数的理解
第 9 回: 数列

米田亮介

2022 年 11 月 30 日

問題 1

> 次の数列内の 2 つの ( ) に入る数字の和を求めよ。
>
> $$5, 6, 8, 11, 15, 20, (\quad), (\quad), \ldots$$

答え. この数列の隣り合う数字の差を計算すると、

$$1, 2, 3, 4, 5, \ldots$$

と、*1* ずつ増える数列になる。よって第 *6* 項と第 *7* 項の差は *6*、第 *7* 項と第 *8* 項の差は *7* である。よって、第 *7* 項は

$$20 + 6 = 26$$

であり、第 *8* 項は

$$26 + 7 = 33$$

である。よって ( ) に入る数の和は $26 + 33 = 59$ である。

問題 2

> 次の数列において、25 番目の数を求めよ。
>
> $$3, 5, 9, 15, 23, \ldots$$

答え. この数列の隣り合う数字の差を計算すると、

$$2, 4, 6, 8, \ldots$$

と、*2* ずつ増える数列になる。よってもとの数列は階差数列である。第 *25* 項までの数列には *24* 回分差を足していく必要があるので、初項 *3* と合わせて

$$3 + (2 + 4 + 6 + \cdots + 2 \times 24) = 3 + \frac{1}{2}(2 + 48) \times 24 = 603$$

である。よって *25* 番目の数字は *603* である。

問題 3

次の数列の 1 番目から 10 番目の数までの和はいくらか。

$$135, 132, 129, 126, \ldots$$

答え. これは差が-*3* の等差数列である。第 *10* 項までで $10 - 1 = 9$ 回差を足していくので、第 *10* 項は

$$135 + (-3) \times (10 - 1) = 108$$

である。よって第 *10* 項までの和は

$$\frac{1}{2}(135 + 108) \times 10 = 1215$$

である。

コメント

今回の授業では数列、特に等差数列、階差数列に関する問題を解きました。初項 a、差が d の等差数列の第 n 項は

$$a + (n-1)d$$

です。第 1 項が a_1、第 n 項が a_n の等差数列の和は

$$\frac{n(a_1 + a_n)}{2}$$

です。特に等差数列の和の公式は台形の面積を求める公式に似ていることを覚えておきましょう。