate : $\int_0^{\pi/2} (2 \log \sin x - \log \sin 2x) dx$

मान ज्ञात कीजिए : $\int_0^{\pi} \frac{e^{\cos x}}{e^{\cos x} + e^{-\cos x}} dx$

अथवा

मान ज्ञात कीजिए : $\int_0^{\pi/2} (2 \log \sin x - \log \sin 2x) dx$

28. Using the method of integration, find the area of the region bounded by the lines

$$2x + y = 4, 3x - 2y = 6 \text{ and } x - 3y + 5 = 0$$

समाकलन विधि का प्रयोग करते हुए रेखाओं

$$2x + y = 4, 3x - 2y = 6 \text{ तथा } x - 3y + 5 = 0$$

से घेरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

29. Find the equation of the plane passing through the point $(-1, 3, 2)$ and perpendicular to each of the planes $x + 2y + 3z = 5$ and $3x + 3y + z = 0$.

बिन्दु $(-1, 3, 2)$ से होकर जाने वाले उस समतल का समीकरण ज्ञात कीजिए जो समतलों $x + 2y + 3z = 5$ तथा $3x + 3y + z = 0$ में से प्रत्येक पर लम्ब हो।

Roll No.

रोल नं.

Candidates must write the Code on the title page of the answer-book.
परीक्षार्थी कोड को उत्तर-पुस्तिका के मुख-पृष्ठ पर अवश्य लिखें।

- Please check that this question paper contains **12** printed pages.
- Code number given on the right hand side of the question paper should be written on the title page of the answer-book by the candidate.
- Please check that this question paper contains **29** questions.
- **Please write down the Serial Number of the question before attempting it.**
- 15 minutes time has been allotted to read this question paper. The question paper will be distributed at 10.15 a.m. From 10.15 a.m. to 10.30 a.m., the student will read the question paper only and will not write any answer on the answer script during this period.
- कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में मुद्रित पृष्ठ **12** हैं।
- प्रश्न-पत्र में दाहिने हाथ की ओर दिए गए कोड नम्बर को छात्र उत्तर-पुस्तिका के मुख-पृष्ठ पर लिखें।
- कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में **29** प्रश्न हैं।
- कृपया प्रश्न का उत्तर लिखना शुरू करने से पहले, प्रश्न का क्रमांक अवश्य लिखें।
- इस प्रश्न-पत्र को पढ़ने के लिए 15 मिनट का समय दिया गया है। प्रश्न-पत्र का वितरण पूर्वाह्न में 10.15 बजे किया जायेगा। 10.15 बजे से 10.30 बजे तक छात्र केवल प्रश्न-पत्र को पढ़ेंगे और इस अवधि के दौरान वे उत्तर-पुस्तिका पर कोई उत्तर नहीं लिखेंगे।

MATHEMATICS

गणित

Time allowed : 3 hours

निर्धारित समय : 3 घण्टे

Maximum Marks : 100

अधिकतम अंक : 100

General Instructions :

- (i) All questions are compulsory.
- (ii) The question paper consists of 29 questions divided into three sections A, B and C. Section A comprises of 10 questions of one mark each, Section B comprises of 12 questions of four marks each and Section C comprises of 7 questions of six marks each.
- (iii) All questions in Section A are to be answered in one word, one sentence or as per the exact requirement of the question.
- (iv) There is no overall choice. However, internal choice has been provided in 4 questions of four marks each and 2 questions of six marks each. You have to attempt only one of the alternatives in all such questions.
- (v) Use of calculators is not permitted.

सामान्य निर्देश :

- (i) सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।
- (ii) इस प्रश्न पत्र में 29 प्रश्न हैं जो तीन खण्डों में विभाजित हैं : अ, ब तथा स । खण्ड अ में 10 प्रश्न हैं जिनमें से प्रत्येक एक अंक का है । खण्ड ब में 12 प्रश्न हैं जिनमें से प्रत्येक चार अंक का है । खण्ड स में 7 प्रश्न हैं जिनमें से प्रत्येक छः अंक का है ।
- (iii) खण्ड अ में सभी प्रश्नों के उत्तर एक शब्द, एक वाक्य अथवा प्रश्न की आवश्यकता अनुसार दिए जा सकते हैं।
- (iv) पूर्ण प्रश्न पत्र में विकल्प नहीं हैं। फिर भी चार अंकों वाले 4 प्रश्नों में तथा छः अंकों वाले 2 प्रश्नों में आन्तरिक विकल्प हैं। ऐसे सभी प्रश्नों में से आपको एक ही विकल्प करना है।
- (v) कैलकुलेटर के प्रयोग की अनुमति नहीं है।

SECTION A

खण्ड अ

Questions number 1 to 10 carry 1 mark each.

प्रश्न संख्या 1 से 10 तक प्रत्येक प्रश्न 1 अंक का है।

1. Find the value of x , if

$$\begin{pmatrix} 3x+y & -y \\ 2y-x & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -5 & 3 \end{pmatrix}.$$

x का मान ज्ञात कीजिए यदि

$$\begin{pmatrix} 3x+y & -y \\ 2y-x & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -5 & 3 \end{pmatrix}.$$

2. Let * be a binary operation on N given by $a * b = \text{HCF}(a, b)$, $a, b \in N$. Write the value of $22 * 4$.

माना *, N पर एक द्विआधारी संक्रिया है जो $a * b = \text{HCF}(a, b)$ द्वारा प्रदत्त है, जहाँ $a, b \in N$ है। $22 * 4$ का मान लिखिए।

3. Evaluate :

$$\int_0^{1/\sqrt{2}} \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx$$

मान ज्ञात कीजिए :

$$\int_0^{1/\sqrt{2}} \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx$$

4. Evaluate :

$$\int \frac{\cos \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx$$

मान ज्ञात कीजिए :

$$\int \frac{\cos \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx$$

5. Write the principal value of $\cos^{-1} \left(\cos \frac{7\pi}{6} \right)$.
 $\cos^{-1} \left(\cos \frac{7\pi}{6} \right)$ का मुख्य मान लिखिए।

6. Write the value of the following determinant :

$$\begin{vmatrix} a-b & b-c & c-a \\ b-c & c-a & a-b \\ c-a & a-b & b-c \end{vmatrix}$$

निम्न सारणिक का मान लिखिए :

$$\begin{vmatrix} a-b & b-c & c-a \\ b-c & c-a & a-b \\ c-a & a-b & b-c \end{vmatrix}$$

7. Find the value of x from the following :

$$\begin{vmatrix} x & 4 \\ 2 & 2x \end{vmatrix} = 0$$

निम्न से x का मान ज्ञात कीजिए :

$$\begin{vmatrix} x & 4 \\ 2 & 2x \end{vmatrix} = 0$$

8. Find the value of p if

$$(2\hat{i} + 6\hat{j} + 27\hat{k}) \times (\hat{i} + 3\hat{j} + p\hat{k}) = \vec{0}.$$

p का मान ज्ञात कीजिए यदि

$$(2\hat{i} + 6\hat{j} + 27\hat{k}) \times (\hat{i} + 3\hat{j} + p\hat{k}) = \vec{0}.$$

9. Write the direction cosines of a line equally inclined to the three coordinate axes.

उस रेखा के दिशा कोज्या लिखिए जो तीनों निर्देशांक अक्षों पर समान कोण बनाती हो।

10. If \vec{p} is a unit vector and $(\vec{x} - \vec{p}) \cdot (\vec{x} + \vec{p}) = 80$, then find $|\vec{x}|$.

यदि \vec{p} एक मात्रक सदिश है तथा $(\vec{x} - \vec{p}) \cdot (\vec{x} + \vec{p}) = 80$ है, तो $|\vec{x}|$ का मान ज्ञात कीजिए।

SECTION B

खण्ड ब

Questions number 11 to 22 carry 4 marks each.

प्रश्न संख्या 11 से 22 तक प्रत्येक प्रश्न के 4 अंक हैं।

11. The length x of a rectangle is decreasing at the rate of 5 cm/minute and the width y is increasing at the rate of 4 cm/minute. When $x = 8$ cm and $y = 6$ cm, find the rate of change of (a) the perimeter, (b) the area of the rectangle.

OR

Find the intervals in which the function f given by

$$f(x) = \sin x + \cos x, \quad 0 \leq x \leq 2\pi,$$

is strictly increasing or strictly decreasing.

एक आयत की लंबाई x , 5 सेमी/मिनट की दर से घट रही है और चौड़ाई y , 4 सेमी/मिनट की दर से बढ़ रही है। जब $x = 8$ सेमी और $y = 6$ सेमी है, तब आयत के (अ) परिमाप, (ब) क्षेत्रफल के परिवर्तन की दर ज्ञात कीजिए।

अथवा

अंतराल ज्ञात कीजिए जिनमें $f(x) = \sin x + \cos x, \quad 0 \leq x \leq 2\pi$ द्वारा प्रदत्त फलन f , निरंतर वर्धमान या निरंतर हासमान है।

12. If $\sin y = x \sin(a + y)$, prove that $\frac{dy}{dx} = \frac{\sin^2(a + y)}{\sin a}$.

OR

If $(\cos x)^y = (\sin y)^x$, find $\frac{dy}{dx}$.

यदि $\sin y = x \sin(a + y)$ है, तो सिद्ध कीजिए कि $\frac{dy}{dx} = \frac{\sin^2(a + y)}{\sin a}$.

अथवा

यदि $(\cos x)^y = (\sin y)^x$ है, तो $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए।

13. Let $f : N \rightarrow N$ be defined by

$$f(n) = \begin{cases} \frac{n+1}{2}, & \text{if } n \text{ is odd} \\ \frac{n}{2}, & \text{if } n \text{ is even} \end{cases} \quad \text{for all } n \in N.$$

Find whether the function f is bijective.

माना कि समस्त $n \in N$ के लिए

$$f(n) = \begin{cases} \frac{n+1}{2}, & \text{यदि } n \text{ विषम है} \\ \frac{n}{2}, & \text{यदि } n \text{ सम है} \end{cases}$$

द्वारा परिभाषित एक फलन $f : N \rightarrow N$ है।

ज्ञात कीजिए कि क्या फलन f एकेकी आच्छादी (bijective) है।

14. Evaluate :

$$\int \frac{dx}{\sqrt{5 - 4x - 2x^2}}$$

OR

Evaluate :

$$\int x \sin^{-1} x \, dx$$

मान ज्ञात कीजिए :

$$\int \frac{dx}{\sqrt{5 - 4x - 2x^2}}$$

अथवा

मान ज्ञात कीजिए :

$$\int x \sin^{-1} x \, dx$$

15. If $y = \frac{\sin^{-1} x}{\sqrt{1-x^2}}$, show that

$$(1-x^2) \frac{d^2y}{dx^2} - 3x \frac{dy}{dx} - y = 0$$

यदि $y = \frac{\sin^{-1} x}{\sqrt{1-x^2}}$ है, तो दर्शाइए कि

$$(1-x^2) \frac{d^2y}{dx^2} - 3x \frac{dy}{dx} - y = 0$$

16. On a multiple choice examination with three possible answers (out of which only one is correct) for each of the five questions, what is the probability that a candidate would get four or more correct answers just by guessing ?

एक बहु-विकल्पीय परीक्षा में पाँच प्रश्न हैं जिनमें प्रत्येक के तीन संभावित उत्तर हैं (जिनमें से केवल एक सही है)। इसकी क्या प्रायिकता है कि एक परीक्षार्थी केवल अनुमान लगाकर चार या अधिक प्रश्नों के सही उत्तर देगा ?

17. Using properties of determinants, prove the following :

$$\begin{vmatrix} 1 & 1+p & 1+p+q \\ 2 & 3+2p & 1+3p+2q \\ 3 & 6+3p & 1+6p+3q \end{vmatrix} = 1$$

सारणिकों के गुणधर्मों का प्रयोग कर, निम्न सिद्ध कीजिए :

$$\begin{vmatrix} 1 & 1+p & 1+p+q \\ 2 & 3+2p & 1+3p+2q \\ 3 & 6+3p & 1+6p+3q \end{vmatrix} = 1$$

18. Solve the following differential equation :

$$x \frac{dy}{dx} = y - x \tan \left(\frac{y}{x} \right)$$

निम्न अवकल समीकरण को हल कीजिए :

$$x \frac{dy}{dx} = y - x \tan \left(\frac{y}{x} \right)$$

19. Solve the following differential equation :

$$\cos^2 x \frac{dy}{dx} + y = \tan x$$

निम्न अवकल समीकरण को हल कीजिए :

$$\cos^2 x \frac{dy}{dx} + y = \tan x$$

20. Find the shortest distance between the following two lines :

$$\vec{r} = (1 + \lambda) \hat{i} + (2 - \lambda) \hat{j} + (\lambda + 1) \hat{k};$$

$$\vec{r} = (2 \hat{i} - \hat{j} - \hat{k}) + \mu (2 \hat{i} + \hat{j} + 2 \hat{k}).$$

निम्न दो रेखाओं के बीच न्यूनतम दूरी ज्ञात कीजिए :

$$\vec{r} = (1 + \lambda) \hat{i} + (2 - \lambda) \hat{j} + (\lambda + 1) \hat{k};$$

$$\vec{r} = (2 \hat{i} - \hat{j} - \hat{k}) + \mu (2 \hat{i} + \hat{j} + 2 \hat{k}).$$

21. Prove the following :

$$\cot^{-1} \left(\frac{\sqrt{1 + \sin x} + \sqrt{1 - \sin x}}{\sqrt{1 + \sin x} - \sqrt{1 - \sin x}} \right) = \frac{x}{2}, \quad x \in \left(0, \frac{\pi}{4} \right)$$

OR

Solve for x :

$$2 \tan^{-1} (\cos x) = \tan^{-1} (2 \operatorname{cosec} x)$$

निम्न को सिद्ध कीजिए :

$$\cot^{-1} \left(\frac{\sqrt{1 + \sin x} + \sqrt{1 - \sin x}}{\sqrt{1 + \sin x} - \sqrt{1 - \sin x}} \right) = \frac{x}{2}, \quad x \in \left(0, \frac{\pi}{4} \right)$$

अथवा

x के लिए हल कीजिए :

$$2 \tan^{-1} (\cos x) = \tan^{-1} (2 \operatorname{cosec} x)$$

22. The scalar product of the vector $\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$ with the unit vector along the sum of vectors $2\hat{i} + 4\hat{j} - 5\hat{k}$ and $\lambda\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$ is equal to one. Find the value of λ .

सदिशों $2\hat{i} + 4\hat{j} - 5\hat{k}$ तथा $\lambda\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$ के योगफल की दिशा में मात्रक सदिश से सदिश $\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$ का अदिश गुणनफल 1 है। λ का मान ज्ञात कीजिए।

SECTION C

खण्ड स

Questions number 23 to 29 carry six marks each.

प्रश्न संख्या 23 से 29 तक प्रत्येक प्रश्न के 6 अंक हैं।

23. Find the equation of the plane determined by the points A (3, -1, 2), B (5, 2, 4) and C (-1, -1, 6). Also find the distance of the point P (6, 5, 9) from the plane.

बिन्दुओं A (3, -1, 2), B (5, 2, 4) तथा C (-1, -1, 6) द्वारा निर्धारित समतल का समीकरण ज्ञात कीजिए। बिन्दु P (6, 5, 9) की इस समतल से दूरी भी ज्ञात कीजिए।

24. Find the area of the region included between the parabola $y^2 = x$ and the line $x + y = 2$.

परवलय $y^2 = x$ तथा रेखा $x + y = 2$ के मध्यवर्ती क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

25. Evaluate :

$$\int_0^{\pi} \frac{x \, dx}{a^2 \cos^2 x + b^2 \sin^2 x}$$

मान ज्ञात कीजिए :

$$\int_0^{\pi} \frac{x \, dx}{a^2 \cos^2 x + b^2 \sin^2 x}$$

26. Using matrices, solve the following system of equations :

$$x + y + z = 6$$

$$x + 2z = 7$$

$$3x + y + z = 12$$

OR

Obtain the inverse of the following matrix using elementary operations :

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 0 & -1 \\ 2 & 3 & 0 \\ 0 & 4 & 1 \end{bmatrix}$$

आव्यूहों का प्रयोग कर, निम्न समीकरण निकाय को हल कीजिए :

$$x + y + z = 6$$

$$x + 2z = 7$$

$$3x + y + z = 12$$

अथवा

प्रारंभिक संक्रियाओं के प्रयोग द्वारा निम्न आव्यूह का व्युत्क्रम प्राप्त कीजिए :

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 0 & -1 \\ 2 & 3 & 0 \\ 0 & 4 & 1 \end{bmatrix}$$

27. Coloured balls are distributed in three bags as shown in the following table :

Bag	Colour of the ball		
	Black	White	Red
I	1	2	3
II	2	4	1
III	4	5	3

A bag is selected at random and then two balls are randomly drawn from the selected bag. They happen to be black and red. What is the probability that they came from bag I ?

तीन थैलों में रंगीन गेंदें निम्न सारणी में दर्शायी गयी तरह से आबंटित की गई हैं :

थैला	गेंद का रंग		
	काला	सफेद	लाल
I	1	2	3
II	2	4	1
III	4	5	3

एक थैला यादृच्छ्या चुना गया तथा उसमें से दो गेंदें यादृच्छ्या निकाली गईं और वह काली और लाल पाई गईं। प्रायिकता क्या है कि वे पहले (I) थैले में से निकाली गईं ?

28. A dealer wishes to purchase a number of fans and sewing machines. He has only Rs. 5,760 to invest and has a space for at most 20 items. A fan costs him Rs. 360 and a sewing machine Rs. 240. His expectation is that he can sell a fan at a profit of Rs. 22 and a sewing machine at a profit of Rs. 18. Assuming that he can sell all the items that he can buy, how should he invest his money in order to maximise the profit ? Formulate this as a linear programming problem and solve it graphically.

एक व्यापारी कुछ पंखे तथा सिलाई मशीनें खरीदना चाहता है। उसके पास निवेश के लिए केवल 5,760 रु. हैं तथा रखने के लिए अधिकतम 20 नगों के लिए स्थान है। एक पंखा 360 रु. में तथा एक सिलाई मशीन 240 रु. में उपलब्ध है। उसे आशा है कि वह एक पंखे को 22 रु. लाभ पर तथा एक सिलाई मशीन को 18 रु. लाभ पर बेच लेगा। यह मानकर कि वह जितनी वस्तुएँ खरीदेगा, बेच लेगा, वह अपनी राशि किस प्रकार निवेश करे कि उसे अधिकतम लाभ हो ? इसको रैखिक प्रोग्रामन समस्या बना कर ग्राफ द्वारा हल कीजिए।

29. If the sum of the lengths of the hypotenuse and a side of a right-angled triangle is given, show that the area of the triangle is maximum when the angle between them is $\frac{\pi}{3}$.

OR

A manufacturer can sell x items at a price of Rs. $\left(5 - \frac{x}{100}\right)$ each.

The cost price of x items is Rs. $\left(\frac{x}{5} + 500\right)$. Find the number of items he should sell to earn maximum profit.

यदि किसी समकोण त्रिभुज के कर्ण तथा एक भुजा की लंबाइयों का योगफल दिया गया हो, तो

दर्शाइए कि त्रिभुज का क्षेत्रफल अधिकतम होगा जबकि उनके बीच का कोण $\frac{\pi}{3}$ है ।

अथवा

एक निर्माता $\left(5 - \frac{x}{100}\right)$ रु. प्रति इकाई की दर से x इकाइयाँ बेच सकता है । x इकाइयों का उत्पाद मूल्य $\left(\frac{x}{5} + 500\right)$ रु. है । इकाइयों की वह संख्या ज्ञात कीजिए जो उसे अधिकतम लाभ अर्जित करने के लिए बेचनी चाहिए ।

Roll No.
रोल नं.

--	--	--	--	--	--

Candidates must write the Code on the title page of the answer-book.
परीक्षार्थी कोड को उत्तर-पुस्तिका के मुख-पृष्ठ पर अवश्य लिखें।

- Please check that this question paper contains **11** printed pages.
- Code number given on the right hand side of the question paper should be written on the title page of the answer-book by the candidate.
- Please check that this question paper contains **29** questions.
- **Please write down the Serial Number of the question before attempting it.**
- 15 minutes time has been allotted to read this question paper. The question paper will be distributed at 10.15 a.m. From 10.15 a.m. to 10.30 a.m., the student will read the question paper only and will not write any answer on the answer script during this period.
- कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में मुद्रित पृष्ठ **11** हैं।
- प्रश्न-पत्र में दाहिने हाथ की ओर दिए गए कोड नम्बर को छात्र उत्तर-पुस्तिका के मुख-पृष्ठ पर लिखें।
- कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में **29** प्रश्न हैं।
- कृपया प्रश्न का उत्तर लिखना शुरू करने से पहले, प्रश्न का क्रमांक अवश्य लिखें।
- इस प्रश्न-पत्र को पढ़ने के लिए 15 मिनट का समय दिया गया है। प्रश्न-पत्र का वितरण पूर्वाह्न में 10.15 बजे किया जायेगा। 10.15 बजे से 10.30 बजे तक छात्र केवल प्रश्न-पत्र को पढ़ेंगे और इस अवधि के दौरान वे उत्तर-पुस्तिका पर कोई उत्तर नहीं लिखेंगे।

MATHEMATICS**गणित***Time allowed : 3 hours*

निर्धारित समय : 3 घण्टे

Maximum Marks : 100

अधिकतम अंक : 100

General Instructions :

- (i) All questions are compulsory.
- (ii) The question paper consists of 29 questions divided into three sections A, B and C. Section A comprises of 10 questions of one mark each, Section B comprises of 12 questions of four marks each and Section C comprises of 7 questions of six marks each.
- (iii) All questions in Section A are to be answered in one word, one sentence or as per the exact requirement of the question.
- (iv) There is no overall choice. However, internal choice has been provided in 4 questions of four marks each and 2 questions of six marks each. You have to attempt only one of the alternatives in all such questions.
- (v) Use of calculators is not permitted.

सामान्य निर्देश :

- (i) सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।
- (ii) इस प्रश्न पत्र में 29 प्रश्न हैं जो तीन खण्डों में विभाजित हैं : अ, ब तथा स । खण्ड अ में 10 प्रश्न हैं जिनमें से प्रत्येक एक अंक का है । खण्ड ब में 12 प्रश्न हैं जिनमें से प्रत्येक चार अंक का है । खण्ड स में 7 प्रश्न हैं जिनमें से प्रत्येक छः अंक का है ।
- (iii) खण्ड अ में सभी प्रश्नों के उत्तर एक शब्द, एक वाक्य अथवा प्रश्न की आवश्यकता अनुसार दिए जा सकते हैं।
- (iv) पूर्ण प्रश्न पत्र में विकल्प नहीं हैं । फिर भी चार अंकों वाले 4 प्रश्नों में तथा छः अंकों वाले 2 प्रश्नों में आन्तरिक विकल्प हैं । ऐसे सभी प्रश्नों में से आपको एक ही विकल्प करना है ।
- (v) कैलकुलेटर के प्रयोग की अनुमति नहीं है ।

SECTION A

खण्ड अ

Questions number 1 to 10 carry 1 mark each.

प्रश्न संख्या 1 से 10 तक प्रत्येक प्रश्न 1 अंक का है।

1. Evaluate :

$$\int \frac{1}{x + x \log x} dx$$

मान ज्ञात कीजिए :

$$\int \frac{1}{x + x \log x} dx$$

2. Evaluate :

$$\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{2x + 3}} dx$$

मान ज्ञात कीजिए :

$$\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{2x + 3}} dx$$

3. If the binary operation *, defined on Q , is defined as

$a * b = 2a + b - ab$, for all $a, b \in Q$, find the value of $3 * 4$.

यदि एक द्विआधारी संक्रिया $*$, समुच्चय Q पर इस प्रकार परिभाषित है कि

$a * b = 2a + b - ab$, सभी $a, b \in Q$ के लिए, तो $3 * 4$ का मान ज्ञात कीजिए।

4. If $\begin{pmatrix} y + 2x & 5 \\ -x & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 & 5 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$, find the value of y .

यदि $\begin{pmatrix} y + 2x & 5 \\ -x & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 & 5 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$, तो y का मान ज्ञात कीजिए।

5. Find a unit vector in the direction of $\vec{a} = 2\hat{i} - 3\hat{j} + 6\hat{k}$.

सदिश $\vec{a} = 2\hat{i} - 3\hat{j} + 6\hat{k}$ की दिशा में एक मात्रक सदिश ज्ञात कीजिए।

6. Find the direction cosines of the line passing through the following points :

$$(-2, 4, -5), (1, 2, 3)$$

निम्न बिन्दुओं से होकर जाने वाली रेखा की दिक्-कोज्याएँ ज्ञात कीजिए :

$$(-2, 4, -5), (1, 2, 3)$$

7. If $A = (a_{ij}) = \begin{pmatrix} 2 & 3 & -5 \\ 1 & 4 & 9 \\ 0 & 7 & -2 \end{pmatrix}$ and $B = (b_{ij}) = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ -3 & 4 & 4 \\ 1 & 5 & 2 \end{pmatrix}$,

then find $a_{22} + b_{21}$.

- यदि $A = (a_{ij}) = \begin{pmatrix} 2 & 3 & -5 \\ 1 & 4 & 9 \\ 0 & 7 & -2 \end{pmatrix}$ तथा $B = (b_{ij}) = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ -3 & 4 & 4 \\ 1 & 5 & 2 \end{pmatrix}$,

तो $a_{22} + b_{21}$ ज्ञात कीजिए।

8. If $|\vec{a}| = \sqrt{3}$, $|\vec{b}| = 2$ and $\vec{a} \cdot \vec{b} = \sqrt{3}$, find the angle between \vec{a} and \vec{b} .

यदि $|\vec{a}| = \sqrt{3}$, $|\vec{b}| = 2$ तथा $\vec{a} \cdot \vec{b} = \sqrt{3}$ है, तो \vec{a} तथा \vec{b} के बीच का कोण ज्ञात कीजिए।

9. If $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$, then find the value of k if $|2A| = k|A|$.

यदि $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$, तो k का मान ज्ञात कीजिए यदि $|2A| = k|A|$.

10. Write the principal value of $\tan^{-1} \left[\tan \frac{3\pi}{4} \right]$.

$\tan^{-1} \left[\tan \frac{3\pi}{4} \right]$ का मुख्य मान लिखिए।

SECTION B

खण्ड ब

Questions number 11 to 22 carry 4 marks each.

प्रश्न संख्या 11 से 22 तक प्रत्येक प्रश्न के 4 अंक हैं।

11. Evaluate :

$$\int \frac{\cos x \, dx}{(2 + \sin x)(3 + 4 \sin x)}$$

OR

Evaluate :

$$\int x^2 \cdot \cos^{-1} x \, dx$$

मान ज्ञात कीजिए :

$$\int \frac{\cos x \, dx}{(2 + \sin x)(3 + 4 \sin x)}$$

अथवा

मान ज्ञात कीजिए :

$$\int x^2 \cdot \cos^{-1} x \, dx$$

12. Show that the relation R in the set of real numbers, defined as $R = \{(a, b) : a \leq b^2\}$ is neither reflexive, nor symmetric, nor transitive.

दर्शाइए कि वास्तविक संख्याओं के समुच्चय में $R = \{(a, b) : a \leq b^2\}$ द्वारा परिभाषित सम्बन्ध R , न तो स्वतुल्य है, न सममित है और न ही संक्रामक है।

13. If $\log(x^2 + y^2) = 2 \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right)$, then show that $\frac{dy}{dx} = \frac{x+y}{x-y}$.

OR

If $x = a(\cos t + t \sin t)$ and $y = a(\sin t - t \cos t)$, then find $\frac{d^2y}{dx^2}$.

यदि $\log(x^2 + y^2) = 2 \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right)$ है, तो दर्शाइए कि $\frac{dy}{dx} = \frac{x + y}{x - y}$.

अथवा

यदि $x = a(\cos t + t \sin t)$ तथा $y = a(\sin t - t \cos t)$ है, तो $\frac{d^2y}{dx^2}$ ज्ञात कीजिए।

14. Find the equation of the tangent to the curve $y = \sqrt{4x - 2}$ which is parallel to the line $4x - 2y + 5 = 0$.

OR

Using differentials, find the approximate value of $f(2.01)$, where $f(x) = 4x^3 + 5x^2 + 2$.

वक्र $y = \sqrt{4x - 2}$ की उस स्पर्श रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिए जो रेखा $4x - 2y + 5 = 0$ के समांतर है।

अथवा

अवकलों का प्रयोग करके $f(2.01)$ का सन्त्रिकट मान ज्ञात कीजिए जहाँ $f(x) = 4x^3 + 5x^2 + 2$ है।

15. Prove the following :

$$\tan^{-1}\left(\frac{1}{4}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{2}{9}\right) = \frac{1}{2} \cos^{-1}\left(\frac{3}{5}\right).$$

OR

Solve the following for x :

$$\cos^{-1}\left(\frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{2x}{x^2 - 1}\right) = \frac{2\pi}{3}$$

निम्न को सिद्ध कीजिए :

$$\tan^{-1}\left(\frac{1}{4}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{2}{9}\right) = \frac{1}{2} \cos^{-1}\left(\frac{3}{5}\right).$$

अथवा

निम्न को x के लिए हल कीजिए :

$$\cos^{-1}\left(\frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{2x}{x^2 - 1}\right) = \frac{2\pi}{3}$$

16. Find the angle between the line $\frac{x+1}{2} = \frac{3y+5}{9} = \frac{3-z}{-6}$ and the plane $10x + 2y - 11z = 3$.

रेखा $\frac{x+1}{2} = \frac{3y+5}{9} = \frac{3-z}{-6}$ और समतल $10x + 2y - 11z = 3$ के बीच का कोण ज्ञात कीजिए।

17. Solve the following differential equation :

$$(x^3 + y^3) dy - x^2 y dx = 0$$

निम्न अवकल समीकरण को हल कीजिए :

$$(x^3 + y^3) dy - x^2 y dx = 0$$

18. Find the particular solution of the differential equation

$$\frac{dy}{dx} + y \cot x = 4x \operatorname{cosec} x, (x \neq 0), \text{ given that } y = 0 \text{ when } x = \frac{\pi}{2}.$$

अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} + y \cot x = 4x \operatorname{cosec} x, (x \neq 0)$ का विशिष्ट हल ज्ञात कीजिए,

जबकि दिया हुआ है कि $y = 0$ जब $x = \frac{\pi}{2}$.

19. Using properties of determinants, prove the following :

$$\begin{vmatrix} a^2 + 1 & ab & ac \\ ab & b^2 + 1 & bc \\ ca & cb & c^2 + 1 \end{vmatrix} = 1 + a^2 + b^2 + c^2.$$

सारणिकों के गुणधर्मों का प्रयोग कर, निम्न को सिद्ध कीजिए :

$$\begin{vmatrix} a^2 + 1 & ab & ac \\ ab & b^2 + 1 & bc \\ ca & cb & c^2 + 1 \end{vmatrix} = 1 + a^2 + b^2 + c^2.$$

20. The probability that A hits a target is $\frac{1}{3}$ and the probability that B hits it is $\frac{2}{5}$. If each one of A and B shoots at the target, what is the probability that

- (i) the target is hit ?
- (ii) exactly one of them hits the target ?

A के लक्ष्यभेदन की प्रायिकता $\frac{1}{3}$ तथा B के लक्ष्यभेदन की प्रायिकता $\frac{2}{5}$ है। यदि A तथा B दोनों लक्ष्यभेदन का प्रयास करें, तो प्रायिकता क्या है कि

- (i) लक्ष्यभेदन हो जाए ?
- (ii) उनमें से केवल एक लक्ष्यभेदन करे ?

21. Find $\frac{dy}{dx}$, if $y^x + x^y = a^b$, where a, b are constants.

$\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए, यदि $y^x + x^y = a^b$ है, जहाँ a, b अचर हैं।

22. If \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} are three vectors such that $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{a} \cdot \vec{c}$ and $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{a} \times \vec{c}$, $\vec{a} \neq 0$, then show that $\vec{b} = \vec{c}$.

यदि \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} तीन ऐसे सदिश हैं कि $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{a} \cdot \vec{c}$ तथा $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{a} \times \vec{c}$, $\vec{a} \neq 0$ है, तो दर्शाइए कि $\vec{b} = \vec{c}$.

SECTION C

खण्ड स

Questions number 23 to 29 carry six marks each.

प्रश्न संख्या 23 से 29 तक प्रत्येक प्रश्न के 6 अंक हैं।

23. One kind of cake requires 200 g of flour and 25 g of fat, and another kind of cake requires 100 g of flour and 50 g of fat. Find the maximum number of cakes which can be made from 5 kg of flour and 1 kg of fat assuming that there is no shortage of the other ingredients used in making the cakes. Formulate the above as a linear programming problem and solve graphically.

एक प्रकार के केक को 200 ग्राम आटा तथा 25 ग्राम वसा (fat) की आवश्यकता होती है तथा दूसरी प्रकार के केक के लिए 100 ग्राम आटा तथा 50 ग्राम वसा की आवश्यकता होती है। केकों की अधिकतम संख्या ज्ञात कीजिए जो 5 किग्रा आटे तथा 1 किग्रा वसा से बन सकते हैं, यह मानते हुए कि केकों को बनाने के लिए अन्य पदार्थों की कमी नहीं रहेगी। उपर्युक्त को एक रैखिक प्रोग्रामन समस्या बना कर ग्राफ द्वारा हल कीजिए।

24. Using integration, find the area of the region :

$$\{(x, y) : 9x^2 + y^2 \leq 36 \text{ and } 3x + y \geq 6\}$$

समाकलन का प्रयोग करते हुए, निम्न क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए :

$$\{(x, y) : 9x^2 + y^2 \leq 36 \text{ और } 3x + y \geq 6\}$$

25. Show that the lines $\frac{x+3}{-3} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-5}{5}$;

$\frac{x+1}{-1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-5}{5}$ are coplanar. Also find the equation of the

plane containing the lines.

दर्शाइए कि रेखाएँ $\frac{x+3}{-3} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-5}{5}$; $\frac{x+1}{-1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-5}{5}$

समतलीय हैं। उस समतल का समीकरण भी ज्ञात कीजिए जिसमें उपर्युक्त रेखाएँ स्थित हैं।

26. Show that the height of the cylinder of maximum volume that can be inscribed in a sphere of radius R is $\frac{2R}{\sqrt{3}}$. Also find the maximum volume.

OR

Show that the total surface area of a closed cuboid with square base and given volume, is minimum, when it is a cube.

दर्शाइए कि एक R त्रिज्या वाले गोले के अंतर्गत अधिकतम आयतन के बेलन की ऊँचाई $\frac{2R}{\sqrt{3}}$ है। अधिकतम आयतन भी ज्ञात कीजिए।

अथवा

दर्शाइए कि एक बंद घनाभ, जिसका आधार वर्गाकार तथा आयतन दिया गया है, का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल न्यूनतम होगा, यदि घनाभ एक घन है।

27. Using matrices, solve the following system of linear equations :

$$3x - 2y + 3z = 8$$

$$2x + y - z = 1$$

$$4x - 3y + 2z = 4$$

आव्यूहों का प्रयोग कर, निम्न रैखिक समीकरण निकाय को हल कीजिए :

$$3x - 2y + 3z = 8$$

$$2x + y - z = 1$$

$$4x - 3y + 2z = 4$$

28. Evaluate :

$$\int \frac{x^4 dx}{(x - 1)(x^2 + 1)}$$

OR

Evaluate :

$$\int_1^4 [|x - 1| + |x - 2| + |x - 4|] dx$$

मान ज्ञात कीजिए :

$$\int \frac{x^4 dx}{(x - 1)(x^2 + 1)}$$

अथवा

मान ज्ञात कीजिए :

$$\int_1^4 [|x - 1| + |x - 2| + |x - 4|] dx$$

29. Two cards are drawn simultaneously (or successively without replacement) from a well shuffled pack of 52 cards. Find the mean and variance of the number of red cards.

ताश के 52 पत्तों की एक भली-भाँति फेटी गई गड्ढी में से दो पत्ते एक साथ (या उत्तरोत्तर, बिना प्रतिस्थापना के) निकाले जाते हैं। लाल पत्तों की संख्या का माध्य तथा प्रसरण ज्ञात कीजिए।

Roll No.
रोल नं.

--	--	--	--	--	--

Candidates must write the Code on
the title page of the answer-book.
विद्यार्थी उत्तर-पुस्तिका में कोड नं. अवश्य
लिखें।

- Please check that this question paper contains 11 printed pages.
- Code number given on the right hand side of the question paper should be written on the title page of the answer-book by the candidate.
- Please check that this question paper contains 29 questions.
- **Please write down the Serial Number of the question before attempting it.**
- कृपया जांच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में मुद्रित पृष्ठ 11 हैं।
- प्रश्न-पत्र में दाहिने हाथ की ओर दिए गए कोड नम्बर को छात्र उत्तर-पुस्तिका के मुख-पृष्ठ पर लिखें।
- कृपया जांच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में 29 प्रश्न हैं।
- कृपया प्रश्न का उत्तर लिखना शुरू करने से पहले, प्रश्न का क्रमांक अवश्य लिखें।

MATHEMATICS**गणित**

Time allowed : 3 hours]

निर्धारित समय : 3 घण्टे]

[Maximum marks : 100

[अधिकतम अंक : 100

General Instructions :

1. All questions are compulsory.
2. The question paper consists of 29 questions divided into three sections A, B and C. Section A comprises of 10 questions of one mark each, Section B comprises of 12 questions of four marks each and Section C comprises of 7 questions of six marks each.
3. All questions in Section A are to be answered in one word, one sentence or as per the exact requirement of the question.
4. There is no overall choice. However, internal choice has been provided in 4 questions of four marks each and 2 questions of six marks each. You have to attempt only one of the alternatives in all such questions.
5. Use of calculators is not permitted.

सामान्य निर्देश :

1. सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।
2. इस प्रश्नपत्र में 29 प्रश्न हैं जो तीन खण्डों में विभाजित हैं अ, ब तथा स। खण्ड अ में 10 प्रश्न हैं जिनमें से प्रत्येक एक अंक का है। खण्ड ब में 12 प्रश्न हैं जिनमें से प्रत्येक चार अंक का है। खण्ड स में 7 प्रश्न हैं जिनमें से प्रत्येक छः अंक का है।
3. खण्ड अ में सभी प्रश्नों के उत्तर एक शब्द, एक वाक्य अथवा प्रश्न की आवश्यकता अनुसार दिये जा सकते हैं।
4. पूर्ण प्रश्नपत्र में विकल्प नहीं है। फिर भी चार अंकों वाले 4 प्रश्नों में तथा छः अंकों वाले 2 प्रश्नों में आन्तरिक विकल्प हैं। ऐसे सभी प्रश्नों में से आपको एक ही विकल्प करना है।
5. कैलकुलेटर के प्रयोग की अनुमति नहीं है।

Section A

खण्ड अ

1. Evaluate :
$$\begin{vmatrix} a+ib & c+id \\ -c+id & a-ib \end{vmatrix}$$

मान ज्ञात कीजिए :
$$\begin{vmatrix} a+ib & c+id \\ -c+id & a-ib \end{vmatrix}$$

2. Find the value of x and y if : $2 \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 0 & x \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} y & 0 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 6 \\ 1 & 8 \end{bmatrix}$

x तथा y के मान ज्ञात कीजिए यदि : $2 \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 0 & x \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} y & 0 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 6 \\ 1 & 8 \end{bmatrix}$

3. If $f(x) = x + 7$ and $g(x) = x - 7$, $x \in \mathbb{R}$, find $(fog)(7)$

यदि $f(x) = x + 7$ तथा $g(x) = x - 7$, $x \in \mathbb{R}$, तो $(fog)(7)$ ज्ञात कीजिए।

4. Evaluate : $\sin \left[\frac{\pi}{3} - \sin^{-1} \left(-\frac{1}{2} \right) \right]$

मान ज्ञात कीजिए : $\sin \left[\frac{\pi}{3} - \sin^{-1} \left(-\frac{1}{2} \right) \right]$

5. Evaluate : $\int \frac{x^2}{1+x^3} dx$

मान ज्ञात कीजिए : $\int \frac{x^2}{1+x^3} dx$

6. Find the co-factor of a_{12} in the following :

$$\begin{vmatrix} 2 & -3 & 5 \\ 6 & 0 & 4 \\ 1 & 5 & -7 \end{vmatrix}$$

निम्न में a_{12} का सहखंड ज्ञात कीजिए :

$$\begin{vmatrix} 2 & -3 & 5 \\ 6 & 0 & 4 \\ 1 & 5 & -7 \end{vmatrix}$$

7. For what value of λ are the vectors $\vec{a} = 2\hat{i} + \lambda\hat{j} + \hat{k}$ and $\vec{b} = \hat{i} - 2\hat{j} + 3\hat{k}$ perpendicular to each other ?

λ के किस मान के लिए सदिश $\vec{a} = 2\hat{i} + \lambda\hat{j} + \hat{k}$ तथा सदिश $\vec{b} = \hat{i} - 2\hat{j} + 3\hat{k}$ परस्पर लम्बवत् हैं ?

8. Find the angle between the vectors $\vec{a} = \hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$ and $\vec{b} = \hat{i} + \hat{j} - \hat{k}$

सदिशों $\vec{a} = \hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$ तथा $\vec{b} = \hat{i} + \hat{j} - \hat{k}$ के बीच का कोण ज्ञात कीजिए।

9. Find a unit vector in the direction of $\vec{a} = 3\hat{i} + 2\hat{j} + 6\hat{k}$

सदिश $\vec{a} = 3\hat{i} + 2\hat{j} + 6\hat{k}$ के अनुदिश एक मात्रक सदिश ज्ञात कीजिए।

10. Evaluate : $\int_0^1 \frac{dx}{1+x^2}$

मान ज्ञात कीजिए : $\int_0^1 \frac{dx}{1+x^2}$

Section B

खण्ड ब

11. Solve the following differential equation :

$$\cos^2 x \frac{dy}{dx} + y = \tan x$$

निम्न अवकल समीकरण को हल कीजिए :

$$\cos^2 x \frac{dy}{dx} + y = \tan x$$

12. Solve the following differential equation :

$$(x^2 - y^2) dx + 2xy dy = 0$$

given that $y = 1$ when $x = 1$

OR

Solve the following differential equation :

$$\frac{dy}{dx} = \frac{x(2y-x)}{x(2y+x)}, \text{ if } y = 1 \text{ when } x = 1$$

निम्न अवकल समीकरण को हल कीजिए :

$$(x^2 - y^2) dx + 2xy dy = 0$$

दिया है कि जब $x = 1$ है तो $y = 1$

अथवा

निम्न अवकल समीकरण को हल कीजिए :

$$\frac{dy}{dx} = \frac{x(2y-x)}{x(2y+x)}, \text{ यदि } y = 1 \text{ जब } x = 1$$

13. Find the shortest distance between the following lines :

$$\frac{x-3}{1} = \frac{y-5}{-2} = \frac{z-7}{1} \text{ and } \frac{x+1}{7} = \frac{y+1}{-6} = \frac{z+1}{1}$$

Or

Find the point on the line $\frac{x+2}{3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-3}{2}$ at a distance $3\sqrt{2}$ from the point $(1, 2, 3)$

निम्न रेखाओं के बीच न्यूनतम दूरी ज्ञात कीजिए :

$$\frac{x-3}{1} = \frac{y-5}{-2} = \frac{z-7}{1} \text{ तथा } \frac{x+1}{7} = \frac{y+1}{-6} = \frac{z+1}{1}$$

अथवा

रेखा $\frac{x+2}{3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-3}{2}$ पर वह बिन्दु ज्ञात कीजिए जो बिन्दु $(1, 2, 3)$ से $3\sqrt{2}$ की दूरी पर हो।

14. A pair of dice is thrown 4 times. If getting a doublet is considered a success, find the probability distribution of number of successes.

पासों का एक युग्म चार बार फेंका गया। यदि दोनों पासों पर एक ही संख्या आना सफलता माना जाए, तो सफलताओं की संख्या का प्रायिकता बंटन ज्ञात कीजिए।

15. If $\vec{a} = \hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$ and $\vec{b} = \hat{j} - \hat{k}$, find a vector \vec{c} such that $\vec{a} \times \vec{c} = \vec{b}$ and
 $\vec{a} \cdot \vec{c} = 3$

OR

If $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = 0$ and $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 5$ and $|\vec{c}| = 7$, show that the angle between
 \vec{a} and \vec{b} is 60° .

यदि $\vec{a} = \hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$ तथा $\vec{b} = \hat{j} - \hat{k}$, तो सदिश \vec{c} ज्ञात कीजिए यदि $\vec{a} \times \vec{c} = \vec{b}$ तथा
 $\vec{a} \cdot \vec{c} = 3$

अथवा

यदि $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = 0$ तथा $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 5$ तथा $|\vec{c}| = 7$, तो दर्शाइए कि \vec{a} तथा \vec{b}
के बीच का कोण 60° का है।

16. Let $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 5 \\ 4 & 1 & 3 \\ 0 & 6 & 7 \end{bmatrix}$. Express A as sum of two matrices such that one is
symmetric and the other is skew symmetric.

OR

If $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$, verify that $A^2 - 4A - 5I = 0$

माना $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 5 \\ 4 & 1 & 3 \\ 0 & 6 & 7 \end{bmatrix}$. A को ऐसे दो आव्यूहों के योग के रूप में लिखिए जिनमें से एक
सममित आव्यूह तथा दूसरा विषम सममित आव्यूह है।

अथवा

यदि $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ है, तो सत्यापित कीजिए कि $A^2 - 4A - 5I = 0$

17. For what value of k is the following function continuous at $x = 2$?

$$f(x) = \begin{cases} 2x+1 & ; \quad x < 2 \\ k & ; \quad x = 2 \\ 3x-1 & ; \quad x > 2 \end{cases}$$

k के किस मान के लिए निम्न फलन $x = 2$ पर सतत है ?

$$f(x) = \begin{cases} 2x+1 & ; \quad x < 2 \\ k & ; \quad x = 2 \\ 3x-1 & ; \quad x > 2 \end{cases}$$

18. Find the equation of tangent to the curve $x = \sin 3t$, $y = \cos 2t$, at $t = \pi/4$.

वक्र $x = \sin 3t$, $y = \cos 2t$ के बिन्दु $t = \pi/4$ पर स्पर्श रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिए।

19. (i) Is the binary operation $*$, defined on set N, given by $a*b = \frac{a+b}{2}$ for all $a, b \in N$, commutative ?

- (ii) Is the above binary operation $*$ associative ?

- (i) क्या द्विआधारी संक्रिया $*$, जो समुच्चय N पर परिभाषित है तथा सभी $a, b \in N$ के लिए

$$a*b = \frac{a+b}{2} \text{ द्वारा प्रदत्त है, क्रम विनिमेयकारी है ?}$$

- (ii) क्या उपरोक्त द्विआधारी संक्रिया $*$ साहचर्यकारी है ?

20. Solve for x :

$$\tan^{-1}(2x) + \tan^{-1}(3x) = \frac{\pi}{4}$$

x के लिए हल कीजिए :

$$\tan^{-1}(2x) + \tan^{-1}(3x) = \frac{\pi}{4}$$

21. Evaluate : $\int_0^{\pi} \frac{x \tan x}{\sec x \cosec x} dx$

मान ज्ञात कीजिए : $\int_0^{\pi} \frac{x \tan x}{\sec x \cosec x} dx$

22. If $y = \sqrt{x^2 + 1} - \log\left(\frac{1}{x} + \sqrt{1 + \frac{1}{x^2}}\right)$, find $\frac{dy}{dx}$

यदि $y = \sqrt{x^2 + 1} - \log\left(\frac{1}{x} + \sqrt{1 + \frac{1}{x^2}}\right)$, $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए।

Section C

खण्ड स

23. Using properties of determinants, prove the following :

$$\begin{vmatrix} 1+a^2-b^2 & 2ab & -2b \\ 2ab & 1-a^2+b^2 & 2a \\ 2b & -2a & 1-a^2-b^2 \end{vmatrix} = (1+a^2+b^2)^3$$

सारणिकों के गुणधर्मों का प्रयोग कर निम्न सिद्ध कीजिए :

$$\begin{vmatrix} 1+a^2-b^2 & 2ab & -2b \\ 2ab & 1-a^2+b^2 & 2a \\ 2b & -2a & 1-a^2-b^2 \end{vmatrix} = (1+a^2+b^2)^3$$

24. Evaluate : $\int_0^{\pi} \frac{x \sin x}{1 + \cos^2 x} dx$

मान ज्ञात कीजिए : $\int_0^{\pi} \frac{x \sin x}{1 + \cos^2 x} dx$

25. Using integration, find the area of the region enclosed between the circles $x^2 + y^2 = 4$ and $(x - 2)^2 + y^2 = 4$

वृत्तों $x^2 + y^2 = 4$ तथा $(x - 2)^2 + y^2 = 4$ के बीच विरेक्षण का क्षेत्रफल, समाकलों के प्रयोग से, ज्ञात कीजिए।

26. An insurance company insured 2000 scooter drivers, 4000 car drivers and 6000 truck drivers. The probability of an accident involving a scooter, a car and a truck are 0.01, 0.03 and 0.15 respectively. One of the insured persons meets with an accident. What is the probability that he is a scooter driver.

एक बीमा कम्पनी 2000 स्कूटर चालकों, 4000 कार चालकों तथा 6000 ट्रक चालकों का बीमा करती है। एक स्कूटर, कार तथा ट्रक के दुर्घटनाग्रस्त होने की प्रायिकताएँ क्रमशः 0.01, 0.03 तथा 0.15 हैं। बीमाकृत व्यक्तियों (चालकों) में से एक दुर्घटनाग्रस्त हो जाता है। उस व्यक्ति के स्कूटर चालक होने की प्रायिकता क्या है?

27. Find the equation of the plane passing through the point $(-1, -1, 2)$ and perpendicular to each of the following planes :

$$2x + 3y - 3z = 2 \text{ and } 5x - 4y + z = 6$$

OR

Find the equation of the plane passing through the points $(3, 4, 1)$ and $(0, 1, 0)$

and parallel to the line $\frac{x+3}{2} = \frac{y-3}{7} = \frac{z-2}{5}$

उस समतल का समीकरण ज्ञात कीजिए जो कि बिन्दु (-1, -1, 2) से होकर जाता है तथा निम्नलिखित दोनों तलों पर लम्बवत् है :

$$2x + 3y - 3z = 2 \text{ तथा } 5x - 4y + z = 6$$

अथवा

उस तल का समीकरण ज्ञात कीजिए जो बिन्दुओं (3, 4, 1) और (0, 1, 0) से होकर जाता

है तथा सरल रेखा $\frac{x+3}{2} = \frac{y-3}{7} = \frac{z-2}{5}$ के समान्तर है।

28. A factory owner purchases two types of machines, A and B for his factory. The requirements and the limitations for the machines are as follows :

Machine	Area occupied	Labour force	Daily output (in units)
A	1000 m ²	12 men	60
B	1200 m ²	8 men	40

He has maximum area of 9000 m² available, and 72 skilled labourers who can operate both the machines. How many machines of each type should he buy to maximise the daily output ?

एक फैक्ट्री मालिक A और B दो प्रकार की मशीनें अपनी फैक्ट्री के लिए क्रय करता है। इन मशीनों की आवश्यकताएँ तथा सीमाएँ निम्नवत् हैं :

मशीन	क्षेत्रफल जितना स्थान धेरती है	श्रमिकों की आवश्यकता	प्रतिदिन उत्पादन (इकाई संख्या)
A	1000 वर्ग मी	12 व्यक्ति	60
B	1200 वर्ग मी	8 व्यक्ति	40

फैक्ट्री मालिक के पास अधिकतम 9000 वर्ग मी क्षेत्र तथा 72 कुशल श्रमिक उपलब्ध हैं जो दोनों प्रकार की मशीनें चला सकते हैं। उसे प्रत्येक प्रकार की कितनी-कितनी मशीनें खरीदनी चाहिए जिससे कि अधिकतम उत्पादन संभव हो सके ?

29. Show that the rectangle of maximum area that can be inscribed in a circle is a square.

OR

Show that the height of the cylinder of maximum volume that can be inscribed in a cone of height h is $\frac{1}{3} h$.

सिद्ध कीजिए कि किसी वृत्त के अन्तर्गत निर्मित अधिकतम क्षेत्रफल का आयत एक वर्ग होगा।

अथवा

सिद्ध कीजिए कि किसी शंकु जिसकी ऊँचाई h है, के अन्तर्गत अधिकतम आयतन वाले निर्मित बेलन की ऊँचाई $\frac{1}{3} h$ होगी।

Roll No.

--	--	--	--	--	--

रोल नं.

Candidates must write the Code on the title page of the answer-book.
विद्यार्थी उत्तर-पुस्तिका में कोड नं. अवश्य लिखें।

- Please check that this question paper contains **11** printed pages.
- Code number given on the right hand side of the question paper should be written on the title page of the answer-book by the candidate.
- Please check that this question paper contains **29** questions.
- **Please write down the Serial Number of the question before attempting it.**
- कृपया जांच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में मुद्रित पृष्ठ **11** हैं।
- प्रश्न-पत्र में दाहिने हाथ की ओर दिए गए कोड नम्बर को छात्र उत्तर-पुस्तिका के मुख-पृष्ठ पर लिखें।
- कृपया जांच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में **29** प्रश्न हैं।
- कृपया प्रश्न का उत्तर लिखना शुरू करने से पहले, प्रश्न का क्रमांक अवश्य लिखें।

MATHEMATICS

गणित

Time allowed : 3 hours

निर्धारित समय : 3 घण्टे

Maximum marks : 100

अधिकतम अंक : 100

General Instructions :

1. All questions are compulsory.
2. The question paper consists of 29 questions divided into three sections A, B and C. Section A comprises of 10 questions of one mark each, Section B comprises of 12 questions of four marks each and Section C comprises of 7 questions of six marks each.
3. All questions in Section A are to be answered in one word, one sentence or as per the exact requirement of the question.
4. There is no overall choice. However, internal choice has been provided in 4 questions of four marks each and 2 questions of six marks each. You have to attempt only one of the alternatives in all such questions.
5. Use of calculators is not permitted.

सामान्य निर्देश :

1. सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।
2. इस प्रश्नपत्र में 29 प्रश्न हैं जो तीन खण्डों में विभाजित हैं अ, ब तथा स। खण्ड अ में 10 प्रश्न हैं जिनमें से प्रत्येक एक अंक का है। खण्ड ब में 12 प्रश्न हैं जिनमें से प्रत्येक चार अंक का है। खण्ड स में 7 प्रश्न हैं जिनमें से प्रत्येक छः अंक का है।
3. खण्ड अ में सभी प्रश्नों के उत्तर एक शब्द, एक वाक्य अथवा प्रश्न की आवश्यकता अनुसार दिये जा सकते हैं।
4. पूर्ण प्रश्नपत्र में विकल्प नहीं है। फिर भी चार अंकों वाले 4 प्रश्नों में तथा छः अंकों वाले 2 प्रश्नों में आन्तरिक विकल्प हैं। ऐसे सभी प्रश्नों में से आपको एक ही विकल्प करना है।
5. कैलकुलेटर के प्रयोग की अनुमति नहीं है।

Section A

खण्ड अ

1. Find the co-factor of a_{12} in the following :

$$\begin{vmatrix} 2 & -3 & 5 \\ 6 & 0 & 4 \\ 1 & 5 & -7 \end{vmatrix}$$

निम्न में a_{12} का सहखण्ड ज्ञात कीजिए :

$$\begin{vmatrix} 2 & -3 & 5 \\ 6 & 0 & 4 \\ 1 & 5 & -7 \end{vmatrix}$$

2. Evaluate : $\begin{vmatrix} a+ib & c+id \\ -c+id & a-ib \end{vmatrix}$

मान ज्ञात कीजिए : $\begin{vmatrix} a+ib & c+id \\ -c+id & a-ib \end{vmatrix}$

3. If $f(x) = x + 7$ and $g(x) = x - 7$, $x \in \mathbb{R}$, find $(fog)(7)$

यदि $f(x) = x + 7$ तथा $g(x) = x - 7$, $x \in \mathbb{R}$, तो $(fog)(7)$ ज्ञात कीजिए।

4. Evaluate : $\sin \left[\frac{\pi}{3} - \sin^{-1} \left(-\frac{1}{2} \right) \right]$

मान ज्ञात कीजिए : $\sin \left[\frac{\pi}{3} - \sin^{-1} \left(-\frac{1}{2} \right) \right]$

5. Find the value of x and y if : $2 \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 0 & x \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} y & 0 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 6 \\ 1 & 8 \end{bmatrix}$

x तथा y के मान ज्ञात कीजिए यदि : $2 \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 0 & x \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} y & 0 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 6 \\ 1 & 8 \end{bmatrix}$

6. Evaluate : $\int_0^1 \frac{dx}{1+x^2}$

मान ज्ञात कीजिए : $\int_0^1 \frac{dx}{1+x^2}$

7. Find a unit vector in the direction of $\vec{a} = 3\hat{i} - 2\hat{j} + 6\hat{k}$

सदिश $\vec{a} = 3\hat{i} - 2\hat{j} + 6\hat{k}$ के अनुदिश एक मात्रक सदिश ज्ञात कीजिए।

8. Evaluate : $\int \frac{x^2}{1+x^3} dx$

मान ज्ञात कीजिए : $\int \frac{x^2}{1+x^3} dx$

9. For what value of λ are the vectors $\vec{a} = 2\hat{i} + \lambda\hat{j} + \hat{k}$ and $\vec{b} = \hat{i} - 2\hat{j} + 3\hat{k}$ perpendicular to each other?

λ के किस मान के लिए सदिश $\vec{a} = 2\hat{i} + \lambda\hat{j} + \hat{k}$ तथा सदिश $\vec{b} = \hat{i} - 2\hat{j} + 3\hat{k}$ परस्पर लम्बवत् हैं?

10. Find the angle between the vectors $\vec{a} = \hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$ and $\vec{b} = \hat{i} + \hat{j} - \hat{k}$

सदिशों $\vec{a} = \hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$ तथा $\vec{b} = \hat{i} + \hat{j} - \hat{k}$ के बीच का कोण ज्ञात कीजिए।

Section B

खण्ड ब

11. Let $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 5 \\ 4 & 1 & 3 \\ 0 & 6 & 7 \end{bmatrix}$. Express A as sum of two matrices such that one is symmetric and the other is skew symmetric.

OR

$$\text{If } A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}, \text{ verify that } A^2 - 4A - 5I = 0$$

$$\text{माना } A = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 5 \\ 4 & 1 & 3 \\ 0 & 6 & 7 \end{bmatrix}. A \text{ को ऐसे दो आव्यूहों के योग के रूप में लिखिए जिनमें से एक सममित आव्यूह तथा दूसरा विषम सममित आव्यूह है।$$

अथवा

यदि $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ है, तो सत्यापित कीजिए कि $A^2 - 4A - 5I = 0$

12. For what value of k is the following function continuous at $x = 2$?

$$f(x) = \begin{cases} 2x+1 & ; \quad x < 2 \\ k & ; \quad x = 2 \\ 3x-1 & ; \quad x > 2 \end{cases}$$

k के किस मान के लिए निम्न फलन $x = 2$ पर सतत है ?

$$f(x) = \begin{cases} 2x+1 & ; \quad x < 2 \\ k & ; \quad x = 2 \\ 3x-1 & ; \quad x > 2 \end{cases}$$

13. (i) Is the binary operation $*$, defined on set N , given by $a*b = \frac{a+b}{2}$ for all $a, b \in N$, commutative ?

- (ii) Is the above binary operation $*$ associative ?

- (i) क्या द्विआधारी संक्रिया $*$, जो समुच्चय N पर परिभाषित है तथा सभी $a, b \in N$ के लिए

$$a*b = \frac{a+b}{2} \text{ द्वारा प्रदत्त है, क्रम विनिमेयकारी है ?}$$

- (ii) क्या उपरोक्त द्विआधारी संक्रिया $*$ साहचर्यकारी है ?

14. Find the equation of tangent to the curve $x = \sin 3t, y = \cos 2t$, at $t = \pi/4$.

वक्र $x = \sin 3t, y = \cos 2t$ के बिन्दु $t = \pi/4$ पर स्पर्श रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिए।

15. Solve the following differential equation :

$$(x^2 - y^2) dx + 2xy dy = 0$$

given that $y = 1$ when $x = 1$

OR

Solve the following differential equation :

$$\frac{dy}{dx} = \frac{x(2y-x)}{x(2y+x)}, \text{ if } y = 1 \text{ when } x = 1$$

निम्न अवकल समीकरण को हल कीजिए :

$$(x^2 - y^2) dx + 2xy dy = 0$$

दिया है कि जब $x = 1$ है तो $y = 1$

अथवा

निम्न अवकल समीकरण को हल कीजिए :

$$\frac{dy}{dx} = \frac{x(2y-x)}{x(2y+x)}, \text{ यदि } y = 1 \text{ जब } x = 1$$

16. Solve the following differential equation :

$$\cos^2 x \frac{dy}{dx} + y = \tan x$$

निम्न अवकल समीकरण को हल कीजिए :

$$\cos^2 x \frac{dy}{dx} + y = \tan x$$

17. A pair of dice is thrown 4 times. If getting a doublet is considered a success, find the probability distribution of number of successes.

पासों का एक युग्म चार बार फेंका गया। यदि दोनों पासों पर एक ही संख्या आना सफलता माना जाए, तो सफलताओं की संख्या का प्रायिकता बंटन ज्ञात कीजिए।

18. Find the shortest distance between the following lines :

$$\frac{x-3}{1} = \frac{y-5}{-2} = \frac{z-7}{1} \text{ and } \frac{x+1}{7} = \frac{y+1}{-6} = \frac{z+1}{1}$$

Or

Find the point on the line $\frac{x+2}{3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-3}{2}$ at a distance $3\sqrt{2}$ from the point $(1, 2, 3)$

निम्न रेखाओं के बीच न्यूनतम दूरी ज्ञात कीजिए :

$$\frac{x-3}{1} = \frac{y-5}{-2} = \frac{z-7}{1} \text{ तथा } \frac{x+1}{7} = \frac{y+1}{-6} = \frac{z+1}{1}$$

अथवा

रेखा $\frac{x+2}{3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-3}{2}$ पर वह बिन्दु ज्ञात कीजिए जो बिन्दु $(1, 2, 3)$ से $3\sqrt{2}$ की दूरी पर हो।

19. If $\vec{a} = \hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$ and $\vec{b} = \hat{j} - \hat{k}$, find a vector \vec{c} such that $\vec{a} \times \vec{c} = \vec{b}$ and
 $\vec{a} \cdot \vec{c} = 3$

OR

If $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = 0$ and $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 5$ and $|\vec{c}| = 7$, show that the angle between \vec{a} and \vec{b} is 60° .

यदि $\vec{a} = \hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$ तथा $\vec{b} = \hat{j} - \hat{k}$, तो सदिश \vec{c} ज्ञात कीजिए यदि $\vec{a} \times \vec{c} = \vec{b}$ तथा $\vec{a} \cdot \vec{c} = 3$

अथवा

यदि $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = 0$ तथा $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 5$ तथा $|\vec{c}| = 7$, तो दर्शाइए कि \vec{a} तथा \vec{b} के बीच का कोण 60° का है।

20. Solve for x :

$$\tan^{-1}\left(\frac{x-1}{x-2}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{x+1}{x+2}\right) = \frac{\pi}{4}$$

x के लिए हल कीजिए :

$$\tan^{-1}\left(\frac{x-1}{x-2}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{x+1}{x+2}\right) = \frac{\pi}{4}$$

21. If $y = \cot^{-1} \left[\frac{\sqrt{1+\sin x} + \sqrt{1-\sin x}}{\sqrt{1+\sin x} - \sqrt{1-\sin x}} \right]$, find $\frac{dy}{dx}$

यदि $y = \cot^{-1} \left[\frac{\sqrt{1+\sin x} + \sqrt{1-\sin x}}{\sqrt{1+\sin x} - \sqrt{1-\sin x}} \right]$, तो $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए।

22. Evaluate : $\int_0^1 \cot^{-1} [1-x+x^2] dx$

मान ज्ञात कीजिए : $\int_0^1 \cot^{-1} [1-x+x^2] dx$

Section C

खण्ड स

23. Using properties of determinants, prove the following :

$$\begin{vmatrix} a+b+2c & a & b \\ c & b+c+2a & b \\ c & a & c+a+2b \end{vmatrix} = 2 (a+b+c)^3$$

सारणिकों के गुणधर्मों का प्रयोग कर निम्न सिद्ध कीजिए :

$$\begin{vmatrix} a+b+2c & a & b \\ c & b+c+2a & b \\ c & a & c+a+2b \end{vmatrix} = 2 (a+b+c)^3$$

24. Using integration, find the area lying above x -axis and included between the circle $x^2 + y^2 = 8x$ and the parabola $y^2 = 4x$.

समाकलों का प्रयोग कर, x -अक्ष के ऊपर तथा वृत्त $x^2 + y^2 = 8x$ तथा परवलय $y^2 = 4x$ के मध्यवर्ती क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

25. Using properties of definite integrals, evaluate the following :

$$\int_0^{\pi} \frac{x \tan x}{\sec x + \tan x} dx$$

निश्चित समाकलों के गुणधर्मों का प्रयोग कर निम्न का मान ज्ञात कीजिए :

$$\int_0^{\pi} \frac{x \tan x}{\sec x + \tan x} dx$$

26. Show that the rectangle of maximum area that can be inscribed in a circle is a square.

OR

Show that the height of the cylinder of maximum volume that can be inscribed in a cone of height h is $\frac{1}{3} h$.

सिद्ध कीजिए कि किसी वृत्त के अन्तर्गत निर्मित अधिकतम क्षेत्रफल का आयत एक वर्ग होगा।

अथवा

सिद्ध कीजिए कि किसी शंकु जिसकी ऊँचाई h है, के अन्तर्गत अधिकतम आयतन वाले निर्मित बेलन की ऊँचाई $\frac{1}{3} h$ होगी।

27. A factory owner purchases two types of machines, A and B for his factory. The requirements and the limitations for the machines are as follows :

Machine	Area occupied	Labour force	Daily output (in units)
A	1000 m ²	12 men	60
B	1200 m ²	8 men	40

He has maximum area of 9000 m² available, and 72 skilled labourers who can operate both the machines. How many machines of each type should he buy to maximise the daily output ?

एक फैक्ट्री मालिक A और B दो प्रकार की मशीनें अपनी फैक्ट्री के लिए क्रय करता है। इन मशीनों की आवश्यकताएँ तथा सीमाएँ निम्नवत् हैं :

मशीन	क्षेत्रफल जितना स्थान धेरती है	श्रमिकों की आवश्यकता	प्रतिदिन उत्पादन (इकाई संख्या)
A	1000 वर्ग मी	12 व्यक्ति	60
B	1200 वर्ग मी	8 व्यक्ति	40

फैक्ट्री मालिक के पास अधिकतम 9000 वर्ग मी क्षेत्र तथा 72 कुशल श्रमिक उपलब्ध हैं जो दोनों प्रकार की मशीनें चला सकते हैं। उसे प्रत्येक प्रकार की कितनी-कितनी मशीनें खरीदनी चाहिए जिससे कि अधिकतम उत्पादन संभव हो सके?

28. An insurance company insured 2000 scooter drivers, 4000 car drivers and 6000 truck drivers. The probability of an accident involving a scooter, a car and a truck are 0.01, 0.03 and 0.15 respectively. One of the insured persons meets with an accident. What is the probability that he is a scooter driver.

एक बीमा कम्पनी 2000 स्कूटर चालकों, 4000 कार चालकों तथा 6000 ट्रक चालकों का बीमा करती है। एक स्कूटर, कार तथा ट्रक के दुर्घटनाग्रस्त होने की प्रायिकताएँ क्रमशः 0.01, 0.03 तथा 0.15 हैं। बीमाकृत व्यक्तियों (चालकों) में से एक दुर्घटनाग्रस्त हो जाता है। उस व्यक्ति के स्कूटर चालक होने की प्रायिकता क्या है?

29. Find the equation of the plane passing through the point $(-1, -1, 2)$ and perpendicular to each of the following planes :

$$2x + 3y - 3z = 2 \text{ and } 5x - 4y + z = 6$$

OR

Find the equation of the plane passing through the points $(3, 4, 1)$ and $(0, 1, 0)$

and parallel to the line $\frac{x+3}{2} = \frac{y-3}{7} = \frac{z-2}{5}$

उस समतल का समीकरण ज्ञात कीजिए जो कि बिन्दु $(-1, -1, 2)$ से होकर जाता है तथा निम्नलिखित दोनों तलों पर लम्बवत् है :

$$2x + 3y - 3z = 2 \text{ तथा } 5x - 4y + z = 6$$

अथवा

उस तल का समीकरण ज्ञात कीजिए जो बिन्दुओं $(3, 4, 1)$ और $(0, 1, 0)$ से होकर जाता

है तथा सरल रेखा $\frac{x+3}{2} = \frac{y-3}{7} = \frac{z-2}{5}$ के समान्तर है।

Roll No.
रोल नं.

--	--	--	--	--	--	--

Candidates must write the Code on
the title page of the answer-book.
विद्यार्थी उत्तर-पुस्तिका में कोड नं. अवश्य
लिखें।

- Please check that this question paper contains **11** printed pages.
- Code number given on the right hand side of the question paper should be written on the title page of the answer-book by the candidate.
- Please check that this question paper contains **29** questions.
- **Please write down the Serial Number of the question before attempting it.**
- कृपया जांच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में मुद्रित पृष्ठ **11** हैं।
- प्रश्न-पत्र में दाहिने हाथ की ओर दिए गए कोड नम्बर को छात्र उत्तर-पुस्तिका के मुख-पृष्ठ पर लिखें।
- कृपया जांच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में **29** प्रश्न हैं।
- कृपया प्रश्न का उत्तर लिखना शुरू करने से पहले, प्रश्न का क्रमांक अवश्य लिखें।

MATHEMATICS

गणित

Time allowed : 3 hours]

[Maximum marks : 100

निर्धारित समय : 3 घण्टे]

[अधिकतम अंक : 100

General Instructions :

1. All questions are compulsory.
2. The question paper consists of 29 questions divided into three sections A, B and C. Section A comprises of 10 questions of one mark each, Section B comprises of 12 questions of four marks each and Section C comprises of 7 questions of six marks each.
3. All questions in Section A are to be answered in one word, one sentence or as per the exact requirement of the question.
4. There is no overall choice. However, internal choice has been provided in 4 questions of four marks each and 2 questions of six marks each. You have to attempt only one of the alternatives in all such questions.
5. Use of calculators is not permitted.

सामान्य निर्देश :

1. सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।
2. इस प्रश्नपत्र में 29 प्रश्न हैं जो तीन खण्डों में विभाजित हैं अ, ब तथा स। खण्ड अ में 10 प्रश्न हैं जिनमें से प्रत्येक एक अंक का है। खण्ड ब में 12 प्रश्न हैं जिनमें से प्रत्येक चार अंक का है। खण्ड स में 7 प्रश्न हैं जिनमें से प्रत्येक छः अंक का है।
3. खण्ड अ में सभी प्रश्नों के उत्तर एक शब्द, एक वाक्य अथवा प्रश्न की आवश्यकता अनुसार दिये जा सकते हैं।
4. पूर्ण प्रश्नपत्र में विकल्प नहीं है। फिर भी चार अंकों वाले 4 प्रश्नों में तथा छः अंकों वाले 2 प्रश्नों में आन्तरिक विकल्प हैं। ऐसे सभी प्रश्नों में से आपको एक ही विकल्प करना है।
5. कैलकुलेटर के प्रयोग की अनुमति नहीं है।

Section A

खण्ड अ

1. If $f(x) = x + 7$ and $g(x) = x - 7$, $x \in \mathbb{R}$, find $(fog)(7)$

यदि $f(x) = x + 7$ तथा $g(x) = x - 7$, $x \in \mathbb{R}$, तो $(fog)(7)$ ज्ञात कीजिए।

2. Evaluate : $\sin\left[\frac{\pi}{3} - \sin^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right)\right]$

मान ज्ञात कीजिए : $\sin\left[\frac{\pi}{3} - \sin^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right)\right]$

3. Find the value of x and y if : $2 \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 0 & x \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} y & 0 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 6 \\ 1 & 8 \end{bmatrix}$

x तथा y के मान ज्ञात कीजिए यदि : $2 \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 0 & x \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} y & 0 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 6 \\ 1 & 8 \end{bmatrix}$

4. Evaluate : $\begin{vmatrix} a+ib & c+id \\ -c+id & a-ib \end{vmatrix}$

मान ज्ञात कीजिए : $\begin{vmatrix} a+ib & c+id \\ -c+id & a-ib \end{vmatrix}$

5. Find the co-factor of a_{12} in the following :

$$\begin{vmatrix} 2 & -3 & 5 \\ 6 & 0 & 4 \\ 1 & 5 & -7 \end{vmatrix}$$

निम्न में a_{12} का सहखंड ज्ञात कीजिए :

$$\begin{vmatrix} 2 & -3 & 5 \\ 6 & 0 & 4 \\ 1 & 5 & -7 \end{vmatrix}$$

6. Evaluate : $\int \frac{x^2}{1+x^3} dx$

मान ज्ञात कीजिए : $\int \frac{x^2}{1+x^3} dx$

7. Evaluate : $\int_0^1 \frac{dx}{1+x^2}$

मान ज्ञात कीजिए : $\int_0^1 \frac{dx}{1+x^2}$

8. Find a unit vector in the direction of $\vec{a} = 3\hat{i} - 2\hat{j} + 6\hat{k}$

सदिश $\vec{a} = 3\hat{i} - 2\hat{j} + 6\hat{k}$ के अनुदिश एक मात्रक सदिश ज्ञात कीजिए।

9. Find the angle between the vectors $\vec{a} = \hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$ and $\vec{b} = \hat{i} + \hat{j} - \hat{k}$

सदिशों $\vec{a} = \hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$ तथा $\vec{b} = \hat{i} + \hat{j} - \hat{k}$ के बीच का कोण ज्ञात कीजिए।

10. For what value of λ are the vectors $\vec{a} = 2\hat{i} + \lambda\hat{j} + \hat{k}$ and $\vec{b} = \hat{i} - 2\hat{j} + 3\hat{k}$ perpendicular to each other?

λ के किस मान के लिए सदिश $\vec{a} = 2\hat{i} + \lambda\hat{j} + \hat{k}$ तथा सदिश $\vec{b} = \hat{i} - 2\hat{j} + 3\hat{k}$ परस्पर लम्बवत् हैं?

Section B

खण्ड ब

11. (i) Is the binary operation $*$, defined on set N, given by $a*b = \frac{a+b}{2}$ for all $a, b \in N$, commutative?
- (ii) Is the above binary operation $*$ associative?
- (i) क्या द्विआधारी संक्रिया $*$, जो समुच्चय N पर परिभाषित है तथा सभी $a, b \in N$ के लिए $a*b = \frac{a+b}{2}$ द्वारा प्रदत्त है, क्रम विनिमेयकारी है?
- (ii) क्या उपरोक्त द्विआधारी संक्रिया $*$ साहचर्यकारी है?

12. Prove the following :

$$\tan^{-1} \frac{1}{3} + \tan^{-1} \frac{1}{5} + \tan^{-1} \frac{1}{7} + \tan^{-1} \frac{1}{8} = \frac{\pi}{4}$$

निम्न सिद्ध कीजिए :

$$\tan^{-1} \frac{1}{3} + \tan^{-1} \frac{1}{5} + \tan^{-1} \frac{1}{7} + \tan^{-1} \frac{1}{8} = \frac{\pi}{4}$$

13. Let $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 5 \\ 4 & 1 & 3 \\ 0 & 6 & 7 \end{bmatrix}$. Express A as sum of two matrices such that one is symmetric and the other is skew symmetric.

OR

If $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$, verify that $A^2 - 4A - 5I = 0$

माना $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 5 \\ 4 & 1 & 3 \\ 0 & 6 & 7 \end{bmatrix}$, A को ऐसे दो आव्यूहों के योग के रूप में लिखिए जिनमें से एक सममित आव्यूह तथा दूसरा विषम सममित आव्यूह है।

अथवा

यदि $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ है, तो सत्यापित कीजिए कि $A^2 - 4A - 5I = 0$

14. For what value of k is the following function continuous at $x = 2$?

$$f(x) = \begin{cases} 2x+1 & ; \quad x < 2 \\ k & ; \quad x = 2 \\ 3x-1 & ; \quad x > 2 \end{cases}$$

k के किस मान के लिए निम्न फलन $x = 2$ पर सतत है?

$$f(x) = \begin{cases} 2x+1 & ; \quad x < 2 \\ k & ; \quad x = 2 \\ 3x-1 & ; \quad x > 2 \end{cases}$$

15. Differentiate the following with respect to x :

$$\tan^{-1} \left(\frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}} \right)$$

निम्न का x के सापेक्ष अवकलन कीजिए :

$$\tan^{-1} \left(\frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}} \right)$$

16. Find the equation of tangent to the curve $x = \sin 3t$, $y = \cos 2t$, at $t = \pi/4$

वक्र $x = \sin 3t$, $y = \cos 2t$ के बिन्दु $t = \pi/4$ पर स्पर्श रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिए।

17. Evaluate: $\int_0^{\pi} \frac{x \sin x}{1 + \cos^2 x} dx$

मान ज्ञात कीजिए : $\int_0^{\pi} \frac{x \sin x}{1 + \cos^2 x} dx$

18. Solve the following differential equation :

$$(x^2 - y^2) dx + 2xy dy = 0$$

given that $y = 1$ when $x = 1$

OR

Solve the following differential equation :

$$\frac{dy}{dx} = \frac{x(2y-x)}{x(2y+x)}, \text{ if } y = 1 \text{ when } x = 1$$

निम्न अवकल समीकरण को हल कीजिए :

$$(x^2 - y^2) dx + 2xy dy = 0$$

दिया है कि जब $x = 1$ है तो $y = 1$

अथवा

निम्न अवकल समीकरण को हल कीजिए :

$$\frac{dy}{dx} = \frac{x(2y-x)}{x(2y+x)}, \text{ यदि } y = 1 \text{ जब } x = 1$$

19. Solve the following differential equation :

$$\cos^2 x \frac{dy}{dx} + y = \tan x$$

निम्न अवकल समीकरण को हल कीजिए :

$$\cos^2 x \frac{dy}{dx} + y = \tan x$$

20. If $\vec{a} = \hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$ and $\vec{b} = \hat{j} - \hat{k}$, find a vector \vec{c} such that $\vec{a} \times \vec{c} = \vec{b}$ and
 $\vec{a} \cdot \vec{c} = 3$

OR

If $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = 0$ and $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 5$ and $|\vec{c}| = 7$, show that the angle between
 \vec{a} and \vec{b} is 60° .

यदि $\vec{a} = \hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$ तथा $\vec{b} = \hat{j} - \hat{k}$, तो सदिश \vec{c} ज्ञात कीजिए यदि $\vec{a} \times \vec{c} = \vec{b}$ तथा $\vec{a} \cdot \vec{c} = 3$

अथवा

यदि $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = 0$ तथा $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 5$ तथा $|\vec{c}| = 7$, तो दर्शाइए कि \vec{a} तथा \vec{b} के बीच का कोण 60° का है।

21. Find the shortest distance between the following lines :

$$\frac{x-3}{1} = \frac{y-5}{-2} = \frac{z-7}{1} \text{ and } \frac{x+1}{7} = \frac{y+1}{-6} = \frac{z+1}{1}$$

Or

Find the point on the line $\frac{x+2}{3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-3}{2}$ at a distance $3\sqrt{2}$ from the point $(1, 2, 3)$

निम्न रेखाओं के बीच न्यूनतम दूरी ज्ञात कीजिए :

$$\frac{x-3}{1} = \frac{y-5}{-2} = \frac{z-7}{1} \text{ तथा } \frac{x+1}{7} = \frac{y+1}{-6} = \frac{z+1}{1}$$

अथवा

रेखा $\frac{x+2}{3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-3}{2}$ पर वह बिन्दु ज्ञात कीजिए जो बिन्दु $(1, 2, 3)$ से $3\sqrt{2}$ की दूरी पर हो।

22. A pair of dice is thrown 4 times. If getting a doublet is considered a success, find the probability distribution of number of successes.

पासों का एक युग्म चार बार फेंका गया। यदि दोनों पासों पर एक ही संख्या आना सफलता माना जाए, तो सफलताओं की संख्या का प्रायिकता बंटन ज्ञात कीजिए।

Section C

खण्ड स

23. Using properties of determinants, prove the following :

$$\begin{vmatrix} \alpha & \beta & \gamma \\ \alpha^2 & \beta^2 & \gamma^2 \\ \beta + \gamma & \gamma + \alpha & \alpha + \beta \end{vmatrix} = (\alpha - \beta)(\beta - \gamma)(\gamma - \alpha)(\alpha + \beta + \gamma)$$

सारणिकों के गुणधर्मों का प्रयोग कर निम्न सिद्ध कीजिए :

$$\begin{vmatrix} \alpha & \beta & \gamma \\ \alpha^2 & \beta^2 & \gamma^2 \\ \beta + \gamma & \gamma + \alpha & \alpha + \beta \end{vmatrix} = (\alpha - \beta)(\beta - \gamma)(\gamma - \alpha)(\alpha + \beta + \gamma)$$

24. Show that the rectangle of maximum area that can be inscribed in a circle is a square.

OR

Show that the height of the cylinder of maximum volume that can be inscribed in a cone of height h is $\frac{1}{3} h$.

सिद्ध कीजिए कि किसी वृत्त के अन्तर्गत निर्मित अधिकतम क्षेत्रफल का आयत एक वर्ग होगा।

अथवा

सिद्ध कीजिए कि किसी शंकु जिसकी ऊँचाई h है, के अन्तर्गत अधिकतम आयतन वाले निर्मित बेलन की ऊँचाई $\frac{1}{3} h$ होगी।

25. Using integration find the area of the region bounded by the parabola $y^2 = 4x$ and the circle $4x^2 + 4y^2 = 9$.

समाकलन का प्रयोग करते हुए परवलय $y^2 = 4x$ तथा वृत्त $4x^2 + 4y^2 = 9$ के मध्यवर्ती क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

26. Evaluate : $\int_{-a}^a \sqrt{\frac{a-x}{a+x}} dx$

मान ज्ञात कीजिए : $\int_{-a}^a \sqrt{\frac{a-x}{a+x}} dx$

27. Find the equation of the plane passing through the point $(-1, -1, 2)$ and perpendicular to each of the following planes :

$$2x + 3y - 3z = 2 \text{ and } 5x - 4y + z = 6$$

OR

Find the equation of the plane passing through the points $(3, 4, 1)$ and $(0, 1, 0)$

and parallel to the line $\frac{x+3}{2} = \frac{y-3}{7} = \frac{z-2}{5}$

उस समतल का समीकरण ज्ञात कीजिए जो कि बिन्दु $(-1, -1, 2)$ से होकर जाता है तथा निम्नलिखित दोनों तलों पर लम्बवत् है :

$$2x + 3y - 3z = 2 \text{ तथा } 5x - 4y + z = 6$$

अथवा

उस तल का समीकरण ज्ञात कीजिए जो बिन्दुओं $(3, 4, 1)$ और $(0, 1, 0)$ से होकर जाता है तथा सरल रेखा $\frac{x+3}{2} = \frac{y-3}{7} = \frac{z-2}{5}$ के समान्तर है।

28. A factory owner purchases two types of machines, A and B for his factory. The requirements and the limitations for the machines are as follows :

Machine	Area occupied	Labour force	Daily output (in units)
A	1000 m^2	12 men	60
B	1200 m^2	8 men	40

He has maximum area of 9000 m^2 available, and 72 skilled labourers who can operate both the machines. How many machines of each type should he buy to maximise the daily output ?

एक फैक्ट्री मालिक A और B दो प्रकार की मशीनें अपनी फैक्ट्री के लिए क्रय करता है। इन मशीनों की आवश्यकताएँ तथा सीमाएँ निम्नवत् हैं :

मशीन	क्षेत्रफल जितना स्थान धेरती है	श्रमिकों की आवश्यकता	प्रतिदिन उत्पादन (इकाई संख्या)
A	1000 वर्ग मी	12 व्यक्ति	60
B	1200 वर्ग मी	8 व्यक्ति	40

फैक्ट्री मालिक के पास अधिकतम 9000 वर्ग मी क्षेत्र तथा 72 कुशल श्रमिक उपलब्ध हैं जो दोनों प्रकार की मशीनें चला सकते हैं। उसे प्रत्येक प्रकार की कितनी-कितनी मशीनें खरीदनी चाहिए जिससे कि अधिकतम उत्पादन संभव हो सके ?

29. An insurance company insured 2000 scooter drivers, 4000 car drivers and 6000 truck drivers. The probability of an accident involving a scooter, a car and a truck are 0.01, 0.03 and 0.15 respectively. One of the insured persons meets with an accident. What is the probability that he is a scooter driver.

एक बीमा कम्पनी 2000 स्कूटर चालकों, 4000 कार चालकों तथा 6000 ट्रक चालकों का बीमा करती है। एक स्कूटर, कार तथा ट्रक के दुर्घटनाग्रस्त होने की प्रायिकताएँ क्रमशः 0.01, 0.03 तथा 0.15 हैं। बीमाकृत व्यक्तियों (चालकों) में से एक दुर्घटनाग्रस्त हो जाता है। उस व्यक्ति के स्कूटर चालक होने की प्रायिकता क्या है ?

Roll No.

--	--	--	--	--	--

 रोल नं.

Candidates must write the Code on
the title page of the answer-book.
विद्यार्थी उत्तर-पुस्तिका में कोड नं. अवश्य
लिखें।

- Please check that this question paper contains **15** printed pages.
- Code number given on the right hand side of the question paper should be written on the title page of the answer-book by the candidate.
- Please check that this question paper contains **26** questions.
- **Please write down the serial number of the question before attempting it.**
- कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में मुद्रित पृष्ठ **15** हैं।
- प्रश्न-पत्र में दाहिने हाथ की ओर दिए गए कोड नम्बर को छात्र उत्तर-पुस्तिका के मुख-पृष्ठ पर लिखें।
- कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में **26** प्रश्न हैं।
- कृपया प्रश्न का उत्तर लिखना शुरू करने से पहले, प्रश्न का क्रमांक अवश्य लिखें।

MATHEMATICS

गणित

Time allowed : 3 hours]
नियमित समय : 3 घण्टे]

[Maximum Marks: 100
[अधिकतम अंक : 100

General Instructions :

- (ii) *The question paper consists of three sections A,B and C. Section A is compulsory for all students. In addition to Section A, every student has to attempt either Section B OR Section C.*
- (ii) **For Section A**
Question numbers 1 to 8 are of 3 marks each.
Question numbers 9 to 15 are of 4 marks each.
Question numbers 16 to 18 are of 6 marks each.
- (iii) **For Section B / Section C**
Question numbers 19 to 22 are of 3 marks each.

Question numbers 23 to 25 are of 4 marks each.

Question number 26 is of 6 marks.

- (iv) *All questions are compulsory.*
- (v) *Internal choices have been provided in some questions. You have to attempt only one of the choices in such questions.*
- (vi) *Use of calculator is not permitted. However, you may ask for logarithmic and statistical tables. If required.*

सामान्य निर्देश :

- (i) इस प्रश्न पत्र के तीन खण्ड अ, ब और स हैं। **खण्ड अ** सभी विद्यार्थियों के लिए **अनिवार्य** हैं। खण्ड अ के अलावा प्रत्येक विद्यार्थी को **किसी एक खण्ड - ब या स** के प्रश्नों के उत्तर देने हैं।
- (ii) **खण्ड अ**
प्रश्न संख्या 1 से 8 तक प्रत्येक के 3 अंक हैं।
प्रश्न संख्या 9 से 15 तक प्रत्येक के 4 अंक हैं।
प्रश्न संख्या 16 से 18 तक प्रत्येक के 6 अंक हैं।
- (iii) **खण्ड ब / खण्ड स**
प्रश्न संख्या 19 से 22 तक प्रत्येक के 3 अंक हैं।
प्रश्न संख्या 23 से 25 तक प्रत्येक के 4 अंक हैं।
प्रश्न संख्या 26, 6 अंक का है।
- (iv) सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।
- (v) कुछ प्रश्नों में आन्तरिक विकल्प दिये गये हैं। ऐसे प्रश्नों में केवल एक ही विकल्प को करना है।
- (vi) कैलकुलेटर के प्रयोग की अनुमति नहीं है। लेकिन यदि आवश्यकता हो तो आप लघुगणकीय व सांख्यिकीय सारणियों की माँग कर सकते हैं।

SECTION - A

खण्ड - अ

1. If $A = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$, show that $A^2 - 6A + 17I = 0$. Hence find A^{-1} .

यदि है, $A = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$, तो दिखाइए कि $A^2 - 6A + 17I = 0$. अतः A^{-1} ज्ञात कीजिए।

2. An urn contains 7 red and 4 blue balls. Two balls are drawn at random with replacement. Find the probability of getting (a) 2 red balls (b) 2 blue balls (c) one red and one blue ball.

एक पात्र में 7 लाल तथा 4 नीली गेंदें हैं। पात्र में से दो गेंदें यादृच्छया प्रतिस्थापना सहित निकाली जाती हैं। प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि (अ) 2 लाल गेंदें (ब) दोनों गेंदें नीली हैं (स) एक लाल तथा एक नीली गेंद है।

3. Using the properties of determinants, prove that following :

$$\begin{vmatrix} a-b-c & 2a & 2a \\ 2b & b-c-a & 2b \\ 2c & 2c & c-a-b \end{vmatrix} = (a+b+c)^3$$

सारणिकों के गुणधर्मों का प्रयोग करके निम्न सिद्ध कीजिए :

$$\begin{vmatrix} a-b-c & 2a & 2a \\ 2b & b-c-a & 2b \\ 2c & 2c & c-a-b \end{vmatrix} = (a+b+c)^3$$

4. A card is drawn at random from a well-shuffled pack of 52 cards. Find the probability that it is neither a ace nor a king.

अच्छी प्रकार से फेंटी गई 52 पत्तों की ताश की एक गड्ढी में से एक पत्ता यादृच्छया निकाला गया। प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि न तो यह इक्का (ace) है और न ही यह बादशाह (king) है।

5. Evaluate : $\int \frac{1+x^2}{1+x^4} dx$

$$\text{मान ज्ञात कीजिए : } \int \frac{1+x^2}{1+x^4} dx$$

6. Solve the following differential equation :

$$x \cos y dy = (xe^x \log x + e^x) dx$$

निम्न अवकल समीकरण को हल कीजिए :

$$x \cos y dy = (xe^x \log x + e^x) dx$$

7. Form the differential equation of the family of curves $y = A \cos 2x + B \sin 2x$, where A and B are constants.

OR

Solve the following differential equation :

$$\frac{dy}{dx} + 2y = 6e^x$$

वक्र कुल $y = A \cos 2x + B \sin 2x$, को प्रदर्शित करता एक अवकल समीकरण बनाइए, जहाँ A तथा B अचर हैं।

अथवा

निम्न अवकल समीकरण को हल कीजिए :

$$\frac{dy}{dx} + 2y = 6e^x$$

8. Evaluate : $\int \cos 4x \cos 3x \, dx$

मान ज्ञात कीजिए : $\int \cos 4x \cos 3x \, dx$

9. Using properties of definite integrals, prove the following :

$$\int_0^\pi \frac{x \tan x}{\sec x \cosec x} \, dx = \frac{\pi^2}{4}$$

निश्चित समाकलों के गुणधर्मों का प्रयोग करके निम्न सिद्ध कीजिए :

$$\int_0^\pi \frac{x \tan x}{\sec x \cosec x} \, dx = \frac{\pi^2}{4}$$

10. Evaluate : $\int \frac{\sin x}{(1-\cos x)(2-\cos x)} \, dx$

मान ज्ञात कीजिए : $\int \frac{\sin x}{(1-\cos x)(2-\cos x)} \, dx$

11. Find the value of k if the function

$$f(x) = \begin{cases} kx^2, & x \geq 1 \\ 4, & x < 1 \end{cases} \text{ is continuous at } x = 1$$

OR

Evaluate : $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \left(\frac{\sin x - \cos x}{x - \frac{\pi}{4}} \right)$

k का मान ज्ञात कीजिए यदि फलन

$$f(x) = \begin{cases} kx^2, & x \geq 1 \\ 4, & x < 1 \end{cases}, \quad x = 1 \text{ पर सतत है}$$

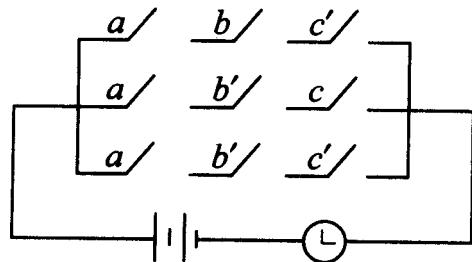
अथवा

मान ज्ञात कीजिए : $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \left(\frac{\sin x - \cos x}{x - \frac{\pi}{4}} \right)$

12. Differentiate $\sin(x^2 + 1)$ with respect to x from first principle.

$\sin(x^2 + 1)$ का, x के सापेक्ष, आदितः अवकलन कीजिए।

13. Write the Boolean expression representing the following circuit :



Simplify the Boolean expression.

OR

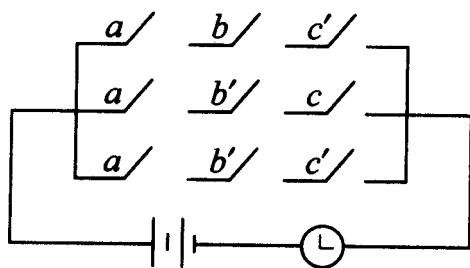
Show that the following argument is valid :

$$S_1 : p \vee q$$

$$S_2 : \sim q$$

$$S : p \wedge \sim q$$

निम्न सर्किट के लिए बूलीय व्यंजक लिखिए :



बूलीय व्यंजक को सरल भी कीजिए।

अथवा

दर्शाइये कि निम्न युक्ति वैध है :

$$S_1 : p \vee q$$

$$S_2 : \sim q$$

$$S : p \wedge \sim q$$

14. If $y = \sin(\log x)$, prove that

$$x^2 \frac{d^2y}{dx^2} + x \frac{dy}{dx} + y = 0$$

यदि $y = \sin(\log x)$ है, तो सिद्ध कीजिए कि

$$x^2 \frac{d^2y}{dx^2} + x \frac{dy}{dx} + y = 0$$

- 15.** Verify Rolle's theorem for the function $f(x) = x^2 - 5x + 4$ on $[1, 4]$.

फलन $f(x) = x^2 - 5x + 4$ के लिए $[1, 4]$ पर रोले के प्रमेय को सत्यापित कीजिए।

- 16.** Using matrices, solve the following system of equations :

$$x + 2y - 3z = 6$$

$$3x + 2y - 2z = 3$$

$$2x - y + z = 2$$

आव्यूहों का प्रयोग करके निम्न समीकरण निकाय को हल कीजिए :

$$x + 2y - 3z = 6$$

$$3x + 2y - 2z = 3$$

$$2x - y + z = 2$$

- 17.** Using integration, find the area of the region enclosed between the circles

$$x^2 + y^2 = 1 \text{ and } (x-1)^2 + y^2 = 1.$$

OR

Evaluate $\int_0^2 (x^2 + 2x + 1) dx$ as limit of a sum.

समाकलों का प्रयोग करके दो वृत्तों $x^2 + y^2 = 1$ तथा $(x-1)^2 + y^2 = 1$ के बीच घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

अथवा

$\int_0^2 (x^2 + 2x + 1) dx$ का मान योगों की गुच्छमान विधि द्वारा ज्ञात कीजिए।

18. Find the point on the curve $x^2 = 8y$ which is nearest to the point (2, 4).

OR

Show that a right circular cone of least curved surface and given volume has an altitude equal to $\sqrt{2}$ times the radius of the base.

वक्र $x^2 = 8y$ पर वह बिन्दु ज्ञात कीजिए जो बिन्दु (2, 4) से न्यूनतम दूरी पर हो।

अथवा

दिखाइए कि न्यूनतम वक्र पृष्ठ तथा दिए गये आयतन के लम्ब वृत्तीय शंकु की ऊँचाई आधार की त्रिज्या की $\sqrt{2}$ गुनी होगी।

SECTION - B

खण्ड - ब

19. Find the projection of $\vec{b} + \vec{c}$ on \vec{a} where $\vec{a} = 2\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$, $\vec{b} = \hat{i} + 2\hat{j} - 2\hat{k}$
and $\vec{c} = 2\hat{i} - \hat{j} + 4\hat{k}$.

सदिश $\vec{b} + \vec{c}$ का \vec{a} पर प्रक्षेप ज्ञात कीजिए यदि $\vec{a} = 2\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$, $\vec{b} = \hat{i} + 2\hat{j} - 2\hat{k}$
तथा $\vec{c} = 2\hat{i} - \hat{j} + 4\hat{k}$ है।

20. Find the value of λ which makes the vectors \vec{a} , \vec{b} and \vec{c} coplanar, where
 $\vec{a} = 2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$, $\vec{b} = \hat{i} + 2\hat{j} - 3\hat{k}$ and $\vec{c} = 3\hat{i} - \lambda\hat{j} + 5\hat{k}$.

λ का मान ज्ञात कीजिए कि सदिश \vec{a} , \vec{b} तथा \vec{c} समतलीय हैं, जहाँ
 $\vec{a} = 2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$, $\vec{b} = \hat{i} + 2\hat{j} - 3\hat{k}$ तथा $\vec{c} = 3\hat{i} - \lambda\hat{j} + 5\hat{k}$ है।

21. A particle starting with initial velocity of 30 m/sec moves with a uniform acceleration of 9 m/sec². Find :

- (a) the velocity of the particle after 6 seconds.
- (b) how far it will go in 9 seconds.
- (c) its velocity when it has traversed 150 m.

एक कण 20 मी./से. के प्रारम्भिक वेग से तथा 9 मी./से.² के एकसमान त्वरण से चलता है। निम्न ज्ञात कीजिए :

- (अ) 6 सेकण्ड बाद कम का वेग
- (ब) 9 सेकण्ड में कण कितनी दूरी तय करेगा
- (स) 150 मी. की दूरी तय करने पर कण का वेग।

22. Find the resultant of two velocities 4 m/sec and 6 m/sec inclined to one-another at an angle of 120°.

OR

A ball projected with a velocity of 28 m/sec has a horizontal range 40 m. Find the two angles of projection.

4 मी./से. तथा 6 मी./से. के दो वेग एक-दूसरे से 120° के कोण पर कार्यरत हैं। उनका परिणामी वेग ज्ञात कीजिए।

अथवा

एक गेंद 28 मी./से. के वेग से प्रक्षिप्त की गई तथा उसका क्षेत्रिक परास 40 मी है। दोनों प्रक्षेपण कोण ज्ञात कीजिए।

23. A body of weight 70 N is suspended by two strings of length 27 cm and 36 cm, fastened to two points in the same horizontal line 45 cm apart and is in equilibrium. Find the tensions in the strings.

70 N भार का एक पिण्ड, किसी क्षैतिज रेखा में परस्पर 45 सेमी दूर स्थित दो बिन्दुओं से क्रमशः 27 सेमी तथा 36 सेमी लम्बी डोरियों से बंधा संतुलित अवस्था में लटक रहा है। प्रत्येक डोरी में तनाव ज्ञात कीजिए।

- 24.** The resultant of two unlike parallel forces of 18 N and 10 N act along a line at a distance of 12 cm from the line of action of the smaller force. Find the distance between the lines of action of two forces.

18 N तथा 10 N के दो विपरीत दिश समान्तर बलों का परिणामी बल एक ऐसी रेखा के अनुदिश कार्य करता है, जो छोटे बल की क्रिया रेखा से 12 सेमी की दूरी पर है। दिये हुए दो बलों की क्रिया रेखाओं के बीच की दूरी ज्ञात कीजिए।

- 25.** Find the equation of the plane which is perpendicular to the plane $5x + 3y + 6z + 8 = 0$ and which contains the line of intersection of the planes $x + 2y + 3z - 4 = 0$ and $2x + y - z + 5 = 0$.

उस तल का समीकरण ज्ञात कीजिए जो तल $5x + 3y + 6z + 8 = 0$ पर लम्बवत् है तथा तलों $x + 2y + 3z - 4 = 0$ तथा $2x + y - z + 5 = 0$ के प्रतिच्छेदन से होकर जाता है।

- 26.** Find the equation of the sphere which passing through the points $(3, 0, 0)$, $(0, -1, 0)$, $(0, 0, -2)$ and having the centre on the plane $3x + 2y + 4z = 1$.

उस गोले का समीकरण ज्ञात कीजिए जो बिन्दुओं $(3, 0, 0)$, $(0, -1, 0)$, $(0, 0, -2)$ से होकर जाता है तथा जिसका केन्द्र तल $3x + 2y + 4z = 1$ पर स्थित है।

SECTION - C

खण्ड - स

- 19.** Find the face value of a bill, discounted at 6% per annum 146 days before the legal due date, if the banker's gain is Rs. 36.

उस बिल का मुख मूल्य (face value) ज्ञात कीजिए जो विधितः देय तिथि से 146 दिन पूर्व 6% वार्षिक की दर से भुना लिया गया तथा जिस पर बैंकर का लाभ 36 रु. है।

- 20.** A bill for Rs. 7650 was drawn on 8th March 2005 at 7 months. It was discounted on 18 May 2005 and the holder of the bill received Rs. 7497. What rate of interest did the banker charge ?

7650 रु. का एक बिल, जो 8 मार्च, 2005 को 7 महीने के लिए लिखा गया। 18 मई 2005 को धारक द्वारा 7497 रु. में भुना लिया गया। बैंकर ने क्या दर प्रतिशत व्याज लिया ?

- 21.** There are two bags I and II. Bag I contains 2 white and 3 red balls and Bag II contains 4 white and 5 red balls. One ball is drawn at random from one of the bags and is found to be red. Find the probability that it was drawn from bag II.

I तथा II दो थैले हैं। थैले I में 2 सफेद तथा 3 लाल गेंदें हैं तथा थैले II में 4 सफेद तथा 5 लाल गेंदें हैं। किसी एक थैले में से यादृच्छया एक गेंद निकाली गई जिसे लाल रंग का पाया गया। प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि निकाली गई गेंद थैले II में से थी।

22. Find the mean μ , variance σ^2 for the following probability distribution :

X	0	1	2	3
P(X)	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$

OR

Find the binomial distribution for which the mean is 4 and variance 3.

निम्न प्रायिकता बंटन के लिए माध्य μ तथा प्रसरण σ^2 ज्ञात कीजिए :

X	0	1	2	3
P(X)	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$

अथवा

वह द्विपद बंटन ज्ञात कीजिए जिसका माध्य 4 है तथा प्रसरण 3 है।

23. A, B, C entered into a partnership investing Rs. 12000, Rs. 16000 and Rs. 20000 respectively. A as working partner gets 10% of the annual profit for the same. After 5 months, B invested Rs. 2000 more while C withdrew Rs. 2000 after 8 months from the start of the business. Find the share of each in an annual profit of Rs. 97000.

A, B तथा C ने क्रमशः 12000 रु., 16000 रु. तथा 20000 रु. निवेश कर साझे में व्यापार आरम्भ किया। A एक कार्यकारी साझेदार है जिसे कुल लाभ का 10% इस काम के लिए मिलता है। 5 माह बाद B ने 2000 रु. और निवेश कर दिये जब कि C ने व्यापार के आरम्भ के 8 माह बाद 2000 रु. निकाल लिए। 97000 रु. के वार्षिक लाभ में प्रत्येक का भाग ज्ञात कीजिए।

- 24.** Find the present value of an annuity due of Rs. 700 per annum payable at the beginning of each year for 2 years allowing interest 6% per annum, compounded annually. [Take $(1.06)^{-1} = 0.943$]

2 वर्षों के लिए 700 रु. प्रति वर्ष भुगतान वाली देय वार्षिकी जो प्रति वर्ष के आरम्भ में देय है, का वर्तमान मूल्य ज्ञात कीजिए, यदि ब्याज 6% वार्षिक की दर से संयोजित होता है।

[Take $(1.06)^{-1} = 0.943$]

- 25.** The total cost $C(x)$, associated with the production and making x units of an item is given by

$$C(x) = 0.005x^3 - 0.02x^2 + 30x + 5000$$

Find (i) the average cost function (ii) the average cost of output of 10 units (iii) the marginal cost function (iv) the marginal cost when 3 units are produced.

किसी उत्पाद x के एकक के उत्पाद से संबंधित यदि कुल लागत फलन

$$C(x) = 0.005x^3 - 0.02x^2 + 30x + 5000$$

तो (i) औसत लागत फलन ज्ञात कीजिए, (ii) 10 उत्पाद संख्या के लिए औसत लागत ज्ञात कीजिए, (iii) सीमांत फलन ज्ञात कीजिए, (iv) 3 उत्पाद संख्या के लिए सीमांत लागत ज्ञात कीजिए।

26. If a young man rides his motorcycle at 25 km/hour, he had to spend Rs. 2 per km on petrol. If he rides at a faster speed of 40 km/hour, the petrol cost increases at Rs. 5 per km. He has Rs. 100 to spend on petrol and wishes to find what is the maximum distance he can travel within one hour. Express this as an LPP and solve it graphically.

एक नवयुवक यदि मोटर साइकिल 25 किमी/घंटा की गति से चलाता है तो पेट्रोल का व्यय 2 रु. प्रति किमी आता है। यदि वह उसे 40 किमी/घंटा की तेज गति से चलाता है तो पेट्रोल का व्यय 5 रु. प्रति किमी आता है। उसके पास पेट्रोल के खर्च के लिए 100 रु. तथा वह एक घंटे में अधिक से अधिक दूरी तय करना चाहता है। इस प्रश्न को रै. प्रो. समस्या बनाकर ग्राफ द्वारा हल कीजिए।

Roll No.

--	--	--	--	--	--

रोल नं.

Series SHC/2

Code No. 65/2/1
कोड नं.

- Please check that this question paper contains 11 printed pages.
- Code number given on the right hand side of the question paper should be written on the title page of the answer-book by the candidate.
- Please check that this question paper contains 26 questions.
- Please write down the serial number of the question before attempting it.
- कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में मुद्रित पृष्ठ 11 हैं।
- प्रश्न-पत्र में दाहिने हाथ की ओर दिए गए कोड नम्बर को छात्र उत्तर-पुस्तिका के मुख-पृष्ठ पर लिखें।
- कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में 26 प्रश्न हैं।
- कृपया प्रश्न का उत्तर लिखना शुरू करने से पहले, प्रश्न का क्रमांक अवश्य लिखें।

MATHEMATICS गणित

Time allowed : 3 hours

निर्धारित समय : 3 घण्टे

Maximum Marks: 100

अधिकतम अंक : 100

General Instructions :

- (ii) *The question paper consists of three sections A,B and C. Section A is compulsory for all students. In addition to Section A, every student has to attempt either Section B OR Section C.*
- (ii) **For Section A**
Question numbers 1 to 8 are of 3 marks each.
Question numbers 9 to 15 are of 4 marks each.
Question numbers 16 to 18 are of 6 marks each.
- (iii) **For Section B / Section C**
Question numbers 19 to 22 are of 3 marks each.
Question numbers 23 to 25 are of 4 marks each.
Question number 26 is of 6 marks.
- (iv) *All question are compulsory.*
- (v) *Internal choices have been provided in some questions. You have to attempt only one of the choices in such questions.*
- (vi) *Use of calculator is not permitted. However, you may ask for logarithmic and statistical table. If required.*

समान्य निर्देश :

- (i) इस प्रश्न पत्र के तीन खण्ड अ, ब और स हैं। खण्ड अ सभी विद्यार्थियों के लिए अनिवार्य हैं। खण्ड अ के अलावा प्रत्येक विद्यार्थी को किसी एक खण्ड - ब या स के प्रश्नों के उत्तर देने हैं।
- (ii) **खण्ड अ**
 प्रश्न संख्या 1 से 8 तक प्रत्येक के 3 अंक हैं।
 प्रश्न संख्या 9 से 15 तक प्रत्येक के 4 अंक हैं।
 प्रश्न संख्या 16 से 18 तक प्रत्येक के 6 अंक हैं।
- (iii) **खण्ड ब / खण्ड स**
 प्रश्न संख्या 19 से 22 तक प्रत्येक के 3 अंक हैं।
 प्रश्न संख्या 23 से 25 तक प्रत्येक के 4 अंक हैं।
 प्रश्न संख्या 26, 6 अंक का है।
- (iv) सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।
- (v) कुछ प्रश्नों में आन्तरिक विकल्प दिये गये हैं। ऐसे प्रश्नों में केवल एक ही विकल्प को करना है।
- (vi) कैलकुलेटर के प्रयोग की अनुमति नहीं है। लेकिन यदि आवश्यकता हो तो आप लघुगणकीय व सांख्यिकीय सारणियों की माँग कर सकते हैं।

SECTION A

खण्ड अ

1. For the matrix $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$, show that $A^2 - 4A + I = 0$. Hence find A^{-1} .

आव्यूह $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ के लिए, दिखाइए कि $A^2 - 4A + I = 0$. अतः A^{-1} ज्ञात कीजिए।

2. Using the properties of determinants, prove the following :

$$\begin{vmatrix} 1 & bc & bc(b+c) \\ 1 & ca & ca(c+a) \\ 1 & ab & ab(a+b) \end{vmatrix} = 0$$

सारणिकों के गुणधर्मों का प्रयोग करके निम्न सिद्ध कीजिए :

$$\begin{vmatrix} 1 & bc & bc(b+c) \\ 1 & ca & ca(c+a) \\ 1 & ab & ab(a+b) \end{vmatrix} = 0$$

3. Solve the following differential equation :

$$(1+y^2)(1+\log x)dx+x dy=0$$

निम्न अवकल समीकरण को हल कीजिए :

$$(1+y^2)(1+\log x)dx+x dy=0$$

4. Form the differential equation of the family of curves $y=A e^{Bx}$, where A and B are constants.

OR

Solve the following differential equation :

$$(x^2-1)\frac{dy}{dx}+2xy=\frac{2}{(x^2-1)}$$

वक्र कुल $y=A e^{Bx}$, जहाँ A तथा B अचर हैं, के लिए एक अवकल समीकरण बनाइए।

अथवा

निम्न अवकल समीकरण को हल कीजिए :

$$(x^2-1)\frac{dy}{dx}+2xy=\frac{2}{(x^2-1)}$$

5. Evaluate :

$$\int \sin 3x \sin 5x dx$$

मान ज्ञात कीजिए :

$$\int \sin 3x \sin 5x dx$$

6. Evaluate :

$$\int \frac{e^x \cdot (2 + \sin 2x)}{2 \cos^2 x} dx$$

मान ज्ञात कीजिए :

$$\int \frac{e^x \cdot (2 + \sin 2x)}{2 \cos^2 x} dx$$

7. A card is drawn at random from a well-shuffled pack of 52 cards. Find the probability that it is neither a king nor a heart.

अच्छी प्रकार से फेंटी गई 52 पत्तों की ताश की एक गड्ढी में से एक पत्ता यादृच्छया निकाला गया। प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि न तो वह बादशाह (king) है और न ही पान (heart) का पत्ता है।

8. An urn contains 6 red and 5 blue balls. Two balls are drawn at random with replacement. Find the probability of getting

- (i) 2 red balls
- (ii) 2 blue balls
- (iii) one red and one blue ball

एक पात्र में 6 लाल तथा 5 नीली गेंदें हैं। पात्र में से दो गेंदें यादृच्छा प्रतिस्थापना सहित निकाली जाती हैं। निम्न के आने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए :

- (i) 2 लाल गेंदें
- (ii) 2 नीली गेंदें
- (iii) एक लाल तथा एक नीली गेंद

9. Evaluate :

$$\int_0^{\pi} \frac{x \sin x}{1 + \cos^2 x} dx$$

मान ज्ञात कीजिए :

$$\int_0^{\pi} \frac{x \sin x}{1 + \cos^2 x} dx$$

10. Evaluate :

$$\int \frac{2x - 3}{x^2 + 3x - 18} dx$$

मान ज्ञात कीजिए :

$$\int \frac{2x - 3}{x^2 + 3x - 18} dx$$

11. Find the value of k for which the function

$$f(x) = \begin{cases} kx + 5, & \text{if } x \leq 2 \\ x - 1, & \text{if } x > 2 \end{cases}$$

is continuous at $x = 2$.

OR

Evaluate :

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{\sin^{-1} x} \right)$$

k का मान ज्ञात कीजिए यदि फलन

$$f(x) = \begin{cases} kx + 5, & \text{यदि } x \leq 2 \\ x - 1, & \text{यदि } x > 2 \end{cases}$$

$x = 2$ पर सतत है।

अथवा

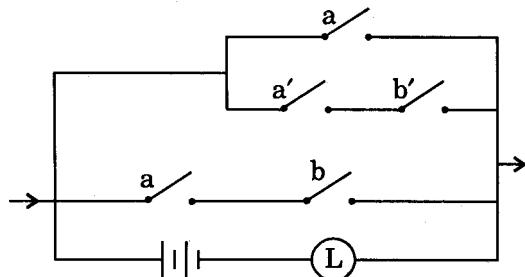
मान ज्ञात कीजिए :

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{\sin^{-1} x} \right)$$

12. Find the derivative of $\cos(2x+1)$ w.r.t. x from first principle.

$\cos(2x+1)$ का x के सापेक्ष आदितः अवकलन कीजिए।

13. Find the Boolean expression representing the following switching circuit :



Simplify the expression so obtained.

OR

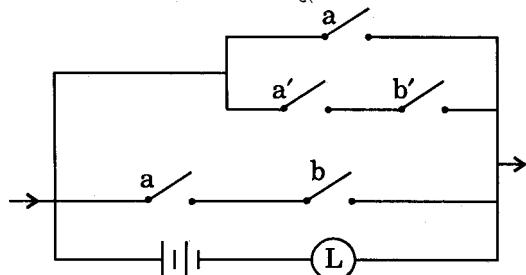
Examine the validity of the following argument :

$$S_1 : p \rightarrow q$$

$$S_2 : \sim p$$

$$S : \sim q$$

निम्न स्विचिंग परिपथ के लिए वूलीय व्यंजक (Boolean expression) ज्ञात कीजिए :



प्राप्त व्यंजक को सरल कीजिए।

अथवा

निम्न युक्ति की वैधता का परीक्षण कीजिए :

$$S_1 : p \rightarrow q$$

$$S_2 : \sim p$$

$$S : \sim q$$

- 14.** If $y = a \cos(\log x) + b \sin(\log x)$, prove that

$$x^2 \frac{d^2y}{dx^2} + x \frac{dy}{dx} + y = 0$$

यदि $y = a \cos(\log x) + b \sin(\log x)$, तो सिद्ध कीजिए कि

$$x^2 \frac{d^2y}{dx^2} + x \frac{dy}{dx} + y = 0$$

- 15.** Verify Rolle's theorem for the function $f(x) = x^2 - 5x + 6$ on $[2, 3]$.

फलन $f(x) = x^2 - 5x + 6$ के लिए अन्तराल $[2, 3]$ पर रोले के प्रमेय की सत्यता की जाँच कीजिए।

- 16.** Using matrices, solve the following system of equations :

$$2x - y + z = -3$$

$$3x - z = -8$$

$$x + 3y = 1$$

आव्यूहों का प्रयोग करके, निम्न समीकरण निकाय को हल कीजिए :

$$2x - y + z = -3$$

$$3x - z = -8$$

$$x + 3y = 1$$

- 17.** Using integration calculate the area of the region bounded by the two parabolas $y = x^2$ and $x = y^2$.

OR

Evaluate $\int_0^2 (2x^2 + x + 5) dx$ as limit of a sum.

समाकलों का प्रयोग करके दो परवलयों $y = x^2$ तथा $x = y^2$ के बीच घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

अथवा

योगों की गुच्छ मान विधि द्वारा $\int_0^2 (2x^2 + x + 5) dx$ का मान ज्ञात कीजिए।

- 18.** Find the point on the curve $y^2 = 4x$ which is nearest to the point $(2, 1)$.

OR

Show that a right-circular cylinder of given volume, open at the top, has minimum total surface area, provided its height is equal to the radius of the base.

वक्र $y^2 = 4x$ पर वह बिन्दु ज्ञात कीजिए जो बिन्दु (2, 1) से न्यूनतम दूरी पर हो।

अथवा

दिखाइए कि एक दिए गए आयतन वाला लम्बवृत्तीय बेलन, जो ऊपर से खुला है, का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल न्यूनतम होगा यदि उसकी ऊँचाई उसके आधार पर त्रिज्या के बराबर हो।

SECTION B खण्ड ब

- 19.** Find the projection of $\vec{b} + \vec{c}$ on \vec{a} where $\vec{a} = 7\hat{i} - \hat{j} + 8\hat{k}$, $\vec{b} = \hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$ and $\vec{c} = \hat{j} + 4\hat{k}$.

सदिश $\vec{b} + \vec{c}$ का \vec{a} पर प्रक्षेप ज्ञात कीजिए जहाँ $\vec{a} = 7\hat{i} - \hat{j} + 8\hat{k}$, $\vec{b} = \hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$ तथा $\vec{c} = \hat{j} + 4\hat{k}$.

- 20.** Find the value of λ , which makes the vectors \vec{a} , \vec{b} and \vec{c} coplanar, where

$$\vec{a} = \hat{i} + 3\hat{j} + 4\hat{k}, \quad \vec{b} = 2\hat{i} + \lambda\hat{j} + 2\hat{k} \text{ and } \vec{c} = 4\hat{i} - 7\hat{j} + 10\hat{k}.$$

λ का मान ज्ञात कीजिए जो सदिशों \vec{a} , \vec{b} तथा \vec{c} को समतलीय बनाए जहाँ

$$\vec{a} = \hat{i} + 3\hat{j} + 4\hat{k}, \quad \vec{b} = 2\hat{i} + \lambda\hat{j} + 2\hat{k} \text{ तथा } \vec{c} = 4\hat{i} - 7\hat{j} + 10\hat{k}.$$

- 21.** A particle starting with initial velocity of 26 m/sec moves with a uniform acceleration of 6m/sec². Find

- (i) the velocity of the particle after 7 seconds.
- (ii) how far it will go in 6 seconds.
- (iii) its velocity when it has traversed 100 m.

एक कण प्रारम्भिक वेग 26 मी./से. तथा एकसमान त्वरण 6 मी./से.² से चलना प्रारम्भ करता है। निम्न ज्ञात कीजिए :

- (i) 7 सेकण्ड बाद कण का वेग।
- (ii) 6 सेकण्ड में कण कितनी दूरी तय करेगा।
- (iii) 100 मी. दूरी तय करने पर उसका वेग।

22. Find the resultant of two velocities 6 km/hr and $6\sqrt{2}$ km/hr inclined to one another at an angle of 135° .

OR

A particle is projected with a velocity of 39.2 m/sec at an elevation of 30° . Find

- (i) the time of flight.
- (ii) the greatest height.

6 किमी/घं. तथा $6\sqrt{2}$ किमी/घं. के दो वेग, जो एक-दूसरे से 135° के कोण पर कार्यरत हैं, के परिणामी का मान ज्ञात कीजिए।

अथवा

39.2 मी./से. के वेग से एक कण 30° के उन्नयन कोण पर प्रक्षिप्त किया गया। ज्ञात कीजिए

- (i) उड़ान का समय।
- (ii) अधिकतम ऊँचाई।

23. A body of mass 50 kg, suspended by two strings of lengths 30 cm and 40 cm fastened to two points in the same horizontal line 50 cm apart, is in equilibrium. Find the tension (in Newtons) in each string.

50 किग्रा द्रव्यमान का एक पिंड, किसी क्षेत्रिज रेखा में परस्पर 50 सेमी दूर स्थित दो बिन्दुओं से क्रमशः 30 सेमी तथा 40 सेमी लम्बी डोरियों से बंधा हुआ, संतुलित अवस्था में लटक रहा है। प्रत्येक डोरी में तनाव (न्यूटन में) ज्ञात कीजिए।

24. Two forces act at a point and are such that if the direction of one is reversed, the resultant is turned through a right angle. Show that the two forces must be equal in magnitude.

दो बल एक बिन्दु पर कार्यरत हैं और इस प्रकार से हैं कि यदि उनमें से एक की दिशा विपरीत कर दी जाए, तो परिणामी बल एक समकोण घूम जाता है। दर्शाइए कि दिए हुए दोनों बल परिमाण में समान हैं।

25. Find the equation of the plane passing through the intersection of the planes $\vec{r} \cdot (\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}) = 6$, $\vec{r} \cdot (2\hat{i} + 3\hat{j} + 4\hat{k}) = -5$ and the point (1, 1, 1).

उस तल का समीकरण ज्ञात कीजिए, जो तलों $\vec{r} \cdot (\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}) = 6$, $\vec{r} \cdot (2\hat{i} + 3\hat{j} + 4\hat{k}) = -5$ के प्रतिच्छेदन से तथा बिन्दु (1, 1, 1) से होकर जाता है।

26. Find the equation of the sphere which passes through the points (0, 0, 0), (0, 1, -1), (-1, 2, 0) and (1, 2, 3).

उस गोले का समीकरण ज्ञात कीजिए जो बिन्दुओं (0, 0, 0), (0, 1, -1), (-1, 2, 0) तथा (1, 2, 3) से होकर जाता है।

SECTION C

खण्ड स

- 19.** Calculate the banker's gain on a bill of Rs. 36,000 due in 5 months at 5% per annum.
 36,000 रु. के बिल पर, जो 5 महीने में देय है तथा जिस पर ब्याज 5% वार्षिक की दर से है, बैंकर का लाभ ज्ञात कीजिए।
- 20.** A bill of exchange drawn on February 4, 2001 at 4 months after date was discounted on March 26, 2001 at 8% per annum. If the banker's discount is Rs. 400, find the face value of the bill.
 एक विनिमय बिल 4 फरवरी, 2001 को 4 महीने के लिए लिखा गया तथा 26 मार्च, 2001 को भुना लिया गया। यदि ब्याज की दर 8% वार्षिक है तथा बैंकर बट्टा 400 रु. है, तो बिल का अंकित-मूल्य (face value) ज्ञात कीजिए।
- 21.** There are two bags I and II. Bag I contains 3 white and 3 red balls and Bag II contains 4 white and 5 red balls. One ball is drawn at random from one of the bags and is found to be red. Find the probability that it was drawn from bag II.

दो थैले I तथा II हैं। थैले I में 3 सफेद तथा 3 लाल गेंदें हैं और थैले II में 4 सफेद तथा 5 लाल गेंदें हैं। किसी एक थैले में से यादृच्छ्या एक गेंद निकाली गई जिसे लाल रंग का पाया गया। प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि निकाली गई गेंद थैले II में से थी।

- 22.** Find the mean μ , variance σ^2 for the following probability distribution :

X	0	1	2	3
P(X)	$\frac{1}{64}$	$\frac{18}{64}$	$\frac{18}{64}$	$\frac{27}{64}$

OR

If the mean and variance of a binomial distribution are respectively 9 and 6, find the distribution.

निम्न प्रायिकता बंटन के लिए माध्य μ तथा प्रसरण σ^2 ज्ञात कीजिए :

X	0	1	2	3
P(X)	$\frac{1}{64}$	$\frac{18}{64}$	$\frac{18}{64}$	$\frac{27}{64}$

अथवा

यदि किसी द्विपद बंटन के माध्य तथा प्रसरण क्रमशः 9 तथा 6 हैं, तो बंटन ज्ञात कीजिए।

23. A, B and C entered into a partnership investing Rs. 12,000 for 4 months, Rs. 14,000 for 8 months and Rs. 10,000 for 10 months respectively. Find the share of each in a profit of Rs. 5,850 if the profit is distributed in the ratio of investments.

A, B तथा C ने क्रमशः 12,000 रु. 4 महीने के लिए, 14,000 रु. 8 महीने के लिए तथा 10,000 रु. 10 महीने के लिए निवेश कर व्यापार आरम्भ किया। 5,850 रु. के लाभ में प्रत्येक का भाग ज्ञात कीजिए यदि लाभ निवेश के अनुपात में बाँटा जाता है।

24. Find the present value of an annuity due of Rs. 900 per annum payable at the beginning of each year for 2 years allowing interest 6% per annum, compounded annually.

[Take $(1.06)^{-1} = 0.943$]

2 वर्षों के लिए 900 रु. प्रति वर्ष भुगतान वाली देय वार्षिकी जो प्रति वर्ष के आरम्भ में दी जाती है का वर्तमान मूल्य ज्ञात कीजिए यदि ब्याज 6% वार्षिक की दर से वार्षिक संयोजित होता है।

[Take $(1.06)^{-1} = 0.943$]

25. Given the total cost function for x units of a commodity as

$$C(x) = \frac{x^3}{3} + 3x^2 - 7x + 16.$$

Find

- (i) the average cost function.
- (ii) the average cost of output of 10 units.
- (iii) the marginal cost function
- (iv) the marginal cost when 5 units are produced.

दिया गया है किसी वस्तु की x उत्पाद संख्या के लिए कुल लागत फलन $C(x) = \frac{x^3}{3} + 3x^2 - 7x + 16$.

ज्ञात कीजिए :

- (i) औसत लागत फलन।
- (ii) 10 इकाइयों के उत्पादन के लिए औसत लागत।
- (iii) सीमांत लागत फलन।
- (iv) 5 उत्पाद संख्या के लिए सीमांत लागत।

- 26.** Two tailors A and B earn Rs. 150 and Rs. 200 per day respectively. A can stitch 6 shirts and 4 pants while B can stitch 10 shirts and 4 pants per day. Form a linear programming problem to minimise the labour cost to produce at least 60 shirts and 32 pants and solve it graphically.

दो दर्जी A तथा B प्रतिदिन क्रमशः 150 रु. तथा 200 रु. कमाते हैं। A प्रतिदिन 6 कमीज़ तथा 4 पैंट सिल सकता है जबकि B प्रतिदिन 10 कमीज़ तथा 4 पैंट सिल सकता है। न्यूनतम् 60 कमीज़ों और 32 पैंटों को बनाने के लिए श्रम लागत के न्यूनीकरण के लिए रेखिक प्रोग्रामन समस्या बनाकर उसे ग्राफ की सहायता से हल कीजिए।