

# 基于模糊形状上下文与局部向量相似性约束的配准算法

马新科<sup>1,2</sup> 杨扬<sup>1,2</sup> 杨昆<sup>1,2</sup> 罗毅<sup>1,2</sup>

**摘要** 非刚性点集配准研究是模式识别领域的一项重要基础研究. 本文在当前流行的非刚性点集配准算法的基础上提出了两个主要贡献: 1) 模糊形状上下文 (Fuzzy shape context, FSC) 特征; 2) 基于局部向量特征的局部空间向量相似性约束项. 本文首先进行基于特征互补的对应关系评估, 在这一步骤中定义了模糊形状上下文特征, 然后基于模糊形状上下文特征差异和全局特征差异设计了特征互补的高斯混合模型. 其次, 进行基于约束互补的空间变化更新. 在这一步骤中, 定义了局部向量特征, 建立了局部空间向量相似性约束项. 本文算法通过使用特征互补的高斯混合模型进行对应关系评估, 并将配准问题转化为可以用期望最大化 (Expectation maximization, EM) 算法解决的参数优化问题, 通过创建包含局部空间向量相似性约束项的能量方程优化了空间变换更新. 本文首先测试了模糊形状上下文特征的检索率, 然后采用公开数据集测试了算法在点集配准与图像配准的性能. 在与当前流行的十种算法的对比实验中, 本文算法均给出了精确的配准结果, 并在大部分实验中精度超过了当前流行算法.

**关键词** 非刚性点集配准, 高斯混合模型, 模糊形状上下文特征, 局部向量特征, 局部空间向量相似性约束

**引用格式** 马新科, 杨扬, 杨昆, 罗毅. 基于模糊形状上下文与局部向量相似性约束的配准算法. 自动化学报, 2020, 46(2): 342–357

**DOI** 10.16383/j.aas.c180118

## Registration Algorithm Based on Fuzzy Shape Context and Local Vector Similarity Constraint

MA Xin-Ke<sup>1,2</sup> YANG Yang<sup>1,2</sup> YANG Kun<sup>1,2</sup> LUO Yi<sup>1,2</sup>

**Abstract** Non-rigid point set registration is an essential research in pattern recognition. Two main contributions are presented based on the current popular non-rigid point set registration algorithm in this paper: 1) Fuzzy shape context feature 2) Local spatial vector similarity constraints based on local vector feature. The correspondence of complementary of features is evaluated, firstly. At the same time, a fuzzy shape context (FSC) feature is defined and the Gaussian mixture model based on the fuzzy shape context distance and the global feature distance is designed. The spatial transformation of complementary of constraint is updated, secondly. Meanwhile, a local vector feature is defined and the local spatial vector similarity constraint based on local vector feature is built. The proposed algorithm estimates correspondence by using the Gaussian mixture model of complementary of feature. The proposed algorithm updates parameters of transformation by using the expectation maximization algorithm, and completes transformation updating by building energy function that has local spatial vector similarity constraints. Firstly, the retrieval rate of FSC is tested. The performance of point set registration and image registration of the proposed algorithm was tested by using public data sets, secondly. In the comparison experiments of currently popular 10 algorithms, accurate registration results of the proposed algorithm were acquired, and surpassed the popular algorithms in most of the registration precision.

**Key words** Non-rigid point set registration, Gaussian mixture model, fuzzy shape context feature, local vector feature, local spatial vector similarity constraint

**Citation** Ma Xin-Ke, Yang Yang, Yang Kun, Luo Yi. Registration algorithm based on fuzzy shape context and local vector similarity constraint. *Acta Automatica Sinica*, 2020, 46(2): 342–357

收稿日期 2018-03-02 录用日期 2018-07-23  
Manuscript received March 2, 2018; accepted July 23, 2018  
国家自然科学基金项目 (41661080), 云南省万人计划青年拔尖人才, 云南省大学生创新创业训练计划项目 (61) 资助  
Supported by National Natural Science Foundation of China (41661080), Yunnan Ten-thousand Talents Program, Program Project for College Students' Innovation and Entrepreneurship Training of Yunnan Province (61)  
本文责任编辑 白翔  
Recommended by Associate Editor BAI Xiang  
1. 云南师范大学信息学院 昆明 650500 2. 西部资源环境地理信息技术教育部工程研究中心 昆明 650500  
1. Information Science and Technology, Yunnan Normal Uni-

versity, Kunming 650500 2. The Engineering Research Center of Geographic Information System Technology in Western China of Ministry of Education of China, Kunming 650500

在当前非刚性点集配准算法研究中<sup>[18-27]</sup>, 研究者们主要基于以下迭代中的两个步骤来实现各自的创新:

**步骤 1.** 源点集与目标点集间的对应关系评估.

**步骤 2.** 源点集空间变换方程的优化更新.

该框架是基于迭代的非刚性点集配准算法领域的经典框架, 其核心思想在于迭代过程中逐渐调整源点集的初始几何结构和位置, 使其与目标点集变得更加相似, 从而使点集间的对应关系评估变得更加容易, 最终实现两个点集的精确配准.

在步骤 1 中, TPS-RPM (The thin plate spline robust point matching)<sup>[18]</sup>, CPD (Coherent point drift)<sup>[20-21]</sup>, GMMREG (Robust point set registration using Gaussian mixture models)<sup>[22]</sup>, MoAGREG (A mixture of asymmetric Gaussian model)<sup>[25]</sup> 使用了欧氏距离作为全局特征评估点集之间的对应关系. TPS-RPM<sup>[18]</sup> 通过点集到点集的距离、Softassign<sup>[28-29]</sup> 和退火算法 (Deterministic annealing)<sup>[30-31]</sup> 进行点集之间的对应关系评估. CPD<sup>[20-21]</sup> 使用最大似然法 (Maximum likelihood) 来评估点集之间的对应关系. GMMREG<sup>[22]</sup> 是一种基于高斯混合模型 (Gaussian mixture model) 的非刚性点集配准算法, 该算法将两个点集转变为两个高斯混合模型, 然后在此基础上进行对应关系评估. MoAGREG<sup>[25]</sup> 在 TPS-RPM<sup>[18]</sup> 算法框架基础上通过采用不对称高斯模型作为点集的特征描述进行对应关系评估. 其次, RPM-LNS (The robust point matching-preserving local neighborhood structures)<sup>[19]</sup>, RPM-L2E (A robust point matching algorithm based on L2E)<sup>[23]</sup>, PR-GLS (Non-rigid point set registration by preserving global and local structures)<sup>[26]</sup> 使用了 Shape context<sup>[32]</sup> 进行点集之间的对应关系评估. RPM-LNS<sup>[19]</sup> 是一种基于图论的非刚性点集配准算法, 采用 Shape context 特征 (简称 SC 特征)<sup>[32-33]</sup> 进行对应关系评估. RPM-L2E<sup>[23]</sup> 是一种基于 L2E 的非刚性点集配准算法, 使用 SC 特征评估点集间的对应关系. PR-GLS<sup>[26]</sup> 基于全局与局部结构维护的非刚性点集配准算法, 使用 SC 特征评估点集间的对应关系. 最近, GLMD (Global and local mixture distance)<sup>[24]</sup> 和 GLMF (Global and local mixture feature)<sup>[27]</sup> 使用了混合距离, GLMD<sup>[24]</sup> 设计了一种基于全局与局部混合距离特征的对应关系评估方法. GLMF<sup>[27]</sup> 使用两个特征描述法用于描述两个点集之间的全局和局部几何结构特征差异, 进行点集之间的对应关系评估.

在步骤 2 中, TPS-RPM<sup>[18]</sup>、RPM-LNS<sup>[19]</sup>、CPD<sup>[20-21]</sup>、GMMREG<sup>[22]</sup>、RPM-L2E<sup>[23]</sup>、GLMD<sup>[24]</sup>、GLMF<sup>[27]</sup>、MoAGREG<sup>[25]</sup> 仅使

用全局约束来进行空间变换更新. TPS-RPM<sup>[18]</sup>、GLMD<sup>[24]</sup> 和 GLMF<sup>[27]</sup> 使用确定性退火技术和薄板样条函数 (Thin-plate splines)<sup>[34]</sup> 约束空间变换. CPD<sup>[20-21]</sup> 提出了运动一致性<sup>[35]</sup> (Motion coherent theory, MCT) 约束, 提高了配准过程中空间变换的稳定性. GMMREG<sup>[22]</sup> 和 RPM-L2E<sup>[23]</sup> 通过对两个高斯混合模型进行 L2E 最小化评估<sup>[36-37]</sup> (L2-minimizing estimate, L2E) 来优化空间变换更新. MoAGREG<sup>[25]</sup> 基于 Graph<sup>[38-39]</sup> 拓扑结构对空间变换更新进行约束.

在上述两个交替迭代的步骤中, 存在着以下问题: 步骤 1 中, TPS-RPM、CPD、GMMREG 与 MoAGREG 仅采用单一的欧氏距离作为全局特征评估对应关系. 这使得它们无法描述点集中的局部特征, 导致在全局特征较为相似的情况下对应关系评估结果精度不足. RPM-LNS、RPM-L2E 与 PR-GLS 采用单一的 Shape context 特征评估点集之间的对应关系, 这使得它们在点集局部结构相似时同样无法区分彼此, 导致在配准后期容易出现局部交叉误配. GLMD 和 GLMF 通过强制一一对应的方法评估点集的对应关系, 这使得当冗余点存在的情况下配准的效果不稳定. 步骤 2 中, TPS-RPM、RPM-LNS、CPD、GMMREG、RPM-L2E、GLMD、GLMF 与 Mo-AGREG 在空间变换更新过程中, 仅使用了全局空间结构约束, 没有对局部空间结构进行约束.

为此, 本文提出了基于模糊形状上下文与局部向量相似性约束的配准算法, 主要贡献有: 1) 定义了一种新型的模糊形状上下文特征; 2) 设计了一种基于局部向量特征的局部空间向量相似性约束项. 为了展示主要贡献的有效性, 在方法部分我们给出了针对两个主要贡献的有效性评价实验. 在本文的实验部分, 我们首先测试了模糊形状上下文特征的检索率, 然后采用公开数据集测试了算法在点集配准与图像配准的性能, 并与当前流行的十种算法进行了对比实验.

## 1 方法

非刚性点集配准主要包含两个迭代步骤: 1) 评估源点集与目标点集之间的对应关系. 2) 更新源点集空间变换方程. 在这两个步骤中我们使用 EM 算法进行参数的优化更新. 在 E 步骤通过贝叶斯法则求得后验概率矩阵, 用来进行对应关系的评估. 在 M 步骤求得空间变换函数所需的最优化参数, 更新空间变换方程. 在迭代中主要介绍两个主要贡献: 1) 模糊形状上下文特征与 2) 局部空间向量相似性约束. 同时, 给出了两个主要贡献的有效性评价实验. 此外, 在本节也给出了参数设置, 计算复杂度分析和

本文算法的伪代码.

### 1.1 基于特征互补的对应关系评估

本小节定义了模糊形状上下文特征和基于特征互补的高斯混合模型, 我们将使用特征互补的高斯混合模型取代常规的单一特征高斯混合模型进行对应关系评估.

#### 1.1.1 模糊形状上下文特征

在非刚性点集配准的对应关系评估中, RPM-LNS<sup>[19]</sup>、RPM-L2E<sup>[23]</sup>、PR-GLS<sup>[26]</sup> 采用了形状上下文特征<sup>[32]</sup> 进行点集之间的对应关系评估. 原始的形状上下文特征存在以下问题: 1) 存在边界问题. 细微的形变可能导致点被分配到不同扇区, 造成直方统计的过大差异. 2) 旋转不变性依赖质心的稳定. 在剧烈形变和大角度旋转下, 质心不再稳定, 导致旋转不变性失效. 3) 对于局部的相似结构缺乏辨识能力. 针对以上问题, 我们提出了模糊形状上下文特征描述子, 该描述子在形变、噪声、冗余点同时存在的情况下, 旋转角度在  $\pm 75^\circ$  以内展示出了稳定且精确的配准性能.

早期, Belongie 等<sup>[32]</sup> 提出了经典的形状上下文 (Shape context, SC) 描述子用于描述点集的形状特征. 该特征以点集中的每一个点为中心建立极坐标系, 并按照径向长度为  $\log r$  ( $r$  是扇区的层数), 切向角度相等的规则将极坐标系划分为固定数量的扇区, 分别将不同点的扇区内的点数记录在不同的矩阵中作为一个点集的 SC 特征. 某个点集的 SC 特征矩阵可以写作如下形式  $s(\cdot) = \{s_n(\cdot) | n = 1, 2, \dots, N\}$ , 其中  $s_n(\cdot)$  是一个  $R \times \Theta$  矩阵. 图 1 展示的是一个由 10 个点组成的点集中点  $p$  的 SC 特征描述, 其中极坐标系被划分为了  $3 \times 8$  (即  $R = 3$ ,  $\Theta = 8$ ) 个扇区.

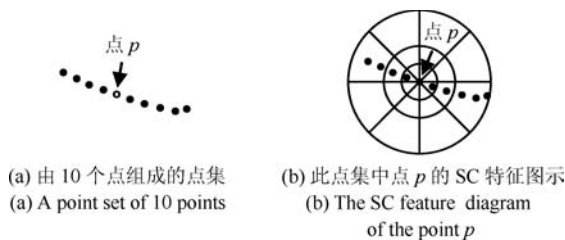


图 1 点  $p$  的 SC 特征图示

Fig. 1 SC feature diagram is showed

假设现有一个点集  $X = \{x_n | n = 1, 2, \dots, N\}$ , 另有一个点集  $Y = \{y_m | m = 1, 2, \dots, M\}$ . 为了可以使用 SC 特征评估点集  $X$  与  $Y$  之间的空间结构相似性, Belongie 等<sup>[32]</sup> 定义了 SC 特征差异:

$$d_{sc}^{nm} = d_{sc}(S_n(X), S_m(Y)) = \frac{1}{2} \sum_{r=1}^R \sum_{\theta=1}^{\Theta} \frac{[s_{r\theta}^n(X) - s_{r\theta}^m(Y)]^2}{s_{r\theta}^n(X) + s_{r\theta}^m(Y)} \quad (1)$$

其中,  $r$  是极坐标系的径向坐标,  $\theta$  是极坐标系的切向坐标,  $s_{r\theta}^n(P)$  是矩阵  $S_n(X)$  中第  $r$  行第  $\theta$  列的元素, 代表了点集  $X$  的第  $n$  个点在坐标为  $(r, \theta)$  的扇区内的特征元素, 在这里它等于此扇区内点的数量. 由此可以构成两个点集之间的 SC 特征差异矩阵  $D_{sc} = \{d_{sc}^{nm}\}_{n=1, m=1}^{N, M}$ , 基于  $D_{sc}$  评估点集之间的对应关系, 并进行点集的空间变换便可完成非刚性点集配准.

在点集发生较大级别 (非刚性形变 + 旋转) 的情况下, 同一个点的 SC 特征会因为所有点均移动到了不同的扇区而产生巨大的不同, 影响算法评估出的对应关系. 第 1.1.1 节, 本文定义了一个模糊形状上下文特征, 它可以使每个扇区内的特征元素不仅取决于此扇区内点的数量, 同时也受到相同切向坐标扇区内点数量一定程度的影响, 以提高 SC 特征的鲁棒性.

本文通过定义一种新型的极坐标系中  $(r, \theta)$  扇区的  $s_{r\theta}(\cdot)$  的计算方法, 来定义模糊形状上下文特征. 模糊形状上下文特征对  $s_{r\theta}(\cdot)$  的定义即为极坐标系中  $(r, \theta)$  扇区内点的数量, 本文给出了新的定义:

$$s_{r\theta}(\cdot) = \sum_{\theta=1}^{\Theta} g_{r\theta}(x) \quad (2)$$

其中,  $g_{r\theta}(x)$  是大小为  $R \times \Theta$  的矩阵  $G$  中的元素, 且每个元素均是根据高斯模型计算得到的. 具体定义如下:

$$g_{r\theta}(x) = \begin{cases} c_{r\theta} \exp\left(-\frac{(x-\theta)^2}{2\mu}\right), & x \leq \frac{\Theta+1}{2} \\ c_{r\theta} \exp\left(-\frac{(\Theta-x+\theta)^2}{2\mu}\right), & x > \frac{\Theta+1}{2} \end{cases} \quad (\mu > 0)$$

$$g_{r\theta}(x) = \begin{cases} c_{r\theta}, & x = \theta \\ 0, & x \neq \theta \end{cases} \quad (\mu = 0) \quad (3)$$

其中,  $\mu$  是模糊形状上下文特征权重参数, 用来控制  $(r, \theta)$  扇区的  $s_{r\theta}$  取值受相同切向坐标扇区的影响程度,  $c_{r\theta}$  代表  $(r, \theta)$  扇区内点的数量. 通过对  $s_{r\theta}(\cdot)$  的定义可以看出其取值符合以下性质: 1) 当  $\mu = 0$  时,  $(r, \theta)$  扇区的  $s_{r\theta}(\cdot)$  取值即为此扇区内点的数量; 2) 当  $\mu > 0$  时,  $(r, \theta)$  扇区的  $s_{r\theta}(\cdot)$  取值取此扇区内点的数量并同时受到相同切向坐标扇区内点的数量的影响, 且造成显著影响的扇区个数随  $\mu$  的增大而变大. 本文将点  $x_i$  的模糊形状上下文特征定义为由  $s_{r\theta}^i(X)$  组成的  $R \times \Theta$  矩阵  $S_i(X)$ , 则可以得到点

集  $X$  的模糊形状上下文特征矩阵:

$$S(X) = \{S_1(X), S_2(X), \dots, S_I(X)\} \quad (4)$$

本文的模糊形状上下文特征通过在极坐标系的每个扇区上覆盖一个高斯模型, 将原 SC 特征  $S_{r\theta}(\cdot)$  的计算方法重新定义为一个扇区的点数作主导、多个切向相邻扇区进行影响的模糊的计算方法。

为了进一步展示模糊形状上下文特征的配准效果, 我们给出了原 SC 特征与模糊形状上下文特征的对比实验. 如图 2 所示, 在设置形变级别为 8 级<sup>[24]</sup> 和旋转角度为  $75^\circ$  的情况下, 图 2(a) 为模糊形状上下文特征的配准效果图、图 2(b) 为原 SC 特征的配准效果图. 在此, 规定 “\*” 点集为目标点集, “+” 点集为源点集, “o” 点集为评估后的假想目标点集. 在第一次的迭代中, 使用模糊形状上下文特征和 SC 特征的评估后的假想目标点集都收缩在区域的中心. 在迭代的第 15 次, 模糊形状上下文特征显示出配准的优势. 在迭代的最后, 使用模糊形状上下文特征的配准效果要优于使用 SC 特征的配准效果, 图中方框圈出的部分为未配准的点集.

### 1.1.2 特征互补的高斯混合模型

在非刚性点集配准的对应关系评估中, 仅使用单一的欧氏距离或单一的形状上下文特征在某些特殊情况下无法有效区分点集间的差异, 例如, 全局特征相似或局部特征相似的情况下. 为了解决这类问题, Yang 等<sup>[24]</sup> 提出全局与局部混合距离特征算法, 汤昊林等<sup>[27]</sup> 提出基于混合特征的非刚性点阵配准算法. 但是, Yang 等<sup>[24]</sup> 和汤昊林等<sup>[27]</sup> 通过强制一一对应的方法评估点集的对应关系, 这使得当冗余点存在的情况下, 算法的配准效果不稳定.

为此, 我们利用模糊形状上下文特征和全局特征构建了特征互补的高斯混合模型. 不仅解决了单一特征的问题, 而且也解决了 Yang 等<sup>[24]</sup> 和汤昊林等<sup>[27]</sup> 强制一一对应的问题.

单个高斯模型组件的概率密度函数如下:

$$f_{gm}(x_n|y_m) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{\|x_n - y_m\|^2}{2\sigma^2}\right) \quad (5)$$

其中,  $X$  是包含  $N$  个点的目标点集,  $Y$  是包含  $M$  个点的源点集,  $\sigma^2$  是高斯混合模型中每个成员的方差. 高斯混合模型的概率密度函数如下:

$$F_{gmm}(X) = \prod_{n=1}^N \sum_{m=1}^{M+1} \psi_{nm} f_{gm}(x_n|y_m) = \prod_{n=1}^N (1-\omega) \sum_{m=1}^M \psi_{nm} f_{gm}(x_n|y_m) + \frac{\omega}{N} \quad (6)$$

其中,  $\psi_{nm}$  是一个非负的高斯组件的权重参数且满足  $\sum_{m=1}^M \psi_{nm} = 1$ . 在这里使用了  $M+1$  个组件, 第  $M+1$  个组件被用于消除噪音和冗余点的影响, 并用  $\omega$  来约束它且满足  $0 < \omega < 1$ .

本文基于高斯径向基函数 (Gaussian radial basis function, GRBF) 对源点集  $P$  的空间变换函数进行了定义:

$$T(P, W) = P + BW \quad (7)$$

其中,  $B$  是由 GRBF:  $b_{ij} = \exp((-1/2\sigma^2)\|p_i - p_j\|^2)$  计算得到的  $N \times N$  内核矩阵,  $W$  是高斯内核的  $N \times D$  权重矩阵. 本文通过混合使用模糊形状上下文特征与欧氏距离特征进行点集之间对应关系的评估. 在此节, 本文首先介绍了使用模糊形状上下文特征差异与全局特征差异构建的基于特征互补的高斯混合模型, 然后给出了本文算法评估出的对应关系矩阵和计算得到的对应点集.

本文将点集的空间坐标作为全局特征, 两点集之间的欧氏距离 (Euclidean distance) 定义为全局特征差异, 具体如下:

$$d_g^{nm} = \|q_m - T(p_n, W)\|^2 \quad (8)$$

由此得到点集  $P$  与  $Q$  之间的  $N \times M$  全局特征差异矩阵  $D_g$ .

本文通过平衡模糊形状上下文特征与欧氏距离特征之间的关系建立了特征互补的单个高斯混合模型组件:

$$f_{gmm}(q_m | p_n) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\alpha\beta} \exp\left[-\left(\frac{d_g^{nm}}{2\alpha^2} + \frac{d_{fsc}^{nm}}{\beta^2}\right)\right] \quad (9)$$

然后可以得到基于特征互补的高斯混合模型概率密度函数 (Probability density function):

$$f_{gmm}(q_m) = \sum_{n=1}^N (1-\omega) \psi_{nm} f_{gmm}(q_m | p_n) + \frac{\omega}{M} \quad (10)$$

其中,  $\frac{\omega}{M}$  用来处理点集中的冗余点, 且  $0 < \omega < 1$ ,  $\psi_{nm}$  是模型中每个组件的权重, 且  $\sum_{n=1}^N \psi_{nm} = 1$ . 在本文算法中, 模糊形状上下文特征差异与全局特征差异的方差  $\alpha^2$  和  $\beta^2$  相互独立, 且  $\psi_{nm} = 1/N$ .

如图 3 所示, 实验给出图 3(a) 仅使用全局特征的高斯混合模型, 图 3(b) 仅使用模糊形状上下文特征的高斯混合模型和图 3(c) 特征互补的高斯混合模型的配准效果. “\*” 点集为目标点集, “+” 点集为源点集, “o” 点集为评估后的假想目标点集. 在迭代的第一次, 图 3(a) 的评估后的假想目标点集收缩在目标点集的区域中心, 然而图 3(b) 和图 3(c) 的评估后的假想目标点集接

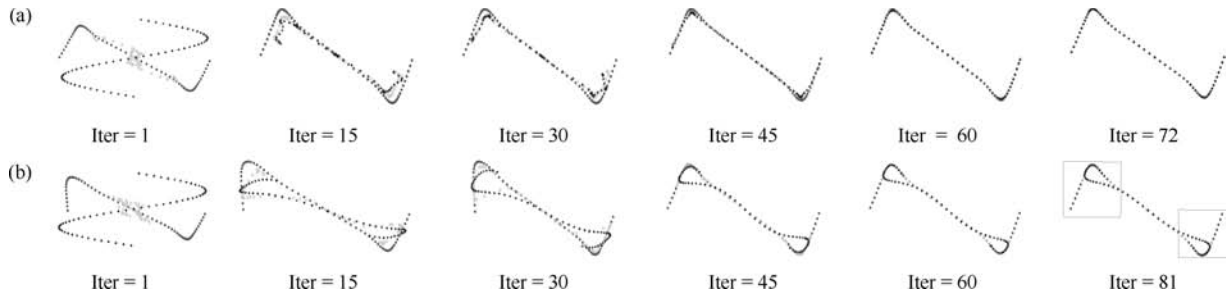


图 2 模糊形状上下文特征与 SC 特征的配准效果对比

Fig. 2 Comparison of the registration examples between fuzzy shape context features and SC features

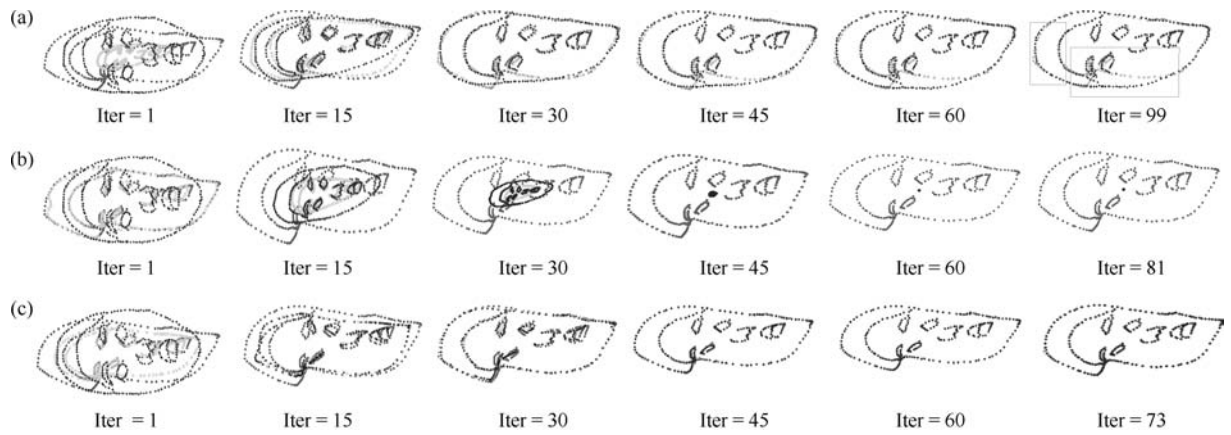


图 3 特征互补的高斯混合模型与单特征高斯混合模型的配准效果对比

Fig. 3 Comparison of the the registration examples between Gaussian mixture model of feature complementary and single feature Gaussian mixture model

近目标点集. 随着迭代的进行, 模糊形状上下文特征不再起主要作用, 全局特征的作用更加明显. 图 3(a) 在迭代过程中仅使用了全局特征, 未受到模糊形状上下文特征的平衡, 导致部分源点集与目标点集不能配准, 在图 3(a) 中未配准的点集用方框圈出, 然而图 3(b) 在迭代过程中仅使用了模糊形状上下文特征, 导致源点集和评估后的假想目标点集就收缩成为一个点. 相比之下, 图 3(c) 在迭代之初, 模糊形状上下文特征起主导作用, 一开始源点集就接近目标点集, 随着迭代的进行, 全局特征起主导作用, 在后期使源点集更加接近目标点集, 正是模糊形状上下文特征和全局特征的互补才使配准的效果达到最佳.

### 1.1.3 评估对应关系

本文采用贝叶斯法则评估点集之间的对应关系, 得到基于特征互补的高斯混合模型的后验概率:

$$a_{nm} = \frac{\exp[-(\frac{d_g^{nm}}{2\alpha^2} + \frac{d_{fsc}^{nm}}{\beta^2})]}{\sum_{i=1}^N \exp[-(\frac{d_g^{im}}{2\alpha^2} + \frac{d_{fsc}^{im}}{\beta^2})] + 2\pi\alpha^2\beta^2 \frac{N\omega}{M(1-\omega)}} \quad (11)$$

其中各参数的取值为前一次迭代中各参数的取值. 评估出源点集与目标点集的  $N \times M$  对应关系矩阵  $A$ , 然后计算得到源点集的对应点集  $\bar{Q} = AQ$ , 完成配准过程中点集之间对应关系的评估. 通过本文对空间变换函数  $T$  与对应关系矩阵  $A$  的定义, 可以看出对点集进行空间变换需要合适的参数  $\alpha^2$ 、 $\beta^2$ 、 $W$ , 于是点集的空间变换函数优化更新问题便转化为了参数优化问题. 在本节, 我们将使用 EM 算法完成对空间变换函数参数的优化更新. 为了对高斯混合模型进行合适的空间变换以完成配准过程中的一次迭代, 本文通过最小化基于全局特征相似与 SC 特征相似的似然估计函数求得空间变换函数需要的参数. 本文首先进行 E 步骤, 求得对数似然函数 (Negative log-likelihood function) 如下:

$$E(\alpha^2, \beta^2, W) = \frac{1-\omega}{N} \sum_{m=1}^M \log \sum_{n=1}^N a_{nm} \exp\left(\frac{d_g^{nm}}{2\alpha^2} + \frac{(s_{r\theta}^m(Q) - s_{r\theta}^n(P))^2}{2\beta^2}\right) + M \log \frac{\omega}{M} \quad (12)$$

## 1.2 基于约束互补的空间变换更新

本小节, 我们引入了全局结构约束, 设计了局部向量特征和局部空间向量相似性约束. 同时, 我们使用全局结构约束和局部空间向量相似性约束建立了基于约束互补的空间变换更新的能量方程. 此外, 为了证明本文算法的优越性, 我们给出了基于约束互补的空间变化更新与仅使用单约束的空间变化更新的对比实验.

### 1.2.1 全局结构约束

在非刚性点集配准中, 一个点集映射到另一个点集的方法将不再是唯一的. 因此, 我们需要引入基于运动一致性的约束<sup>[35]</sup> 以解决这种不适定问题. 在本文算法中引入运动一致性的几何约束抑制了整个变换过程中不一致的变换, 图 4 中给出了两种点间不同的运动一致速度场实例, 并给出以下全局结构约束:

$$R(T) = \|T\|^2 \quad (13)$$

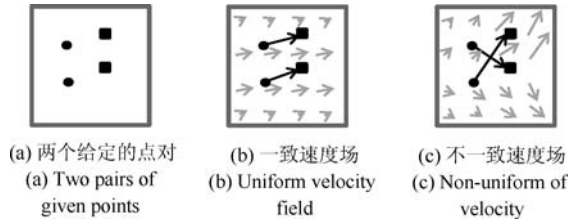


图 4 速度场图解

Fig. 4 Velocity field diagram field

### 1.2.2 局部向量特征

本文算法进行非刚性点集配准的过程中, 为了使点集的空间变换函数满足在迭代更新时可以维护局部空间结构的相似性, 我们采用优化空间变换函数的更新过程, 使其满足局部特征差异最小化的方法, 并通过向量的形式定义局部特征以使得到的局部特征差异更可靠.

为了准确地描述一个点集的局部特征, 假设现有一个点集  $X = \{x_i | i = 1, 2, \dots, I\}$ . 在此小节, 本文基于一个点与其  $H$  个最近相邻点所构成的向量加权定义为此点的局部向量特征, 并将点的相邻点向量所组成的集合称为集合  $V_i$ . 本文用  $L(X) = \{L(x_1), L(x_2), \dots, L(x_I)\}$  表示点集  $X$  的局部向量特征矩阵. 我们对  $L(x_i)$  进行了如下定义:

$$L(x_i) = \sum_{h=1}^H \eta_i^h \mathbf{v}_i^h \quad (14)$$

其中  $\mathbf{v}_i^h \in V_i$ ,  $\eta_i^h$  是控制对应向量对此特征描述的贡献程度的权重参数.

在局部向量特征的定义中, 有两个参数对此特征局部空间结构描述的准确性产生较大的影响: 1)

相邻点的数量  $H$ ; 2) 权重参数的取值. 首先, 从特征描述的全面性考虑,  $H$  的设置应满足至少包含配准所在空间的所有维度上的相邻点, 由于本文算法采用了模糊形状上下文特征, 故仅适用于二维情况, 所以  $H$  应设为大于 4 的整数 (至少可以描述十字交叉、夹角与直线的情形). 其次, 考虑到在  $H$  个相邻点中恰好的情况下, 我们假设冗余点会对局部特征描述子造成超出预期的影响. 因此, 令  $\eta_i^h = \exp(-\|\mathbf{v}_i^h\|^2/\xi_i^2)$ , 使长度过长的向量的权重参数趋于 0, 以限制冗余点的不利影响.

### 1.2.3 局部空间向量相似性约束

在 E 步骤中求得对数似然函数式 (12) 的期望, 然后进行 M 步骤最小化对数似然函数的期望, 为了减小计算复杂度, 通过借助隐变量的方法, 将对数似然函数转化为如下能量方程:

$$\text{Exp} = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N a_{nm} \left( \frac{d_g^{nm}}{2\alpha^2} + \frac{(s_{r\theta}^m(Q) - s_{r\theta}^n(P))^2}{2\beta^2} \right) + Q_A \ln \alpha^2 \beta^2 + G_s \quad (15)$$

其中,  $Q_A = \sum_{m=1, n=1}^{M, N} a_{nm}$ ,  $G_s = \frac{\rho}{2} \text{tr}(W^T B W)$ ,  $\rho$  是用来控制正则化强度的参数. 我们通过添加正则化项  $G_s$  使参数优化满足点集的全局结构最优, 使源点集的空间变换可以最大程度地满足正则化.

为了进一步优化能量方程, 本文通过最小化空间变换后的源点集与对应目标点集的局部空间结构差异, 维护空间变换函数优化更新过程中局部空间向量相似性. 我们使用局部向量特征计算点集之间的局部空间结构差异:

$$L_s = \frac{\varrho}{2} \sum_{n=1}^N \|L(\bar{q}_n) - L(T(p_n, W))\|^2 = \frac{\varrho}{2} \text{tr}(K^T K) \quad (16)$$

其中,  $\varrho$  是控制局部约束的强度的参数,  $K = (U^Q - HI)AQ - (U^P - HI)(P + BW)$ ,  $I$  代表单位矩阵. 假设点集  $X = \{x_i | i = 1, 2, \dots, I\}$ , 则矩阵  $U^X$ , 具体定义如下:

$$u_{ij}^x = \begin{cases} \eta_i^j, & \text{若 } \overrightarrow{x_i x_j} \in V_i \\ 0, & \text{若 } \overrightarrow{x_i x_j} \notin V_i \end{cases} \quad (17)$$

将局部约束  $L_s$  加入式 (15) 中, 得到:

$$\begin{aligned} \text{Exp} = & \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N \frac{a_{nm}}{2} \left\{ \frac{1}{\alpha^2} \|q_m - (p_n + b_n W)\|^2 + \right. \\ & \left. \frac{1}{\beta^2} \sum_{r=1}^R \sum_{\theta=1}^{\Theta} (s_{r\theta}^m(Q) - s_{r\theta}^n(P))^2 \right\} + \\ & Q_A \ln \alpha^2 \beta^2 + Gs + Ls \end{aligned} \quad (18)$$

因此, 更新空间变换函数所需的最优化参数便可在式 (18) 的极值点求得, 即:

$$(\alpha^2, \beta^2, W) = \arg \min \text{Exp} \quad (19)$$

在本文的附录 A 中给出了式 (19) 的具体求解过程.

图 5 展示了图 5(a) 全局约束下的配准效果, 图 5(b) 局部约束下的配准效果, 和图 5(c) 约束互补下的配准效果. “\*” 点集为目标点集, “+” 点集为源点集, “o” 点集为评估后的假想目标点集. 在第一次迭代时, 图 5(a)、图 5(b) 和图 5(c) 的评估后的假想目标点集都很接近目标点集. 随着迭代次数的增加, 图 5(a) 仅在全局约束的作用下执行配准, 在迭代的最后源点集与目标点集的配准效果较差. 图 5(b) 仅使用了局部约束, 在整个迭代的过程中没有全局约束控制, 所以最终配准效果也不理想. 图 5(c) 在迭代的过程中受到全局约束与局部约束相互控制, 在迭代的最后配准效果优于图 5(a) 和图 5(b).

### 1.3 参数设置与复杂度分析

在点集配准的过程中, 我们对目标点集  $X_{N \times D}$  和源点集  $Y_{M \times D}$  进行零初始化和重新调节方差. 首先, 设置高斯混合模型的概率密度函数的第  $M+1$  个组件的约束参数  $\omega$  和模糊形状上下文特征权重参数  $\mu$ . 在目标点集包含非刚性形变 + 旋转的情况下  $\omega = 0.2, \mu = 5$ , 在目标点集包含非刚性形变 + 噪

音的情况下  $\omega = 0.7, \mu = 3$ , 在目标点集包含非刚性形变 + 冗余点的情况下  $\omega = 0.7, \mu = 1$ . 其次, 设置最近相邻点的数量  $H = 5$ . 最后, 设置正则化参数  $\rho = 2$  和局部约束参数  $\varrho = 2$ . 在第 1.4 节中给出了本文算法的伪代码.

在本文算法中使用软计算策略获得目标点集与源点集每个点之间的形状距离需要花费的复杂度为  $O(M \times N)$ .  $H$  个最近相邻点的获得是通过  $H$  次顺序搜寻完成的, 它的计算复杂度是  $O(HM^2)$ . 由于式 (18) 存在  $M \times M$  的核矩阵  $B$  与  $M \times D$  的源点集  $Y$ , 所以求偏导需要的复杂度是  $O(M^3)$ . 综上所述, 本文算法的计算复杂度为  $O(M^3)$ , 并且, 通过使用低秩矩阵近似法<sup>[40]</sup> 和回归子集法<sup>[41-42]</sup> 可以把复杂度减少至  $O(M)$ . 对比其他方法, TPSRPM、CPD、GMMREG 和 MoA-GREG 在  $M < N$  时计算出对应矩阵的复杂度是  $O(NM)$ , 在 RPM-L2E、GLMDTPS 和 PR-GLS 中解决  $N \times N$  的花费矩阵的线性分配问题需要的复杂度为  $O(N^3)$ , 而 PR-GLS 在它们的文献中提到最快情况下的复杂度为  $O(M)$ .

### 1.4 伪代码

算法 1 给出了本文算法的伪代码.

**算法 1.** 基于模糊形状上下文与局部向量相似性约束的配准算法

**输入.** 两个点集  $P$  和  $Q$ .

**参数设置.** 初始化参数  $W = 0, \rho = \varrho = 2, H = 5$ , 预匹配: 在非刚性形变或旋转的情况下  $\omega = 0.2, \mu = 5$ , 在目标点集包含噪音的情况下  $\omega = 0.7, \mu = 3$ , 在目标点集包含冗余点的情况下  $\omega = 0.7, \mu = 1$ .

**开始.** 未达到最大迭代次数, 执行式 (18).

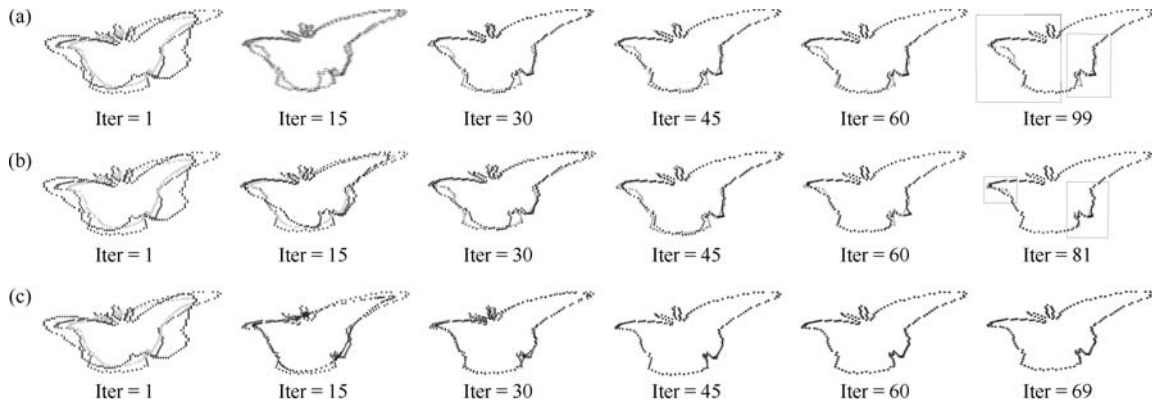


图 5 约束互补的空间变化方程与单约束的配准效果对比

Fig. 5 Comparison of the registration examples between constraint complementary spatial variation equations and single constraint spatial variation equations

**步骤 1.** 通过式 (1) 与式 (8) 分别计算模糊形状上下文特征差异矩阵  $D_{fsc}$  与全局特征差异矩阵  $D_g$ .

**步骤 2.** 使用式 (11) 评估点集  $P$  与点集  $Q$  之间的对应关系矩阵  $A$ , 并得到对应点集  $\bar{Q}$ .

**步骤 3.** 通过式 (19) 更新空间变换函数的参数  $W$  与计算对应关系矩阵所需的  $\alpha^2$  和  $\beta^2$ .

**步骤 4.** 通过式 (7) 对点集  $P$  进行空间变换更新得到新的点集  $P$ .

**结束.** 直达到最大迭代次数式 (18) 收敛.

**输出.** 配准后的点集  $P$ .

## 2 实验

我们使用 MATLAB R2017a 实现了本文算法. 本文实验部分首先介绍了实验设计. 其次, 测试了模糊形状上下文特征的形状检索性能. 然后, 我们采用: 1) 人造轮廓点集<sup>[18]</sup>、2) CMU 序列图像<sup>[43-44]</sup> 与 3) Pascal 2007<sup>[45]</sup> 数据集测试了本文算法的点集配准性能, 同时还采用了 Mikolajczyk 数据集<sup>[46]</sup> 测试了算法的图像配准性能. 在以上两类实验中, 我们同时也给出了相关算法的对比实验结果.

### 2.1 实验设计

我们分别进行了 1) 模糊形状上下文形状检索性能测试、2) 本文算法的性能测试、3) 相关算法的性能比较和 4) Mikolajczyk 数据集<sup>[46]</sup> 图像配准测试, 共计四类实验. 在 1) 形状检索性能测试中, 我们使用了 MPEG-7 测试数据集, 整个测试过程完全按照原始形状上下文<sup>[32]</sup> 中的实验设计方案进行; 在 2) 性能测试中, 本文使用了来自于 TPS-RPM 中的 Line, Fish1 和 Chinese character 三种二维人造轮廓点集, 误差评价与 Ground truth 沿用 TPS-RPM<sup>[18]</sup> 中的设计方案; 在 3) 性能比较测试中, 除前述人造轮廓点集外, 我们还增加了 Pascal 2007 challenge 数据集<sup>[45]</sup> 与 CMU house 序列图像数据集<sup>[44]</sup>, 并与当前流行的十种算法 (TPS-RPM<sup>[18]</sup>、CPD<sup>[21]</sup>、GMMREG<sup>[22]</sup>、RPM-L2E<sup>[23]</sup>、GLMD<sup>[24]</sup> 与 PR-GLS<sup>[26]</sup> 共六种迭代算法, Caetano 等<sup>[47]</sup>, Torresani 等<sup>[48]</sup> 与 Leordeanu 等<sup>[45]</sup> 共三种基于 Graph<sup>[38-39]</sup> 的学习算法, FGM<sup>[49]</sup> 共一种基于 Graph<sup>[38-39]</sup> 的非学习算法) 进行了对比实验; 在图像配准测试中, 我们从 Mikolajczyk 数据集<sup>[46]</sup> 中选取了 “boat” 和 “graf”, 并使用 SIFT 算法从图像上提取特征点, 并利用点集配准完成图像配准.

### 2.2 MPEG-7 数据集形状检索性能测试

MPEG-7 数据集 (如图 6 所示) 拥有 70 种类别, 每个类别包含 20 张图片. Belongie 等<sup>[32]</sup> 采用

MPEG-7 数据集进行了形状检索性能测试, 并获得 76.51% 的检索率. 为了实现公平可靠的对比实验, 我们采用与 Belongie 等<sup>[32]</sup> 相同的实验设计对本文提出的模糊形状上下文特征进行了形状检索性能测试, 并与原始形状上下文特征进行了对比. 图 7 给出了形状检索前预处理的结果, 本文算法与原始形状上下文特征 (SC)<sup>[32]</sup>、Latecki 等<sup>[50]</sup> 和 Mokhtarian 等<sup>[51-52]</sup> 在 70 种类别中的平均检索率如表 1 所示. 本文提出的模糊形状上下文特征获得了 78.93% 的平均检索率. 相比其他三种算法形状检索性能方面更加优异.

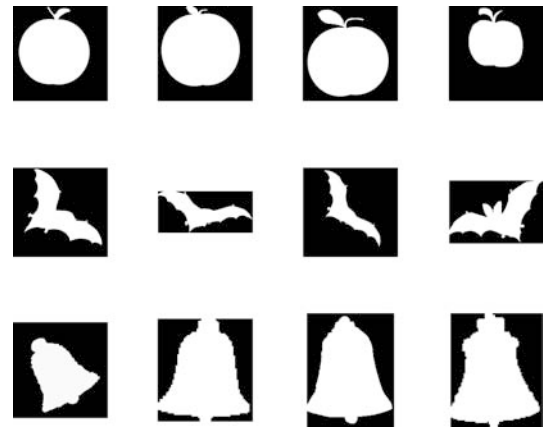


图 6 MPEG-7 数据集例子

Fig. 6 Examples of MPEG-7 dataset

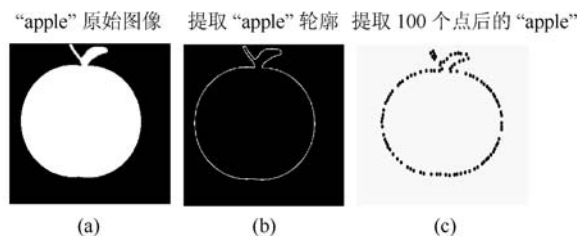


图 7 “apple” 轮廓点集提取

Fig. 7 Contour point extraction of apple template

表 1 SC、Latecki 等、Mokhtarian 等和 FSC 的检索率  
Table 1 Retrieval rate of shape context, Latecki et al., Mokhtarian et al. and fuzzy shape

SC <sup>[32]</sup>	Latecki 等 <sup>[50]</sup>	Mokhtarian 等 <sup>[51-52]</sup>	FSC
76.51 %	76.45 %	75.44 %	78.93 %

### 2.3 本文算法性能测试

在本文算法的性能测试部分, 我们采用人造轮廓点集 Line<sup>[18]</sup> (60 points), Fish1<sup>[18]</sup> (98 points) 和 Chinese character<sup>[18]</sup> (105 points) 作为实验数据, 同时使用与 TPS-RPM<sup>[18]</sup> 相同的误差评估准则, 即目标点集与配准后的点集之间的平均标准差



和平均误差,测试了参数  $\mu$  的取值对本文算法配准性能的影响.图 8 展示了在三个点集中参数  $\mu$  取值分别为 0、1、2、3、4、5 时,三种复杂非刚性配准模式情况下的配准结果,其中平均误差为 100 次随机测试的均值,竖线表示标准偏差.在所有配准模式下,各  $\mu$  取值均获得了正确的配准结果.

从图 8 中可以看出:1) 第一行中 Line<sup>[18]</sup> 旋转角度在  $-30^\circ \sim 75^\circ$  之间时平均误差较小,随着旋转角度的增大平均误差逐渐增大; Fish1<sup>[18]</sup> 旋转角度在  $\pm 30^\circ$  之间时平均误差较小,随着旋转角度的增大平均误差逐渐增大; Chinese character<sup>[18]</sup> 旋转角度在  $\pm 45^\circ$  之间时平均误差较小,随着旋转角度的增大平均误差逐渐增大.该模式下,参数  $\mu$  值为 5 时误差相对较小.2) 第二行中 Line<sup>[18]</sup>, Chinese character<sup>[18]</sup> 旋转角度在  $\pm 75^\circ$  之间时平均误差较小, Fish1<sup>[18]</sup> 旋转角度在  $\pm 45^\circ$  之间时平均误差较小,随着旋转角度的增大平均误差逐渐增大.该模式下,参数  $\mu$  值为 3 时误差相对较小.3) 第三行中 Line<sup>[18]</sup>, Fish1<sup>[18]</sup>, Chinese character<sup>[18]</sup>, 旋转角度在  $\pm 75^\circ$  之间时平均误差较小,随着旋转角度的增大平均误差逐渐增大.该模式下,参数  $\mu$  值为 1 时误差相对较小.

在一定程度上,待配准图像畸变的大小与  $\mu$  值成正相关,在给出一个无法预知变换状态和变换

程度的待配准图像时,本文使用 SC 特征作为预匹配<sup>[26,32]</sup> 步骤,将配准后得到的误差与设置的阈值相对比,实现自动选取合适的参数  $\mu$ ,从而得到最优的配准结果.

## 2.4 相关算法性能比较

### 2.4.1 人造轮廓点集

我们首先采用前述三个人造轮廓点集测试了本文算法与 TPS-RPM<sup>[18]</sup>、CPD<sup>[21]</sup>、GMMREG<sup>[22]</sup>、RPM-L2E<sup>[23]</sup>、GLMD<sup>[24]</sup>、PR-GLS<sup>[26]</sup> 在四种不同非刚性配准模式下的配准性能.图 9 展示了本文算法与六种相关算法的比较实验结果.从总体来看,TPS-RPM<sup>[18]</sup> 在三个人造点集的四种配准模式下,均给出了较大的误差,本文算法对比其他六种算法展示出了较为精确和稳定的配准性能.图 10、图 11 与图 12 分别展示了本文算法在 Line<sup>[18]</sup>、Fish1<sup>[18]</sup> 与 Chinese character<sup>[18]</sup> 上的配准实例.

### 2.4.2 Pascal 真实图像数据

本文采用 Pascal 2007 challenge 数据库<sup>[45]</sup> 的 30 对汽车图像数据与 20 对摩托车图像数据对本文算法进行了真实图像配准性能测试,并与 FGM<sup>[49]</sup>、Leordeanu 等<sup>[45]</sup>、GLMD<sup>[24]</sup> 三种相关算法进行了对比实验.表 2 展示了本文算法与其他算法的平均配准率,本文将汽车与摩托车的每对图像配准结果

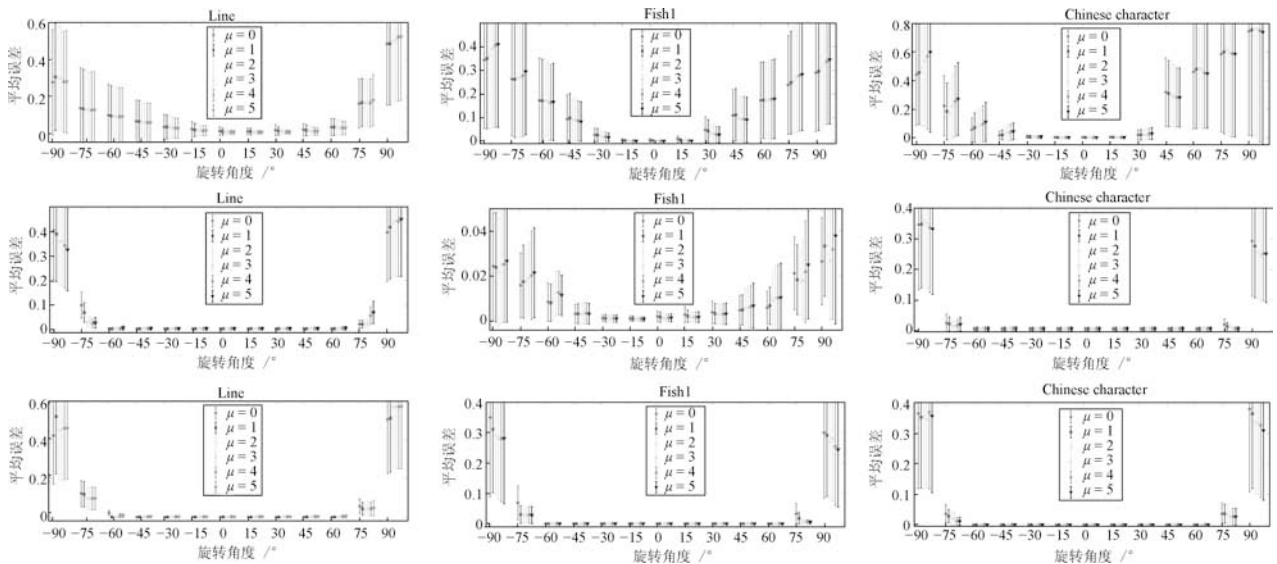


图 8 人造轮廓点集的三种不同配准模式下,本文算法的六种参数取值的配准结果(其中第一列至第三列分别是点集 Line<sup>[18]</sup>、Fish1<sup>[18]</sup>、Chinese character<sup>[18]</sup> 的配准结果;第一行至第三行分别是:1) 旋转变化加固定级别形变处理、2) 旋转变化加固定级别噪声与形变处理、3) 旋转变化加固定级别冗余点与形变处理)

Fig. 8 The results of point set registration using the six parameter settings under the three different registration patterns (The first to third columns are the registration results of the point set Line<sup>[18]</sup>, Fish1<sup>[18]</sup>, and Chinese character<sup>[18]</sup>, respectively. The first to third columns are 1) rotations + fixed deformation, 2) rotations + fixed noise and deformation, and 3) rotations + fixed outliers and deformation, respectively)

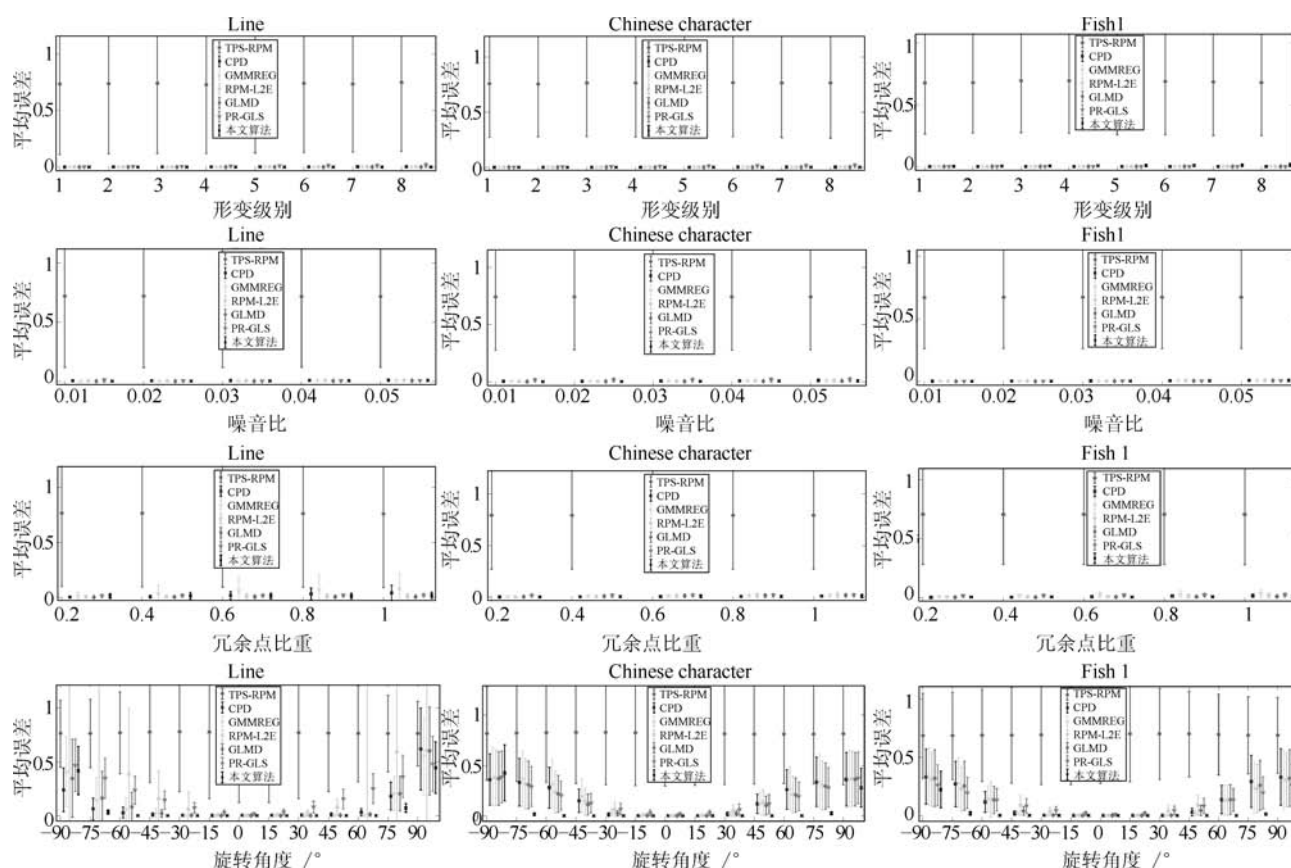


图9 人造轮廓点集的四种不同配准模式下, 本文算法与 TPS-RPM<sup>[18]</sup>、CPD<sup>[20-21]</sup>、GMMREG<sup>[22]</sup>、RPM-L2E<sup>[23]</sup>、GLMD<sup>[24]</sup>、PR-GLS<sup>[26]</sup> 的比较实验结果. 第一行至第四行分别是 1) 形变变化、2) 噪音变化 + 4 级固定形变、3) 冗余点变化 + 4 级固定形变、4) 旋转变换 + 4 级固定形变

Fig.9 Comparison results of the proposed method, TPS-RPM<sup>[18]</sup>, CPD<sup>[20,21]</sup>, GMMREG<sup>[22]</sup>, RPM-L2E<sup>[23]</sup>, GLMD<sup>[24]</sup> and PR-GLS<sup>[26]</sup> under four different registration patterns. The first to fourth rows are 1) deformation, 2) noises + fixed 4 level deformation, 3) outliers + fixed 4 level deformation and 4) rotations + 4 level deformation, respectively

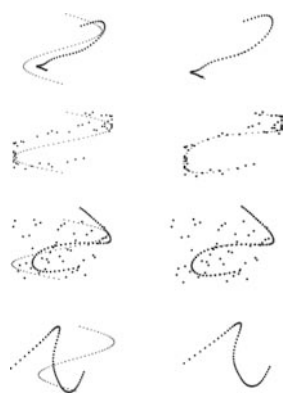


图10 点集 Line<sup>[18]</sup> 的配准实例 (第一列是配准前, 第二列是配准后. 第一行至第四行分别是四种非刚性配准模式: 8 级形变处理、4 级噪音处理 + 4 级形变处理、4 级冗余点处理 + 4 级形变处理、13 级旋转处理 + 4 级形变处理.)

Fig.10 Registration example of Line<sup>[18]</sup> point set (The first to fourth rows are four different types of non-rigid registration patterns: 8 level deformation, 4 level noise + 4 level deformation, 4 level outliers + 4 level deformation, 13 level rotation + 4 level deformation.)

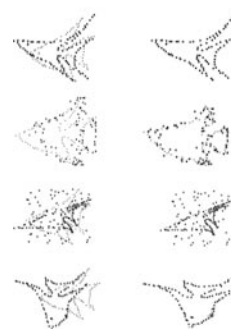


图11 点集 Fish1<sup>[18]</sup> 的配准实例 (第一列是配准前, 第二列是配准后. 第一行至第四行分别是四种非刚性配准模式: 8 级形变处理、4 级噪音处理 + 4 级形变处理、4 级冗余点处理 + 4 级形变处理、13 级旋转处理 + 4 级形变处理.)

Fig.11 Registration example of Fish1<sup>[18]</sup> point set (The first to fourth rows are four different types of non-rigid registration patterns: 8 level deformation, 4 level noise + 4 level deformation, 4 level outliers + 4 level deformation, 13 level rotation + 4 level deformation.)

的正确匹配比例的平均值作为平均配准率, 其中相关算法的平均配准率取自他们公布的实验结果. 本文算法给出了最优的平均配准率. 图 13 与图 14 分别给出了本文算法的两个配准实例.

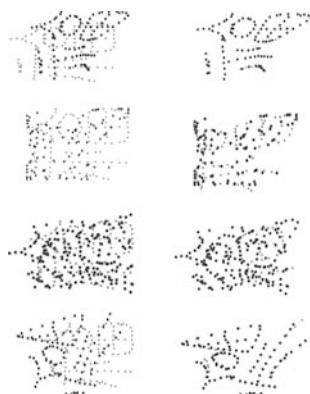


图 12 点集 Chinese character<sup>[18]</sup> 的配准实例 (第一列是配准前, 第二列是配准后. 第一行至第四行分别是四种非刚性配准模式: 8 级形变处理、4 级噪音处理 + 4 级形变处理、4 级冗余点处理 + 4 级形变处理、13 级旋转处理 + 4 级形变处理.)

Fig. 12 Registration example of Chinese character<sup>[18]</sup> point set (The first to fourth rows are four different types of non-rigid registration patterns: 8 level deformation, 4 level noise + 4 level deformation, 4 level outliers + 4 level deformation, 13 level rotation + 4 level deformation.)

表 2 FGM<sup>[49]</sup>、Leordeanu 等<sup>[45]</sup>、GLMD<sup>[24]</sup>、本文算法在汽车与摩托车真实图像中的平均配准

Table 2 Matching rates on cars and motorbikes for our method, FGM<sup>[49]</sup>, Leordeanu et al.<sup>[45]</sup> and GLMD<sup>[24]</sup>

FGM	Leordeanu 等	GLMD	本文算法
80 %	80 %	93 %	97 %

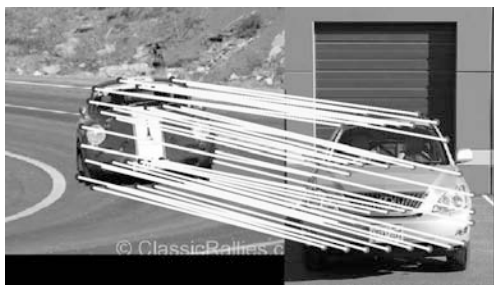


图 13 汽车真实图像配准实例 (取自 Pascal 2007 challenge 数据库<sup>[45]</sup> 的第 18 对汽车图像, 图中连线代表特征点之间的对应关系.)

Fig. 13 Registration example of automotive real image (The 18th pair of car images are selected from the Pascal 2007 challenge database<sup>[45]</sup>. The lines represent the correspondence of the feature points in the figure.)



图 14 摩托车真实图像配准实例 (取自 Pascal 2007 challenge 数据库<sup>[45]</sup> 的第 4 对摩托车图像, 图中连线代表特征点之间的对应关系.)

Fig. 14 Registration example of motorbike real image (The 4th pair of car images are selected from the Pascal 2007 challenge database<sup>[45]</sup>. The lines represent the correspondence of feature points in the figure.)

2.4.3 序列图像数据

本文采用 CMU house 和 hotel<sup>[43-44]</sup> 图像数据集对本文算法进行了测试, 并与 GMM-REG<sup>[22]</sup>、Torresani 等<sup>[48]</sup>、FGM<sup>[49]</sup>、GLMD<sup>[24]</sup>、Leordeanu 等<sup>[45]</sup>、Caetano 等<sup>[47]</sup> 进行了对比实验. 表 3 展示了本文算法与相关算法的平均配准率, Torresani 等<sup>[48]</sup>、FGM<sup>[49]</sup>、GLMD<sup>[24]</sup>、Leordeanu 等<sup>[45]</sup>、Caetano 等<sup>[47]</sup> 的平均配准率取自他们公布的实验结果. 本文算法, Torresani 等<sup>[48]</sup> 与 GLMD<sup>[24]</sup> 在 CMU house 序列<sup>[44]</sup> 图像中均给出了最优的平均配准率, 本文算法在 CMU hotel<sup>[43]</sup> 序列图像中给出了最优的平均配准率. 图 15 与图 16 分别给出了本文算法的 CMU hotel<sup>[43]</sup> 和 CMU house<sup>[44]</sup> 的配准实例.

表 3 CMU hotel 和 CMU house 序列图像的平均配准率  
Table 3 The average registration rate of CMU hotel and CMU house sequence images

算法名称	CMU hotel	CMU house
GMMREG <sup>[22]</sup>	97.1 %	99.5 %
Torresani 等 <sup>[48]</sup>	无	100 %
FGM <sup>[49]</sup>	无	100 %
GLMD <sup>[24]</sup>	无	100 %
Leordeanu 等 <sup>[45]</sup>	94.8 %	99.8 %
Caetano 等 <sup>[47]</sup>	<90 %	<96 %
本文算法	99.6 %	100 %

2.5 图像配准测试

我们采用公开的 Mikolajczyk 数据集<sup>[46]</sup> 测试了本文算法与 TPS-RPM<sup>[18]</sup>、CPD<sup>[20-21]</sup>、GMMREG<sup>[22]</sup>、RPM-L2E<sup>[23]</sup>、PR-GLS<sup>[26]</sup> 六种算法的图像配准性能. 本实验首先通过 SIFT 算法分别提取 “boat” 和 “graf” 图像对的特征点, 然后使用基于点集配准的方法完成图像配准, 并将配准后的图像与参考图像交替组合形成 5 × 5 的棋盘图

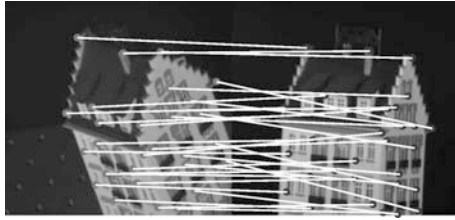


图 15 CMU hotel 序列图像配准实例 (CMU hotel 序列图像的第 1 张与第 100 张的配准结果, 图中连线代表特征点之间的对应关系.)

Fig. 15 Registration example of CMU hotel sequence image (Registration results of CMU hotel sequence images of 1st and 100th, the lines represent the correspondence of feature points in the figure.)

像 (Checkboards) 用于视觉比较配准结果. 性能测试通过人工选取 10 对均匀分散且易识别的标志点, 将标志点的均方根误差<sup>[53]</sup> (Root mean square error, RMSE), 平均绝对误差<sup>[53]</sup> (Mean absolute error, MAE), 中间误差<sup>[53]</sup> (Median error, MEE) 作为图像配准的误差评判标准. 表 4 与表 5 分别展示了本文算法与与 TPS-RPM<sup>[18]</sup>、CPD<sup>[20–21]</sup>、GMMREG<sup>[22]</sup>、RPM-L2E<sup>[23]</sup>、GLMD<sup>[24]</sup>、PR-GLS<sup>[26]</sup> 六种算法的误

差对比, 图 17 分别展示了本文算法与六种算法在 “boat” 图像与 “graf” 图像的配准实例. 在图 17(a) 和 17(b) 中, 第一列至第四列分别是参考图像、待配准图像、配准后的图像、棋盘图像; 第一行至第七行分别是 CPD 算法<sup>[21]</sup>、TPS-RPM 算法<sup>[18]</sup>、GMMREG 算法<sup>[22]</sup>、PR-GLS 算法<sup>[26]</sup>、RPM-L2E 算法<sup>[23]</sup>、GLMD 算法<sup>[24]</sup> 和本文算法的配准效果展示. 此外, 在图 17(a) 和图 17(b) 的图像配准展示中未配准正确的区域用方框在棋盘图像中进行了标注, 本文算法给出了最优的图像配准效果. 表 4 和表 5 给出了各算法的配准结果.

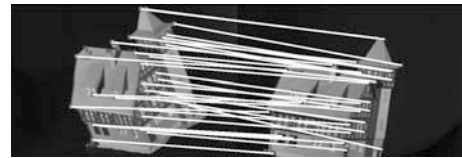


图 16 CMU house 序列图像配准实例 (CMU house 序列图像的第 1 张与第 111 张的配准结果, 图中连线代表特征点之间的对应关系.)

Fig. 16 Registration example of CMU house sequence image (Registration results of CMU house sequence images of 1st and 100th, the lines represent the correspondence of feature points in the figure.)

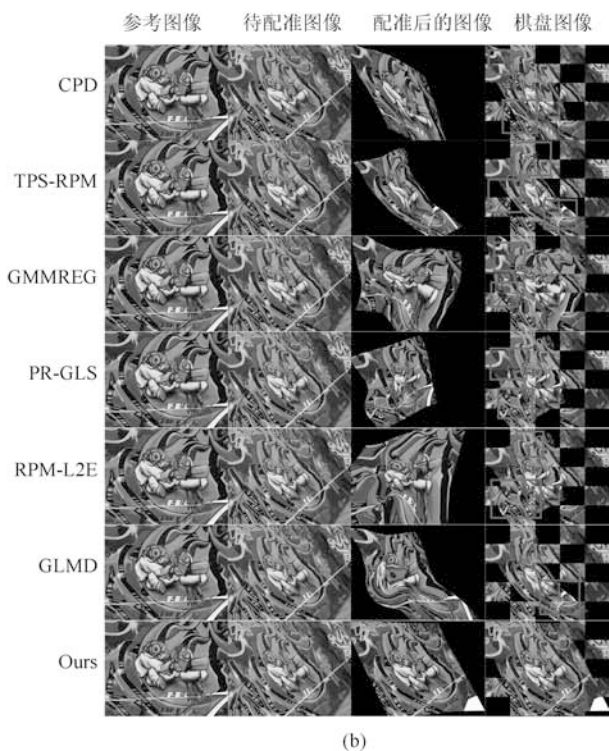
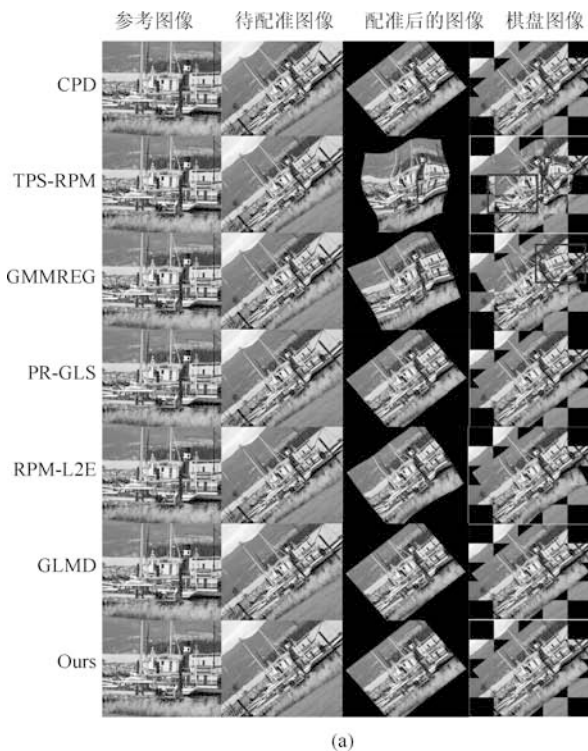


图 17 本文算法与 CPD<sup>[21]</sup>、TPS-RPM<sup>[18]</sup>、GMMREG<sup>[22]</sup>、PR-GLS<sup>[26]</sup>、RPM-L2E<sup>[23]</sup>、GLMD<sup>[24]</sup> 六种算法的图像配准实例

Fig. 17 Comparison examples of our method, CPD<sup>[21]</sup>, TPS-RPM<sup>[18]</sup>, GMMREG<sup>[22]</sup>, PR-GLS<sup>[26]</sup>, RPM-L2E<sup>[23]</sup> and GLMD<sup>[24]</sup>

表 4 “boat” 图像配准结果的误差展示  
Table 4 Registration error of boat image

算法	RMSE	MAE	MEE
CPD	1.4513	1.8151	0.2486
GMMREG	12.0899	4.2977	16.513
RPM-L2E	1.9918	0.8515	2.4792
TPS-RPM	42.3288	14.9059	53.4349
GLMD	1.6392	2.0807	0.495
PR-GLS	1.9291	0.8609	2.0807
Ours	1.0799	0.8523	0.134

表 5 “graf” 图像配准结果的误差展示  
Table 5 Registration error of graf image

算法	RMSE	MAE	MEE
CPD	74.9729	94.3400	24.8849
GMMREG	41.6075	53.4556	17.0273
RPM-L2E	47.7672	64.1356	22.5171
TPS-RPM	97.4394	125.3333	21.2458
GLMD	38.2704	48.5050	17.4508
PR-GLS	75.0847	90.4167	46.5821
Ours	1.5312	1.7801	0.5905

### 3 结论

我们已经详细介绍了 1) 模糊形状上下文特征、2) 特征互补的高斯混合模型和 3) 局部空间向量相似性约束项, 并描述了基于模糊形状上下文与局部向量相似性约束的配准算法. 在本文的实验部分, 我们首先测试了模糊形状上下文特征的检索率, 然后采用公开数据集测试了算法在点集配准与图像配准的性能, 同时与当前流行的十种算法进行了对比实验. 在实验中, 由于模糊形状上下文提高了原始形状上下文对特征的识别度, 特征互补的高斯混合模型解决了单一特征和强制一一对应的问题, 局部空间向量相似性约束项增加了配准算法的稳定性, 本文算法在大部分实验中性能均超过了当前流行算法.

### 附录 A

本文采用求解极值点的方法计算式 (19) 的解, 为了方便计算式 (18) 的偏导数, 我们首先将式 (18) 转换为了矩阵形式:

$$\begin{aligned} \text{Exp} = & \frac{1}{2\alpha^2} (\text{tr}(Q^T A_Q Q) + \text{tr}(P^T A_P P) - \\ & 2\text{tr}(P^T A_Q) - 2\text{tr}(W^T B A_Q) + \\ & 2\text{tr}(W^T B A_P P) + \text{tr}(W^T B A_P B W)) + \\ & \frac{1}{2\beta^2} \text{tr}(C^T A) + Q_A \ln \alpha^2 \beta^2 + \end{aligned}$$

$$\frac{\rho}{2} \text{tr}(W^T B W) + \frac{\rho}{2} \text{tr}(K^T K) \quad (\text{A1})$$

其中,  $C$  是一个  $N \times M$  的矩阵, 具体定义如下:

$$\begin{aligned} C_{nm} = & \text{tr}(S_m^T(Q) S_m(Q)) + \\ & \text{tr}(S_n^T(P) S_n(P)) - \text{tr}(S_m^T(Q) S_n(P)) \end{aligned} \quad (\text{A2})$$

且有:

$$\begin{cases} A_P = \text{diag}\{A \mathbf{1}\} \\ A_Q = \text{diag}\{A^T \mathbf{1}\} \end{cases} \quad (\text{A3})$$

这里加粗的  $\mathbf{1}$  代表了一个元素全是  $\mathbf{1}$  的列向量,  $\text{diag}\{\cdot\}$  代表一个对角矩阵. 对式 (A1) 求偏导数:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \text{Exp}}{\partial \alpha^2} = & -\frac{1}{2\alpha^4} (\text{tr}(Q^T A_Q Q) + \\ & \text{tr}(P^T A_P P) - 2\text{tr}(P^T A_Q) - \\ & 2\text{tr}(W^T B A_Q) + 2\text{tr}(W^T B A_P P) + \\ & \text{tr}(W^T B A_P B W)) + \frac{Q_A}{\alpha^2} \end{aligned} \quad (\text{A4})$$

$$\frac{\partial \text{Exp}}{\partial \beta^2} = -\frac{1}{2\beta^4} \text{tr}(C^T A) + \frac{Q_A}{\beta^2} \quad (\text{A5})$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \text{Exp}}{\partial W} = & A_P (B W + P) + \rho \alpha^2 F^T (F B W - J) + \\ & \rho \alpha^2 I W - A Q \end{aligned} \quad (\text{A6})$$

其中,  $F = U^P - H I$ ,  $J = (U^Q - H I) A Q - (U^P - H I) P$ , 当且仅当式 (A4)、(A5) 与 (A6) 同时取 0 时, 式 (19) 取得极值点, 即:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \text{Exp}}{\partial \alpha^2} &= 0 \\ \Rightarrow \\ \alpha^2 &= \frac{1}{2Q_A} (\text{tr}(Q^T A_Q Q) + \text{tr}(P^T A_P P) - \\ & 2\text{tr}(P^T A_Q) - 2\text{tr}(W^T B A_Q) + \\ & 2\text{tr}(W^T B A_P P) + \text{tr}(W^T B A_P B W)) \end{aligned} \quad (\text{A7})$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \text{Exp}}{\partial \beta^2} &= 0 \\ \Rightarrow \\ \beta^2 &= \frac{\text{tr}(C^T A)}{2Q_A} \end{aligned} \quad (\text{A8})$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \text{Exp}}{\partial W} &= 0 \\ \Rightarrow \\ W &= (A_P B + \rho \alpha^2 I + \rho \alpha^2 F^T F B)^{-1} \\ & (A Q - A_P P + \rho \alpha^2 F^T J) \end{aligned} \quad (\text{A9})$$

至此, 求得 EM 算法中能量方程 (19) 的解, 完成在空间变换更新时的参数优化.

## References

- Yang J L, Li H D, Campbell D, Jia Y D. Go-ICP: a globally optimal solution to 3D ICP point-set registration. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2016, **38**(11): 2241–2254
- Qu H B, Wang J Q, Li B, Yu M. Probabilistic model for robust affine and non-rigid point set matching. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2017, **39**(2): 371–384
- Kolesov I, Lee J, Sharp G, Vela P, Tannenbaum A. A stochastic approach to diffeomorphic point set registration with landmark constraints. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2016, **38**(2): 238–251
- Zeng Y, Wang C H, Gu X F, Samaras D, Paragios N. Higher-order graph principles towards non-rigid surface registration. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2016, **38**(12): 2416–2429
- Serradell E, Pinheiro M A, Sznitman R, Kybic J, Moreno-Noguer F, Fua P. Non-rigid graph registration using active testing search. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2015, **37**(3): 625–638
- Tao W B, Sun K. Robust point sets matching by fusing feature and spatial information using nonuniform gaussian mixture models. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2015, **24**(11): 3754–3767
- Xue Peng, Yang Pei, Cao Zhu-Lou, Jia Da-Yu, Dong En-Qing. Active demons non-rigid registration algorithm based on balance coefficient. *Acta Automatica Sinica*, 2016, **42**(9): 1389–1400  
(薛鹏, 杨佩, 曹祝楼, 贾大字, 董恩清. 基于平衡系数的 Active Demons 非刚性配准算法. *自动化学报*, 2016, **42**(9): 1389–1400)
- Dan T T, Yang Y, Xing L, Yang K, Zhang Y Y, Ong S H, et al. Multifeature energy optimization framework and parameter adjustment-based nonrigid point set registration. *Journal of Applied Remote Sensing*, 2018, **12**(3): Article No. 035006
- Maron H, Dym N, Kezurer I, Kovalsky S, Lipman Y. Point registration via efficient convex relaxation. *ACM Transactions on Graphics (TOG)*, 2016, **35**(4): Article No. 73
- Lipman Y, Yagev S, Poranne R, Jacobs D W, Basri R. Feature matching with bounded distortion. *ACM Transactions on Graphics (TOG)*, 2014, **33**(3): Article No. 26
- Haring M T, Liv N, Zonneville A C, Narvaez A C, Voortman L M, Kruit P, et al. Automated sub-5 nm image registration in integrated correlative fluorescence and electron microscopy using cathodoluminescence pointers. *Scientific Reports*, 2017, **7**: Article No. 43621
- Nguyen T M, Wu Q M J. Multiple kernel point set registration. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 2016, **35**(6): 1381–1394
- Lu Xue-Song, Tu Sheng-Xian, Zhang Su. A metric method using multidimensional features for nonrigid registration of medical images. *Acta Automatica Sinica*, 2016, **42**(9): 1413–1420  
(陆雪松, 涂圣贤, 张素. 一种面向医学图像非刚性配准的多维特征度量方法. *自动化学报*, 2016, **42**(9): 1413–1420)
- Li H G, Ding W R, Cao X B, Liu C L. Image registration and fusion of visible and infrared integrated camera for medium-altitude unmanned aerial vehicle remote sensing. *Remote Sensing*, 2017, **9**(5): Article No. 441
- Zhao M, An B W, Wu Y P, Van Luong H, Kaup A. Rfvtm: a recovery and filtering vertex trichotomy matching for remote sensing image registration. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2017, **55**(1): 375–391
- Yang Z Q, Dan T T, Yang Y. Multi-temporal remote sensing image registration using deep convolutional features. *IEEE Access*, 2018, **6**: 38544–38555
- Yang K, Pan A N, Yang Y, Zhang S, Ong S H, Tang H L. Remote sensing image registration using multiple image features. *Remote Sensing*, 2017, **9**(6): Article No. 581
- Chui H L, Rangarajan A. A new point matching algorithm for non-rigid registration. *Computer Vision and Image Understanding*, 2003, **89**(2–3): 114–141
- Zheng Y F, Doermann D. Robust point matching for non-rigid shapes by preserving local neighborhood structures. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2006, **28**(4): 643–649
- Schölkopf B, Platt J, Hofmann T. Non-rigid Point Set Registration: Coherent Point Drift. In: *Proceedings of the 2007 Advances in Neural Information Processing Systems*. Cambridge, MA: MIT Press, 2007. 1009–1016
- Myronenko A, Song X B. Point set registration: coherent point drift. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2010, **32**(12): 2262–2275
- Jian B, Vemuri B C. Robust point set registration using gaussian mixture models. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2011, **33**(8): 1633–1645
- Ma J Y, Zhao J, Tian J W, Tu Z W, Yuille A L. Robust estimation of nonrigid transformation for point set registration. In: *Proceedings of the 2013 IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*. Portland, USA: IEEE, 2013. 2147–2154
- Yang Y, Ong S H, Foong K W C. A robust global and local mixture distance based non-rigid point set registration. *Pattern Recognition*, 2015, **48**(1): 156–173
- Wang G, Wang Z C, Chen Y F, Zhao W D. A robust non-rigid point set registration method based on asymmetric gaussian representation. *Computer Vision and Image Understanding*, 2015, **141**: 67–80
- Ma J Y, Zhao J, Yuille A L. Non-rigid point set registration by preserving global and local structures. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2016, **25**(1): 53–64

- 27 Tang Hao-Lin, Yang Yang, Yang Kun, Luo Yi, Zhang Ya-Ying, Zhang Fang-Yu. Non-rigid point set registration with mixed features. *Acta Automatica Sinica*, 2016, **42**(11): 1732–1743  
(汤昊林, 杨扬, 杨昆, 罗毅, 张雅莹, 张芳瑜. 基于混合特征的非刚性点阵配准算法. 自动化学报, 2016, **42**(11): 1732–1743)
- 28 Rangarajan A, Chui H L, Bookstein F L. The softassign Procrustes matching algorithm. In: Proceedings of the 15th International Conference on Information Processing in Medical Imaging. Poultney, Vermont, USA: Springer, 1997. 29–42
- 29 Chui H L, Rambo J, Duncan J, Schultz R, Rangarajan A. Registration of cortical anatomical structures via robust 3D point matching. In: Proceedings of the 16th International Conference on Information Processing in Medical Imaging. Visegrád, Hungary: Springer, 1999. 168–181
- 30 Gold S, Rangarajan A, Lu C P, Pappu S, Mjolsness E. New algorithms for 2D and 3D point matching: pose estimation and correspondence. *Pattern Recognition*, 1998, **31**(8): 1019–1031
- 31 Yuille A L. Generalized deformable models, statistical physics, and matching problems. *Neural Computation*, 1990, **2**(1): 1–24
- 32 Belongie S, Malik J, Puzicha J. Shape matching and object recognition using shape contexts. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2002, **24**(4): 509–522
- 33 Körtgen M, Park G J, Novotni M, Klein R. 3D shape matching with 3D shape contexts. In: Proceedings of the 7th Central European Seminar on Computer Graphics. Vienna, Austria: Vienna University of Technology Press, 2003. 5–17
- 34 Bookstein F L. Principal warps: thin-plate splines and the decomposition of deformations. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1989, **11**(6): 567–585
- 35 Yuille A L, Grzywacz N M. A mathematical analysis of the motion coherence theory. *International Journal of Computer Vision*, 1989, **3**(2): 155–175
- 36 Basu A, Harris I R, Hjort N L, Jones M C. Robust and efficient estimation by minimising a density power divergence. *Biometrika*, 1998, **85**(3): 549–559
- 37 Scott D W. Parametric statistical modeling by minimum integrated square error. *Technometrics*, 2001, **43**(3): 274–285
- 38 Balakrishnan V K. *Schaum's Outline of Graph Theory: Including Hundreds of Solved Problems*. New York: McGraw-Hill Professional, 1997
- 39 Sundar H, Silver D, Gagvani N, Dickinson S. Skeleton based shape matching and retrieval. In: Proceedings of the 2003 Shape Modeling International. Seoul, South Korea: IEEE, 2003. 130–139
- 40 Markovsky I, Usevich K. *Low Rank Approximation*. London: Springer, 2012. 116–132
- 41 Ma J Y, Zhao J, Tian J W, Bai X, Tu Z W. Regularized vector field learning with sparse approximation for mismatch removal. *Pattern Recognition*, 2013, **46**(12): 3519–3532
- 42 Rifkin R, Yeo G, Poggio T. Regularized least-squares classification. *Acta Electronica Sinica*, 2007, **190**(1): 93–104
- 43 Carcassoni M, Hancock E R. Correspondence matching with modal clusters. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2003, **25**(12): 361–369
- 44 Caetano T S, McAuley J J, Cheng L, Le Q V, Smola A J. Learning graph matching. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2009, **31**(6): 1048–1058
- 45 Leordeanu M, Sukthankar R, Hebert M. Unsupervised learning for graph matching. *International Journal of Computer Vision*, 2012, **96**(1): 28–45
- 46 Mikolajczyk K, Schmid C. A performance evaluation of local descriptors. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2005, **27**(10): 1615–1630
- 47 Caetano T S, Cheng L, Le Q V, Smola A J. Learning graph matching. In Proceedings of the 11th IEEE International Conference on Computer Vision. Rio de Janeiro, Brazil: IEEE, 2007. 1–8
- 48 Torresani L, Kolmogorov V, Rother C. A dual decomposition approach to feature correspondence. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2013, **35**(2): 259–271
- 49 Zhou F, De la Torre F. Factorized graph matching. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2016, **38**(9): 1774–1789
- 50 Latecki L J, Lakamper R, Eckhardt T. Shape descriptors for non-rigid shapes with a single closed contour. In: Proceedings of the 2000 IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. Hilton Head Island, USA: IEEE, 2000. 424–429
- 51 Mokhtarian F, Abbasi S, Kittler J. Efficient and robust retrieval by shape content through curvature scale space. *Image Databases and Multi-Media Search*. River Edge, NJ: World Scientific Publishing Co Pte Ltd, 1997. 51–58
- 52 Mokhtarian F, Mackworth A K. A theory of multiscale, curvature-based shape representation for planar curves. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1992, **14**(8): 789–805
- 53 Yang K, Pan A N, Yang Y, Zhang S, Ong S H. Remote sensing image registration using multiple image features. *Remote Sensing*, 2017, **9**(6): 581–595



**马新科** 云南师范大学信息学院硕士研究生. 主要研究方向为计算机视觉与模式识别.

E-mail: maxxk@foxmail.com

(**MA Xin-Ke** Master student at the School of Information Science and Technology, Yunnan Normal University. His research interest covers computer vision and pattern recognition.)



**杨 扬** 云南师范大学信息学院教授. 2007 年获得日本早稻田大学硕士学位, 2013 年获得新加坡国立大学 NGS 博士学位. 主要研究方向为计算机视觉、遥感图像处理等. 本文通信作者.

E-mail: yyang\_ynu@163.com

(**YANG Yang** Professor at the School of Information Science and

Technology, Yunnan Normal University. He received his master degree from Waseda University, Japan in 2007. He received his Ph. D. degree from National University of Singapore in 2013. His research interest covers computer vision and remote sensing image processing. Corresponding author of this paper.)



**杨 昆** 云南师范大学信息学院教授. 1998 年获得澳大利亚新南威尔士大学硕士学位. 主要研究方向为地理信息系统, 遥感图像处理.

E-mail: kmdcynu@163.com

(**YANG Kun** Professor at the School of Information Science and Technology, Yunnan Normal Univer-

sity. He recieved his master degree form the University of New South Wales, Australia in 1998. His research interest covers geographic information system and remote sensing image processing.)



**罗 毅** 云南师范大学信息学院副教授. 2014 年获得哈尔滨理工大学博士学位. 主要研究方向为无线传感器网络, 微弱信号拾取.

E-mail: luoyi861030@163.com

(**LUO Yi** Associate professor at the School of Information Science and Technology, Yunnan Normal Univer-

sity. He received his Ph. D. degree from Harbin University of Science and Technology in 2014. His research interest covers wireless sensor networks, weak signal detection.)