

7.  $x^2 + xy + y^2 = 7$  denkleminin kapalı olarak belirttiği eğrinin  $(3, -2)$  noktasındaki teğetinin denklemini bulunuz. [15 PUAN]

Kapalı fonksiyonun türevi:

$$2x + 1 \cdot y + xy' + 2yy' = 0$$

$(3, -2)$  noktasındaki eğimi (türevi) bulmak için yerine koyunuz:

$$2 \cdot 3 - 2 + 3y' + 2(-2)y' = 0$$

$$4 - y' = 0$$

$$y' = 4 \Rightarrow \text{eğim} = m = 4$$

Eğimi ve bir noktası bilinen doğru denklemini:

$$y - y_0 = m(x - x_0)$$

$$y - (-2) = 4(x - 3)$$

$$y = 4x - 14$$



TOBB-ETÜ. MATEMATİK BÖLÜMÜ, 2019-2020 GÜZ DÖNEMİ  
MAT 103, GENEL MATEMATİK I, ARASINAV  
22 EYLÜL 2019

Adı Soyadı: Zeki Galişkan No: 3,14159265 İMZA:

1. (15 p.)	2. (7 p.)	3. (15 p.)	4. (18 p.)	5. (15 p.)	6. (15 p.)	7. (15 p.)	TOPLAM

NOT: Tam puan almak için yeterli açıklama yapılması gerekmektedir.  
Sınav süresi 110 dakikadır. Başarılar.

1. (a)  $x^2 - x - 2 > 0$  eşitsizliğinin çözüm kümesini bulunuz. [10 PUAN]

$$(x-2)(x+1) > 0$$

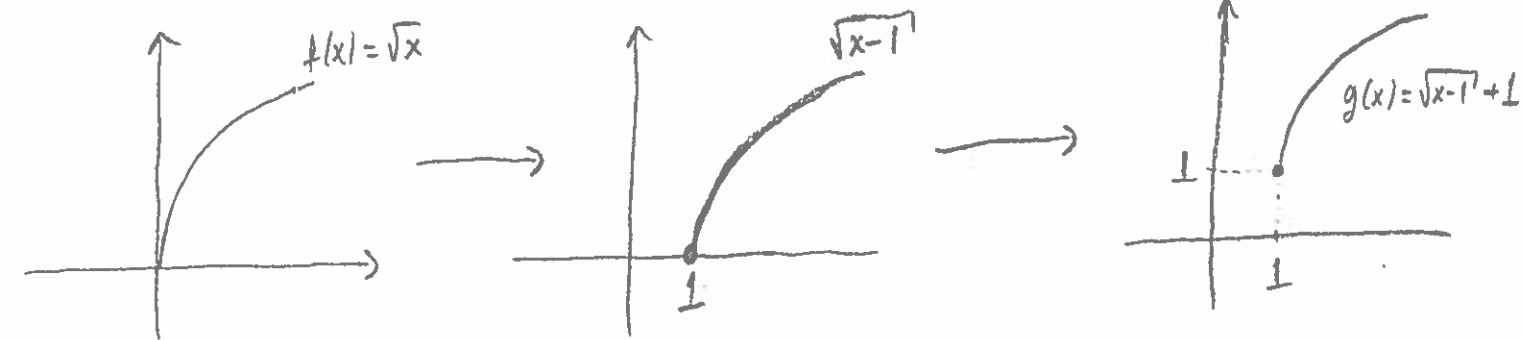
$$\begin{array}{c|c|c} -1 & & 2 \\ \hline + & - & + \end{array} \Rightarrow \text{Ç. K.} = (-\infty, -1) \cup (2, +\infty)$$

- (b)  $y = 2x + 1$  fonksiyonun  $f^{-1}(x)$  tersini bulunuz ve  $f^{-1}(2)$  değerini hesaplayınız. [5 PUAN]

$$y = 2x + 1 \Rightarrow y - 1 = 2x \Rightarrow \frac{y-1}{2} = x \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{x-1}{2}$$

$$\Rightarrow f^{-1}(2) = \frac{2-1}{2} = \frac{1}{2}$$

2.  $f(x) = \sqrt{x}$  fonksiyonundan hareketle  $g(x) = \sqrt{x-1} + 1$  fonksiyonunun grafiğini çizin. [7 PUAN]



3. (a) Yıllık faiz oranı %3 olan bir hesaba sürekli bileşik faiz ile 2000TL yatırılıyor. Kaç yıl sonra bu yatırım iki katına ulaşır? (Not:  $\ln 2 \approx 0,69$  alınız.) [8 PUAN]

$$A = P \cdot e^{rt}$$

$$2 \cdot 2000 = 2000 e^{0,03t}$$

$$2 = e^{0,03t}$$

$$\ln 2 = 0,03t \Rightarrow 0,03t = 0,69 \Rightarrow 3t = 69 \Rightarrow t = 23 \text{ yıl}$$

- (b)  $\log_5(x) + \log_5(x+4) = \log_5 21$  denkleminin çözümünü bulunuz. [7 PUAN]

$$\downarrow$$

$$\log_5 [x(x+4)] = \log_5 21$$

$$x(x+4) = 21 \Rightarrow x^2 + 4x - 21 = 0$$

$$\Rightarrow (x+7)(x-3) = 0 \Rightarrow \boxed{x = -7} \text{ veya } \boxed{x = 3}$$

Çözüm  
değil çünkü  
 $\log_5 x$  i tanımsız yapar.

4. Aşağıdaki limitleri varsa hesaplayınız.

(a)  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x - 3}$  [5 PUAN]

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x - 3} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-3)(x+3)}{x-3} = \lim_{x \rightarrow 3} x+3 = 6$$

(b)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{|x-2|}$  [8 PUAN]

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{1}{|x-2|} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{1}{2-x} = +\infty$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{|x-2|} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{1}{|x-2|} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{1}{x-2} = +\infty$$

(c)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (-4x^3 + x + 1)$  [5 PUAN]

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} -4x^3 + x + 1 = +\infty \quad (\text{En büyük dereceli terim dikkate alınır.})$$

5. Aşağıdaki fonksiyonların  $x = 5$  noktasında sürekli olup olmadıklarını inceleyiniz.

(a)  $f(x) = \begin{cases} \sqrt{5-x}, & x < 5 \\ 4, & x = 5 \\ x+3, & x > 5 \end{cases}$  [10 PUAN]

$$\lim_{x \rightarrow 5^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 5^-} \sqrt{5-x} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 5^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 5^+} x+3 = 8$$

$$f(5) = 4$$

olması gerekir. Fakat  $\lim_{x \rightarrow 5^-} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow 5^+} f(x) \neq f(5)$  olduğundan  $x=5$  te sürekli değildir.

(b)  $g(x) = \sqrt[3]{x^2+2}$  [5 PUAN]

$$\lim_{x \rightarrow 5} g(x) = \lim_{x \rightarrow 5} \sqrt[3]{x^2+2} = 3$$

$$g(5) = \sqrt[3]{5^2+2} = \sqrt[3]{27} = 3$$

olduğundan  $\lim_{x \rightarrow 5} g(x) = g(5)$  sağlanır. O halde  $x=5$  te sürekli dir.

6. Aşağıdaki fonksiyonların türevlerini bulunuz.

(a)  $f(x) = x^3(2x+7)^4$  [5 PUAN]

$$f'(x) = 3x^2(2x+7)^4 + x^3 \cdot 4(2x+7)^3 \cdot 2$$

$$= x^2(2x+7)^3 [3(2x+7) + 8x]$$

$$= x^2(2x+7)^3 (14x+21)$$

(b)  $g(x) = \ln(\cos x) + \sqrt{x^2+4x+5}$  [10 PUAN]

$$g'(x) = \frac{-\sin x}{\cos x} + \frac{1}{2\sqrt{x^2+4x+5}} \cdot (2x+4)$$

$$= -\tan x + \frac{x+2}{\sqrt{x^2+4x+5}}$$