

Предмет вычислительной математики. Специфика машинных вычислений. Классификация погрешностей. Расчет функции синуса через сумму ряда. Схема Горнера вычисления значения полинома^{*1}.

Численное дифференцирование (ЧД). Постановка задачи ЧД. Простейшие формулы ЧД. Понятие погрешности аппроксимации. Метод неопределенных коэффициентов построения формул ЧД. Выбор оптимального шага ЧД^{*}.

Приближение функций, заданных на дискретном множестве. Постановка задачи интерполяции. Существование и единственность алгебраического интерполяционного полинома^{*}. Интерполяционный полином в форме Лагранжа. Разделенные разности. Интерполяционный полином в форме Ньютона. Остаточный член интерполяции. Погрешность экстраполяции^{*}. Оптимальный выбор узлов интерполяции. Многочлены Чебышева. Сходимость интерполяционного процесса. Примеры Бернштейна и Рунге. Обусловленность задачи интерполяции^{*}. Константа Лебега^{*}. Кусочно-полиномиальная интерполяция. Построение кубического сплайна гладкости два.

Численное интегрирование. Квадратурные формулы Ньютона-Котеса (прямоугольников, трапеций, Симпсона) и оценка их погрешностей. Квадратурные формулы Гаусса. Методы вычисления несобственных интегралов^{*}.

Решение систем линейных алгебраических уравнений (СЛАУ). Нормы в конечномерных пространствах. Обусловленность СЛАУ. Прямые методы решения СЛАУ – метод Гаусса, метод Гаусса с выбором главного элемента, метод прогонки для систем специального вида. Построение с помощью процедуры метода Гаусса обратной матрицы и вычисление детерминанта матрицы^{*}. LU-разложение матрицы. Итерационные методы решения СЛАУ – метод простой итерации, метод Якоби, метод Зейделя. Необходимое условие, достаточное условие и критерий сходимости метода простой итерации, метода Якоби и метода Зейделя. Метод простой итерации с оптималь-

¹ Знаком ^{*} помечены пункты вариативной части программы.

ным выбором итерационного параметра^{*}. Чебышевский набор итерационных параметров^{*}. Вариационные методы решения СЛАУ^{*}. Теорема об эквивалентности решения СЛАУ и минимизации функционала энергии^{*}. Методы наискорейшего спуска и минимальных невязок минимизации функционала^{*}. Переопределенные СЛАУ и метод наименьших квадратов.

Методы численного решения нелинейных уравнений и систем. Локализация корней. Принцип сжимающих отображений. Метод простых итераций. Достаточное условие сходимости метода простых итераций. Метод Ньютона. Теорема о квадратичной сходимости метода Ньютона^{*}.

Численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ). Понятие сходимости разностной схемы на примере линейного ОДУ. Простейшие схемы для численного интегрирования ОДУ – явная и неявные схемы Эйлера, схема с центральной разностью. Общее решение разностных уравнений первого и второго порядка. Пример неустойчивой разностной схемы. Определения сходимости, аппроксимации и устойчивости. Основная теорема вычислительной математики.

Литература

Основная

1. Лобанов А.И., Петров И.Б. Лекции по вычислительной математике. – М.: Интернет-Университет Информационных Технологий, 2006. – 522 С.
2. Косарев В.И. 12 лекций по вычислительной математике. – Изд. 3-е, испр. и доп. – М.: Физматкнига, 2013. – 240 С.
3. Рябенкий В.С. Введение в вычислительную физику. – М.: Физматлит, 2008. – 286 С.
4. Калиткин Н.Н. Численные методы. – СПб.: БХВ-Петербург, 2011. – 592 С.

Дополнительная

1. Самарский А.А., Гулин А.В. Численные методы. – М.: Наука, 1989.
2. Годунов С.К., Рябенкий В.С. Разностные схемы (введение в теорию). – М.: Наука, 1977. – 440 С.

Далее указаны номера задач из:

Аристова Е.Н., Завьялова Н.А., Лобанов А.И. Практические занятия по вычислительной математике. Часть I. – М.: МФТИ, 2014. – 243 С.

1-ая контрольная работа – первая декада октября

Задание № 1 (срок сдачи – 15 – 25 октября): I.6.5, I.6.7, I.8.29, VI.8.3, VI.8.7, VI.8.9, VI.8.11, VII.8.8, VII.8.10.

Лабораторные работы по курсу Вычислительная математика* :

1. Погрешности вычислений и численное дифференцирование.
2. Интерполяция функций.
3. Численное интегрирование.

2-ая контрольная работа – первая декада декабря

Задание № 2 (срок сдачи – 10 – 15 декабря): II.7.5, II.7.25, II.7.34, II.7.37, II.7.39, II.9.11, IV.11.1, IV.11.8, IV.11.9, IV.11.17.

Лабораторные работы по курсу Вычислительная математика* :

1. Системы линейных уравнений.
2. Численное решение переопределенных систем.
3. Нелинейные уравнения и системы.