گزارش امتحان پایان‌ترم درس کنترل مدرن

مدلسازی ، طراحی کنترل‌کننده و رویتگر برای هلیکوپتر سه درجه آزادی شرکت کوانسر

استاد درس : جناب آقای دکتر فرزاد آ. شیرای

دستیار آموزشی: م. ح. مختارآبادی

نویسنده : یاسین ریاضی

۸۱۰۶۰۰۲۰۳

بهمن ماه ۱۴۰۰

چکیده

ذهن کنجکاو بشر همواره به دنبال درک روابط و ساختارهای منطقی بین اجزای تشکیل دهنده جهان بوده است و نتیجه تلاش‌های وی به عنوان قوانین در دسترس می‌باشند.

گام بعدی پس از کشف قوانین استفاده هدفمند از آن‌ها می‌باشد بنابراین نیاز به کنترل سیستم‌های پویا حس می‌شود.

مدل‌سازی سیستم با استفاده از سیم‌اسکیت در متلب و پل بین آدامز و سیمولینک ایجاد شده است و نتایج حاصل از شبیه سازی بسیار به هم شبیه بودند با این تفاوت که سیم‌اسکیپ بسیار سریع‌تر از آدامز جواب را محاسبه می‌کرد.

در این گزارش کار با استفاده از آموخته‌های درس کنترل مدرن به مدل سازی و تلاش برای مقید نگه داشتن یک هلیکوپتر با سه درجه آزادی شده است. ماهیت سیستم مورد بررسی چند ورودی و چند خروجی می‌باشد و از تیوری‌های کنترل/رویت پذیری ، طراحی فیدبک حالت ، کنترل انتگرال‌گیر ، رویتگر مرتبه کامل و کاهش یافته استفاده شده است.

محوریت کار بر سیستم‌خطی سازی شده در فضای حالت بوده است و از نتایج حاصل می‌توان گفت به علت ماهیت پیچیده سیستم کنترل‌های طراحی شده برای بازه کوچکی اثربخش هستند و در صورت نیاز به فضای کاری بزرگ‌تر باید از روش‌های دیگر استفاده کرد.

کلید واژه‌ها : سیم‌اسکیت ، MIMO ، تیوری‌های کنترل/رویت پذیری ، طراحی فیدبک حالت ، کنترل انتگرال‌گیر ، رویتگر مرتبه کامل ، رویتگر کاهش یافته

فهرست

1مقدمه و بیان فرضیات ۱
۲مدل سازی غیر خطی ۳
۲/۱انرژی پتانسیل برای کل مجموعه ۳
2.2انرژی جنبشی ۳
2.3نیروهای خارجی تعمیم یافته ٤
۲/۳/۱برای ارتفاع ٤
۲/۳/۲برای فراز ٤
۲/۳/۳برای حرکت ٤
2.4حل معادله لاگرانژ ٤
۲/۵مدل سازی سیستم غیر خطی در سیمولینک با استفاده از هسته آدامز ٥
۳خطی سازی معادلات لاگرانژ و بررسی پایداری ۸
۴پایداری سیستم ۹
4.1پایداری سیستم را از لحاظ BIBO ۹
۴/۲پایداری سیستم را از لحاظ لیاپانوف ۹
۴/۳پایداری سیستم را از لحاظ مارجینال ۹
4.4کنترل و رویت‌پذیری ۱۰
۵طراحی کنترلکننده و رویتگر ۱۱
5.1طراحی کنترل کننده فید بک ۱۱
۵/۱/۱ مقدمه ۱۱
۵/۱/۲فیدبک برای سیستم خطی سازی شده ۱۱
۵/۱/۳فیدبک برای سیستم غیر خطی ۱٤
۵/۲کنترل ردیاب انتگرال گیر ۱٦
۵/۲/۱ مقدمه ۱٦
۵/۲/۲طراحی سیستم با ردیاب انتگرال گیر برای ورودی پله ۱۷
۵/۲/۳قسمت ۸-۱ مقاومت در برابر تغییر پارامترهای سیستم ۱۸
۵/۲/۴قسمت ۸-۲ از گزارش ۱۹
۵/۳طراحی رویتگر برای کنترل ردیاب انتگرال‌گیر ۲۱
۵/۳/۱ مقدمه ۲۱
۵/۳/۲ساختار و خواص رویتگرها ۲۱
۵/۳/۳طراحی رویتگر مرتبه کامل برای کنترل ردیاب انتگرال‌گیر ۲۱
۵/۴طراحی رویتگر کاهش یافته برای کنترل ردیاب انتگرال‌گیر ۲٤
۵/۴/۱ مقدمه ۲٤
۵/۴/۲ روش ۲٤

5.4.3مدل سازی........ ۲۵
۵/۵فیدبک حالت با رویتگر کاهش مرتبه یافته........ ۲۷
۵/۵/۱مقدمه و روش کار........ ۲۷
۵/۵/۲مدل سازی در سیمولینک........ ۲۷
۶ارائه نتایج........ ۲۸
۷جمع‌بندی و نتیجه‌گیری........ ۲۹
۸مراجع........ ۳۰
۹پیوست‌ها........ ۳۱

فهرست اشکال

شکل ۱-۱ هلیکوپتر ۳درجه آزادی به هنگام عملکرد ۱

شکل ۲-۱نمودار جسم آزاد هلیکوپتر ۳درجه آزادی ۲

شکل ۱-۲: مدل غیر خطی مسله در آدامز..... ۶

شکل ۲-۲: Plant Export ۶

شکل ۳-۲مدل سیم اسکیپ ۷

شکل ۴-۲خروجی مدل خطی با دو ورودی پله و شرط اولیه ۱ درجه برای اپسیلون ۷

شکل ۱-۵: نمای سیستم با فیدبک حالت(Chen 1999) ۱۱

شکل ۲-۵ : بلوک فضای حالت به همراه شرایط اولیه..... ۱۲

شکل ۳-۵: بلوک دیاگرام به همراه شرایط اولیه انتگرال گیر ۱۲

شکل ۴-۵: اختلاف دوشیوه نمایش فیدبک حالت ۱۲

شکل ۵-۵: برای زاویه ε (آبی : تند ، زرد : کند) ۱۳

شکل ۶-۵: برای زاویه ρ (آبی : تند ، زرد : کند) ۱۳

شکل ۷-۵ : برای زاویه λ (آبی : تند ، زرد : کند) ۱۳

شکل ۸-۵ :فید بک حالت برای سیستم غیرخطی با جایابی قطب سریع ۱۴

شکل ۹-۵ :فید بک حالت برای سیستم غیرخطی با جایابی قطب کند..... ۱۵

شکل ۱۰-۵ : مدل سیستم با انگرال گیر پله ۱۷

شکل ۱۱-۵: خروجی سیستم ۱۸

شکل ۱۲-۵ : مدل سیمولینک سیستم خطی سازی شده به همراه اغتشاش ۱۹

شکل ۱۳-۵ : نمودار ورودی‌های به سیستم [۹ − ۹.۵ − ۹ − ۱۵ − ۱۶ − ۷ − ۵.۵ − ۶.۵−] ۱۹

شکل ۱۴-۵ : خروجی‌های سیستم با مقادیرویژه [۹ − ۹.۵ − ۹ − ۱۵ − ۱۶ − ۷ − ۵.۵ − ۶.۵−]..... ۲۰

شکل ۱۵-۵ : : نمودار ورودی‌های به سیستم ۹۶ − ۹.۵ − ۹ − ۱۵ − ۱۶ − ۷ − ۵.۵ − ۶.۵− ۲۰

شکل ۱۶-۵ : خروجی‌های سیستم با مقادیرویژه ۹۶ − ۹.۵ − ۹ − ۱۵ − ۱۶ − ۷ − ۵.۵ − ۶.۵− ۲۰

شکل ۱۷-۵ : مدل سیستم در سیمولینک..... ۲۱

شکل ۱۸-۵ : تخمین سه خروجی سیستم ، تخمین‌ها به صورت منقطع در بازه ۰ تا ۱۰ با فرض شرط اولیه ۰.۱ برای همه‌ی زاویه‌ها..... ۲۲

شکل ۱۹-۵: نمای بزرگ‌نمایی شده از مبدا نمودار تخمین زده شده مرتبه تمام در بازه زمانی ۰ تا ۲ ثانیه..... ۲۲

شکل ۲۰-۵ : نمودارهای متغیرهای حالت به تفکیک و به ترتیب $\varepsilon\rho\lambda T$..... ۲۳

شکل ۲۱-۵ : نمودار ورودی‌ها..... ۲۳

شکل ۲۲-۵ : سیستم با رویتگر کاهش یافته ۲۵

شکل ۲۳-۵ : خطای تخمین ۲۵

شکل ۲۴-۵جمله $\boldsymbol{T}n - l \times l\boldsymbol{y}l \times 1t$ ۲۶

شکل ۲۵-۵: خروجی تخمین زننده کاهش یافته ۲۶

شکل ۲۶-۵ : فیدبک-تخمین زننده کاهش یافته..... ۲۷

شکل ۲۷-۵ : خروجی سیستم ۲۷

فهرست نمادها

نمادهای استفاده شده در این گزارش

ولتاژ لازم برای معلق ماندن هلیکوپتر	u_0
ولتاژ مورد نیاز فن جلویی برای معلق نگه داشتن هلیکوپتر	u_{f_0}
ولتاژ مورد نیاز فن عقبی برای معلق نگه داشتن هلیکوپتر	u_{b_0}

نمادهای لاتین استفاده شده در این گزارش

درج آزادی ارتفاع	ε
درجه آزادی فراز	ρ
درجه آزادی حرکت	λ

ثابت‌های اولیه برای تمامی‌قسمت‌های کد نویسی شده متلب این گزارش

```
%_____________________Constant__________________________
    %
g=9.81; Kf=0.1188 %[Newton/Volt];
    %_________________Meter_____________________________
La=0.66;   Lh=0.178;   Lw=0.47;
    %_________________KG________________________________
Mw=1.78;   Mf=0.713;   Mb=0.713;   Mh=1.15;
%_______________________________________________________
CA1=-((Lw*Mw-La*(Mf+Mb))/(Mw*Lw*Lw+Lh*Lh*(Mf+Mb)+La*La*(Mf+Mb)))
CB1=(La*Kf)/(La^2*(Mf+Mb)+Mw*Lw^2)
CB2=0.5*(Kf/(Mf*Lh))


A=[0 0 0 1 0 0;0 0 0 0 1 0;0 0 0 0 0 1;0 0 0 0 0 0;0 0 0 0 0 0;0 CA1 0 0 0 0]
B=[0 0;0 0;0 0;CB1 CB1;CB2 -CB2;0 0]
C=[1 0 0 0 0 0;0 1 0 0 0 0;0 0 1 0 0 0]
D=[0 0;0 0;0 0]
```

۱ مقدمه و بیان فرضیات

معادله اویلر یا معادله لاگرانژ هم شناخته می‌شود.) نام یک معادله دیفرانسیل شناخته شده‌است. جواب‌هایِ این معادله دیفرانسیل، تابع‌هایی هستند که یک تابعی معین را تعادلی می‌کنند. این معادله دیفرانسیل را لئونارد اویلر، ریاضیدانِ سوئیسی و ژوزف لویی لاگرانژ، ریاضیدانِ ایتالیایی در دهه ۱۷۵۰ میلادی به دست آوردند.

از آن‌جایی که یک تابع مشتق‌پذیر، در نقطه بیشینه یا کمینه‌ی موضعیِ خود تعادلی می‌شود، معادله اویلر-لاگرانژ، زمانی کاربردی است که بخواهیم مسئله‌ای مربوط به بهینه‌سازی را حل کنیم و در آن یک تابعیِ معین داده شده و می‌خواهیم این تابعی را کمینه یا بیشینه کنیم. این قضیه قابلِ مقایسه با قضیه فرما در حساب دیفرانسیل و انتگرال است که می‌گوید یک تابعِ مشتق‌پذیر، در نقطه‌ای اکسترممِ موضعیِ دارد که مشتق آن صفر شود.

$$S(q) = \int_a^b L\big(t, q(t), q'(t)\big)dt$$

$$q: [a, b] \subset \mathbb{R} \to X$$

$$t \mapsto x = q(t)$$

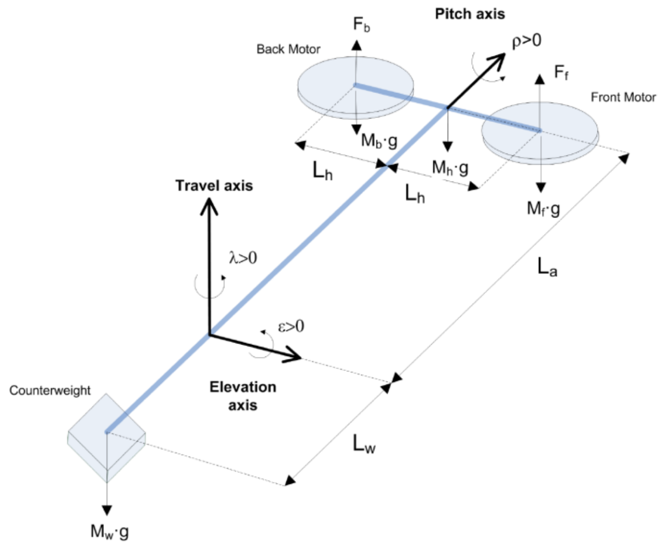
در این صورت معادله اویلر-لاگرانژ، معادله زیر است که هر تابعِq ای که در آن صدق کند، مقدارِ انتگرال را اکسترمم می‌کند:

$$L_x\big(t, q(t), q'(t)\big) - \frac{d}{dt} L_v\big(t, q(t), q'(t)\big) = 0$$

در رابطه بالا، L_xمشتقِ جزئیِ L نسبت به q و L_v مشتقِ جزئیِ L نسبت به q' می‌باشد.

سیستم هلیکوپتر ۳درجه آزادی شرکت کوانزر نشان داده شده در شکل ۱را درنظر گرفته.

شکل ۱-۱ هلیکوپتر ۳درجه آزادی به هنگام عملکرد



شکل ۲-۱نمودار جسم آزاد هلیکوپتر ۳درجه آزادی

۲ مدل سازی غیر خطی

بالگرد سه درجه آزادی بر پایه‌ای پایدار مونتاژ می‌شود و اجزای اصلی آن عبارتند از یک میله، یک گردان از یک روتور دو برابر و وزنه متعادل کننده. میله اصلی به روشی مونتاژ می‌شود که به روتور اجازه می‌دهد تا در مسیر دایروی شکلی پیوسته چرخش کند. این حرکت چرخشی حرکت[1] نامیده می‌شود. داخل میله اصلی یاتاقان‌هایی قرار دارد که حرکت دورانی تیر به بالا وپایین را می دهد این درجه ازادی را ارتفاع[2] می‌گویند. در انتهای تیر یک قسمت یک میله‌ی دیگر به صورت عمودی با استفاده از یک یاطاقان دیگر متصل شده است که درجه آزادی سوم هلیکوپتر را ایجاد می‌کند و به آن فراز[3] می‌گویند. این هلیکوپتر سه درجه آزادی با استفاده از دو موتورفن دار که در انتهای سر T شکل تیر نصب شده‌اند و کنترل ولتاژ ورودی به موتورهای جلو و عقب مجموعه را می توان کنترل نمود.

درجات آزادی سیستم زوایای ϵ ، ρ و λ به ترتیب حول محورهای ارتفاع[4] فراز[5] و حرکت[6] نشان داده شده در شکل ۲ هستند.

وضعیت مرکز جرم وزنه کناری

$$\begin{gathered} x_{cw} = -\sin\big(\lambda(t)\big)\cos\big(\varepsilon(t)\big)\,L_w \\ y_{cw} = -\cos\big(\lambda(t)\big)\cos\big(\varepsilon(t)\big)\,L_w \\ z_{cw} = -\sin\big(\varepsilon(t)\big)\,L_w \end{gathered}$$

وضعیت مرکز جرم موتور جلویی

$$\begin{gathered} x_{fm} = \cos\big(\lambda(t)\big)\cos\big(\rho(t)\big)\,L_h - \sin\big(\lambda(t)\big)\sin\big(\varepsilon(t)\big)\sin\big(\rho(t)\big)\,L_h + \sin\big(\lambda(t)\big)\cos\big(\varepsilon(t)\big)\,L_a \\ y_{fm} = -\sin\big(\lambda(t)\big)\cos\big(\rho(t)\big)\,L_h - \cos\big(\lambda(t)\big)\sin\big(\varepsilon(t)\big)\sin\big(\rho(t)\big)\,L_h + \cos\big(\lambda(t)\big)\cos\big(\varepsilon(t)\big)\,L_a \\ z_{fm} = \cos\big(\varepsilon(t)\big)\sin\big(\rho(t)\big)\,L_h + \sin\big(\varepsilon(t)\big)\,L_a \end{gathered}$$

وضعیت مرکز جرم موتور عقبی

$$\begin{gathered} x_{bm} = -\cos\big(\lambda(t)\big)\cos\big(\rho(t)\big)\,L_h + \sin\big(\lambda(t)\big)\sin\big(\varepsilon(t)\big)\sin\big(\rho(t)\big)\,L_h + \sin\big(\lambda(t)\big)\cos\big(\varepsilon(t)\big)\,L_a \\ y_{bm} = \sin\big(\lambda(t)\big)\cos\big(\rho(t)\big)\,L_h + \cos\big(\lambda(t)\big)\sin\big(\varepsilon(t)\big)\sin\big(\rho(t)\big)\,L_h + \cos\big(\lambda(t)\big)\cos\big(\varepsilon(t)\big)\,L_a \\ z_{bm} = -\cos\big(\varepsilon(t)\big)\sin\big(\rho(t)\big)\,L_h + \sin\big(\varepsilon(t)\big)\,L_a \end{gathered}$$

۲/۱ انرژی پتانسیل برای کل مجموعه

$$V_T = -\Big(\big(M_w L_w - (M_b + M_f + M_h)L_a\big)\sin\big(\varepsilon(t)\big) + (M_b - M_f)L_h\sin\big(\rho(t)\big)\cos\big(\varepsilon(t)\big)\Big)\,g$$

۲/۲ انرژی جنبشی

برای میله و وزنه جانبی $\frac{1}{2}(M_W L_W^2)\big(\dot{\varepsilon} + \dot{\lambda}\big)^2$

برای میله نگه دارنده فن‌ها $\frac{1}{2}\Big(\big(M_h + M_b + M_f\big)L_a^2\Big)\big(\dot{\varepsilon} + \dot{\lambda}\big)^2$

برای فن‌ها $\frac{1}{2}\big(M_b(L_a + L_h)^2\big)\big(\dot{\varepsilon} + \dot{\lambda} + \dot{p}\big)^2 + \frac{1}{2}\big(M_f(L_a + L_h)^2\big)\big(\dot{\varepsilon} + \dot{\lambda} + \dot{p}\big)^2$

---

[1] Travel
[2] Elevation
[3] Pitch
[4] Elevation
[5] Pitch
[6] Travel

$$T_T = \frac{1}{2}\left(\left(\left(M_h + M_b + M_f\right)L_a^2 + M_W L_W^2\right)(\epsilon + \lambda)^2 + \left(M_b(L_a + L_h)^2 + M_f(L_a + L_h)^2\right)\left(\dot{\varepsilon} + \dot{\lambda} + \dot{p}\right)^2\right)$$

۲/۳ نیروهای خارجی تعمیم یافته

۲/۳/۱ برای ارتفاع

$$Q_e \text{ elevation } Q_1 = K_f L_a\left(T_f + T_b\right)$$

۲/۳/۲ برای فراز

$$Q_p \text{ pitch } Q_2 = K_f\left(T_f - T_b\right)L_h$$

۲/۳/۳ برای حرکت

$$Q_t \text{ travel } Q_3 = K_f L_a\left(T_f + T_b\right) sin\left(p(t)\right)$$

در مجموع

$$Q = \left[K_f L_a\left(T_f + T_b\right), K_f\left(T_f - T_b\right)L_h, L_a K_f\left(T_f + T_b\right) sin\left(p(t)\right)\right]$$

۲/۴ حل معادله لاگرانژ

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial}{\partial \dot{q}_i}L\right) - \left(\frac{\partial}{\partial q_i}L\right) = Q_i$$

پس از حل معادله لاگرانژ و جایگزاری $[X_1 \quad X_2 \quad X_3 \quad X_4 \quad X_5 \quad X_6]^T$ به جای $[\varepsilon \quad \dot{\varepsilon} \quad p \quad \dot{p} \quad \lambda \quad \dot{\lambda}]^T$ معادلات زیر به دست می‌آید.

برای $i = 1$

$$\begin{aligned}
&\left(-L_h^2\left(m_f + m_b\right)\cos(X_2)^2 + L_h^2\left(m_f + m_b\right) + \left(m_f + m_b\right)L_a^2 + L_w^2 m_w\right)\dot{X}_4 \\
&\quad + L_h\cos(X_2)\left(\sin(X_2)L_h\left(m_f + m_b\right)\cos(X_1) - \sin(X_1)L_a\left(m_b - m_f\right)\right)\dot{X}_6 - \cos(X_2)L_a L_h\left(m_b - m_f\right)\dot{X}_5 \\
&\quad + \left(-2\sin(X_2)L_a L_h\left(m_b - m_f\right)\cos(X_1)^2\right. \\
&\quad + \sin(X_1)\left(L_h^2\left(m_f + m_b\right)\cos(X_2)^2 + \left(-m_b - m_f\right)L_h^2 + \left(m_f + m_b\right)L_a^2 + L_w^2 m_w\right)\cos(X_1) + \left.\sin(X_2)L_a L_h\left(m_b - m_f\right)\right)X_6^2 \\
&\quad + 2L_h\left(L_h(\cos(X_2) - 1)(\cos(X_2) + 1)\left(m_f + m_b\right)\cos(X_1) + \sin(X_2)\sin(X_1)L_a\left(m_b - m_f\right)\right)X_5 X_6 \\
&\quad + \sin(X_2)L_a L_h\left(m_b - m_f\right)X_5^2 + 2\cos(X_2)\sin(X_2)X_4 L_h^2\left(m_f + m_b\right)X_5 \\
&\quad + \left(\left(\left(m_f + m_b\right)L_a - m_w L_w\right)\cos(X_1) + \sin(X_2)\sin(X_1)L_h\left(m_b - m_f\right)\right)g = L_a K_f(U_1 + U_2)
\end{aligned}$$

برای $i = 2$

$$\begin{aligned}
&-\cos(X_2)L_a L_h\left(m_b - m_f\right)\dot{X}_4 - L_h\left(-\sin(X_2)L_a\left(m_b - m_f\right)\cos(X_1) - \sin(X_1)L_h\left(m_f + m_b\right)\right)\dot{X}_6 + L_h^2\left(m_f + m_b\right)\dot{X}_5 \\
&\quad - \cos(X_2)\sin(X_2)L_h^2\left(m_f + m_b\right)X_4^2 \\
&\quad - 2L_h\left(L_h(\cos(X_2) - 1)(\cos(X_2) + 1)\left(m_f + m_b\right)\cos(X_1) + \sin(X_2)\sin(X_1)L_a\left(m_b - m_f\right)\right)X_6 X_4 \\
&\quad + L_h\cos(X_1)\cos(X_2)\left(\sin(X_2)L_h\left(m_f + m_b\right)\cos(X_1) - \sin(X_1)L_a\left(m_b - m_f\right)\right)X_6^2 \\
&\quad - \cos(X_2)\cos(X_1)L_h\left(m_b - m_f\right)g = K_f(U_1 - U_2)L_h
\end{aligned}$$

برای $i = 3$

$$\left(\sin(X_2)L_h\left(m_f+m_b\right)\cos(X_1)-\sin(X_1)L_a\left(m_b-m_f\right)\right)L_h\cos(X_2)\dot{X}_4+\left(\left(L_h^2\left(m_f+m_b\right)\cos(X_2)^2+\left(-m_b-m_f\right)L_h^2+\left(m_f+m_b\right)L_a^2+L_w^2m_w\right)\cos(X_1)^2+2\sin(X_2)\sin(X_1)L_aL_h\left(m_b-m_f\right)\cos(X_1)+L_h^2\left(m_f+m_b\right)\right)\dot{X}_6+L_h\left(\sin(X_2)L_a\left(m_b-m_f\right)\cos(X_1)+\sin(X_1)L_h\left(m_f+m_b\right)\right)\dot{X}_5-L_h\left(L_a\left(m_b-m_f\right)\cos(X_1)+\sin(X_2)\sin(X_1)L_h\left(m_f+m_b\right)\right)\cos(X_2)X_4^2+\left(\left(4\sin(X_2)L_aL_h\left(m_b-m_f\right)\cos(X_1)^2-2\sin(X_1)\left(L_h^2\left(m_f+m_b\right)\cos(X_2)^2+\left(-m_b-m_f\right)L_h^2+\left(m_f+m_b\right)L_a^2+L_w^2m_w\right)\cos(X_1)-2\sin(X_2)L_aL_h\left(m_b-m_f\right)\right)X_6+2\cos(X_2)^2X_5\cos(X_1)L_h^2\left(m_f+m_b\right)\right)X_4-2X_5\left(\sin(X_2)L_h\left(m_f+m_b\right)\cos(X_1)-\sin(X_1)L_a\left(m_b-m_f\right)\right)\cos(X_1)L_h\cos(X_2)X_6+X_5^2L_a\left(m_b-m_f\right)\cos(X_1)L_h\cos(X_2)=L_aK_f(U_1+U_2)\sin(X_2)$$

پس از ساده سازی

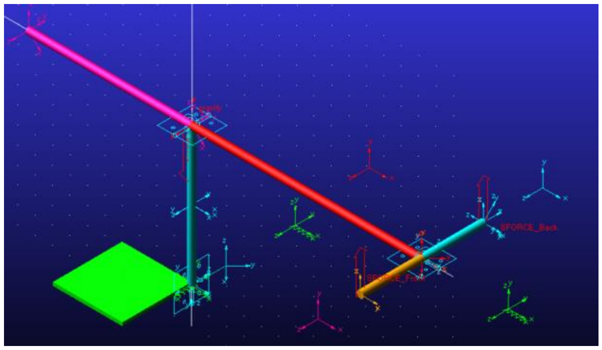
$$\begin{cases}\left(M_fL_a^2+M_bL_a^2+M_wL_w^2-M_hL_a^2\right)\ddot{\varepsilon}(t)+\left(M_f+M_b\right)gL_a\sin(\varepsilon)-M_wgL_w\sin(\varepsilon)+M_hgL_a\sin(\varepsilon)=\left(V_f(t)+V_b(t)\right)K_tL_a\cos(p)\\ \left(M_fL_h^2+M_bL_h^2\right)\ddot{p}(t)+\left(M_f-M_b\right)gL_h\sin(p)=\left(V_f(t)-V_b(t)\right)K_tL_h\\ \left(M_wL_w^2-M_hL_a^2+M_fL_a^2+M_bL_a^2\right)\ddot{\lambda}(t)=\left(V_f(t)+V_b(t)\right)K_tL_a\cos(\varepsilon)\sin(p)+\left(V_f(t)+V_b(t)\right)K_tL_h\cos(p)\sin(\varepsilon)\end{cases}$$

$$\xrightarrow{yields}\dot{x}=h(x(t),u(t),t),\begin{bmatrix}\dot{x}_1\\\dot{x}_2\\\dot{x}_3\\\dot{x}_4\\\dot{x}_5\\\dot{x}_6\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}h_1(x(t),u(t),t)\\h_2(x(t),u(t),t)\\h_3(x(t),u(t),t)\\h_4(x(t),u(t),t)\\h_5(x(t),u(t),t)\\h_6(x(t),u(t),t)\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}\dot{x}_1\\\ddot{\varepsilon}(t)=\dot{x}_2\\\dot{x}_3\\\ddot{p}(t)=\dot{x}_4\\\dot{x}_5\\\ddot{\lambda}(t)=\dot{x}_6\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}x_2\\\dfrac{\left(V_f(t)+V_b(t)\right)K_tL_a\cos(p)-\left(\left(M_f+M_b\right)gL_a\sin(\varepsilon)-M_wgL_w\sin(\varepsilon)+M_hgL_a\sin(\varepsilon)\right)}{\left(M_fL_a^2+M_bL_a^2+M_wL_w^2-M_hL_a^2\right)}\\x_4\\\dfrac{\left(V_f(t)-V_b(t)\right)K_tL_h-\left(M_f-M_b\right)gL_h\sin(p)}{\left(M_fL_h^2+M_bL_h^2\right)}\\x_6\\\dfrac{\left(V_f(t)+V_b(t)\right)K_tL_a\cos(\varepsilon)\sin(p)+\left(V_f(t)+V_b(t)\right)K_tL_h\cos(p)\sin(\varepsilon)}{\left(M_wL_w^2-M_hL_a^2+M_fL_a^2+M_bL_a^2\right)}\end{bmatrix}$$

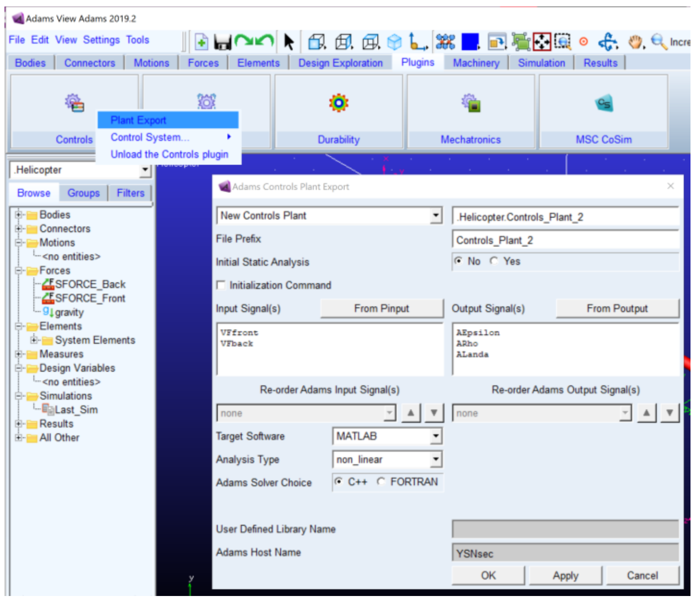
۲/۵ مدل سازی سیستم غیر خطی در سیمولینک با استفاده از هسته آدامز

ابتدا سیستم به همراه مخصات موجود در مسیله را در آدامز ایجاد کرده



شکل ۱-۲: مدل غیر خطی مسله در آدامز

سپس خروجی سیستم را برای متلب گرفته



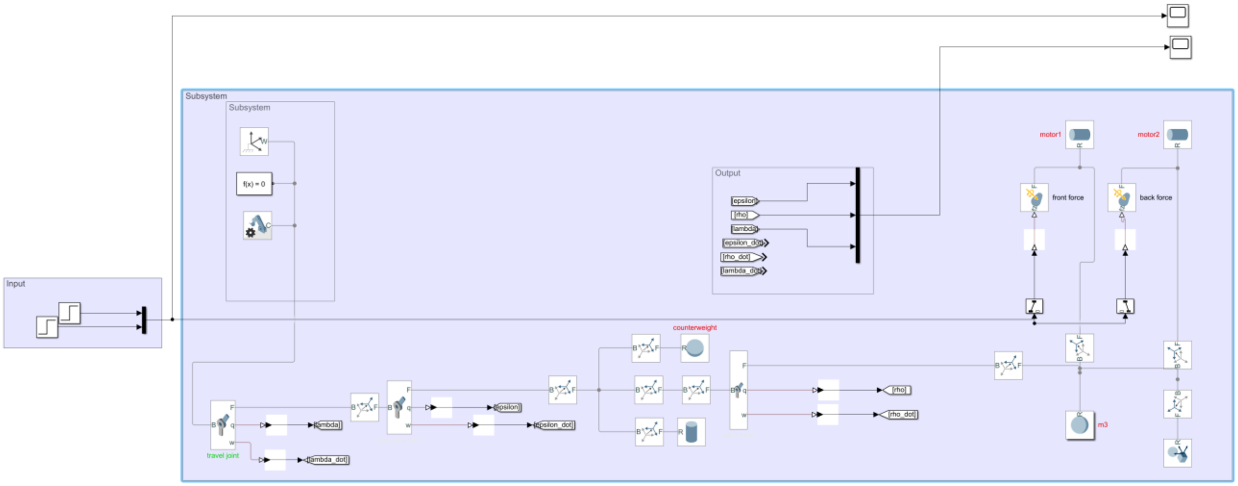
شکل ۲-۲: Plant Export

در متلب ابتدا فایل Controls_Plant_2.m را اجرا کرده تا ضرایب مورد نیاز برای مدل سیمولینک ایجاد شوند.

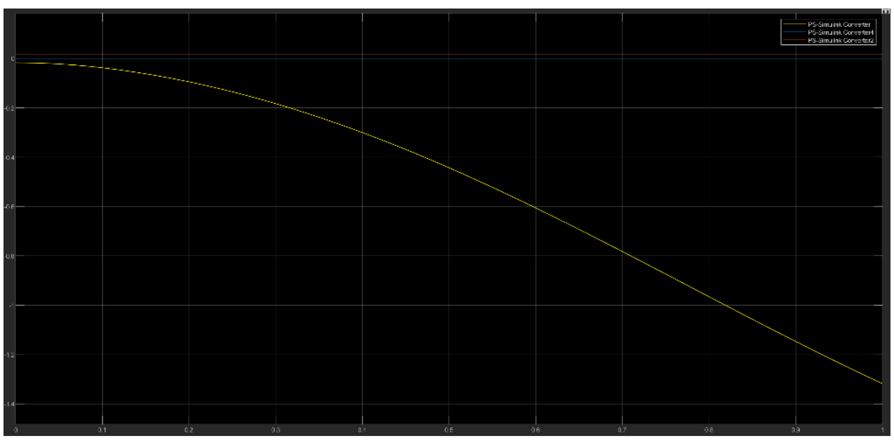
توجه :به آدامز ۲۰۱۹ و بالاتر نیاز است/در صورت تغییر مسیر نصب نرم‌افزار باید به صورت دستی فایل‌های هسته آدامز به مسیر نصب نرافزار هدایت شوند.

مدل سازی در simscape نیز انجام شده است باید فایل سیمولینک به همراه ماتریس داده ها به درون متلب بارگزاری شوند.

در مدل‌سازی سیم‌اسکیپ از مرجع [4] Mirko Brentari استفاده شده است.



شکل ۳-۲ مدل سیم اسکیپ



شکل ۴-۲ خروجی مدل خطی با دو ورودی پله و شرط اولیه ۱ درجه برای اپسیلون

۳ خطی سازی معادلات لاگرانژ و بررسی پایداری

$$
\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \ddot{\varepsilon}(t) = \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \ddot{p}(t) = \dot{x}_4 \\ \dot{x}_5 \\ \ddot{\lambda}(t) = \dot{x}_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_2 \\ \dfrac{\left(V_f(t)+V_b(t)\right)K_tL_a\cos(p) - \left(\left(M_f+M_b\right)gL_a - M_wgL_w + M_hgL_a\right)\sin(\varepsilon)}{\left(M_fL_a^2 + M_bL_a^2 + M_wL_w^2 - M_hL_a^2\right)} \\ x_4 \\ \dfrac{\left(V_f(t)-V_b(t)\right)K_tL_h - \left(M_f - M_b\right)gL_h\cos(p)}{\left(M_fL_h^2 + M_bL_h^2\right)} \\ x_6 \\ \dfrac{\left(V_f(t)+V_b(t)\right)K_tL_a(\cos(\varepsilon)\sin(p) + \cos(p)\sin(\varepsilon))}{\left(M_wL_w^2 - M_hL_a^2 + M_fL_a^2 + M_bL_a^2\right)} \end{bmatrix}
$$

$$
\boldsymbol{h} = \begin{bmatrix} h_1(x(t),u(t),t) \\ h_2(x(t),u(t),t) \\ h_3(x(t),u(t),t) \\ h_4(x(t),u(t),t) \\ h_5(x(t),u(t),t) \\ h_6(x(t),u(t),t) \end{bmatrix}, \boldsymbol{A}(t) = \frac{\partial \boldsymbol{h}}{\partial \boldsymbol{x}_{at\ t=0}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & \dfrac{-\left(\left(M_f+M_b\right)gL_a - M_wgL_w + M_hgL_a\right)}{\left(M_fL_a^2 + M_bL_a^2 + M_wL_w^2 - M_hL_a^2\right)} & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}
$$

$$
B(t) = \frac{\partial \boldsymbol{h}}{\partial \boldsymbol{V}_{at\ t=0}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \dfrac{K_tL_a}{\left(M_fL_a^2 + M_bL_a^2 + M_wL_w^2 - M_hL_a^2\right)} & \dfrac{K_tL_a}{\left(M_fL_a^2 + M_bL_a^2 + M_wL_w^2 - M_hL_a^2\right)} \\ 0 & 0 \\ \dfrac{-K_tL_h}{\left(M_fL_h^2 + M_bL_h^2\right)} & \dfrac{K_tL_h}{\left(M_fL_h^2 + M_bL_h^2\right)} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}
$$

$$
\begin{cases} \left(M_fL_a^2 + M_bL_a^2 + M_wL_w^2 - M_hL_a^2\right)\ddot{\varepsilon}(t) + (M_f + M_b)gL_a - M_wgL_w + M_hgL_a = \left(V_f(t) + V_b(t)\right)K_tL_a \\ \left(M_fL_h^2 + M_bL_h^2\right)\ddot{p}(t) + (M_fL_aL_h - M_bL_aL_h)\ddot{\varepsilon}(t) + (M_f - M_b)gL_h = \left(V_f(t) - V_b(t)\right)K_tL_h \\ \left(M_wL_w^2 - M_hL_a^2 + M_fL_a^2 + M_bL_a^2\right)\ddot{\lambda}(t) = -\left(V_f(t) + V_b(t)\right)K_tL_ap(t) \end{cases}
$$

اگر فرض کنیم ولتاژ لازم برای معلق ماندن در فضا u_{b_0} , u_{f_0} باشد و $u_{f_0} = u_{b_0}$ (در صورتی ولتاژ ها با هم برابر نیستند که حرکت نیازباشد). $u_{f_0} = u_{b_0} = \frac{1}{2K_tL_a}\left(M_fL_a + M_bL_a - M_wL_w\right)g$ باشد.

معادله به شکل زیر در می‌آید.

$$
\begin{cases} \left(M_fL_a^2 + M_bL_a^2 + M_wL_w^2 - M_hL_a^2\right)\ddot{\varepsilon}(t) = \left(u_f(t) + u_b(t)\right)K_tL_a \\ \left(M_fL_h^2 + M_bL_h^2\right)\ddot{\rho}(t) + \left(M_fL_aL_h - M_bL_aL_h\right)\ddot{\varepsilon}(t) = \left(u_f(t) - u_b(t)\right)K_tL_h \\ \left(M_wL_w^2 - M_hL_a^2 + M_fL_a^2 + M_bL_a^2\right)\ddot{\lambda}(t) = -\left(u_{f0} + u_{b0}\right)K_tL_a\rho(t) \end{cases}
$$

۴ پایداری سیستم

۴/۱ پایداری سیستم را از لحاظ BIBO

$$TransferMatrix = \boldsymbol{C}(s\boldsymbol{I}-\boldsymbol{A})\boldsymbol{B}+\boldsymbol{D}$$

سیستم هنگامی پایدار BIBO است که $\int_0^{\infty}|g(t)|dt < M < \infty$ باشد.

```
sys=ss(A,B,C,D);
syms s t
Transfer_Matrix=(C*inv(s*eye(6)-A)*B);
Transfer_Matrix=ilaplace(C*inv(s*eye(6)-A)*B);
BIBOstability(t)=int(abs(Transfer_Matrix),t);
```

پس از اجرای دستورات متلب :

ماتریس تبدیل خطی سازی شده سیستم در زمان‌های بزرگ محدود نیست پس سیستم پایدار BIBO نیست .

$$TransferMatrix = \begin{bmatrix} \frac{\text{۰.۰۷۷۲۹}}{s^2} & \frac{0.07729}{3\,s^2} \\ \frac{0.46803}{s^2} & \frac{-0.46803}{s^2} \\ \frac{0.04618}{s^4} & -\frac{0.04618}{10\,s^4} \end{bmatrix} \xrightarrow{\mathcal{L}^{-1}} \begin{bmatrix} \text{۰.۰۷۷۲۹}t^2\mathrm{sign}(t) & 0.07729t^2\mathrm{sign}(t) \\ 0.46803t^2\mathrm{sign}(t) & -0.46803t^2\mathrm{sign}(t) \\ 0.04618t^4\mathrm{sign}(t) & -0.04618t^4\mathrm{sign}(t) \end{bmatrix}$$

۴/۲ پایداری سیستم را از لحاظ لیاپانوف

```
eig(A)
```

$$eigenvalues\ A = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

پایداری لیاپانوف برای سیستم های مجانبی پایدار می‌تواند وجود داشته باشد چون تمامی مقادیر ویژه ماتریس A صفر هستند پس پایدار مجانبی نبوده و به طبع سیستم پایدار لیاپانوف نیز نمی‌باشد.

۴/۳ پایداری سیستم را از لحاظ مارجینال

بر اساس تیوری ۵.۴ کتاب چن سیستم پایدار مارجینالی است اگر مقادیر ویژه ماتریس $\boldsymbol{A}$ قسمت حقیقی صفر (ریشه مکرر معادله مشخصه ماتریس نباشند) یا منفی داشته باشند.

```
eig(A)
[a,B]=jordan(A)
```

$$eigenvalues\ A = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{Jordan\ Form} \begin{bmatrix} 0 & 1 & \vdots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \vdots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & \vdots & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \vdots & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \vdots & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \vdots & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

تمامی مقادیر ویژه ماتریس A صفر هستند ولی چون مرتبه تکرار از ۱ بیشتر دارند پایدار مارجینال نیستند.

۴/۴ کنترل و رویت‌پذیری

$$rank([B\ AB \dots A^{n-1}B]) = 6$$

چون رنک برابر ۶ است سیستم کنترل پذیر است.

$$rank\left(\begin{bmatrix} C \\ CA \\ \vdots \\ CA^{n-1} \end{bmatrix}\right) = 6$$

چون رنک ماتریس رویت پذیری برابر ۶ است سیستم رویت پذیر است.

```
Controlibility=ctrb(A,B);
      rank(Controlibility)
Observibility=obsv(A,C);
      rank(Observibility)
```

چون کنترل/رویت پذیری در این قسمت بررسی شده است و مورد نیاز تمامی قسمت‌ای بعدی است در صورت لزوم به این بخش اشاره می‌شود.

۵ طراحی کنترلکننده و رویتگر

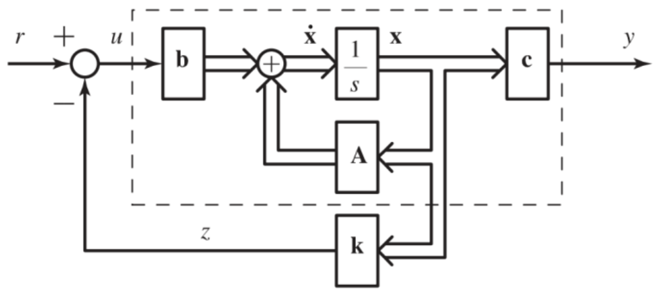
۵/۱ طراحی کنترل کننده فید بک

۵/۱/۱ مقدمه

هدف اساسی طراحی سیستم‌های کنترلی پایدارسازی سیستم‌ها می‌باشد بنابراین با استفاده از ضریبی از متغیرهای سیستم و کم کردن آن میزان از ورودی می‌توان سیستم را منترل نمود. (این روش در عمل کمتر مورد استفاده قرار می‌گیرد.) [۱]

کالمن نشان داد اگر تحقق سیستمی کنترل پذیر باشد هر معادله مشخصه‌ای قابل دسترسی است.[۲]

بررسی‌های این بخش براساس کارهای آقایان بار ریسانن در ۱۹۶۰ (Rissanen 1960) برای سیستم‌های تک ورودی و تک خروجی و ادامه کر ایشان توسط پوپوف در سال ۱۹۶۴ (Popov 1964) در ادامه کار آقای ریسانن برای گسترش کار ایشان به سیستم‌های چند ورودی و چند خروجی است.



شکل ۱-۵: نمای سیستم با فیدبک حالت(Chen 1999)

چینش و محل قرار گیری و روابط بین ماتریس‌ای سیستم کنترلی توسط شکل ۱-۵: نمای سیستم با فیدبک حالت(Chen 1999) نمایش داده شده است .

۵/۱/۲ فیدبک برای سیستم خطی سازی شده

با در نظر گرفتن فیدبک حالت $\boldsymbol{u}(t) = -Kx(t)$ و در دردسترس بودن متغیرهای حالت باید مقادیر ویژه ماتریس $\hat{A} = A - CL$ در سمت چپ محور موهومی باشد و به مقادیر ویژه $\hat{A}$ قطب‌های رویت‌گر می‌گویند.

با استفاده از دستور place می‌توان مقادیر ویژه ماتریس $\hat{A}$ را در محل مد نظر جایابی نمود.

در صورت مسله دو نوع بهره خواسته شده است.

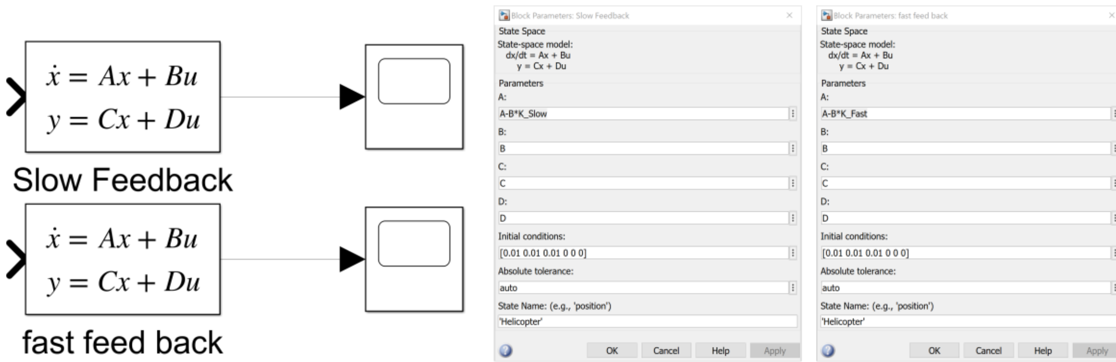
```
Poles_slow=[-4 -5 -6 -7 -8 -9];
Poles_Fast=[-12 -13 -14 -15 -16 -17];
K_Slow=place(A,B,Poles_slow);
K_Fast=place(A,B,Poles_Fast);
```

سپس می‌توان در سیمولیک مدلسازی را شروع کرد.

[۱] خاکی صدیق ، اصول کنترل مدرن ص ۲۲۱
[۲] کالمن ، ج برترام در سال ۱۹۵۹

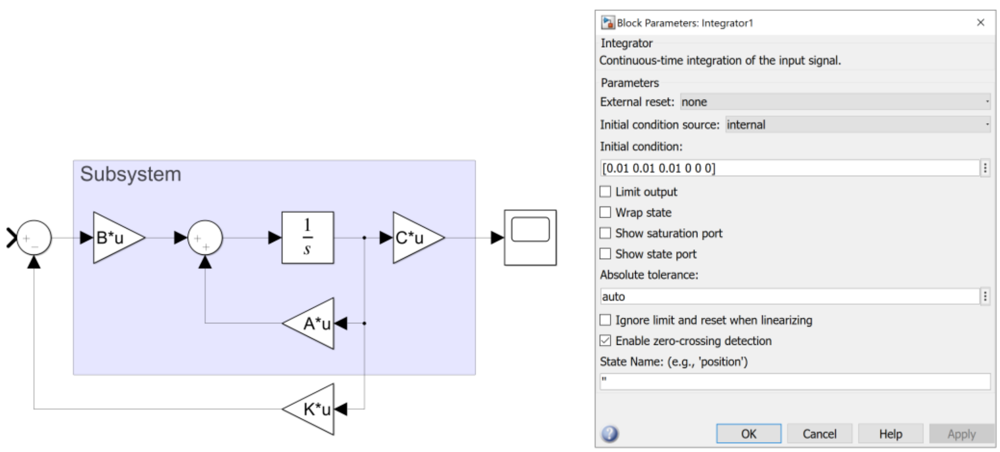
در سیمولینک از دو روش برای نشان دادن فیدبک می‌توان استفاده کرد که روش اول در ادامه مورد استفاده قرار گرفته است.

I. با استفاده از بلوک فضای حالت و



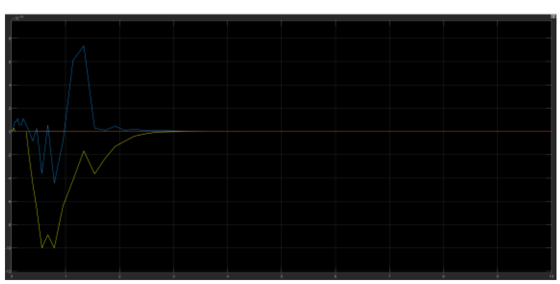
شکل ۵-۲ : بلوک فضای حالت به همراه شرایط اولیه

II. با استفاده از گین‌های متعدد



شکل ۵-۳: بلوک دیاگرام به همراه شرایط اولیه انتگرال گیر

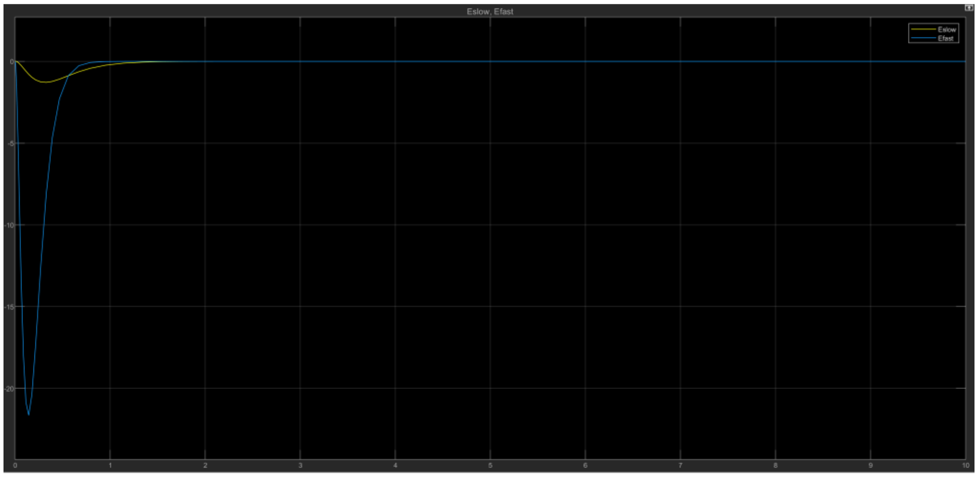
میزان اختلاف دو شیوه نیز بسیار ناچیز می‌باشد. (از مرتبه 10^{-16})



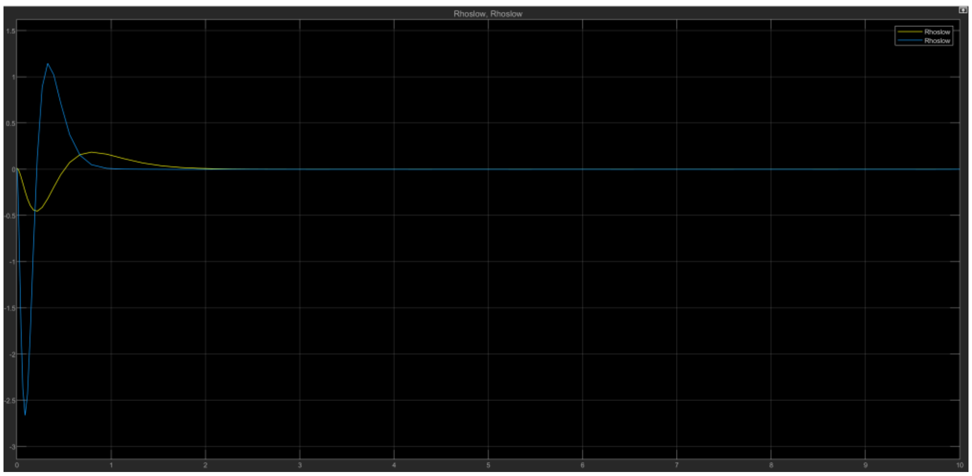
شکل ۵-۴: اختلاف دوشیوه نمایش فیدبک حالت

برای هر متغیر حالت جداگانه نمودار ها را رسم کرده .

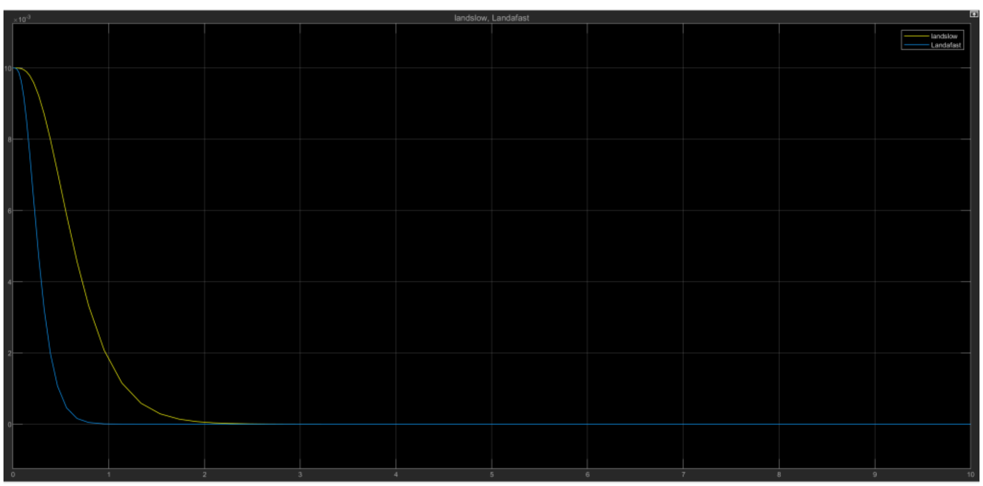
متغیرها می‌بایست در حالت کند در کمتر از ۱ ثانیه به صفر برسند و در حالت تند باید در کمتر از ۳ ثانیه . (آبی : تند ، زرد : کند)



شکل ۵-۵: برای زاویه ε (آبی : تند ، زرد : کند)



شکل ۵-۶: برای زاویه ρ (آبی : تند ، زرد : کند)



شکل ۵-۷ : برای زاویه λ (آبی : تند ، زرد : کند)

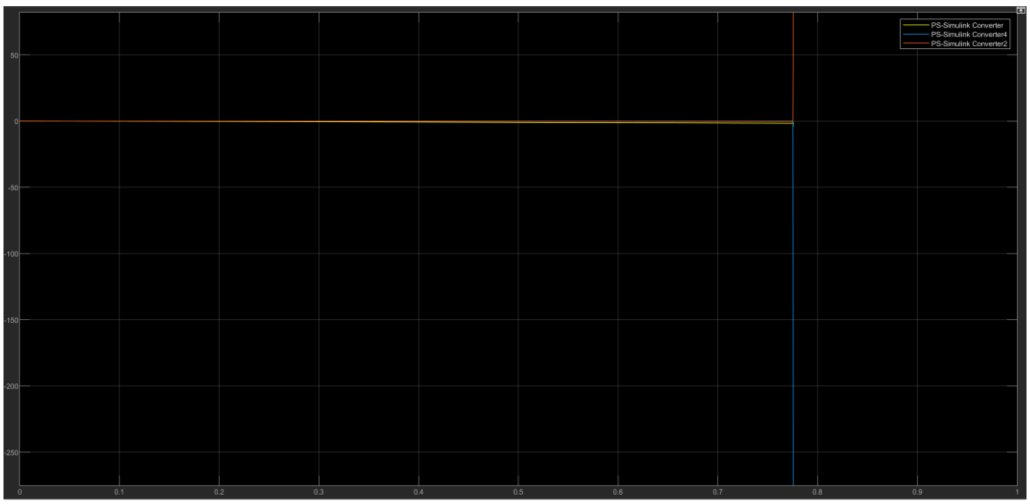
برای صفر کردن متغیرها می‌توان قطب‌های گین فیدبک را از محور موهومی به سمت منفی دور کرد ولی باعث پدید آمدن فراجهش می‌شود و باید برحسب نیاز از هرکدام استفاده نمود.

نمودارها و عکس‌های استفاده شده با اجرای کد code.mlx و فایل سیمولینک p5.mld قابل رویت هستند.

۵/۱/۳ فیدبک برای سیستم غیر خطی

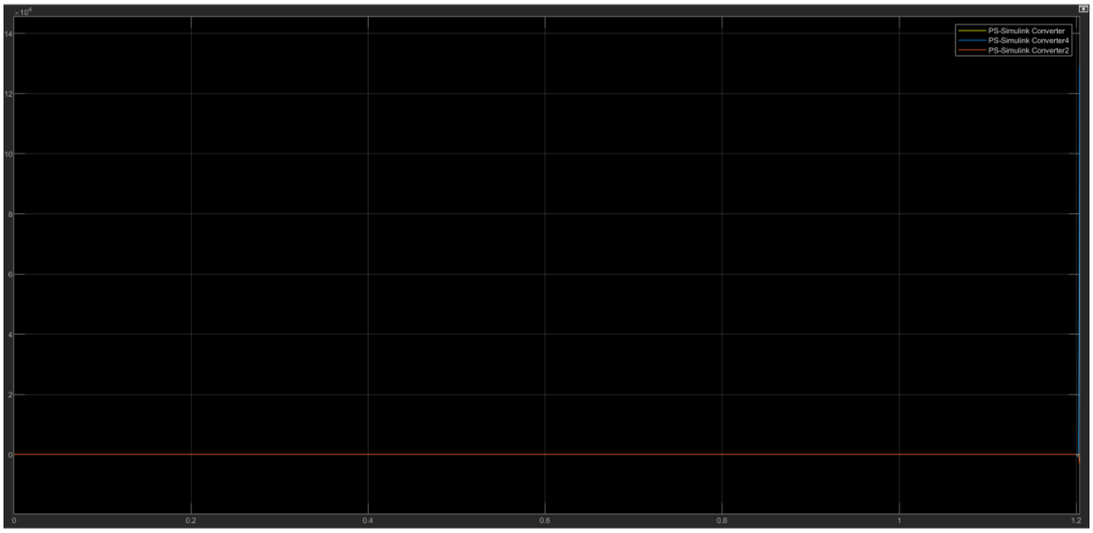
برای مدل سازی فیدبک از سیم اسکیپ استفاده شده است ولی نتایج آدامز نیز بسیار مشابه بوده است و با اختلاف ۰.۰۰۰۱ ثانیه حل‌ها واگراشده اند.

در استفاده از فید بک حالت با قطب‌های تند سیستم سیستم توانایی کنترل انحراف از حالت پایدار ρ, λ و $\varepsilon < 0$ را نداشته و در صورت انحراف $0 < \varepsilon < 3°$ برای ۰.۷ ثانیه توانایی کنترل خروجی‌ها را دارد.



شکل ۸-۵ :فید بک حالت برای سیستم غیرخطی با جابابی قطب سریع

در استفاده از فید بک حالت با قطب‌های کند سیستم توانایی کنترل انحراف از حالت پایدار ρ, λ و $\varepsilon < 0$ را نداشته و در صورت انحراف $0 < \varepsilon < 3°$ برای ۱.۲ ثانیه توانایی کنترل خروجی‌ها را دارد.



شکل ۹-۵ :فید بک حالت برای سیستم غیرخطی با جایابی قطب کند

۵/۲ کنترل ردیاب انتگرال گیر

۵/۲/۱ مقدمه

در برخی موارد از سیستم‌های کنترلی انتظار پایدارسازی می‌رود و در مواردی تعقیب ورودی با استفاده از خروجی سیستم مدار بسته.

در طراحی سیستم ردیاب می‌توان از ۱)پیش جبران ساز استاتیکی ۲)فیدبک حالت با کنترل انتگرال استفاده کرد.

در این قسمت به شرح اجمالی فیدبک حالت با کنترل انتگرال پرداخته می‌شود.

از خاصیت‌های مفید فیدبک حالت با کنترل انتگرال ردیابی و حذف اغتشاشات ثابت در سیستم می‌باشد.

برای سیستم کنترل پذیر $\begin{matrix}\dot{x}(t)=\boldsymbol{A}x(t)+\boldsymbol{B}u(t)\\ y(t)=\boldsymbol{C}x(t)\end{matrix}$ با اضافه کردن حالات انتگرال گیر $q(t)$ به متغیرهای حالت سیستم به صورت $\dot{q}(t)=r-y(t)=r-\boldsymbol{C}x(t)$ بنابراین سیستم جدید به صورت

$$\begin{bmatrix}\dot{x}(t)\\ \dot{q}(t)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{A} & \boldsymbol{0}\\ -\boldsymbol{C} & \boldsymbol{0}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x(t)\\ q(t)\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}\boldsymbol{B}\\ \boldsymbol{0}\end{bmatrix}u(t)+\begin{bmatrix}\boldsymbol{0}\\ \boldsymbol{I}\end{bmatrix}r$$

$$y(t)=\begin{bmatrix}\boldsymbol{C} & \boldsymbol{0}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x(t)\\ q(t)\end{bmatrix}$$

در می‌آید.

حال می‌بایست برای سیتم جدید کنترل پذیری زوج $\left(\begin{bmatrix}\boldsymbol{A} & \boldsymbol{0}\\ -\boldsymbol{C} & \boldsymbol{0}\end{bmatrix},\begin{bmatrix}\boldsymbol{B}\\ \boldsymbol{0}\end{bmatrix}\right)$ بررسی شود.

$\mathcal{C}(\boldsymbol{A},\boldsymbol{B})$ ماتریس کنترل پذیری $(\boldsymbol{A},\boldsymbol{B})$ است.

$$\boldsymbol{\Phi_C}=\mathcal{C}(\boldsymbol{A},\boldsymbol{B})$$

$$\rho\left(\begin{bmatrix}\boldsymbol{A} & \boldsymbol{0}\\ -\boldsymbol{C} & \boldsymbol{0}\end{bmatrix},\begin{bmatrix}\boldsymbol{B}\\ \boldsymbol{0}\end{bmatrix}\right)=\begin{bmatrix}\boldsymbol{B} & \vdots & \boldsymbol{A\Phi_C}\\ \cdots & \cdots & \cdots\\ \boldsymbol{0} & \vdots & -\boldsymbol{C\Phi_C}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{B} & \vdots & \boldsymbol{A}\\ \cdots & \cdots & \cdots\\ \boldsymbol{0} & \vdots & -\boldsymbol{C}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\boldsymbol{I} & \vdots & \boldsymbol{0}\\ \cdots & \cdots & \cdots\\ \boldsymbol{0} & \vdots & \boldsymbol{\Phi_C}\end{bmatrix}$$

برای کنترل پذیر بودن $\rho\left(\begin{bmatrix}\boldsymbol{A} & \boldsymbol{0}\\ -\boldsymbol{C} & \boldsymbol{0}\end{bmatrix},\begin{bmatrix}\boldsymbol{B}\\ \boldsymbol{0}\end{bmatrix}\right)$ باید $\begin{bmatrix}\boldsymbol{B} & \vdots & \boldsymbol{A}\\ \cdots & \cdots & \cdots\\ \boldsymbol{0} & \vdots & -\boldsymbol{C}\end{bmatrix}$ کنترل پذیر باشد.

حال می‌توان از دستور place برای جابابی قطب‌ها در متلب استفاده نمود و به شکل زیر قطب‌ها را برای فیدبک و ورودی تقسیم کرد.

$$\boldsymbol{u}(t)=\begin{bmatrix}-k_1 & k_2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x(t)\\ q(t)\end{bmatrix}$$

۵/۲/۲ طراحی سیستم با ردیاب انتگرال گیر برای ورودی پله

در ابتدا باید از رنک کامل بودن ماتریس $\begin{bmatrix} \boldsymbol{B} & \boldsymbol{A} \\ \boldsymbol{0} & -\boldsymbol{C} \end{bmatrix}$ اطمینان حاصل کرد.

حال می‌توان برای سیستم تعمیم یافته ضرایب را پیدا کرد.

$$\begin{bmatrix} \dot{\boldsymbol{x}}(t) \\ \dot{\boldsymbol{q}}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{A} & \boldsymbol{0} \\ -\boldsymbol{C} & \boldsymbol{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{x}(t) \\ \boldsymbol{q}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \boldsymbol{B} \\ \boldsymbol{0} \end{bmatrix} \boldsymbol{u}(t) + \begin{bmatrix} \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{I} \end{bmatrix} \boldsymbol{r}$$

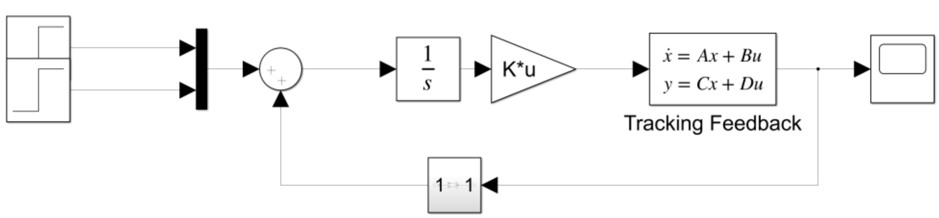
$$\boldsymbol{u}(t) = [-\boldsymbol{k_1} \quad \boldsymbol{k_2}] \begin{bmatrix} \boldsymbol{x}(t) \\ \boldsymbol{q}(t) \end{bmatrix}$$

کافیست از دستور place برای ۶ مقدار ویژه ماتریس $\boldsymbol{A}$ و ۲ مقدار ویژه جدید برای ۲ ورودی سیستم استفاده کرد.

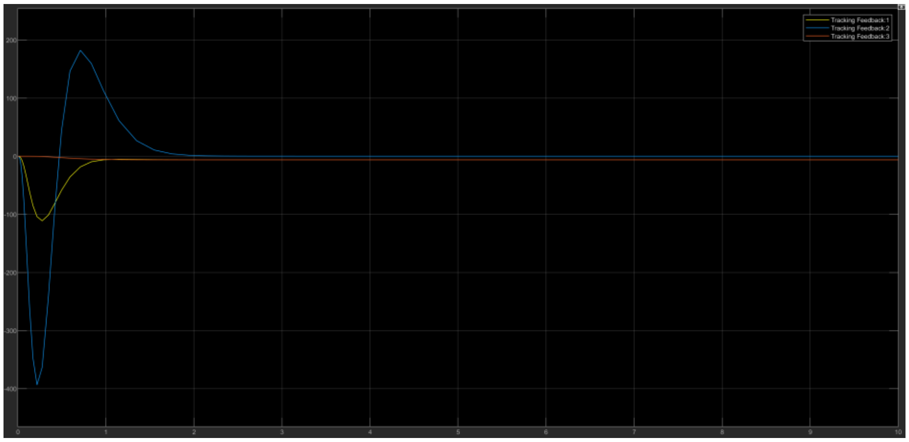
```
%%__________________State feed back tracking___________________________
[n,n]=size(A)
AA=[A zeros(6,2);-1 0 0 0 0 0 0 0;0 0 -1 0 0 0 0 0]
BB=[B ; zeros(2,2)]
    rank(ctrb(AA,BB))
CC=[C zeros(3,2)]
    rank([B A;zeros(3,2) -C])
P_tarcking=[-6.5 -5.5 -7 -16 -15 -9 -9.5 -9]
K_tracking=place(AA,BB,P_tarcking)
K_trackink_1=K_tracking(:,1:6);K_trackink_2=K_tracking(:,7:8);
```

مدل دینامیکی سیستم را به صورت زیر می‌توان مدل کرد.

توجه : در بخش مقدمه منفی ضریب $-k_1$ با مثبت شدن ورودی ساده شده‌اند.



شکل ۱۰-۵ : مدل سیستم با انگرال گیر پله



شکل ۱۱-۵: خروجی سیستم

۵/۲/۳ قسمت ۸-۱ مقاومت در برابر تغییر پارامترهای سیستم

با افزایش وزن M_w به میزان ۱۰ درصد اورشوت متغیرحالت اول ۷۰۰ درصد افزایش پیدا کرده ولی میزان به صفر رسیدن پاسخ سیستم همان ۲ ثانیه می‌باشد.

با کاهش وزن M_w به میزان ۱۰ درصد اورشوت متغیرهای حالت تغییر چندانی پیدا نمی‌کنند.

با افزایش وزن M_f به میزان ۱۰ درصد اورشوت متغیرحالت اول ۵۰ درصد افزایش پیدار کرده است.

با کاهش وزن M_f به میزان ۱۰ درصد اورشوت متغیر حالت اول ۱۴۰۰ درصد افزایش پیدا می‌کند ولی میزان به صفر رسیدن پاسخ سیستم همان ۲ ثانیه می‌باشد.

با افزایش وزن M_b به میزان ۱۰ درصد اورشوت متغیرحالت اول ۴۰ درصد افزایش پیدار کرده است.

با کاهش وزن M_b به میزان ۱۰ درصد اورشوت متغیر حالت اول ۱۴۰۰ درصد افزایش پیدا می‌کند ولی میزان به صفر رسیدن پاسخ سیستم همان ۲ ثانیه می‌باشد.

با افزایش طول L_a به میزان ۱۰ درصد اورشوت متغیرحالت اول ۳۰ درصد افزایش پیدار کرده است.

با کاهش طول L_a به میزان ۱۰ درصد اورشوت متغیر حالت اول ۸۰۰۰ درصد افزایش پیدا می‌کند ولی میزان به صفر رسیدن پاسخ سیستم همان ۲ ثانیه می‌باشد.

با تغییر ۱۰ درصدی در L_h, K_f تغییر چندانی در نتایج حاصل نشد.

با افزایش طول L_w به میزان ۱۰ درصد اورشوت متغیرحالت اول ۶۰۰۰ درصد افزایش پیدار کرده است.

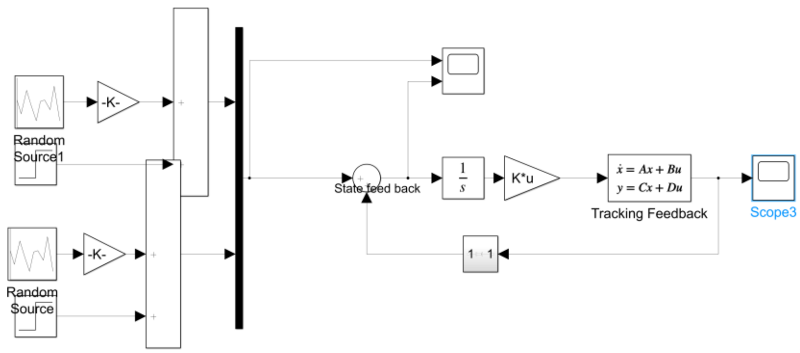
با کاهش طول L_w به میزان ۱۰ درصد اورشوت متغیرهای حالت تغییر چندانی نکردند.

۵/۲/۴ قسمت ۸-۲ از گزارش

با فرض ورودی اغتشاش پله نیرو در محل وزن متعادل کننده M_w در جهت عکس محور ارتفاع می‌توان با ضرب ثابت $\frac{L_a^2}{L_w^2}$ در اغتشاش از ماتریس $\boldsymbol{B}$ استفاده کرد . مدل به شکل زیر در می‌آید.

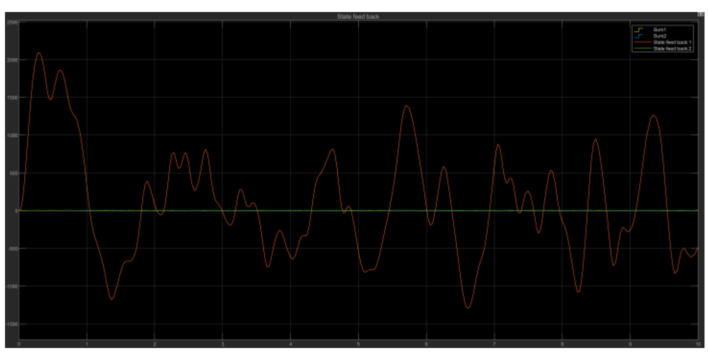
$$\dot{x}(t) = \boldsymbol{A}x(t) + \boldsymbol{B}u(t) + \boldsymbol{B}\frac{L_a^2}{L_w^2}\,Disturbance(t) = \boldsymbol{A}x(t) + \boldsymbol{B}\left(u(t) + \frac{L_a^2}{L_w^2}\,Disturbance\_step(t)\right)$$

$$\frac{L_a^2}{L_w^2} = 2.0079492983250339520144861928474$$

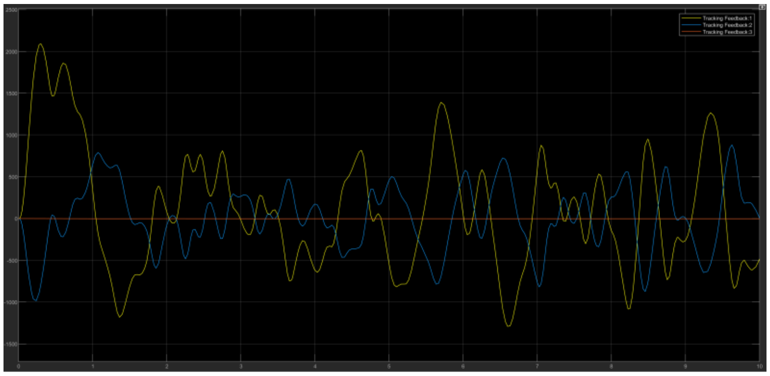


شکل ۵-۱۲ : مدل سیمولینک سیستم خطی سازی شده به همراه اغتشاش

از کنترل ردیاب انتگرال‌گیر انتظار می‌رود تا بتواند ورودی پله را برای سیستم قابل کنترل کند اما اگر قطب‌های سیستم دور از مبدا انتخاب شوند آنگاه توالیی پیشبینی سیستم تبدیل به بیش‌پیشبینی و باعث نوسانی ماندن خروجی می‌شود.

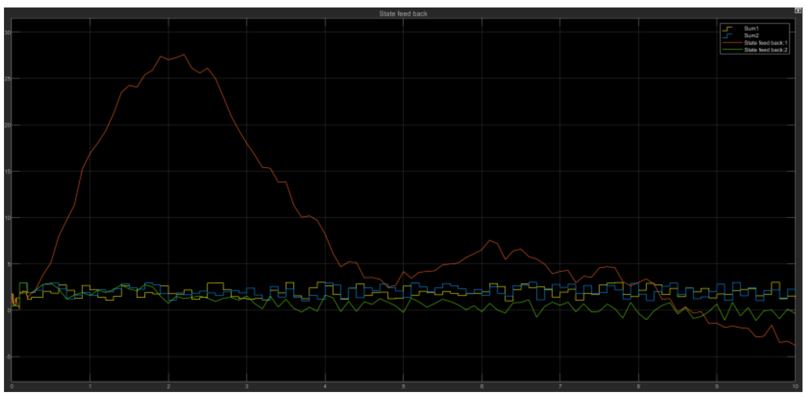


شکل ۵-۱۳ : نمودار ورودی‌های به سیستم [−۶.۵ − ۵.۵ − ۷ − ۱۶ − ۱۵ − ۹ − ۹.۵ − ۹]

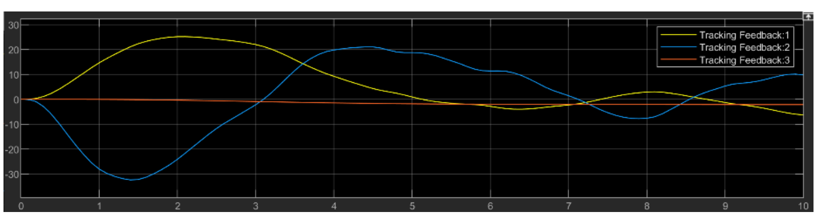


شکل ۱۴-۵ : خروجی‌های سیستم با مقادیرویژه $[-9\ \ -9.5\ \ -9\ \ -15\ \ -16\ \ -7\ \ -5.5\ \ -6.5]$

همانطور که در شکل ۵-۱۳ مشاهده می‌شود نمودار با رنگ قرمز حدود ۲۰۰۰ برابر ورودی دیگر است و علت آن دور بودن مقادیرویژه ماتریس فیدبک می‌باشد و با اصلاح مقادیر ویژه به صورت $\frac{[-9\ -9.5\ -9\ -15\ -16\ -7\ -5.5\ -6.5]}{6}$



شکل ۱۵-۵ : نمودار ورودی‌های به سیستم $\frac{[-9\ -9.5\ -9\ -15\ -16\ -7\ -5.5\ -6.5]}{6}$



شکل ۱۶-۵ : خروجی‌های سیستم با مقادیرویژه $\frac{[-9\ -9.5\ -9\ -15\ -16\ -7\ -5.5\ -6.5]}{6}$

و ویژگی اساسی کنترل انتگرال گیر که مقاومت در برابر اغتشاش است مشاهده می‌شود.

۵/۳ طراحی رویت‌گر برای کنترل ردیاب انتگرال‌گیر

۵/۳/۱ مقدمه

در استفاده ار روش فیدبک حالت نیاز است همه‌ی متغیرهای حالت سیستم در درسترس باشند و گاهی خروجی سیستم شامل تمامی متغیرها نمی‌شود بنابراین لینبرگر در سال ۱۹۶۳ برای اولین بار نظریه‌ی سیستم‌های خطی شده را منتشر کرد . وی نشان داد برای هر سیستم خطی رویت پذیر می توان رویت‌گری طراحی نمود که خطای تخمین آن با هر سرعت مورد نظری صفر گردد.

۵/۳/۲ ساختار و خواص رویت‌گر ها

اگر سیستمی به صورت $\begin{matrix} \dot{x}(t) = \boldsymbol{A}x(t) + \boldsymbol{B}u(t) \\ y(t) = \boldsymbol{C}x(t) \end{matrix}$ تعریف گردد سیستم کنترل کننده فید بک حالت $\boldsymbol{u}(t) = -kx(t)$ با فرض در دسترس بودن $x(t)$ برای اندازه‌گیری طراحی شده است.

شرط لازم و کافی برای بهره رویتگر L برای جایابی قطب‌های رویت‌گر ، رویت پذیری سیستم است.

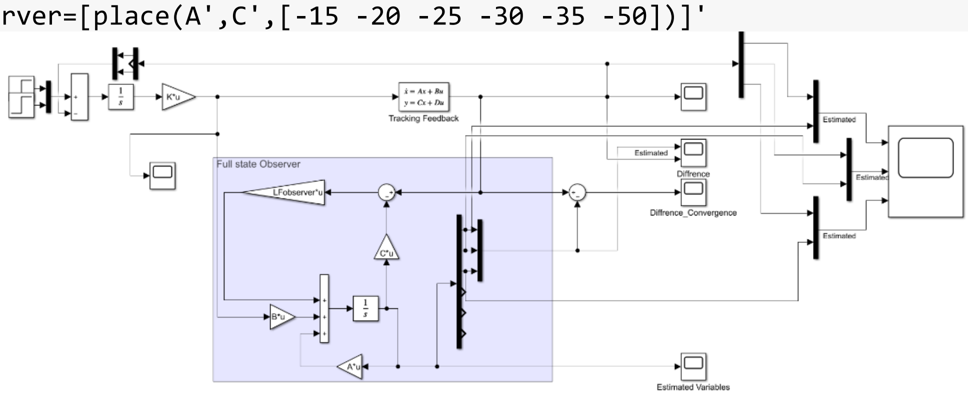
$$\det|\lambda I - (A - LC)| = \det|\lambda I - (A^T - C^T L^T)|$$

می‌توان با استفاده از دستور place قطب‌های رویت گر را در محل دلخواه جایابی کرد ولی باید توجه داشت زوج (A^T, C^T) کنترل پذیر باشد.

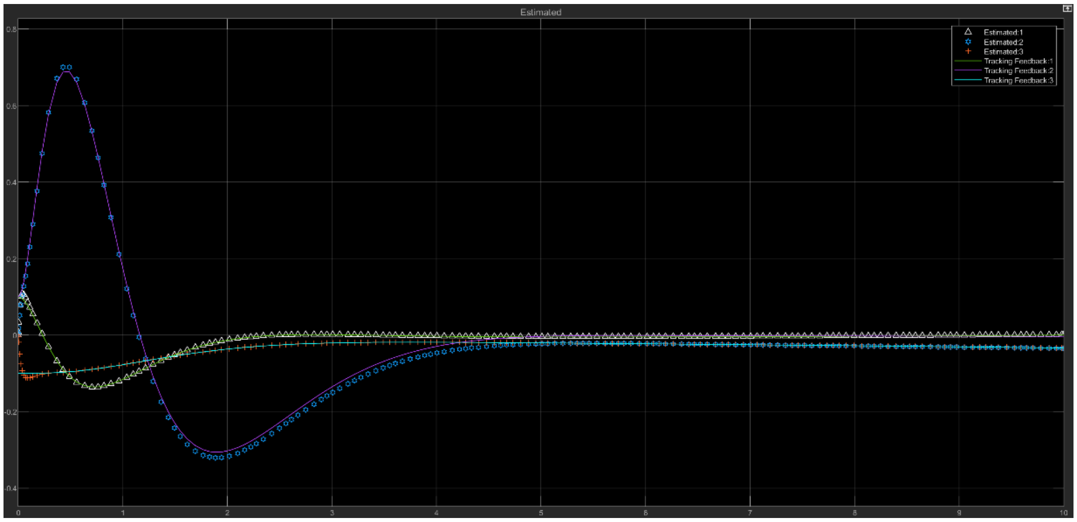
۵/۳/۳ طراحی رویت‌گر مرتبه کامل برای کنترل ردیاب انتگرال‌گیر

با استفاده از دستور place گین رویت گر مشخص می‌شود.

```
LFobserver=[place(A',C',[-15 -20 -25 -30 -35 -50])]'
```

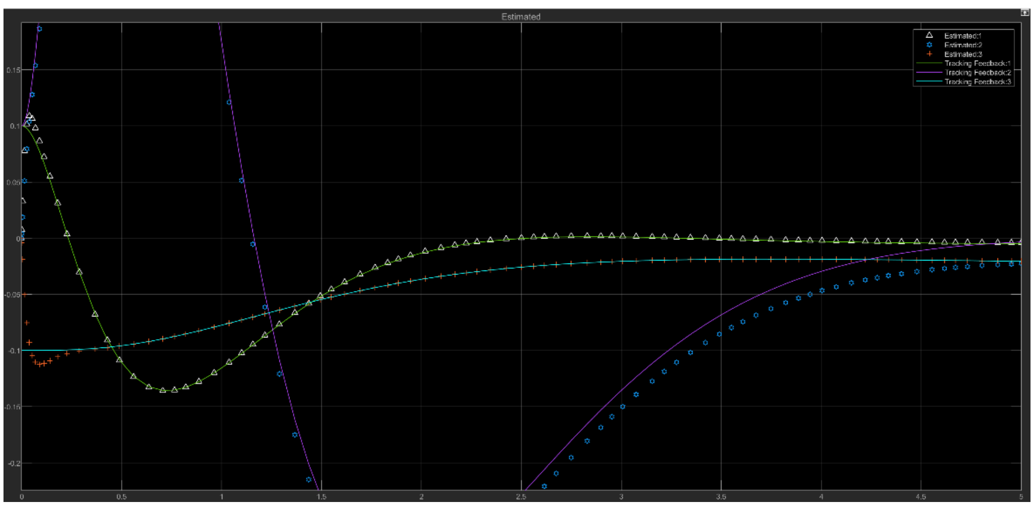


شکل ۱۷-۵ : مدل سیستم در سیمولینک

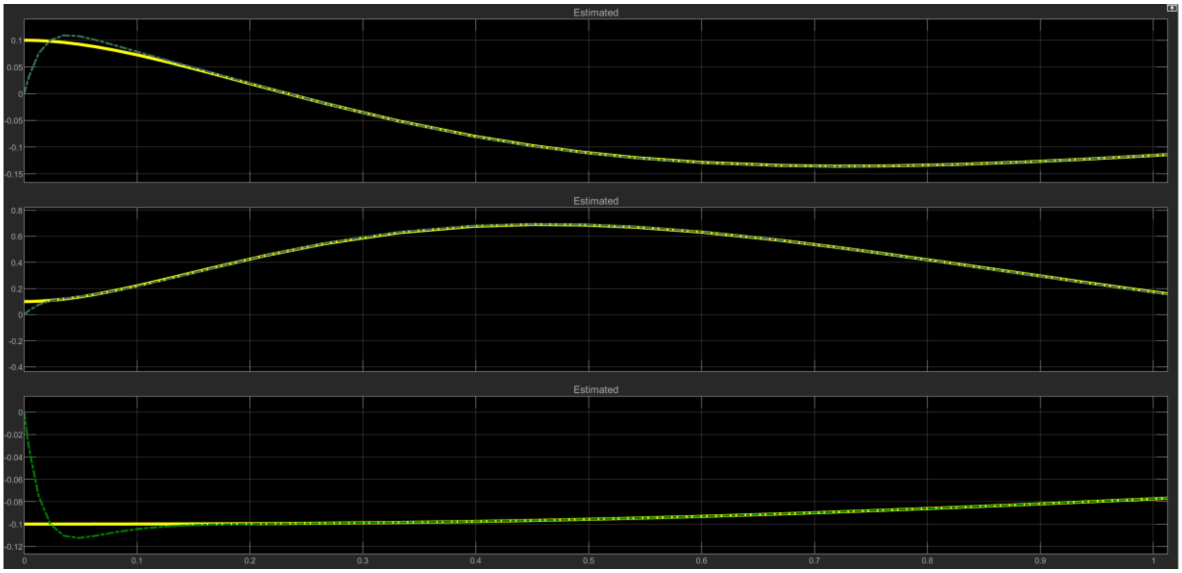


شکل ۵-۱۸ : تخمین سه خروجی سیستم ، تخمین‌ها به صورت منقطع در بازه ۰ تا ۱۰ با فرض شرط اولیه ۰.۱ برای همه‌ی زاویه‌ها

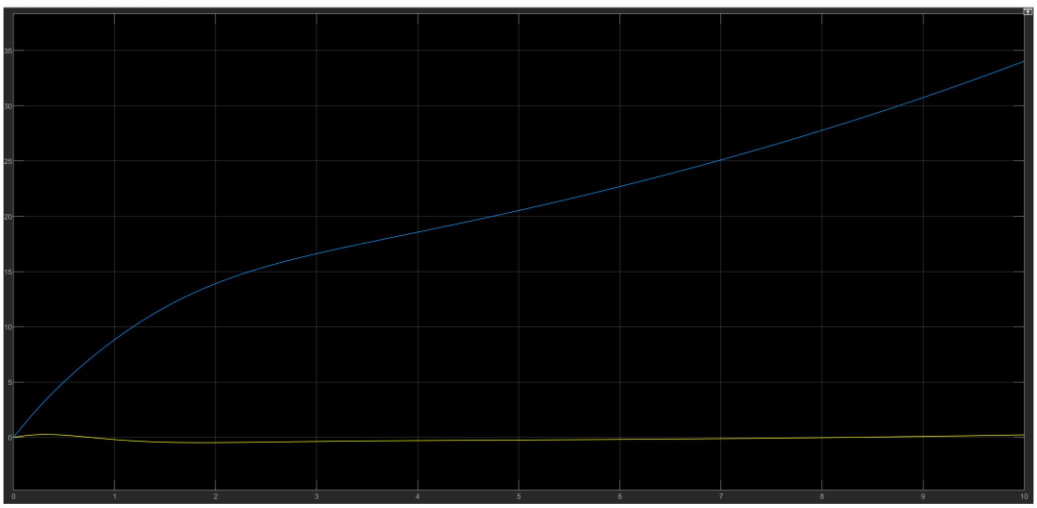
همانطور که انتظار می‌رود خط‌های منقطع که از مبدا شروع می‌شوند مقادیر تخمین زده شده می‌باشند و پس از گذشت کمتر از یک ثانیه به مقدار خروجی نزدیک می‌شود.



شکل ۵-۱۹: نمای بزرگ‌نمایی شده از مبدا نمودار تخمین زده شده مرتبه تمام در بازه زمانی ۰ تا ۲ ثانیه



شکل ۵-۲۰ : نمودارهای متغیرهای حالت به تفکیک و به ترتیب $[\varepsilon \quad \rho \quad \lambda]^T$



شکل ۵-۲۱ : نمودار ورودی‌ها

۵/۴ طراحی رویتگر کاهش یافته برای کنترل ردیاب انتگرال‌گیر

۵/۴/۱ مقدمه

در حالتی که متغیرهای سیستم غیر قابل اندازه‌گیری یا هزینه بر باشند می‌توان تعدادی از متغیرهای حالت سیستم را تخمین زد و تخمین همه متغیرهای سیستم تنها بار محاسباتی را زیاد می‌کند بنابراین با تغییراتی در شیوه محاسبه و محل گین‌ها می‌توان تنها موارد مد نظر را تخمین زد.

۵/۴/۲ روش

در این بخش از روش رویتگر های کاهش مرتبه یافته لیونبرگر استفاده شده است.

سیستم دینامیک $\begin{matrix}\dot{\boldsymbol{x}}_{n\times1}(t)=\boldsymbol{A}_{n\times n}\boldsymbol{x}_{n\times1}(t)+\boldsymbol{B}_{n\times m}\boldsymbol{u}_{m\times n}(t)\\ \boldsymbol{y}_{l\times1}(t)=\boldsymbol{C}_{l\times n}\boldsymbol{x}_{n\times1}(t)\end{matrix}$ را در نظر گرفته.

رویتگر $n-l$ را با حالت $z(t)$ را فرض کرده و ارتباط آن را با متغیرهای حالت سیستم بالا به صورت زیر تعریف شده.

$$\boldsymbol{z}_{(l-n)\times1}(t)=\boldsymbol{L}_{(l-n)\times n}\boldsymbol{x}_{n\times1}(t)\xrightarrow{\text{بنابراین}}$$

$$\dot{\boldsymbol{z}}_{(l-n)\times1}(t)=\boldsymbol{D}_{(n-l)\times(n-l)}\boldsymbol{z}_{(l-n)\times1}(t)+\boldsymbol{T}_{(n-l)\times l}\boldsymbol{y}_{l\times1}(t)+\boldsymbol{R}_{(n-l)\times m}\boldsymbol{u}_{m\times n}(t)\xrightarrow{\boldsymbol{R=LB}}$$

$$\dot{\boldsymbol{z}}_{(l-n)\times1}(t)=\boldsymbol{D}_{(n-l)\times(n-l)}\boldsymbol{z}_{(l-n)\times1}(t)+\boldsymbol{T}_{(n-l)\times l}\boldsymbol{y}_{l\times1}(t)+\boldsymbol{L}_{(l-n)\times n}\boldsymbol{B}_{n\times m}\boldsymbol{u}_{m\times n}(t)$$

ابتدا با فرض وجود ماتریس $\boldsymbol{L}_{(l-n)\times n}$ و مقادیری دلخواه برای $\begin{matrix}\boldsymbol{T}_{(n-l)\times l}\\ \boldsymbol{D}_{(n-l)\times(n-l)}\end{matrix}$ (که با هم کنترل پذیر باشند) انتخاب کرده سپس معادله لیاپانوف قابل حل می شود.

$$\boldsymbol{LA}-\boldsymbol{DL}=\boldsymbol{TC}$$

ماتریس L حتما باید رتبه کامل باشد.

باید توجه کرد که مقادیر ویژه ماتریس $\boldsymbol{D}_{(n-l)\times(n-l)}$ با ماتریس $\boldsymbol{A}_{n\times n}$ یکی نباشد در این صورت جوابی یکتا برای معادله لیاپانوف بالا وجود دارد. آنگاه

$$\begin{bmatrix}\boldsymbol{y}_{l\times1}(t)\\ \boldsymbol{z}_{(l-n)\times1}(t)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{C}_{l\times n}\\ \boldsymbol{L}_{(l-n)\times n}\end{bmatrix}^{-1}\begin{bmatrix}\boldsymbol{x}_{n\times1}\\ \boldsymbol{z}_{(l-n)\times1}\end{bmatrix}$$

و باید مطمین شده که $\begin{bmatrix}\boldsymbol{C}_{l\times n}\\ \boldsymbol{L}_{(l-n)\times n}\end{bmatrix}^{-1}$ ناتکین باشد تا واران آن وجود داشته باشد و در صورت فول رنک نبود باید دوباره معادله لیاپانوف را با فرض‌های جدید حل کرد.

$$\begin{bmatrix}\boldsymbol{C}_{l\times n}\\ \boldsymbol{L}_{(l-n)\times n}\end{bmatrix}^{-1}=[F_1\quad F_2]$$

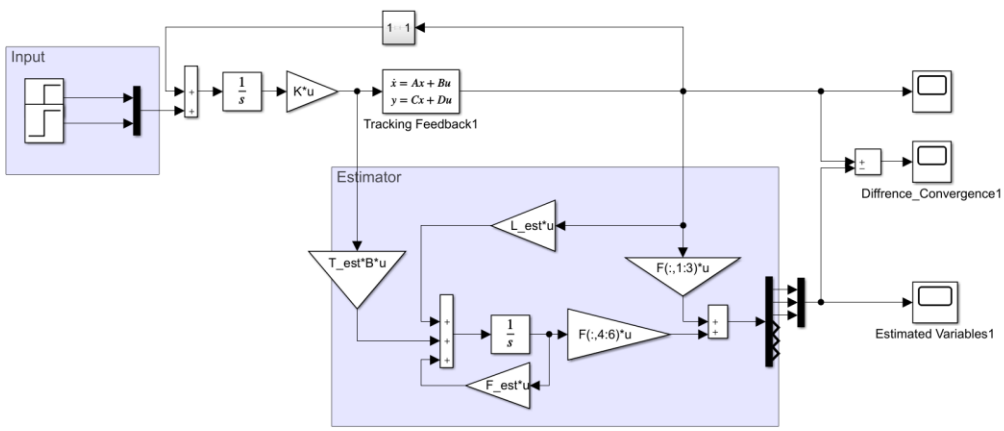
۵/۴/۳ مدل سازی

با انتخاب

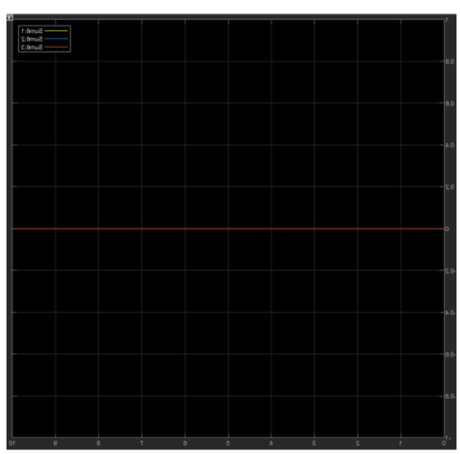
```
F_est=diag([-0.5 -1 -1.5])
L_est=[6 20 3;4 5 6;7 8 9];
    rank(ctrb(F_est,L_est))
T_est=lyap(-F_est,A,L_est*C)
    rank(T_est)
F=inv([C;T_est])
```

تمامی گین‌ها به دست می‌آیند.

با اعمال رویت گر کاهش یافته بر سیستم یک کنترل ردیاب حالت به روش انتگرالگیر

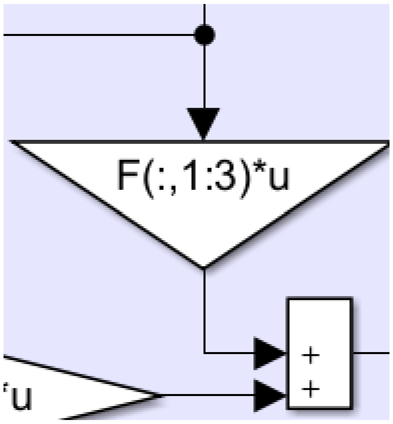


شکل ۲۲-۵ : سیستم با رویتگر کاهش یافته

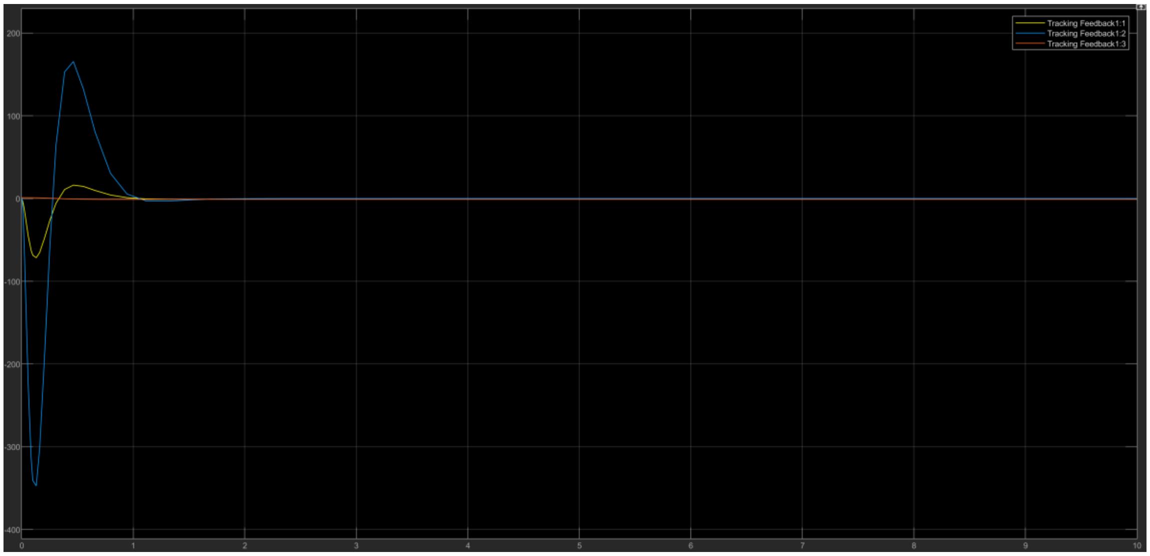


شکل ۲۳-۵ : خطای تخمین

خروجی سیستم و تخمین زننده کاهش یافته دقیقا یکی است به این علت که در خروجی سیستم تمامی حالات تخمین زده شده وجود داشته اند و به عبارت دیگر با حذف ارتباط $\boldsymbol{T}_{(n-l)\times l}\boldsymbol{y}_{l\times 1}(t)$ خروجی برای زوایا کاملا صفر می‌شود و تخمین زننده مقدار زوایا را دقیقا برای خودشان استفاده می‌کند.



شکل ۲۴-۵جمله $\boldsymbol{T}_{(n-l)\times l}\boldsymbol{y}_{l\times 1}(t)$



شکل ۲۵-۵: خروجی تخمین زننده کاهش یافته

۵/۵ فیدبک حالت با رویتگر کاهش مرتبه یافته

۵/۵/۱ مقدمه و روش کار

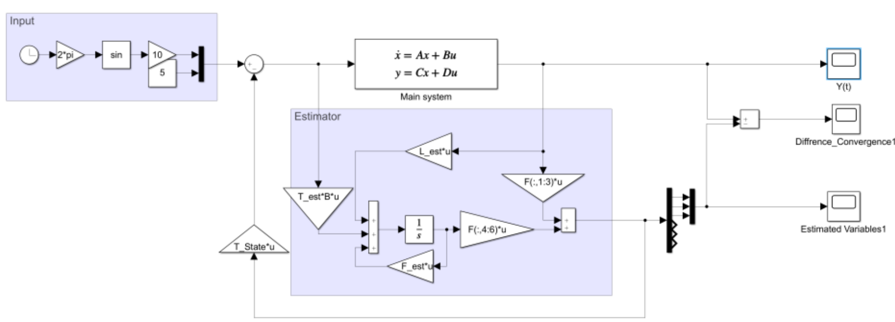
اصل جدایی پذیری در سیستم‌های خطی مستقل از زمان به ما اجازه می‌دهد تا رویت‌گر و فیدبک حالت را جداگانه طراحی کرده و سپس به هم متصل کنیم.

$$\begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{e}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{A}-\boldsymbol{BK} & \boldsymbol{BK} \\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{A}-\boldsymbol{LC} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ e(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \boldsymbol{B} \\ \boldsymbol{0} \end{bmatrix} r$$

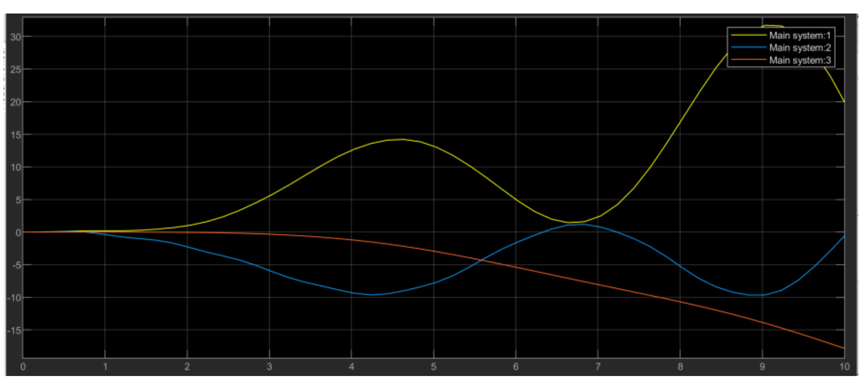
$$y(t) = \begin{bmatrix} \boldsymbol{C} & \boldsymbol{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ e(t) \end{bmatrix}$$

بنابر اصل جدای پذیری سیستم‌های LTI از رویت گر کاهش مرتبه یافته و فیدبک حالات در بخش‌های بالاتر برای ایجاد مدل این زیر فصل استفاده شده است.

۵/۵/۲ مدل سازی در سیمولینک



شکل ۵-۲۶ : فیدبک-تخمین زننده کاهش یافته



شکل ۵-۲۷ : خروجی سیستم

در این قسمت مشابه رویت گر کاهش مرتبه یافته به علت وجود متغیرهای حالت خاسته شده در خروجی سیستم رویت گر دقیقا همان‌ها را با ضریب یک به عنوان متغیر حالت معرفی می‌کند و خطای تخمین برای این بخش صفر می‌باشد.

۶ ارائه نتایج

بعضی از متغیرهای حالت اثر غیر خطی بیشتری دارند به طور مثال در مدل غیر خطی در صورت دادن حتی کوچک‌ترین میزان انحراف از حالت تعادل (به طور مثال ۰.۰۰۱ درجه) به زاویه‌ی فراز یا زاویه‌ی حرکت فیدبک حالت بسیار سریع (کمتر از ۰.۰۱ ثانیه) واگرا می‌شود و این به این معنی نیست که برای زاویه ارتفاع رفتار مناسبی دارد بلکه برای زاویه‌ی ارتفاع تنها برای انحراف‌های مثبت (خلاف جهت جاذبه) توانایی کنترل برای مدتی کوتاه دارد و واگرایی‌های حل در هر دونرم‌افزارهای آدامز و سیمولینک مشاهده می‌شود.

تغییر در تلرانس ۱۰ درصدی پارامترهای ثابت سیستم و اثرشان بر پایداری حل

جدول ۱-۶ : میزان تاثیر پارامترهای ثابت سیستم بر خروجی سیستم خطی سازی شده

	M_w	M_f	M_b	L_a	L_h	L_w	K_f
+۱۰٪	−۷۰۰٪	+۵۰٪	+۵۰٪	+۳۰٪	بدون تغییر محسوس	−۶۰۰۰٪	بدون تغییر محسوس
−۱۰٪	+۱۰٪	−۱۴۲۰٪	−۱۴۲۰٪	−۸۰۰۰٪	بدون تغییر محسوس	+۱۰٪	بدون تغییر محسوس

با توجه به جدول ۶-۱ نتیجه می‌شود L_a تاثیرگذارترین کمیت بر دینامیک سیستم است.

گین فیدبک‌های در تمامی قسمت‌ها بزرگ‌تر از $۱۰^۳$ می‌باشد و این مسیله امکان ساخت این کنترل کننده‌ها را محدود می‌کند.

برای استفاده از ترکیب فیدبک حالت و رویتگر باید قطب‌های همه‌ی آن‌ها پایدار (سمت چپ محور مختلط) و قطب‌های رویت‌گر باید بین ۳ تا ۴ برابر سریع‌تر (دورتر از محور مختلط) از فیدبک باشد.

در استفاده از کنترل ردیاب انتگرال‌گیر باید دقت نمود مقادیر ویژه ماتریس A را خیلی دو از مبدا انتخاب نکرد به این علت که مقدار فیدبک حالت از مقدار خروجی انتگرال بیشتر شده و نمی‌تواند سیستم را پایدار کند و در این گزارش مقدار مناسب قطب‌ها بین

$$\frac{[-۶.۵ \; -۵.۵ \; -۷ \; -۱۶ \; -۱۵ \; -۹ \; -۹.۵ \; -۹]}{۵} < \text{مقدار مناسب} < \frac{[-۶.۵ \; -۵.۵ \; -۷ \; -۱۶ \; -۱۵ \; -۹ \; -۹.۵ \; -۹]}{۸}$$

می‌باشد.

۷ جمع‌بندی و نتیجه‌گیری

برای مدل‌سازی غیر خطی برای دینامیک‌های ساده سیم‌اسکیپ توصیه می‌شود سرعت عمل بسیار بالایی دارد اما با افزایش تعداد اجزا سیستم تغییر و ابزارهای اصلاح مدل محدود هستند بنابراین برای دینامیک‌های پیچیده بهتر است از آدامز استفاده شود.

دقت هردو نرم‌افزار در داده دهی و خروجی مشابه یکدیگر می‌باشد ولی سرعت همگرا شدن حل آدامز حدود یک بیستم سیم‌اسکیپ می‌باشد.

در فرآیند خطی‌سازی سیستم سادگی حاصل باعث ازبین رفتن دقت می‌شود و برای کمتر ۱۰ درجه محدوده کاری موثر است و در صورت خروج متغیرهای حالت سیستم (زوایای اندازه‌گیری شده) از تولرانس ۱۰ درجه‌ای رفتار سیستم از آن لحظه به بعد یا حداقل برای مدتی در محدوده غیرقابل استفاده می‌باشد.

در استفاده از فیدبک حالت مرتبه گین‌های سیستم گاهی از مرتبه 10^{+5} برای سیستم با جایابی قطب کند تا 10^{+6} برای جایابی قطب سریع تغییر می‌کرد که درصورت اعمال آن بر سیستم غیرخطی پس از گذشت حدود ۰.۵ ثانیه حل کاملا واگرا می‌شد به این معنی که شتاب لازم برای ارضای آن گین از توان محاسباتی 10^{256} فراتر می‌رود درنتیجه توجیه قابل قبولی برای کنترل سیستمی با چینش دینامیکی هلیکوپتر مورد بحث در این گزارش با کنترل‌های خطی در باز کاری بزرگ وجود ندارد.

کنترل ردیاب انتگرال‌گیر دارای دو خاصیت مهم می‌باشد. ۱) توانایی ردیابی خروجی و ۲) توانایی نسبی در کم اثر نمودن اثر اغتشاشات که در استفاده ار کنترل‌های استاتیکی شبیه آن وجود ندارد.

در صورت استفاده از روش لیاپانوف و طراحی رویت‌گر کاهش مرتبه‌یافته اگر متغیر حالت مد نظر در خروجی سیستم وجود داشته باشد ضرایب طوری به دست می‌آیند که ضریب $y(t)$ دقیقا هدایت شود و ورودی $u(t)$ نقشی در رویت متغیر حالت نام برده نداشته باشد.

٨ مراجع

1. Chen, C.-T. (1999). "Linear System Theory and Design."

2. Popov, V. (1964). "Hyperstability and optimality of automatic systems with several control functions." Rev. Roum. Sci. Tech., Ser. Electrotech. Energ **9**(4): 629-690.

3. Rissanen, J. (1960). "Control system synthesis by analogue computer based on the generalized linear feedback concept." Int. Sem. on Analogue Computation to the study of Chemical processes, Brussels.

4. Mirko Brentari, Paolo Bosetti, Isabelle Queinnec, and Luca Zaccarian (January 22, 2018) "A complete benchmark model of Quanser's 3 DOF Helicopter Simulink c implementation " (Simscape Model)

۹ پیوست‌ها

کدهای متلب مورد استفاده

```
%xT=[e rho Landa edot rhodot Landadot]
%_____________________Constant__________________________
    %
g=9.81; Kf=0.1188 %[Newton/Volt];
    %_________________Meter_____________________________
La=0.66;   Lh=0.178;   Lw=0.47;
    %_________________KG________________________________
Mw=1.78;   Mf=0.713;   Mb=0.713;   Mh=1.15;
%_______________________________________________________
CA1=-((Lw*Mw-La*(Mf+Mb))/(Mw*Lw*Lw+Lh*Lh*(Mf+Mb)+La*La*(Mf+Mb)));
CB1=(La*Kf)/(La^2*(Mf+Mb)+Mw*Lw^2);
CB2=0.5*(Kf/(Mf*Lh));
A=[0 0 0 1 0 0;0 0 0 0 1 0;0 0 0 0 0 1;0 0 0 0 0 0;0 0 0 0 0 0;0 CA1 0 0 0 0];
B=[0 0;0 0;0 0;CB1 CB1;CB2 -CB2;0 0];
C=[1 0 0 0 0 0;0 1 0 0 0 0;0 0 1 0 0 0];
D=[0 0;0 0;0 0];


sys=ss(A,B,C,D);
syms s t


Transfer_Matrix=(C*inv(s*eye(6)-A)*B);
Transfer_Matrix=ilaplace(C*inv(s*eye(6)-A)*B);
BIBOstability(t)=int(abs(Transfer_Matrix),t);
eig(A);
[a,v]=jordan(A);
%___________________Controbility and observibility___________________
Controlibility=ctrb(A,B);
      rank(Controlibility);
Observibility=obsv(A,C);
      rank(Observibility);
%%_________________state feed back in simulink_________________________
Poles_slow=[-4 -5 -6 -7 -8 -9];
Poles_Fast=[-12 -13 -14 -15 -16 -17];
K_Slow=place(A,B,Poles_slow);
K_Fast=place(A,B,Poles_Fast);
%%__________________State feed back tracking___________________________
[n,n]=size(A);
AA=[A zeros(6,2);-1 0 0 0 0 0 0 0;0 0 -1 0 0 0 0 0];
BB=[B ; zeros(2,2)];
      rank(ctrb(AA,BB));
CC=[C zeros(3,2)];
P_tarcking=[-1.5 -10 -4 -16 -15 -25 -0.15 -0.16];
K_tracking=place(AA,BB,P_tarcking);
K_trackink_1=K_tracking(1:2,1:6);K_trackink_2=K_tracking(1:2,7:8);
```

```
%%__________________Full order estimator___________________________
LFobserver=[place(A',C',[-13 -14 -15 -16 -17 -18])]'
%%__________________Reduced order estimator________________________
Dorginal=[0 0;0 0;0 0];
T=[6 20 3;4 5 6;7 8 9];
Di=diag([-15 -16 -17]);
L=lyap(-Di,A,T*C);
F=inv([C;L]);
```