

Çalışma problemleri

1. Aşağıdaki diferansiyel denklemlerin mertebesini, lineer olup olmadığını, bağımlı ve bağımsız değişkenlerini belirleyiniz.

a. $\frac{d^2y}{ds^2} - y^{(4)} + sy'' = 3s + 7$

b. $y''' + 5y' + \tan y = t^2 + \cos t$

2. Merkezi x-ekseni üzerinde bulunan çember ailesini çözüm kabul eden, bir diferansiyel denklem bulunuz.

3. Su dolu bir havuzun hacmi 1600 litredir. Başlangıçta havuzun içinde 10 kg çözölmüş tuz bulunmaktadır. Havuzun içine 12 L/dak hızla 0.5 kg/L oranında tuzlu su akıtılmaktadır. Akıtılan tuzlu suyun havuza eşit oranda dağıldığı ve hemen karıştığı kabul ediliyor. Havuzun hacminin sabit kalması için içeriye giren su miktarı kadar dışarıya su akıyor ise

a. Havuzdaki tuz miktarındaki değişimi belirten bir diferansiyel denklem yazınız ve çözümünü bulunuz.

b. 20 dakika sonra havuzdaki tuz miktarını bulunuz.

4. Aşağıdaki başlangıç değer problemini (BDP) çözünüz

a. $u' = \frac{2t+\sec^2 t}{2u}$; $u(0) = -5$

b. $xy' + y = y^2$; $y(1) = -1$

5. $y' = \tan(x + y - 3) - 1$ diferansiyel denklemini çözünüz.

6. $(t \cos \frac{z}{t} - z \sin \frac{z}{t})dt + (t \sin \frac{z}{t})dz = 0$ diferansiyel denklemini çözünüz.

7. $\frac{y}{x-1}dx + [\ln(2x-2) + \frac{1}{y}]dy = 0$ diferansiyel denklemini çözünüz.

8. $(y^3 + 2e^xy)dx + (e^x + 3y^2)dy = 0$ diferansiyel denklemi için bir integral çarpanı bularak denklemi tam hale getiriniz ve çözünüz.

9. Aşağıdaki başlangıç değer problemini (BDP) çözünüz

a. $u' - 2tu = 3t^2e^{t^2}$; $u(0) = 5$

b. $e^y y' + e^y \frac{\ln x}{x} = \frac{\ln x}{x}$; $y(1) = 2$

c. $xz' + xz + z = e^{-x}$, $x > 0$

10. $\frac{dz}{dt} + z \sin t + z^2 \sin 2t = 0$ diferansiyel denklemin genel çözümünü bulunuz.

11. $x^2y'' + 3xy' + y = 0$; $x > 0$ diferansiyel denkleminin bir çözümü $y_1(x) = x^{-1}$ olarak veriliyor. Mertebe düşürme yöntemi ile, y_1 ile doğrusal (lineer) bağımsız olan ikinci bir çözüm bulunuz.

12. Aşağıdaki diferansiyel denklemlerin genel çözümlerini bulunuz

a. $y^{(4)} - 7y''' + y'' - 7y' = e^{-2x}$

b. $x^2y'' + xy' - 4y = x^2 \ln x$

c. $y^{(4)} + 2y^{(2)} + y = xe^x$

d. $y'' - 4y' + 4y = \frac{1}{x}(e^{2x} \ln x)$

13. Aşağıdaki sistemlerin genel çözümlerini bulunuz.

$$a). \begin{cases} x' = -2x + 2z \\ y' = 2x - 4y \\ z' = 4x - 2y \end{cases} \quad \text{ve} \quad b). \begin{cases} x'_1 = -2x_1 + x_2 + 2e^{-t} \\ x'_2 = x_1 - 2x_2 + 3t \\ x_1(0) = 1 \quad \text{ve} \quad x_2(0) = -1 \end{cases}$$