

Arasınay için örnek sınav soruları

1. Aşağıdaki diferensiyel denklemlerin mertebesini, lineer olup olmadığını, bağımlı ve bağımsız değişkenlerini belirleyiniz.

a. $\frac{d^2 y}{ds^2} - yy^{(4)} + sy'' = 3s + 7$

b. $y''' + 5y' + \tan y = t^2 + \cos t$

2. $y = Ae^{2x} + Bx$ eğri ailesini çözüm kabul eden bir diferensiyel denklem bulunuz.

3. Aşağıdaki başlangıç değer problemlerini (BDP) çözünüz.

a. $u' = \frac{2t + \sec^2 t}{2u}; \quad u(0) = -5$

b. $xy' + y = y^2; \quad y(1) = -1$

4. (Modelleme Problemi) Su dolu bir havuzun hacmi 800 litredir. Başlangıçta havuzun içinde 5 kg erimiş tuz bulunmaktadır. Havuzun içine 6 L/dak hızla 0.5 kg/L oranında tuzlu su akıtılmaktadır. Akıtılan tuzlu suyun havuza eşit oranda dağıldığı ve hemen karıştığı kabul ediliyor. Havuzun hacminin sabit kalması içinde, içeriye giren su miktarı kadar dışarıya su akmaktadır. Bu taktirde:

a. Havuzdaki tuz miktarındaki değişimi belirten bir diferensiyel denklem yazınız ve çözümünü bulunuz.

b. 10 dakika sonra havuzdaki tuz miktarını bulunuz.

5. $\frac{dx}{dt} = \frac{x}{5} - \frac{x^2}{25}; \quad x(0) = 1$ başlangıç değer problemini (BDP) çözümü varmıdır? Varsa tek midir? Nedenleri ile birlikte açıklayınız. Şayet çözümü var ise bulunuz.

6. $y' - 4y \tan x = \frac{2 \sin x}{\cos^3 x} y^{1/2}$ diferensiyel denkleminin genel çözümünü bulunuz.

7. $\frac{dz}{dt} + z \sin t + z^2 \sin 2t = 0$ diferensiyel denkleminin genel çözümünü bulunuz.

8. $y' = \tan(x + y - 3) - 1$ diferensiyel denkleminin genel çözümünü bulunuz.

9. $(t \cos \frac{z}{t} - z \sin \frac{z}{t})dt + (t \sin \frac{z}{t})dz = 0$ diferensiyel denkleminin genel çözümünü bulunuz.

10. $\frac{y}{x-1}dx + [\ln(2x-2) + \frac{1}{y}]dy = 0$ diferensiyel denkleminin genel çözümünü bulunuz.

11. $(3xe^y + 2y)dx + (x^2e^y + x)dy = 0$ diferansiyel denklemi için bir integral çarpamı bularak denklemi tam hale getiriniz ve çözünüz.

12. $z'' - 4z' + 4z = \frac{e^{2t} \ln t}{t}$ diferensiyel denkleminin genel çözümünü bulunuz.

13. $x^2y'' + 3xy' + y = 0; \quad x > 0$ diferensiyel denkleminin bir çözümü $y_1(x) = x^{-1}$ olarak veriliyor. Mertebe düşürme yöntemi ile, y_1 ile doğrusal (lineer) bağımsız olan ikinci bir çözüm bulunuz.

14. $y''' - 4y'' + 5y' - 2y = 4 \cos x + \sin x$ diferensiyel denkleminin genel çözümünü bulunuz.

15. $9y^{(3)} + 11y'' + 4y' - 14y = 3 + xe^x$ denkleminin homogen kısmının bir çözümü $y = e^{-x} \cos x$ olduğuna göre denklemin genel çözümünü bulunuz.

16. Aşağıdaki diferensiyel denklem için

$$(D^2 + 9)^2 (D^2 - 4)^3 y = x(\cos 3x + e^x).$$

Denklemin homogen kısmına karşılık çözümünü bulunuz. Belirsiz katsayılar metodu ile homogen olmayan denklem için bir özel çözüm adayı belirleyiniz.

17. Aşağıdaki BDP nin çözümünü bulunuz.

$$\begin{cases} x'_1 = x_1 + \sqrt{3}x_2 + e^t \\ x'_2 = \sqrt{3}x_1 - x_2 + \sqrt{3}e^{-t} \end{cases}$$
$$x_1(0) = 1 \quad \text{ve} \quad x_2(0) = -1$$

18. Aşağıdaki sistemin genel çözümlerini bulunuz:

$$\begin{cases} x' = y + z \\ y' = x + z \\ z' = x + y \end{cases}$$