

## 融合高斯混合模型和点到面距离的点云配准

林桂潮<sup>1,2)</sup>, 唐昀超<sup>3)</sup>, 邹湘军<sup>1)</sup>, 张青<sup>2)</sup>, 时晓杰<sup>2)</sup>, 冯文贤<sup>3)</sup>

<sup>1)</sup> (华南农业大学南方农业机械与装备关键技术教育部重点实验室 广州 510642)

<sup>2)</sup> (滁州学院机械与汽车工程学院 滁州 239000)

<sup>3)</sup> (广东工业大学土木与交通工程学院 广州 510006)

(xjzou1@163.com)

**摘要:** 针对非线性光照变化、杂乱或遮挡等环境下目标定位精度低的问题, 提出一种基于高斯混合模型和点到面距离的点云配准算法, 以实现目标的精确定位. 首先设模板点云元素服从高斯混合分布, 根据点到面距离大小分配高斯混合模型中各组成部分的概率值, 构建负对数似然函数; 然后应用EM算法对点云优化, 并推导了最大化步阶段  $Q$  函数的封闭解, 提高算法实时性. 以合成数据和实际的法兰零件点云为对象进行实验, 结果表明, 该算法配准精度和鲁棒性明显优于传统配准算法, 能够满足复杂工况下目标精确定位要求.

**关键词:** 点云配准; 迭代最近点法; 点到面距离; 高斯混合模型; 最大期望算法

中图分类号: TP391.41

DOI: 10.3724/SP.J.1089.2018.16472

## Point Cloud Registration Algorithm Combined Gaussian Mixture Model and Point-to-Plane Metric

Lin Guichao<sup>1,2)</sup>, Tang Yunchao<sup>3)</sup>, Zou Xiangjun<sup>1)</sup>, Zhang Qing<sup>2)</sup>, Shi Xiaojie<sup>2)</sup>, and Feng Wenxian<sup>3)</sup>

<sup>1)</sup> (Key Laboratory of Key Technology on South Agricultural Machine and Equipment Ministry of Education, South China Agricultural University, Guangzhou 510642)

<sup>2)</sup> (College of Mechanical and Automotive Engineering, Chuzhou University, Chuzhou 239000)

<sup>3)</sup> (School of Civil and Transportation Engineering, Guangdong University of Technology, Guangzhou 510006)

**Abstract:** A point cloud registration algorithm based on Gaussian mixture model and point-to-plane metric was proposed to solve the problem of inaccuracy of object positioning under nonlinear illumination, clutter or occlusion environment. Firstly, assuming that elements of template cloud were generated by the Gaussian mixture model, the probability values of the components in Gaussian mixture model were allocated according to the point-to-plane distance. Further, a negative logarithmic likelihood function was constructed. Next, the EM algorithm was used to optimize the likelihood function, and the closed solution of  $Q$  function in maximum step was derived to improve the real-time performance of the algorithm. Using synthetic data and flange parts to test the proposed algorithm, the results showed that both the accuracy and robustness of the algorithm were superior to the traditional registration algorithm, and could meet the requirements of precise positioning in complex conditions.

收稿日期: 2017-06-13; 修回日期: 2017-11-06. 基金项目: 国家自然科学基金(51578162); 国家重点科技计划资助项目(2017YFD0700100); 广东省科技计划项目(2014A010104011, 2015A020209111); 滁州学院校级规划项目(2016GH10, 2016GH11); 安徽省高校自然科学研究项目(KJ2015B20). 林桂潮(1989—), 男, 博士研究生, 主要研究方向为视觉检测与定位、点云配准; 唐昀超(1983—), 男, 博士研究生, 主要研究方向为结构工程与视觉检测、建模与仿真; 邹湘军(1957—), 女, 博士, 教授, 博士生导师, 论文通信作者, 主要研究方向为视觉检测与定位、智能机器人; 张青(1990—), 女, 硕士, 助教, 主要研究方向为模式识别; 时晓杰(1987—), 女, 硕士, 助教, 主要研究方向为点云配准; 冯文贤(1962—), 女, 硕士, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为结构工程与检测.

**Key words:** point cloud registration; iterative closest point; point to plane metric; Gaussian mixture model; expectation maximization algorithm

点云配准技术通过最小化 2 片或多片点云间的几何误差, 实现不同扫描视角下点云的配准, 已被广泛应用于逆向工程、器官再造、移动机器人定位、工业零件检测等多领域<sup>[1-2]</sup>。在工业应用中, 分拣机器人常在杂乱、遮挡和非线性光照变化的环境下进行分拣作业, 这些复杂工况降低了视觉算法的识别稳定性和定位精度, 影响分拣机器人作业效果<sup>[3-4]</sup>。为克服常用识别算法<sup>[5-7]</sup>因识别误差大而导致目标定位精度低的问题, 应用立体视觉技术, 研究鲁棒的点云配准算法, 以计算目标与模板之间的位姿关系实现精度定位非常有必要。

迭代最近点法(Iterative Closest Point, ICP)<sup>[8]</sup>是最常用的点云配准算法, 可大致分为 2 类: 基于点到点距离的最小化方法和基于点到面距离的最小化方法。基于点到点距离的最小化方法以 2 片点云匹配点的均方误差为目标函数, 应用奇异值分解法、四元素法或正交矩阵法等求出几何变换参数。许多学者对该算法进行了深入研究和改进。为减少误匹配点影响, Marani 等<sup>[9]</sup>假设匹配点的距离误差服从零均值正态分布, 并应用  $3\sigma$  准则删除误匹配点。Mohammadzade 等<sup>[10]</sup>以欧氏距离最小的点对作为潜在匹配点, 然后将在其邻域内搜索法向量一致的点作为匹配点, 再用奇异值分解得到刚体变换矩阵。针对 ICP 对迭代初值敏感的问题, Fitzgibbon<sup>[11]</sup>应用 LM (Levenberg Marquardt) 算法替换奇异值分解, 以优化非线性误差函数, 显著提高了全局收敛性, 并减少了 50% 的迭代次数。张旭东等<sup>[12]</sup>将点云配准分为粗、精配准 2 个阶段, 在粗配准阶段, 通过 SURF 算子提取两幅距离图像特征点, 采用非迭代求解方法计算两者间的初始变换参数; 在精配准阶段, 应用 ICP 算法调整配准精度。针对 ICP 计算开销大的问题, Jost 等<sup>[13]</sup>提出了时间复杂度为  $O(N)$  的邻域搜索算法, 以快速搜索匹配点, 其中  $N$  为待配准点云数量, 结合“由粗到精”的多分辨率策略, 在不丢失配准精确度的情况下, 提高了算法实时性。因工业目标多数缺少纹理特征, 且受复杂工况影响, 使基于立体视觉技术采集的点云普遍存在大量随机噪声; 另外, 识别误差使迭代初值偏离极值点, 这些综合因素降低了针对某一因素进行改进的 ICP 的收敛性。

基于点到面距离的最小化方法用点到最近点切平面的欧氏距离为目标函数, 使用非线性最小

二乘方法进行求解, 计算效率较低, 但是收敛性显著优于基于点到点距离的最小化方法<sup>[14]</sup>。Low<sup>[15]</sup>提出了一种线性最小二乘方法求解非线性问题, 其提高了点到面距离 ICP 的计算效率。上述方法以点到面最短距离为度量, 为模板点云任意元素分配一个硬匹配点, 在异常点比例高的情况下, 在迭代初期会存在大量误匹配点, 在一定程度上降低了 ICP 收敛速度。

为了克服 ICP 存在的问题, 许多学者提出了基于概率的配准方法。Bing 等<sup>[16]</sup>设模板与待配准点云均服从高斯混合分布, 基于此, 提出配准问题等价于最小化 2 个混合模型的  $L_2$  距离, 并推导了封闭解。Durbin 等<sup>[17]</sup>在研究旅行商问题时, 提出每一个城市由以访问点为中心的高斯混合模型(Gaussian mixture model, GMM)产生, 并构建负对数似然函数, 应用梯度下降法给出了最短旅行路线。该方法用概率大小衡量访问点与城市间的匹配程度, 本质上是 ICP 的一种软变体<sup>[18]</sup>。在此基础上, Myronenko 等<sup>[19]</sup>和 Granger 等<sup>[20]</sup>相继提出点云配准可视为概率密度估计问题, 在假设模板点云所有元素服从以待配准点云为中心的高斯混合分布的条件下, 构建似然函数, 应用 EM 算法<sup>[21]</sup>估计最优的几何变换参数, 实验验证了其鲁棒性优于 ICP 算法。彭磊等<sup>[22]</sup>根据点的邻域结构为每个高斯模型添加比重, 抑制噪声、遮挡或异常点的干扰, 在一定程度上提高了算法鲁棒性。上述方法均以点到点的欧氏距离大小来分配概率值, 并衡量两点匹配程度。由于点到点的度量方法可能使模板点云到异常点的距离很小, 导致 GMM 不能准确地反映 2 点的匹配程度, 降低了算法鲁棒性和收敛速度。因此, 相关算法仍需改进。

针对工业复杂工况下因目标识别误差大而导致空间定位精度差的问题, 在粗识别基础上, 以双目立体视觉技术为点云获取手段, 提出基于 GMM 和点到面距离的点云配准算法, 以解算目标点云与模板点云之间的相对位姿, 实现精确定位的目的。首先, 应用点到面距离代替点到点距离构建 GMM, 进而建立负对数似然函数; 然后, 应用 EM 算法<sup>[21]</sup>求解最优刚体变换矩阵, 在最大步阶段(M-step), 根据 Low<sup>[15]</sup>的方法给出了  $Q$  函数的封闭解, 有效地减少非线性优化问题的计算量。

## 1 算法原理

### 1.1 点到面距离

设待配准点云为  $X=\{x_m|m=1,2,\dots,M\}$ , 模板点云为  $Y=\{y_n|n=1,2,\dots,N\}$ ,  $M$  和  $N$  为点云  $X$  和  $Y$  的大小. 经过点  $y_n$  并与点云  $Y$  相切的平面方程表示为  $(y-y_n)^T v_n=0$ . 其中,  $y$  指切平面上任意点坐标,  $v_n$  为点  $y_n$  的单位法向量. 如图 1 所示, 点  $x_m$  到  $y_n$  切平面距离定义<sup>[4]</sup>为

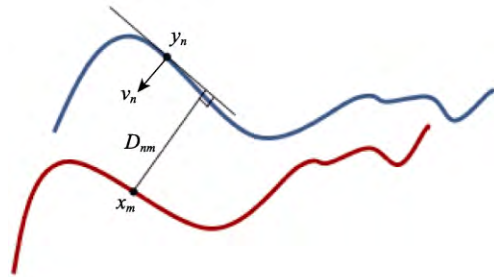
$$D_{nm} = \left| (x_m - y_n)^T v_n \right|^2 \quad (1)$$


图 1 点到面距离原理图

应用式(1)前, 需精确地计算点云  $Y$  中任意点的单位法向量. Hoppe 等<sup>[23]</sup>提出了一种简单有效的基于局部平面拟合的方法. 设点  $y_n$  在  $Y$  中的  $k$  个最近点的集合表示为  $H(y_n)$ , 构建半正定协方差矩阵

$$M = \frac{1}{k} \sum_{y \in H(y_n)} (y - \bar{y}_n)(y - \bar{y}_n)^T. \quad \text{其中, } \bar{y}_n \text{ 指集合}$$

$H(y_n)$  的均值. 对  $M$  进行特征值分解, 设其特征值为  $\lambda_n^1 \geq \lambda_n^2 \geq \lambda_n^3$ , 对应的特征向量为  $v_n^1$ ,  $v_n^2$  和  $v_n^3$ , 则  $v_n^3$  为  $y_n$  的法向量<sup>[23]</sup>. 另外, 需说明 2 点: (1) 参数  $k$  的选择很重要, 如果  $k$  取值太大, 那么集合  $H(y_n)$  将很大, 可能导致点云边缘点法向量被均匀化和扭曲, 丢失精度; 如果  $k$  取值太小, 法向量对噪声将很敏感, 因此, 需经多次实验确定合适的  $k$  值; (2) 可应用  $kD$  树算法<sup>[24]</sup>快速搜索最近点, 提高法向量计算实时性.

### 1.2 GMM

GMM 是采用若干个高斯模型的加权和对本的概率密度分布进行描述的方法, 能够有效地表示样本分布. Myronenko 等<sup>[19]</sup>提出点云配准可视 GMM 的参数估计问题. 设模板点云  $Y$  中的点是由 GMM 产生的观测数据, 且 GMM 的中心与点云  $X$  中的点相关, 则 GMM 概率密度函数<sup>[19]</sup>为

$$p(y_n) = \sum_{m=1}^{M+1} p(y_n | m) p(m) \quad (2)$$

其中,  $y_n \in Y$ ;  $p(m)$  为第  $m$  个高斯模型在 GMM 中占的比例, 取值为  $1/M$ ;  $p(y_n|m)$  为第  $m$  个高斯模型,

与传统 GMM 不同的是, 这里高斯模型  $p(y_n|m)$  的中心由  $x_m$  和刚体变换参数  $s$  (缩放系数)、 $R$  (旋转矩阵)、 $T$  (平移矩阵) 共同确定, 如

$$p(y_n | m) = \frac{1}{(2\pi\sigma^2)^{D/2}} e^{-\frac{\|y_n - sRx_m - T\|^2}{2\sigma^2}} \quad (3)$$

其中,  $m=1,2,\dots,M$ ,  $\sigma$  为变量, 指高斯模型标准差, 用于动态地控制高斯模型作用范围;  $D$  为常量, 指点云维数. 另外, 增加一个均匀分布  $p(y_n|M+1)=1/N$  到混合模型中, 以处理噪声和异常值, 设该均匀分布权值为  $w$ , 本文均设置为  $w=0.05$ , 则式(2)可改写为

$$p(y_n) = w \frac{1}{N} + (1-w) \sum_{m=1}^M \frac{1}{M} p(y_n | m) \quad (4)$$

由式(3)(4)可知, GMM 实质上是以点到点的欧氏距离大小来分配  $p(y_n)$  概率值. 当距离小时,  $p(y_n)$  取值较大; 反之, 取值较小. 在工业应用中, 零件只有工艺特征, 如孔、平面、倒角等, 普遍缺少纹理特征, 使基于双目立体视觉方法采集的待配准点云  $X$  中容易存在大量噪声、离群点; 进而可能使  $y_n$  到这些异常点的欧氏距离很小, 导致  $p(y_n)$  不能准确反映点  $y_n$  的概率值. 为此, 应用更鲁棒的点到面距离<sup>[4]</sup>代替点到点距离来构建 GMM. 式(3)可修正为

$$p(y_n | m) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{\left[ \frac{(y_n - sRx_m - T)^T v_n}{2\sigma^2} \right]^2}{2\sigma^2}}.$$

GMM 的参数  $(s, R, T, \sigma)$  可通过最大似然估计法得到, 其等价于最小化负对数似然函数

$$E(s, R, T, \sigma) = -\sum_{n=1}^N \log(p(y_n)) = -\sum_{n=1}^N \log \sum_{m=1}^{M+1} p(y_n | m) p(m) \quad (5)$$

### 1.3 基于 EM 算法的点云配准

本文应用 EM 算法<sup>[21]</sup>求解负对数似然函数式(5)中的参数  $(s, R, T, \sigma)$ . EM 算法的主要思想是利用参数初值和贝叶斯理论计算各个高斯模型的后验概率

$$p(m | y_n) = \frac{p(y_n | m) p(m)}{\sum_{j=1}^{M+1} p(y_n | j) p(j)} = \frac{\frac{1}{(2\pi\sigma^2)^{D/2}} e^{-\frac{\|y_n - sRx_m - T\|^2}{2\sigma^2}}}{\sum_{j=1}^M \frac{1}{(2\pi\sigma^2)^{D/2}} e^{-\frac{\|y_n - sRx_j - T\|^2}{2\sigma^2}} + \frac{w\sqrt{2\pi}\sigma}{(1-w)N}}.$$

这个过程称为EM算法的期望步, 然后通过最小化函数  $Q$  得到参数新值

$$Q(s, \mathbf{R}, \mathbf{T}, \sigma) = -\sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M p(m|y_n) \log \frac{p(y_n|m)p(m)}{p(m|y_n)} =$$

$$-\frac{1}{2\sigma^2} \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M p_{nm} [(y_n - s\mathbf{R}\mathbf{x}_m - \mathbf{T})^T \mathbf{v}_n]^2 + N_p \log \sigma \quad (6)$$

其中,  $p_{nm} = p(m|y_n)$ ,  $N_p = \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M p(m|y_n)$ , 该过程称为EM算法的最大化步. 函数  $Q$  是似然函数式(5)的上界, EM 算法交替执行期望步和最大化步, 使函数  $Q$  不断地逼近式(5)的最小值.

函数  $Q$  的最小化是一个非线性优化问题, 可用最速下降法、牛顿法等方法求解, 但是这些方法计算量大, 不具备实时性. 为此, 本文根据 Low<sup>[15]</sup> 的方法给出函数  $Q$  的封闭解.

设平移矩阵  $\mathbf{T} = (t_x, t_y, t_z)^T$ , 三维旋转矩阵为

$$\mathbf{R}(\alpha, \beta, \gamma) = \begin{pmatrix} \cos \gamma & \sin \gamma & 0 \\ -\sin \gamma & \cos \gamma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \times$$

$$\begin{pmatrix} \cos \beta & 0 & -\sin \beta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \beta & 0 & \cos \beta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha & \sin \alpha \\ 0 & -\sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix} \quad (7)$$

其中,  $\alpha$ ,  $\beta$  和  $\gamma$  分别表示  $x$  轴,  $y$  轴和  $z$  轴的旋转角度.

当角度  $\theta \approx 0$  时,  $\sin(\theta)$  和  $\cos(\theta)$  的一阶泰勒展开分别为  $\sin(\theta) \approx \theta$  和  $\cos(\theta) \approx 1$ . 所以, 当  $\alpha$ ,  $\beta$  和  $\gamma$  都逼近于 0 时, 式(7)可简化<sup>[15]</sup>为

$$\mathbf{R}(\alpha, \beta, \gamma) \approx \begin{pmatrix} 1 & -\gamma & \beta \\ \gamma & 1 & -\alpha \\ -\beta & \alpha & 1 \end{pmatrix} = \hat{\mathbf{R}}(\alpha, \beta, \gamma).$$

缩放系数  $s$  和旋转矩阵  $\mathbf{R}$  的乘积可表示为

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} \sqrt{p_{11}}a_{11} & \sqrt{p_{11}}b_{11} & \sqrt{p_{11}}c_{11} & \sqrt{p_{11}}d_{11} & -\sqrt{p_{11}}v_{1x} & -\sqrt{p_{11}}v_{1y} & -\sqrt{p_{11}}v_{1z} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \sqrt{p_{nm}}a_{nm} & \sqrt{p_{nm}}b_{nm} & \sqrt{p_{nm}}c_{nm} & \sqrt{p_{nm}}d_{nm} & -\sqrt{p_{nm}}v_{nx} & -\sqrt{p_{nm}}v_{ny} & -\sqrt{p_{nm}}v_{nz} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \sqrt{p_{NM}}a_{NM} & \sqrt{p_{NM}}b_{NM} & \sqrt{p_{NM}}c_{NM} & \sqrt{p_{NM}}d_{NM} & -\sqrt{p_{NM}}v_{Nx} & -\sqrt{p_{NM}}v_{Ny} & -\sqrt{p_{NM}}v_{Nz} \end{pmatrix}$$

且仅当  $\mathbf{A}^T \mathbf{A}$  非奇异时<sup>[25]</sup>, 式(10)有封闭解

$$\theta^* = (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{b} \quad (11)$$

设最优解  $\theta^* = (\hat{\alpha}^*, \hat{\beta}^*, \hat{\gamma}^*, s^*, t_x^*, t_y^*, t_z^*)^T$ , 则旋转矩阵为  $\mathbf{R}(\hat{\alpha}^*/s^*, \hat{\beta}^*/s^*, \hat{\gamma}^*/s^*)$ , 而不是  $\hat{\mathbf{R}}(\hat{\alpha}^*/s^*, \hat{\beta}^*/s^*, \hat{\gamma}^*/s^*)$ <sup>[15]</sup>, 平移矩阵为  $\mathbf{T} = (t_x^*, t_y^*, t_z^*)^T$ .

求式(9)关于变量  $\sigma$  的偏导数并令其为 0, 可得

$$\sigma = \frac{1}{N_p} \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M p_{nm} \times [a_{nm}\hat{\alpha}^* + b_{nm}\hat{\beta}^* + c_{nm}\hat{\gamma}^* + d_{nm}s^* -$$

$$s\mathbf{R}(\alpha, \beta, \gamma) \approx s\hat{\mathbf{R}}(\alpha, \beta, \gamma) =$$

$$\begin{pmatrix} s & -\hat{\gamma} & \hat{\beta} \\ \hat{\gamma} & s & \hat{\alpha} \\ -\hat{\beta} & \hat{\alpha} & s \end{pmatrix} \quad (8)$$

其中,  $\hat{\alpha} = s\alpha$ ,  $\hat{\beta} = s\beta$ ,  $\hat{\gamma} = s\gamma$ .

把式(8)代入式(6), 化简可得

$$Q(\hat{\alpha}, \hat{\beta}, \hat{\gamma}, s, t_x, t_y, t_z, \sigma) =$$

$$\frac{1}{2\sigma^2} \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M p_{nm} \times [a_{nm}\hat{\alpha} + b_{nm}\hat{\beta} + c_{nm}\hat{\gamma} + d_{nm}s$$

$$- \mathbf{v}_{nx}t_x - \mathbf{v}_{ny}t_y - \mathbf{v}_{nz}t_z + e_n]^2 + N_p \log \sigma \quad (9)$$

其中,

$$a_{nm} = \mathbf{v}_{ny}\mathbf{x}_{mz} - \mathbf{v}_{nz}\mathbf{x}_{my},$$

$$b_{nm} = \mathbf{v}_{nz}\mathbf{x}_{mx} - \mathbf{v}_{nx}\mathbf{x}_{mz},$$

$$c_{nm} = \mathbf{v}_{nx}\mathbf{x}_{my} - \mathbf{v}_{ny}\mathbf{x}_{mx},$$

$$d_{nm} = -\mathbf{v}_{nx}\mathbf{x}_{mx} - \mathbf{v}_{ny}\mathbf{x}_{my} - \mathbf{v}_{nz}\mathbf{x}_{mz},$$

$$e_n = \mathbf{v}_{nx}\mathbf{y}_{nx} + \mathbf{v}_{ny}\mathbf{y}_{ny} + \mathbf{v}_{nz}\mathbf{y}_{nz}.$$

其中,  $\mathbf{v}_{nx}$ ,  $\mathbf{v}_{ny}$  和  $\mathbf{v}_{nz}$  为法向量  $\mathbf{v}_n$  在  $x$ ,  $y$  和  $z$  方向的值;  $\mathbf{y}_{nx}$ ,  $\mathbf{y}_{ny}$  和  $\mathbf{y}_{nz}$  为点  $\mathbf{y}_{nz}$  在  $x$ ,  $y$  和  $z$  方向的值;  $\mathbf{x}_{mx}$ ,  $\mathbf{x}_{my}$  和  $\mathbf{x}_{mz}$  为点  $\mathbf{x}_m$  在  $x$ ,  $y$  和  $z$  方向的值.

由式(9)可见, 函数  $Q$  是关于变量  $(\hat{\alpha}, \hat{\beta}, \hat{\gamma}, s, t_x, t_y, t_z)$  的线性最小二乘问题, 即

$$\theta^* = \arg \min_{\theta} \|\mathbf{A}\theta - \mathbf{b}\|^2 \quad (10)$$

其中,  $\theta = (\hat{\alpha}, \hat{\beta}, \hat{\gamma}, s, t_x, t_y, t_z)^T$ ,

$$\mathbf{b} = (-\sqrt{p_{11}}e_1 \quad \cdots \quad -\sqrt{p_{nm}}e_n \quad \cdots \quad -\sqrt{p_{NM}}e_N)^T,$$

$$\mathbf{v}_{nx}t_x^* - \mathbf{v}_{ny}t_y^* - \mathbf{v}_{nz}t_z^* + e_n]^2 \quad (12)$$

式(11)(12)是非线性函数  $Q$  的封闭解, 有效地减少了基于梯度下降法求解非线性问题计算量大的问题, 可提高算法实时性.

#### 1.4 算法步骤

本文算法步骤如下:

输入. 待配准点云  $X$  和模板点云  $Y$

输出. 配准后点云  $X$

Step1. 计算点云  $Y$  的法向量, 并令  $\mathbf{R}=\mathbf{I}$ ,  $\mathbf{T}=\mathbf{0}$ ,  $s=1$ ,

$k > 0, 0 < w \leq 1, \sigma > 0$ .

Step2. 迭代至算法收敛.

Step2.1. 期望步. 利用点云  $X$  和  $Y$ , 刚体变换参数  $(s, R, T)$  和标准差  $\sigma$  计算后验概率  $p(m|y_n)$ .

Step2.2. 最大化步. 应用式(11)(12)计算刚体变换参数  $(s, R, T)$  和标准差  $\sigma$ .

Step2.3. 更新待配准点云  $X = sRX + T$ , 令  $R = I, T = 0, s = 1$ .

算法迭代终止准则为算法达到最大迭代次数; 或者相邻 2 次迭代的旋转矩阵变化量小于给定阈值.

本文算法与 ICP 有异同处. ICP 算法包括 2 个基本步骤<sup>[8]</sup>, 首先为点云  $Y$  中每个点  $y_n$  搜索唯一的匹配点, 再利用所有匹配点最小化误差函数  $\varepsilon^2 = \|Y - RX - T\|^2$ , 以得到刚体变换参数. 可见, ICP 算法 2 个基本步骤与本文算法的期望步和最大化步相似, 不同之处是: (1) 传统 ICP 采用硬匹配策略, 为点  $y_n$  分配唯一的一个匹配点, 而本文算法采用软匹配策略, 把点云  $X$  中所有点视为  $y_n$  的潜在匹配点, 并用概率值衡量  $y_n$  与潜在匹配点的匹配程度; (2) 传统 ICP 的目标函数是一个最小二乘函数, 而本文算法的目标函数(见式(6)(9))是一个加权最小二乘函数. 综上所述, 本文算法可看成 ICP 算法一种软变体.

## 2 实验与分析

为测试本文算法精度和鲁棒性, 应用 Visual Studio 2008 和开源库 PCL 1.6.0 编写算法进行试验, 算法运行平台为 CPU 频率 2.80GHz, 内存 4GB, 运行 Windows7 的计算机.

### 2.1 合成数据实验

以 3 维建模软件 Blender 提供的 monkey 点云和斯坦福大学提供的 bunny 点云为对象, 验证本文算法. monkey 和 bunny 点云各有 1 941 和 1 620 个三维点. 对 2 个点云进行刚体变换, 其中旋转角度为  $45^\circ$ , 缩放系数为 1. 将图 2 所示刚体变换前后点云分别记为模板点云(红色)和待配准点云(蓝色), 并用本文算法进行配准, 结果如图 2 所示, 可见本文算法能够精确、鲁棒地进行配准.

为定量分析本文算法精度和鲁棒性, 以原始 ICP<sup>[8]</sup>、LowICP<sup>[15]</sup>(本文采用  $kD$  树算法对 ICP 和 LowICP 进行加速)和 CPD<sup>[19]</sup>为对比算法, 对 monkey 点云进行刚体变换或添加零均值高斯噪声作为待配准点云, 并进行配准. 图 3 显示了不同刚体变换下 4 种算法在 50 次迭代下的配准结果, 其中待配准点云(蓝色)与模板点云(红色)初始旋转误差为  $0^\circ \sim 45^\circ$ , 初始缩放误差为 0.9, 配准误差用真实旋转矩阵与算法估计的旋转矩阵的欧氏距离来衡量. 图 4 显示了不同高斯噪声影响下 4 种算法在 50 次迭代下的配准结果, 其中待配准点云中存在 400 个零均值高斯噪声点, 高斯标准差为 0.1~1.0, 待配准点云(蓝色)与模板点云(红色)初始旋转误差为  $25^\circ$ , 初始缩放误差为 0.9. 由图 5a 可见: 随着旋转角度的增大, ICP 和 LowICP 配准误差明显增大, 而 CPD 和本文算法配准误差仅是轻微变大, 表明基于 GMM 的软匹配策略能够鲁棒、正确地分配潜在匹配点的匹配概率值, 促进算法收敛于全局解, 提高算法配准精度. 由图 5b 可见: 当高斯噪声标准差小于 0.8 时, 本文

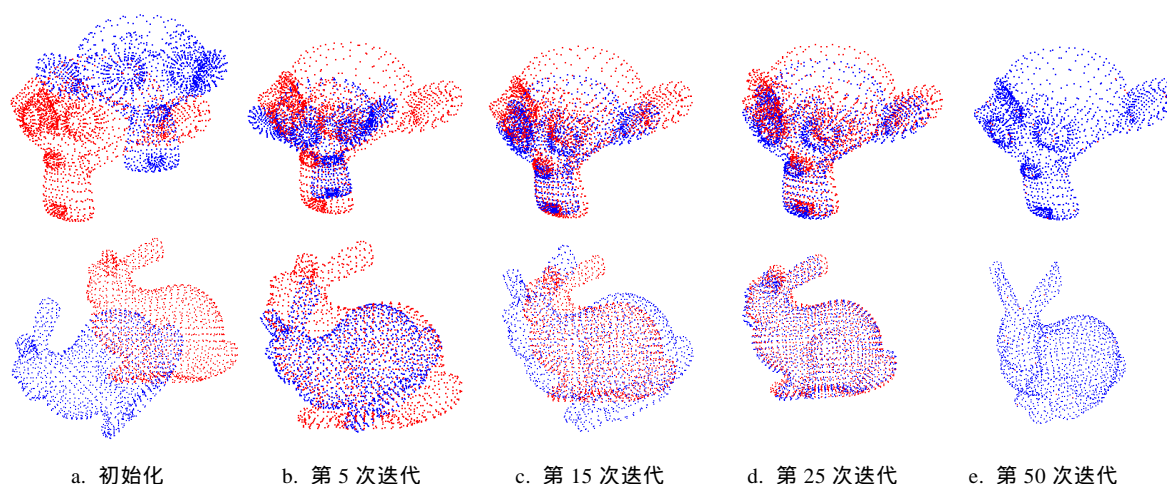


图 2 点云配准例子

<http://graphics.stanford.edu/data/3Dscanrep/>



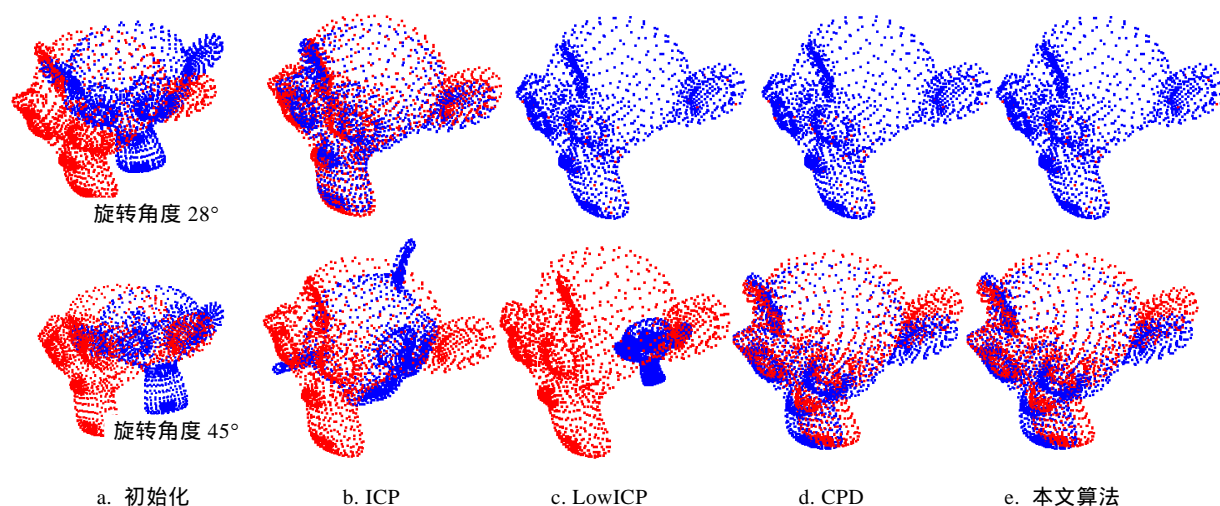


图3 不同刚体变换下4种算法配准效果

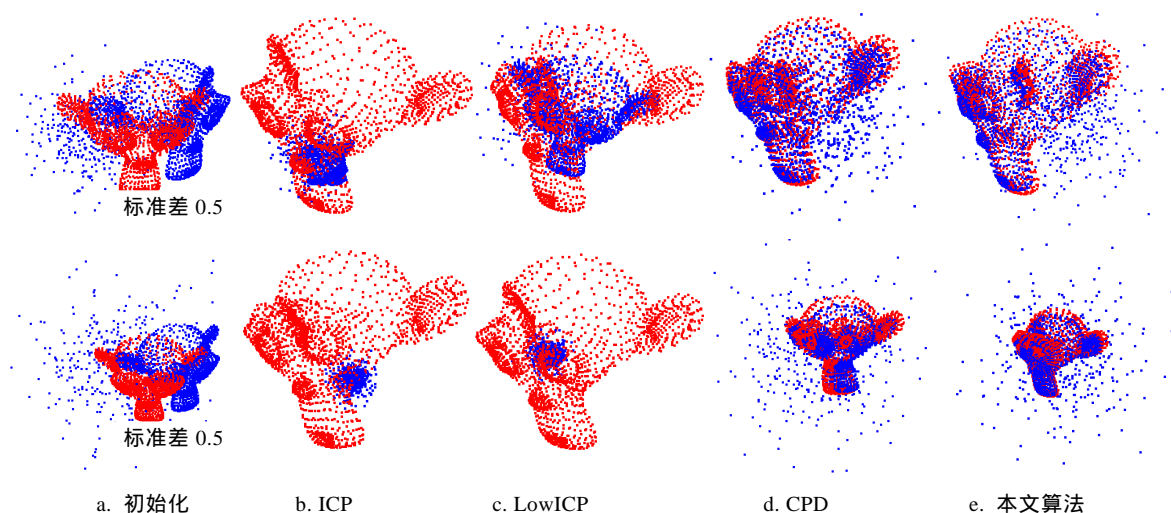


图4 不同高斯噪声下4种算法配准效果

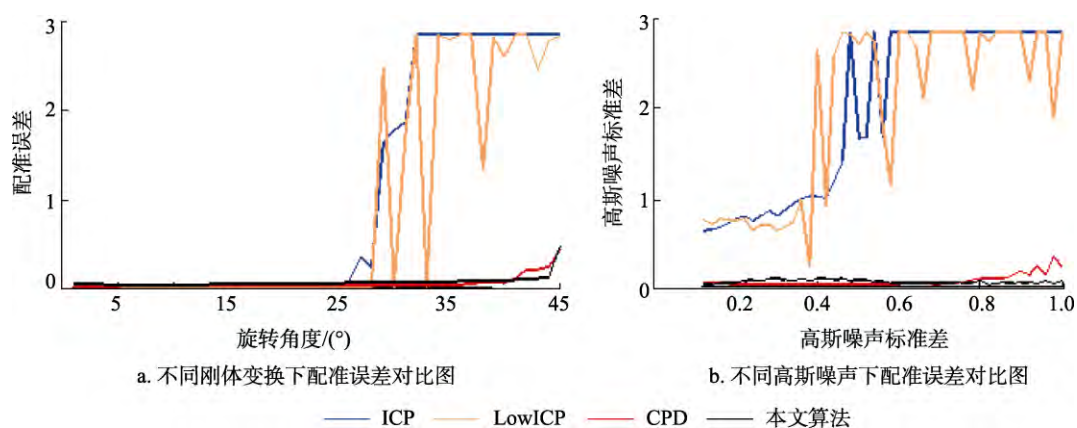


图5 4种算法配准误差对比

算法和 CPD 配准精度相近, 且显著优于 ICP 和 LowICP; 当高斯噪声标准差大于 0.8 时, 本文算法配准精度优于 CPD, ICP 和 LowICP. 结果表明, 采用点到面距离构建 GMM 模型的方式可增加算法

对噪声的鲁棒性. 另外, 统计 4 种算法平均耗时如表 1 所示, 可知本文算法耗时仅为 CPD 的 1.5%, 计算效率高于 CPD, 但是算法耗时约为 ICP 和 LowICP 的 2.4 倍和 3.4 倍, 后续研究需进一步提高

表 1 4 种算法平均耗时

s

算法	耗时
ICP	27.51
LowICP	19.38
CPD	4 169.49
本文算法	66.05

算法实时性.

## 2.2 真实数据实验

为验证本文算法在真实环境下配准效果,搭建双目立体视觉实验平台进行实验.实验平台如图 6 所示,它由以下构件组成:2 台大恒公司像素分辨率为 656×492,焦距为 8mm,帧速为 120fps 的 MER-030-120UM 型工业摄像机;1 块精度为 0.001mm 的圆点标定板;1 台 2GB 内存计算机;摄像机支架.以法兰零件为对象,应用双目立体视觉技术在非线性光照、杂乱和遮挡等 3 种环境下采集法兰零件点云各 20 片,共计 60 片点云作为待配准

点云,每片点云有 27 750 个三维点.模板点云用 3 维建模软件 Blender 生成,有 2 548 个三维点.因 CPD 耗时严重,ICP 配准效果较差,故仅应用本文算法和 LowICP 进行对比实验,部分实验结果如图 7 所示.由图 7 可见,在非线性光照环境下,2 种算法配准均得到正确的配准结果;而在杂乱、遮挡环境下,本文算法配准效果明显胜于 LowICP.

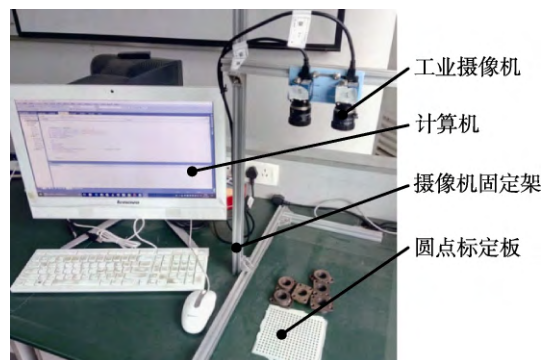


图 6 双目立体视觉平台

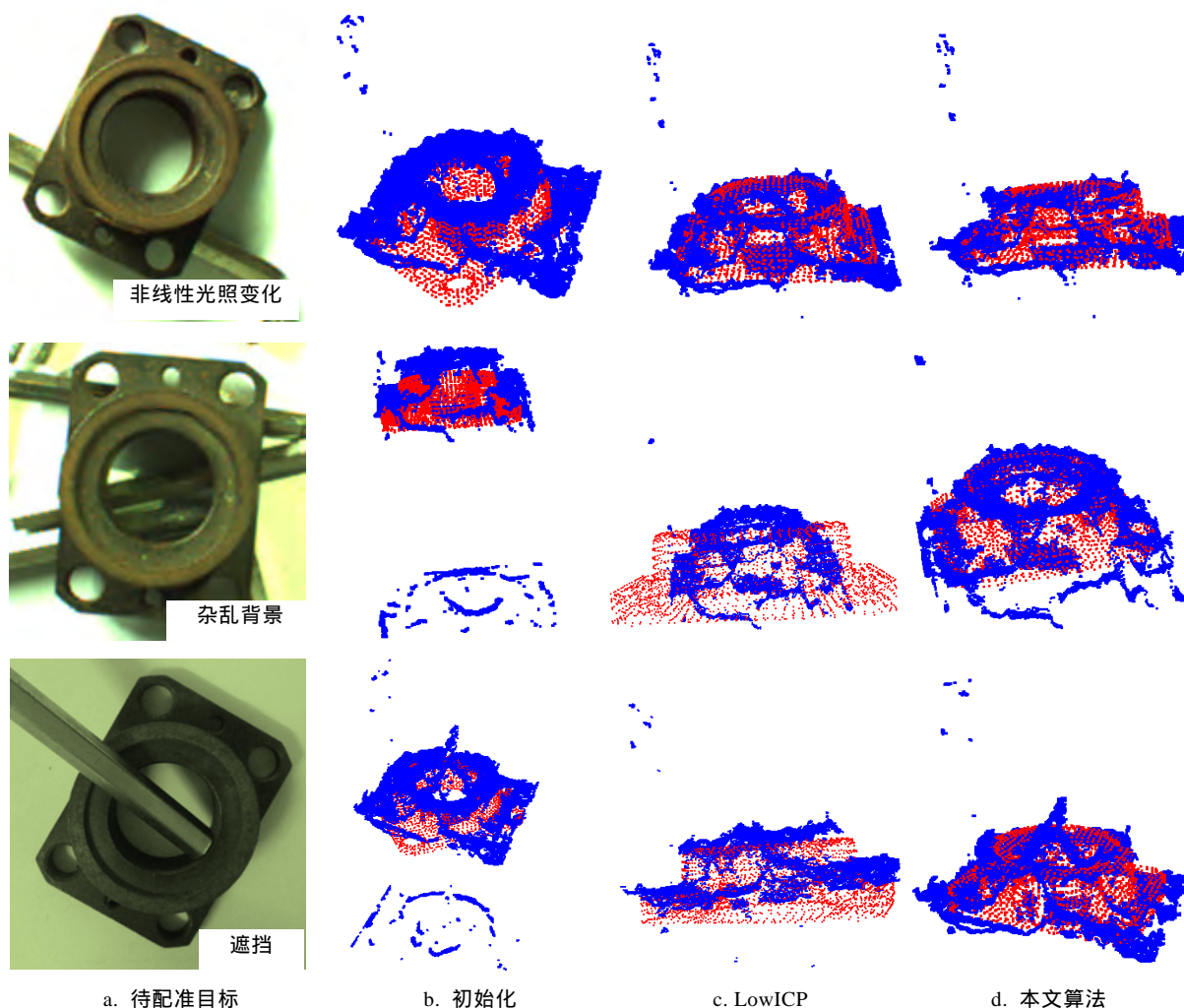


图 7 法兰零件点云配准结果

为定量分析算法在真实工况下的精度和鲁棒性,对上述60片点云配准误差的均值和标准差进行统计与分析,如表2所示;其中,配准误差用模板点云与待配准点云对应点间的平均欧氏距离来衡量。因双目立体视觉技术存在一定盲区,如图8中零件的侧面和底面,故只计算模板点云(红色)与待配准点云(蓝色)重叠区域对应点的平均欧氏距离作为配准误差。由表2可见:在非线性光照变化条件下,本文算法和LowICP配准误差相近,主要原因是非线性光照在一定程度上增加了目标纹理特征,减少了离群点、噪声数量,使本文算法和LowICP都能够正确地配准。另外,GMM标准差 $\sigma$ 动态地决定模板点集 $Y$ 中任意元素的潜在匹配点数量;实验发现,它在迭代后期并不收敛于零值。如图9所示,使潜在匹配点数量多于1个,导致目标函数式(5)被均匀化以及算法配准误差略高于LowICP;在杂乱和遮挡条件下,本文算法误差分别为 $0.089\text{mm} \pm 0.041\text{mm}$ 和 $0.093\text{mm} \pm 0.017\text{mm}$ ,均明显小于LowICP。由此可见在离群点和噪声影响下,本文算法配准精度和鲁棒性优于LowICP。另外,本文算法的平均误差标准差仅为 $0.025\text{mm}$ ,表明它在复杂工况下配准效果稳定,满足工业应用要求。

表2 算法配准误差 mm

不同工况	本文算法		LowICP	
	平均值	标准差	平均值	标准差
光照	0.073	0.016	0.069	0.009
杂乱	0.089	0.041	11.878	6.791
遮挡	0.093	0.017	6.202	4.116
综合情况	0.085	0.025	6.050	3.639

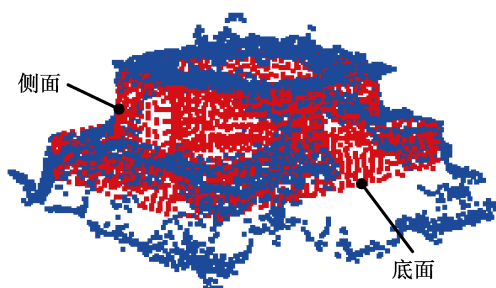
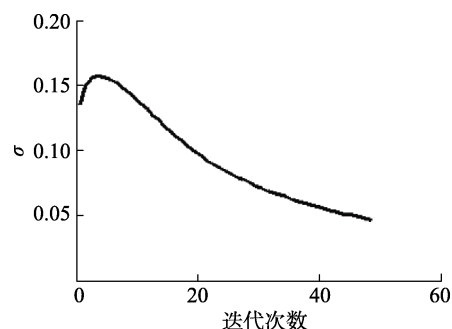


图8 双目立体视觉的盲区

对本文算法和LowICP平均耗时进行统计可知,本文算法耗时为749.68s,约为LowICP的1.6倍(由于在实际场景中离群点、随机噪声比例很高,使LowICP迭代缓慢,增加了LowICP运算时间,

使该实验2种算法的耗时比低于第2.1节中本文算法与LowICP的耗时比),但从配准精度和鲁棒性角度考量,实时性上付出的代价是可接受的。

图9 GMM标准差 $\sigma$ 变化过程

### 3 结 语

(1) 本文提出了基于GMM和点到面距离的点云配准算法。首先设模板点云中的点服从高斯混合概率分布,概率大小由对应点到面距离大小来衡量,再构建负对数似然函数;在此基础上,应用EM算法进行优化,并推导了最大化步阶段(M-step)中 $Q$ 函数的封闭解,有效地提高了EM算法计算效率。

(2) 合成数据实验表明,在2片点云初始旋转角度误差小于 $45^\circ$ 或待配准点云存在不同程度的高斯噪声的条件下,本文算法配准精度和鲁棒性显著优于ICP, LowICP和CPD;真实数据实验表明,在非线性光照变化、杂乱或遮挡等工况下,本文算法平均配准误差为 $0.085\text{mm} \pm 0.025\text{mm}$ ,明显小于LowICP的 $6.050\text{mm} \pm 3.639\text{mm}$ ;实验证明了本文算法能够实现工业环境下零件精确定位目的。

(3) 本文算法实质上把待配准点云 $X$ 中所有点视为模板点云 $Y$ 中任一点 $y$ 的潜在匹配点,并用概率值衡量 $y$ 与潜在匹配点的匹配程度。该方法忽视了 $y$ 的潜在匹配点存在于某一连续的、局部的区域中的事实,因此,在后续工作中,将研究基于局部区域信息和GMM的点云配准算法,以进一步提升算法鲁棒性和实时性。

### 参考文献(References):

- [1] Pomerleau F, Colas F, Siegwart R, et al. A review of point cloud registration algorithms for mobile robotics[J]. Foundations and Trends in Robotics, 2015, 4(1): 1-104



- [2] Han Baochang, Cao Junjie, Su Zhixun. Automatic point clouds registration based on regions[J]. Journal of Computer-Aided Design & Computer Graphics, 2015, 27(2): 313-319(in Chinese)  
(韩宝昌, 曹俊杰, 苏志勋. 一种区域层次上的自动点云配准算法[J]. 计算机辅助设计与图形学学报, 2015, 27(2): 313-319)
- [3] Lin Guichao, Zhang Qing, Zou Xiangjun. Subpixel object-image registration using improved Lucas-Kanade[J]. Application Research of Computers, 2017, 34(5): 1577-1580+1593(in Chinese)  
(林桂潮, 张青, 邹湘军. 基于改进 Lucas-Kanade 的亚像素级零件图像配准[J]. 计算机应用研究, 2017, 34(5): 1577-1580+1593)
- [4] Zou Xiangjun, Lin Guichao, Tang Yunchao, *et al.* Sub-Pixel object-image registration using improved iterative closest point method[J]. Journal of Computer-Aided Design & Computer Graphics, 2016, 28(8): 1242-1249(in Chinese)  
(邹湘军, 林桂潮, 唐昀超, 等. 改进迭代最近点法的亚像素级零件图像配准[J]. 计算机辅助设计与图形学学报, 2016, 28(8): 1242-1249)
- [5] Liu M Y, Tuzel O, Veeraraghavan A, *et al.* Fast directional chamfer matching[C] //Proceedings of IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. Los Alamitos: IEEE Computer Society Press, 2010: 1696-1703
- [6] Steger C, Ulrich M, Wiedemann C. Machine vision algorithm and applications[M]. New Jersey: Wiley-VCH, 2007: 340-346
- [7] Konishi Y, Kotake Y, Ijiri Y, *et al.* Fast and precise template matching based on oriented gradients[C] //Proceedings of the 12th International Conference on Computer Vision. Los Alamitos: IEEE Computer Society Press, 2012: 607-610
- [8] Besl P J, Mckay N D. A method for registration of 3-D shapes[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1992, 14(2): 239-256
- [9] Marani R, Reno V, Nitti M, *et al.* A Modified iterative closest point algorithm for 3D point cloud registration[J]. Computer-aided Civil and Infrastructure Engineering, 2016, 31(7): 515-534
- [10] Mohammadzade H, Hatzinakos D. Iterative closest normal point for 3D face recognition[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2013, 35(2): 381-397
- [11] Fitzgibbon A W. Robust registration of 2D and 3D point sets[J]. Image and Vision Computing, 2003, 21(13/14): 1145-1153
- [12] Zhang Xudong, Wu Guosong, Hu Liangmei, *et al.* Adjacent scatter point cloud registration technology research based on three-dimensional camera of time of flight[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2013, 49(12): 8-16+23(in Chinese)  
(张旭东, 吴国松, 胡良梅, 等. 基于 TOF 三维相机相邻散乱点云配准技术研究[J]. 机械工程学报, 2013, 49(12): 8-16+23)
- [13] Jost T, Heinz H. A multi-resolution ICP with heuristic closest point search for fast and robust 3D registration of range images[C] //Proceedings of the 4th International Conference on 3-D Digital Imaging and Modeling. Los Alamitos: IEEE Computer Society Press, 2003: 427-433
- [14] Rusinkiewicz S, Levoy M. Efficient variants of the ICP algorithm[C] //Proceedings of the 3rd International Conference on 3-D Digital Imaging and Modeling. Los Alamitos: IEEE Computer Society Press, 2001: 145-152
- [15] Low K L. Linear least-squares optimization for point-to-plane ICP surface registration[R]. Carolina: University of North Carolina. Department of Computer Science, 2004
- [16] Bing J, Vemuri B C. A robust algorithm for point set registration using mixture of gaussians[C] //Proceedings of the 10th IEEE International Conference on Computer Vision. Los Alamitos: IEEE Computer Society Press, 2005: 1246-1251
- [17] Durbin R, Szeliski R, Yuille A. An analysis of the elastic net approach to the traveling salesman problem[J]. Neural Computation, 1989, 1(3): 348-358
- [18] Szeliski R. Computer vision: algorithms and applications[M]. Heidelberg: Springer, 2010
- [19] Myronenko A, Song X. B. Point set registration: coherent point drift[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis & Machine Intelligence, 2010, 32(12): 2262-2275
- [20] Granger S, Pennec X. Multi-scale EM-ICP: A fast and robust approach for surface registration[M] //Lecture Notes in Computer Science. Heidelberg: Springer, 2002, 2353: 418-432
- [21] Dempster A P, Laird N M, Rubin D B. Maximum likelihood from incomplete data via the EM algorithm[J]. Journal of Royal Statistical Society. Series B (Methodological), 1977, 39( 1): 1-38
- [22] Peng Lei, Li Guangyao, Xiao Mang, *et al.* Non-rigid point set registration based on neighbor structure and Gaussian mixture models[J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2016, 38(1): 47-52(in Chinese)  
(彭磊, 李光耀, 肖莽, 等. 基于邻域结构和高斯混合模型的非刚性点集配准算法[J]. 电子与信息学报, 2016, 38(1): 47-52)
- [23] Hoppe H, Deroose T, Duchamp T, *et al.* Surface reconstruction from unorganized points[C] //Proceedings of the 19th Annual Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques. New York: ACM Press, 1992: 71-78
- [24] Bentley J L. Multidimensional binary search trees used for associative searching[J]. Communications of the ACM, 1975, 18(9): 509-517
- [25] Zhang Guangcheng. Computational methods for nonlinear optimization[M]. Beijing: Higher Education Press, 2005: 84-105(in Chinese)  
(张光澄. 非线性最优化计算方法[M]. 北京: 高等教育出版社, 2005: 84-105)