

선형회귀

오류 계산 그래프에서의 역전파

제주대학교

변영철

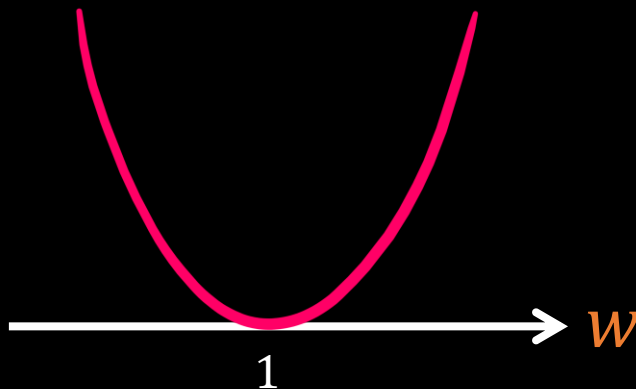
<http://github.com/yungbyun/ml>

차례

- 요즘 인공지능 이야기
- 생활 속 인공지능
- 인공지능과 4차산업혁명
- 인공지능 어떻게?
- 뉴런과 학습, 그리고 신경망
- 선형회귀와 논리회귀
- 딥러닝
- CNN과 RNN 이해하기

차례

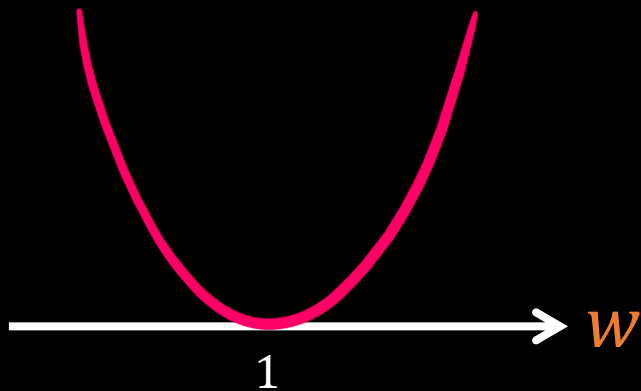
- 요즘 인공지능 이야기
- 생활 속 인공지능과 머신러닝
- 4차산업혁명과 AI 변곡점
- 인공지능 어떻게?
- 뉴런과 학습
- 선형회귀와 논리회귀
- 딥러닝
- CNN과 RNN 이해하기



w 축 어떤 지점에서의 기울기 (크다, 작다)

w 변화가 E 에 미치는 영향 (크다, 작다)

기울기를 (보다 정확히) 구하려면?



$$\lim_{\Delta w \rightarrow 0} \frac{\Delta E}{\Delta w}$$

$$= \frac{\partial E}{\partial w}$$

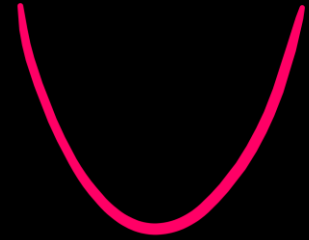
학습 방법(w 업데이트)



- 시냅스 연결강도 값(w)을 난수 초기화 (ex, 4)
- w 값 지점(4)에서 오류 그래프의 기울기(경사) 구함.
- 기울기로 w 를 뺌(경사하강) $w = w - \alpha * \text{기울기}$

반영 비율 (learning rate)

TensorFlow



- 텐서(Tensor) : ‘잡아당기다’라는 라틴어 ‘tensus’
- 무언가를 잡아당기면 그 주위에 복잡한 변형이 일어나는데, 이를 기술하는 수학적 언어가 텐서
- 오류 E 가 줄어들도록 아래로 잡아당기면 그에 따라 여러 w 값들이 업데이트 (파라미터 튜닝), w 가 많을 경우 모든 값에 대해 복잡한 변형이 일어남을 의미
- 텐서는 텐서플로우 내부에서 만들어지는 값(난수), w 와 같이 텐서 값을 담는 데이터(변수, 벡터, 행렬 형태 등)도 텐서라고 함. 텐서와 연산자로 정의되는 수식도 텐서 $E = (w \cdot 1 - 1)^2$
- TensorFlow는 텐서(Tensor, 데이터)의 흐름(Flow)이며, 오류 계산 그래프의 텐서 흐름을 통해 w 파라미터를 튜닝해주는 머신러닝 (응용개발) 프레임워크

텐서플로우를 이용한 문제

1시간 일하면 1만원 줄게.

일한 시간만큼 시급을 알아 맞추는 뉴런을
코딩하시오.

올바르게 대답하도록 뉴런의 시냅스 연결강도(w)를
업데이트하는 코드를 작성하시오.

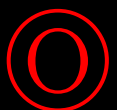
01.py

Finding w in
linear regression



- 구글이 제공하는 “주피터 노트북”
- 구글 클라우드를 이용한 머신러닝 응용 개발
- 텐서플로우, 파이썬 등 따로 설치할 필요 없음
- Google Colab 페이지 방문 및 가입

<http://colab.research.google.com/>



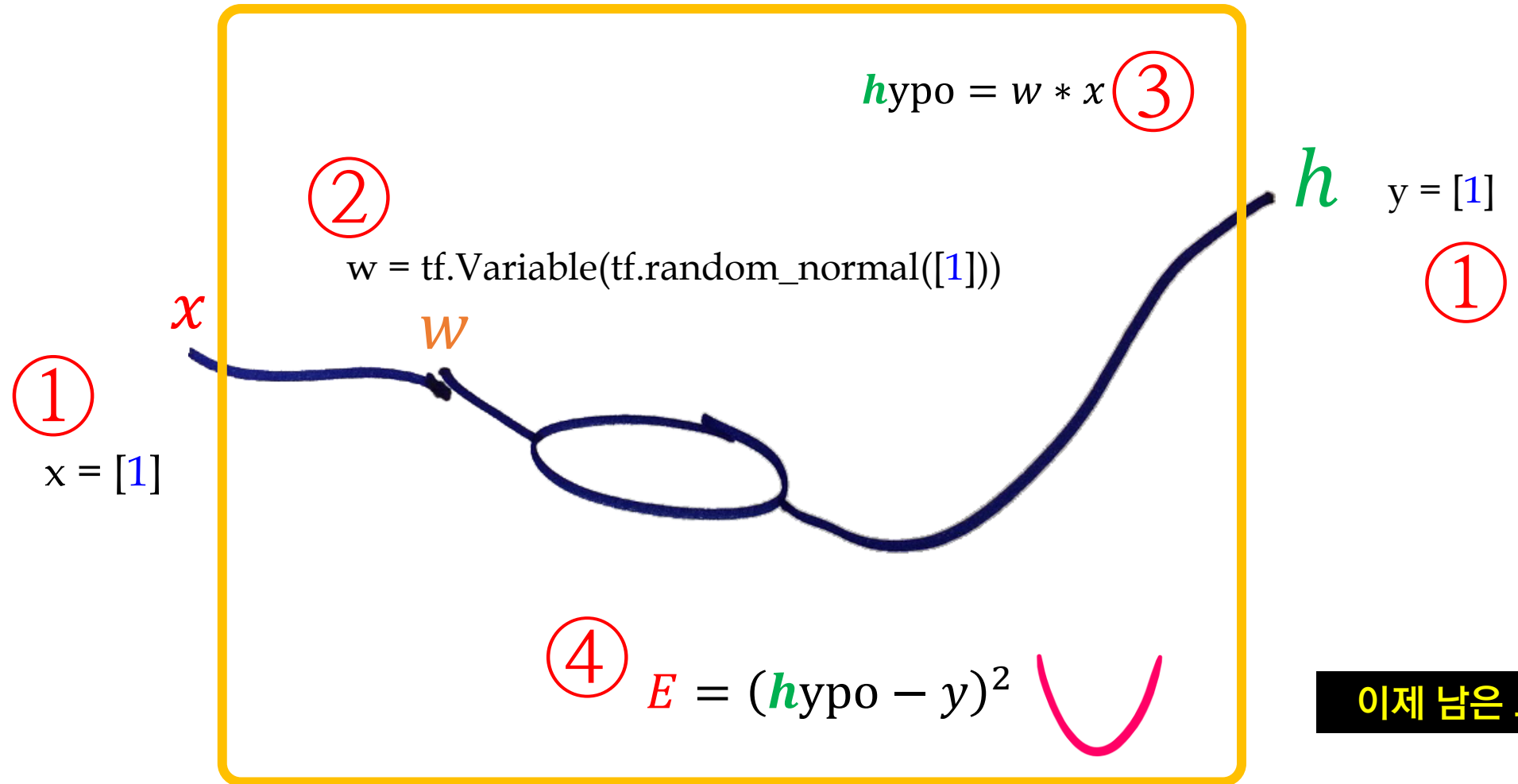
텐서플로우 버전을 확인하는 코드

```
import tensorflow as tf  
tf.__version__
```

항상 작성해야 하는 기본 코드

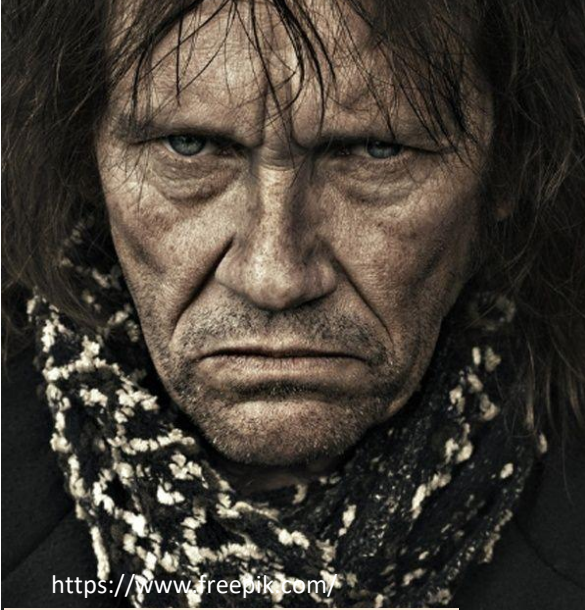
```
import tensorflow.compat.v1 as tf  
tf.disable_v2_behavior ()
```

TF를 이용한 선형 회귀 학습



이제 남은 코드는?

train 객체
경사하강 해주는!



sess 객체
train을 잘 다뤄서 일시키는



```
train = tf.train.GradientDescentOptimizer(learning_rate=0.1).minimize(E)
```

```
sess = tf.Session()
```

```
sess.run(tf.global_variables_initializer()) #w값 초기화
```

⑤

```
err_list = []
```

```
for i in range(101):
```

```
    w_val = sess.run(w)
```

```
    err = sess.run(E)
```

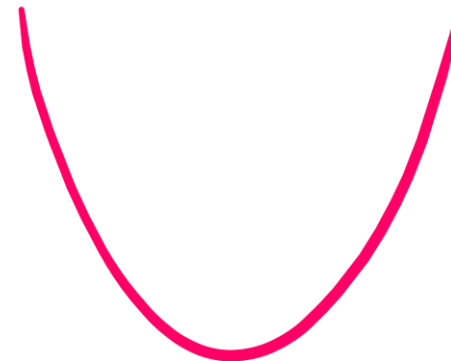
```
    print(i, 'w:', w_val, 'cost:', err)
```

```
    list.append(err)
```

```
    sess.run(train) #train은 기울기를 구하고  $w = w - \text{기울기}$  (한번  $w$  갱신)
```

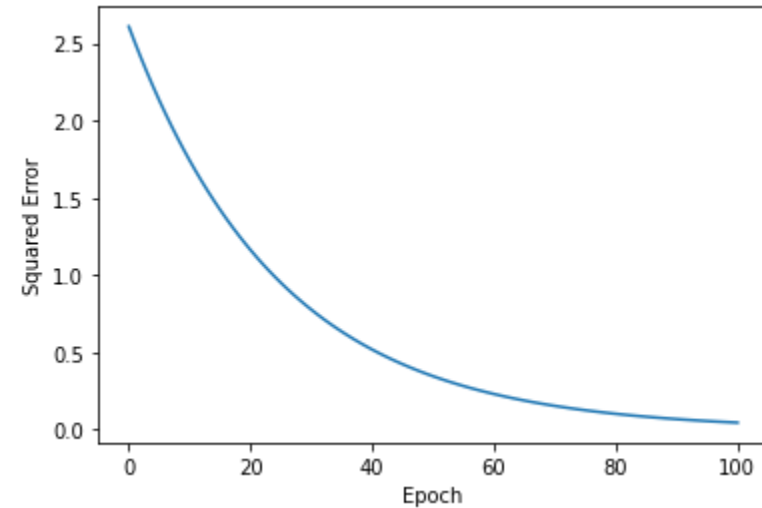
⑥

학습이 끝났다. 남은 것은?



⑦ `# ---- test(prediction)`
`print(sess.run(w * [3, 4, 6, 9]))`

`# show an error graph`
`import matplotlib.pyplot as plt`
`plt.plot(err_list)`
`plt.xlabel('Epoch')`
`plt.ylabel('Square Error')`
`plt.show();`



```
import tensorflow as tf
```

```
#----- 학습 데이터 설정
```

```
x = [1]
```

```
y = [1]
```

- import : 구글의 딥러닝 라이브러리 모듈 tensorflow를 불러오고, 필요할 경우 초기화도 수행함. 어떤 이름으로 사용될지 지정함(as tf).
- x: 입력 데이터를 보관하는 리스트
- y: 정답을 보관하는 리스트

```
xxx = [1, 'hello', 2, 'world']  
print (xxx)  
xxx[1] = 'hi'  
xxx.append('Jeju')  
print (xxx)
```

#----- 신경세포 만들기

$w = \text{tf.Variable}(\text{tf.random_normal}([1]))$

$h = w * x$

- random_normal: 난수 텐서를 생성하여 반환하는 함수
- Variable: 텐서를 담는 그릇(변수) w 을 만듦. 난수 텐서를 담는 그릇 w 도 텐서하고 함.
- h : 입력 데이터(x)와 w 텐서를 곱한 것. 이것도 텐서라고 부름.

#----- 학습 시키기

$$E = (h - y) ** 2$$

```
train = tf.train.GradientDescentOptimizer  
(learning_rate=0.1).minimize(E)
```



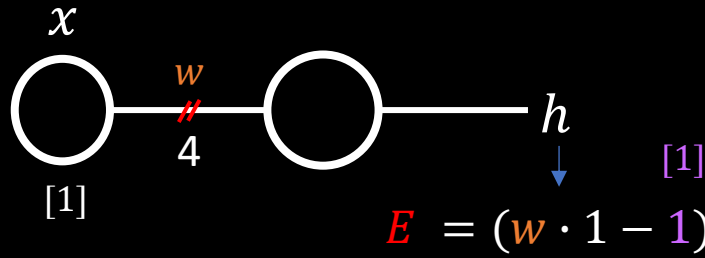
- **E** : 경사하강할 오류/에러/차이/스트레스/고통/로스(loss) 함수. 텐서 **h**가 있으므로 **E**도 텐서
- GradientDescentOptimizer : 경사 하강 알고리즘을 추상화한 클래스
- train 객체: 오류 그래프 **E**에서 경사 하강하도록 **w** 업데이트 (학습)
- **E** 는 계산 그래프(computational graph)로 구성됨.


```
sess = tf.Session()
sess.run(tf.global_variables_initializer())
for i in range(101):
    print(sess.run( $w$ ), sess.run( $E$ ))
    sess.run(train)
```



- Session: run 함수로 텐서를 평가(eval)하여 값을 구하기도 하고, train 객체에게 경사 하강 하도록 시키기도 하는 객체
- sess.run(tf.global_variables_initializer()) : global_variables_initializer 함수가 반환하는 변수 초기화 오퍼레이션으로 변수들을 초기화
- for 루프: i 를 0에서 100까지 (101번) 바꾸면서 반복문을 수행
- sess.run(train): sess가 train에게 한번 경사 하강하도록 일을 시킴.
 $w = w - \alpha \cdot \text{기울기}$
- 101번 경사 하강이 끝나면 조정된 w 가 최종 학습결과

시냅스 초기값 난수 4, 학습상수 0.1일 때



#----- training data

x_data = [1]

y_data = [1]

#----- a neuron

w = tf.Variable(tf.random_normal([1]))

h = w * x_data

$E = (h - y) ** 2$

for 루프
101번

$w = 4$	$(4 - 1)^2$	기울기 = 6	$w = 4 - 0.1 \cdot 6$	→ 3.4
$w = 3.4$	$(3.4 - 1)^2$	기울기 = 4.8	$w = 3.4 - 0.1 \cdot 4.8$	→ 2.92
$w = 2.92$	$(2.92 - 1)^2$	기울기 = 3.84	$w = 2.92 - 0.1 \cdot 3.84$	→ 2.53
$w = 2.53$	$(2.53 - 1)^2$	기울기 = 3.06	$w = 2.53 - 0.1 \cdot 3.06$	→ 2.22

#----- 학습 후 테스트하기

$x = [2]$

`print(sess.run($x * w$))`

- 학습이 끝났을 때 결과는 무엇? 바로 여러 번 반복해서 업데이트된 w
- 뉴런의 출력은? 학습된 w 값 \times 입력(x)

#----- 학습 후 테스트하기

```
x = [2]  
print(sess.run(h))
```

```
x = [1]
```

```
y = [1]
```

```
w = tf.Variable(tf.random_normal([1]))
```

```
h = w * x
```

```
E = (h - y) ** 2
```

- 텐서 $h = w \cdot x$ 는 계산 그래프로 메모리에 만들어짐.
- 이때 변수 x 와 메모리에 만들어진 h 계산 그래프의 x 는 서로 다름.
- 따라서 변수 x 에 새로운 값 2를 넣어도 h 계산 그래프의 x 는 여전히 이전에 설정한 값 1을 가짐.
- 따라서 변수 x 가 아닌 h 계산 그래프의 x 에 우리가 원하는 값을 넣어야 h 가 제대로 계산됨.
- 이를 위한 것이 Placeholder (자리 표시기)

02.py
Placeholder
자리표시기

x, y 는 무엇?

x → x_data

y → y_data

h → $hypo$

E → $cost$

```
x_data = [1]
y_data = [1]
```

```
X = tf.placeholder(tf.float32)
Y = tf.placeholder(tf.float32)
```

```
#----- a neuron
```

```
w = tf.Variable(tf.random_normal([1]))
hypo = w * X
```

```
#----- learning
```

```
cost = (hypo - Y) ** 2
```

```
train = tf.train.GradientDescentOptimizer(learning_rate=0.01).minimize(cost)
```

```
sess = tf.Session()
```

```
sess.run(tf.global_variables_initializer())
```

```
cost_list = []
```

```
print(sess.run(w), sess.run(cost, feed_dict={X:x_data, Y:y_data}))
```

```
for i in range(1001):
```

```
    if i % 100 == 0:
```

```
        cost_val = sess.run(cost, feed_dict={X:x_data, Y:y_data})
```

```
        print(sess.run(w), cost_val)
```

```
        cost_list.append(cost_val)
```

```
    sess.run(train, feed_dict={X:x_data, Y:y_data})
```

```
#----- testing(prediction)
```

```
print(sess.run(hypo, feed_dict={X:[3, 5, 7, 8, 10]}))
```

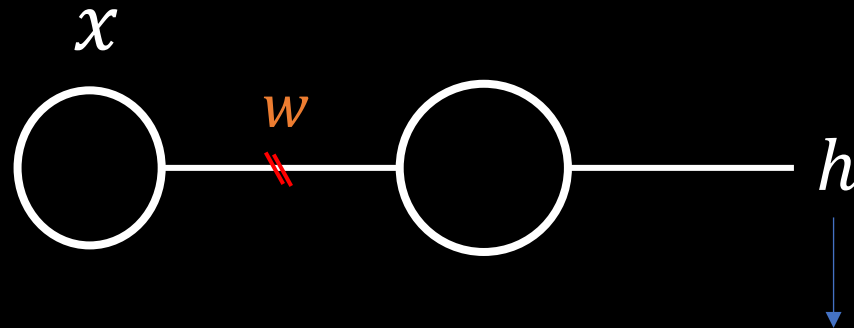
03.py

Drawing
cost function

오류 함수 생각하기

$$E = (wx - y)^2$$

- 어느 부분이 뉴런인가?
- 시냅스는?
- 입력 데이터는?
- 뉴런의 출력(대답)
- 가설(hypothesis)은?
- 정답(ground truth)은?
- 오류 함수 E 의 의미는?
- 뉴런 입력이 여러 개일 경우
- 데이터로 주어지는 것은(csv 파일)?
- 우리가 튜닝해야 하는 것은?



$$E = |h - y|$$

$$E = (h - y)^2$$

$$E = (w \cdot x - y)^2$$

$$E = (w \cdot 1 - 1)^2$$

Mean Square Error
 평균 제곱 오류 함수

$$E = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (wx_i - y_i)^2$$

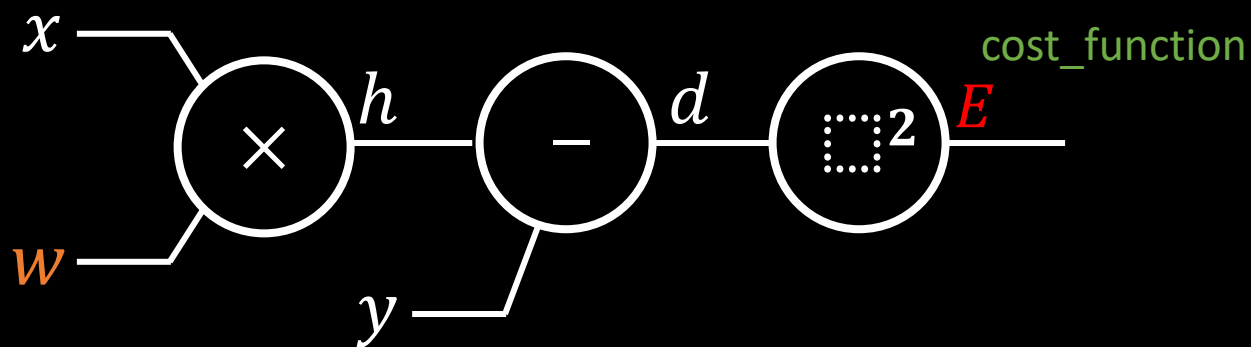
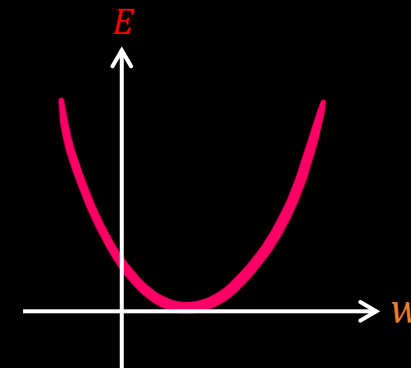
오류와 오류 계산그래프

(computational graph)

$$E = (wx - y)^2$$

hypo = $w * x$

cost_function(E) = (hypo - y) ** 2)

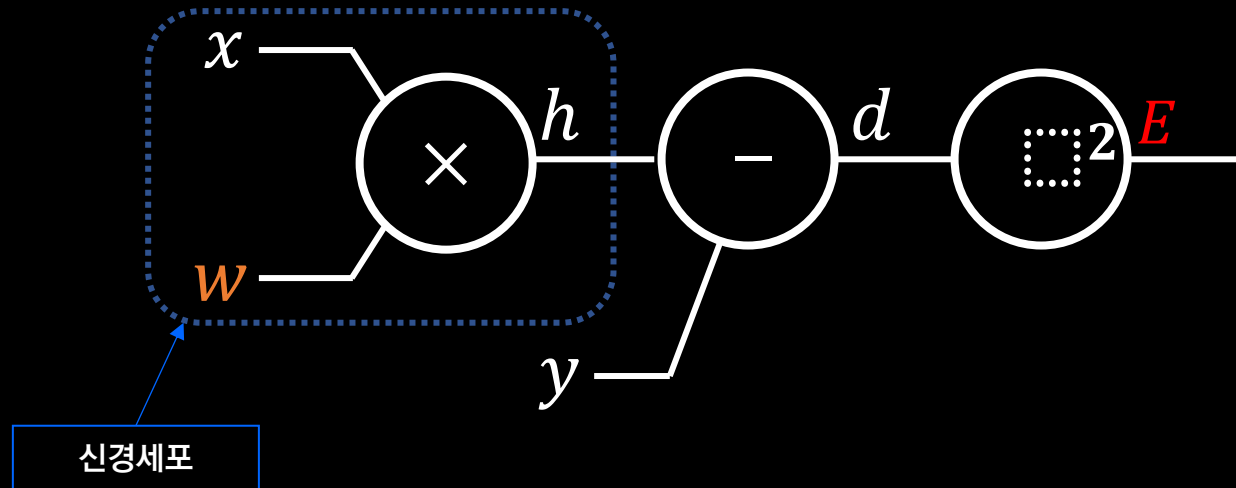
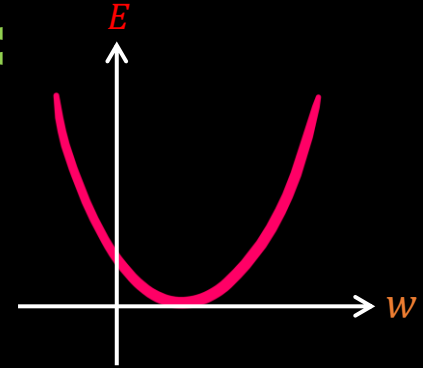


텐서란 무엇이고, 텐서 플로우란 무엇인가?

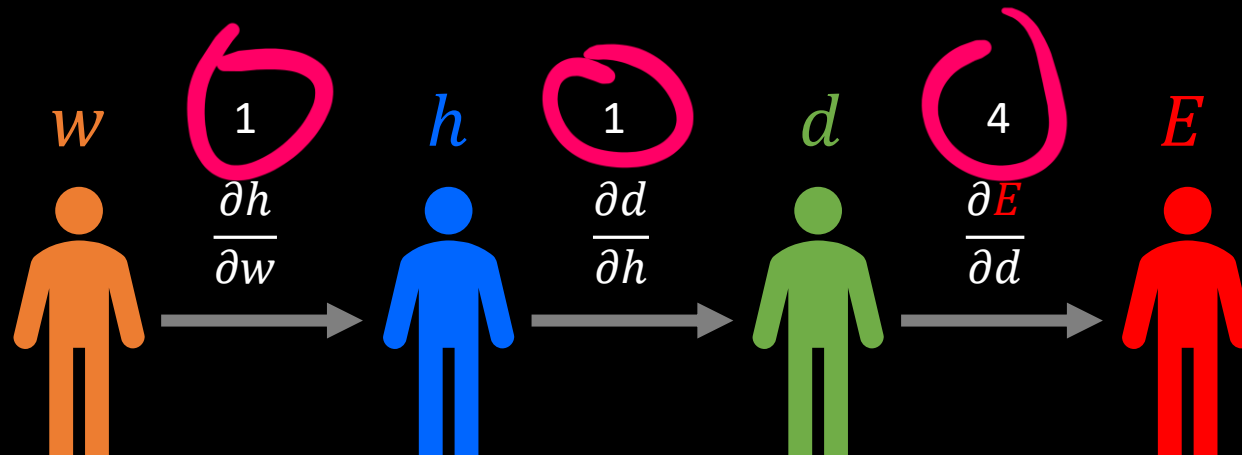
텐서플로우 (응용개발) 프레임워크가 파라미터 w 튜닝

오류 계산 그래프와 미치는 영향

w 의 변화가 E 에 미치는 영향(기울기)을 구한 후
경사하강하도록 w 를 조절



사람 사이의 미치는 영향력



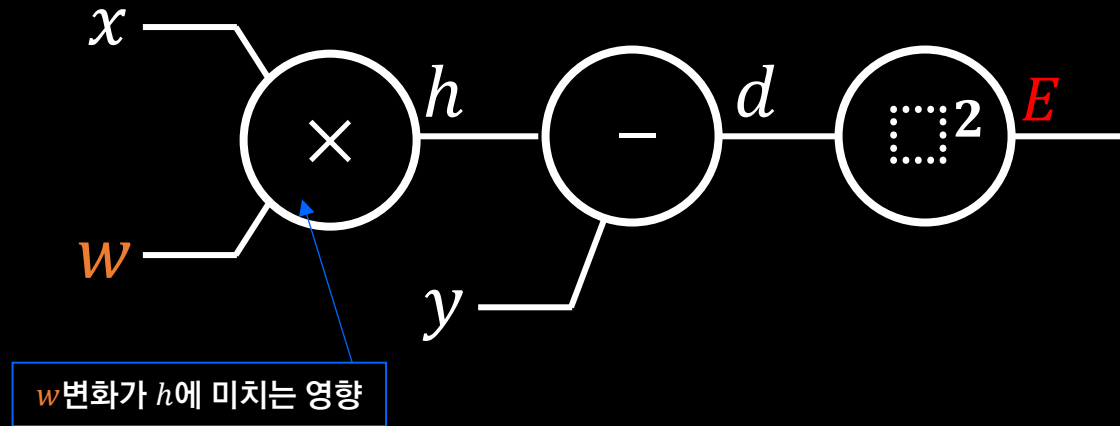
$$\frac{\partial E}{\partial w}$$

$$\frac{\partial E}{\partial w} = \frac{\partial h}{\partial w} \cdot \frac{\partial d}{\partial h} \cdot \frac{\partial E}{\partial d} = 1 \cdot 1 \cdot 4 = 4$$

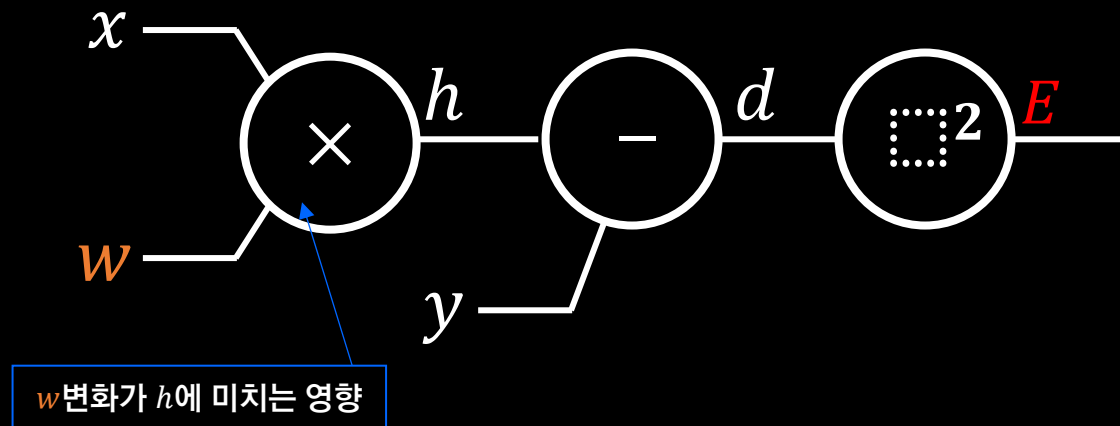
체인 룰 (chain rule)

오류 계산 그래프와 미치는 영향

w 의 변화가 h 에 미치는 영향(수식으로 표현하면?)을 구해보자.

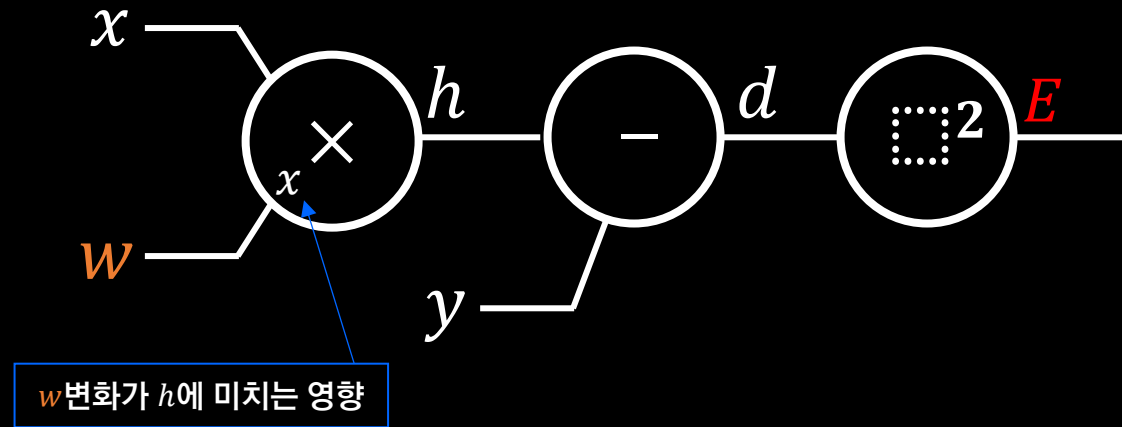


오류 계산 그래프와 미치는 영향



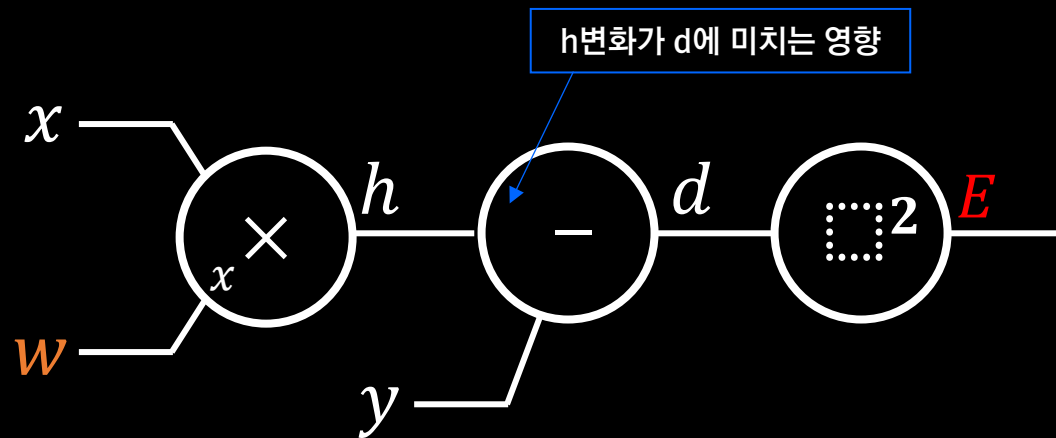
$$\begin{array}{ll} w:1 \rightarrow h:1x & \frac{\Delta h}{\Delta w} = \frac{x}{1} \\ w:2 \rightarrow h:2x & \end{array}$$

오류 계산 그래프와 미치는 영향



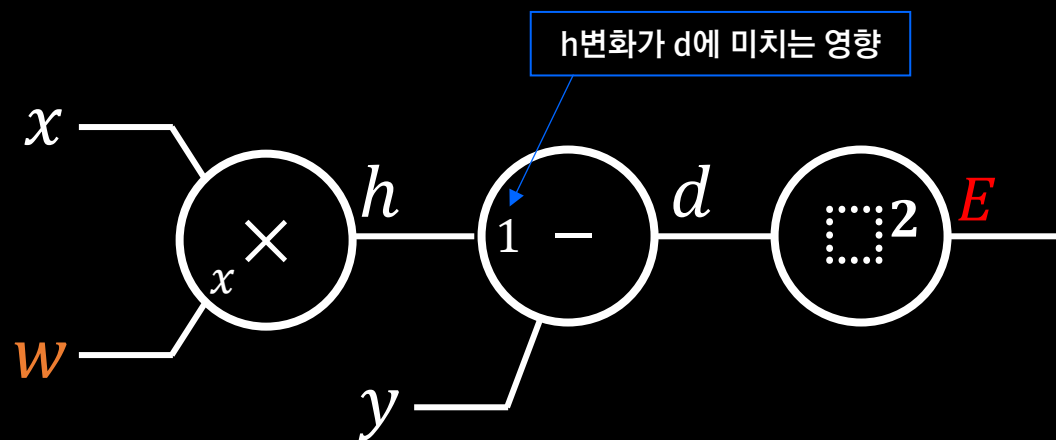
“× 게이트에서의 지역적(local) 미치는 영향”

오류 계산 그래프와 미치는 영향

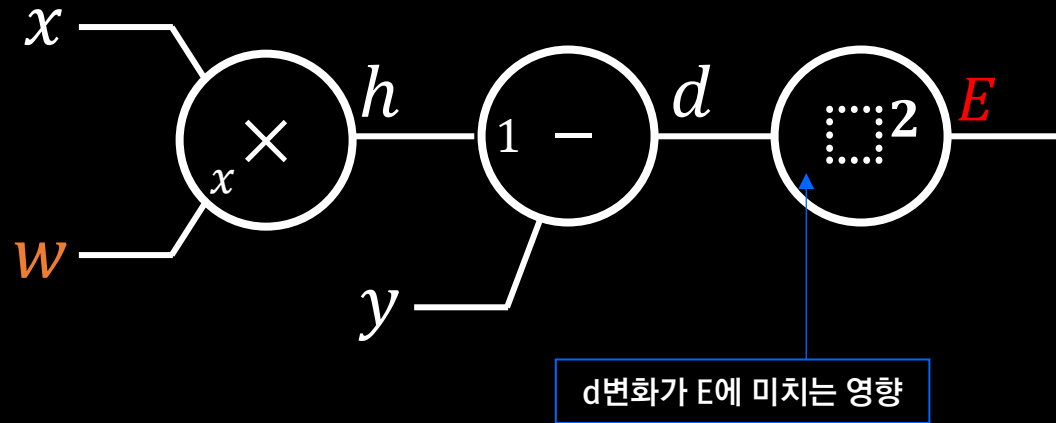


“- 게이트에서의 지역적(local) 미치는 영향”

오류 계산 그래프와 미치는 영향

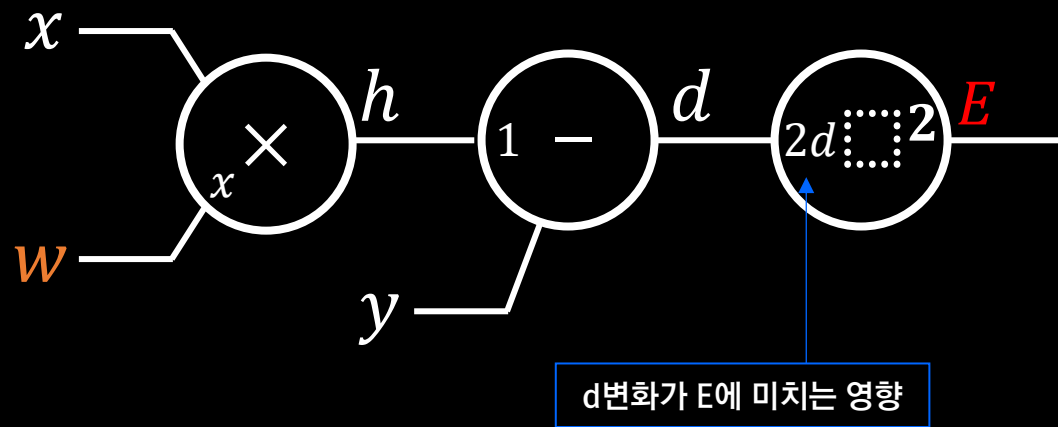


오류 계산 그래프와 미치는 영향



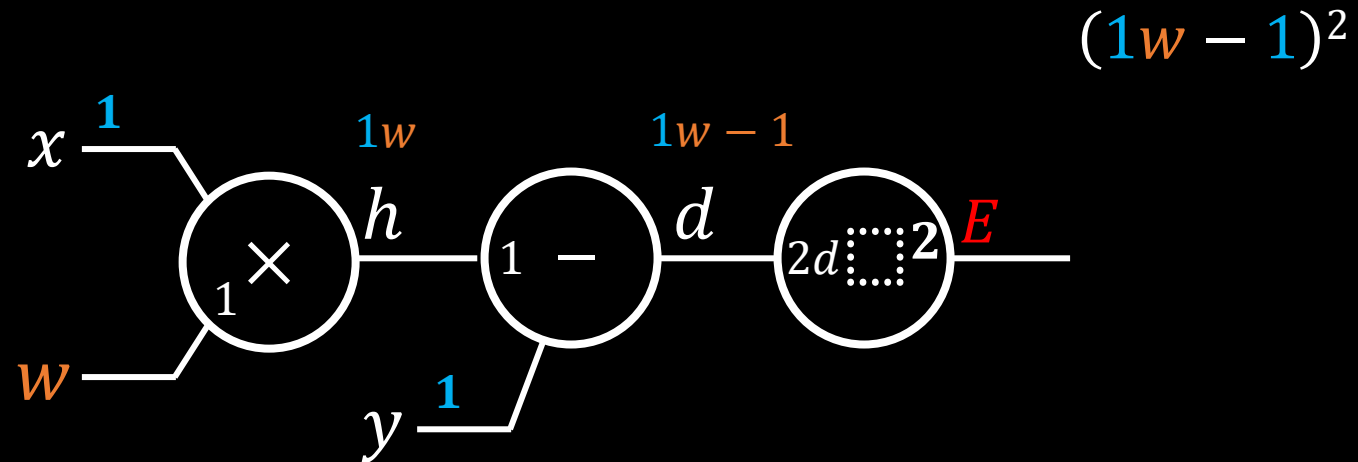
“ 2 게이트에서의 지역적(local) 미치는 영향 ”

오류 계산 그래프와 미치는 영향

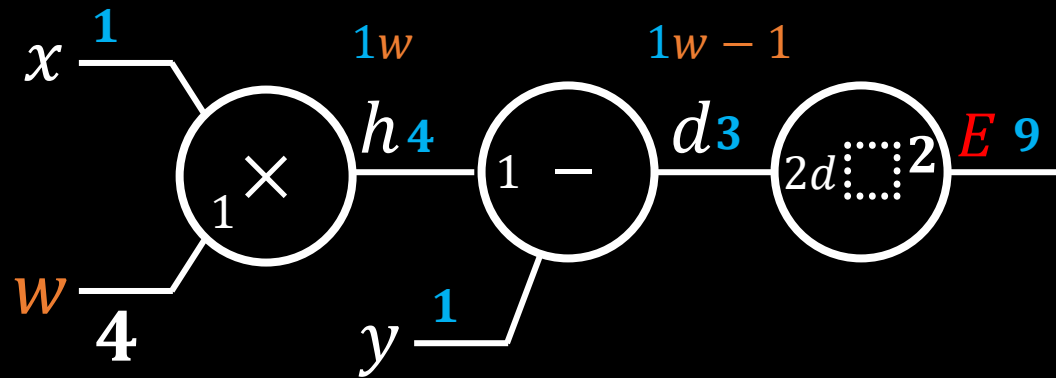


오류 계산 그래프와 미치는 영향

데이터 $(x, y) = (1, 1)$ 이면,

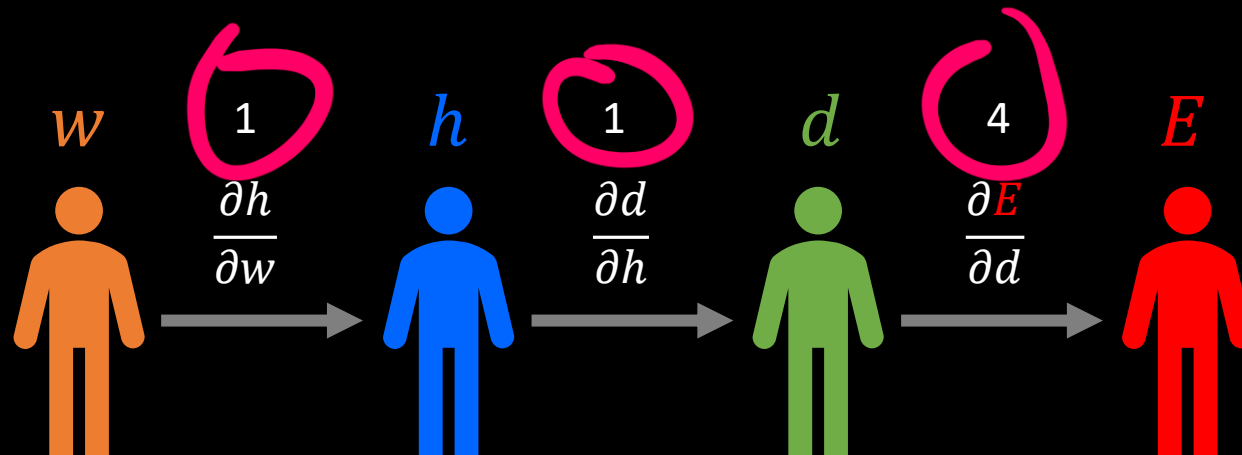


텐서플로 (TensorFlow)!



$w = 4$ 지점에서
 w 변화가 E 에 미치는 영향은?

사람 사이의 영향력



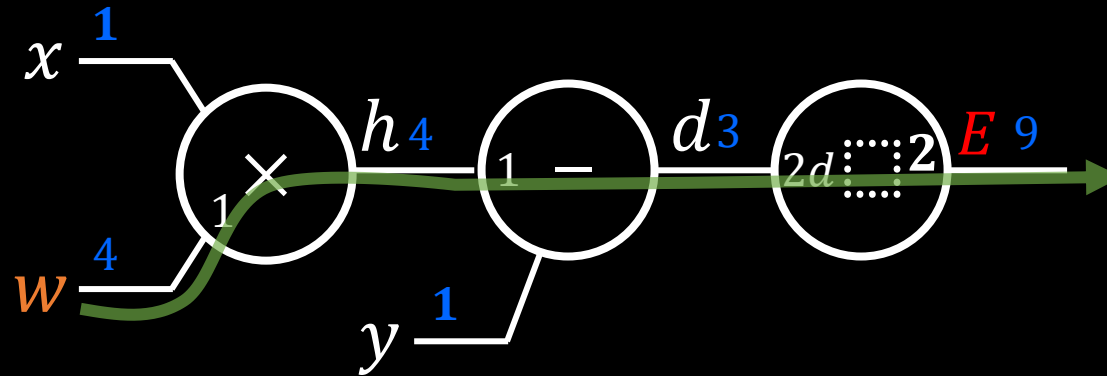
$$\frac{\partial E}{\partial w} = \frac{\partial h}{\partial w} \cdot \frac{\partial d}{\partial h} \cdot \frac{\partial E}{\partial d} = 1 \cdot 1 \cdot 4 = 4$$

체인 룰(chain rule)

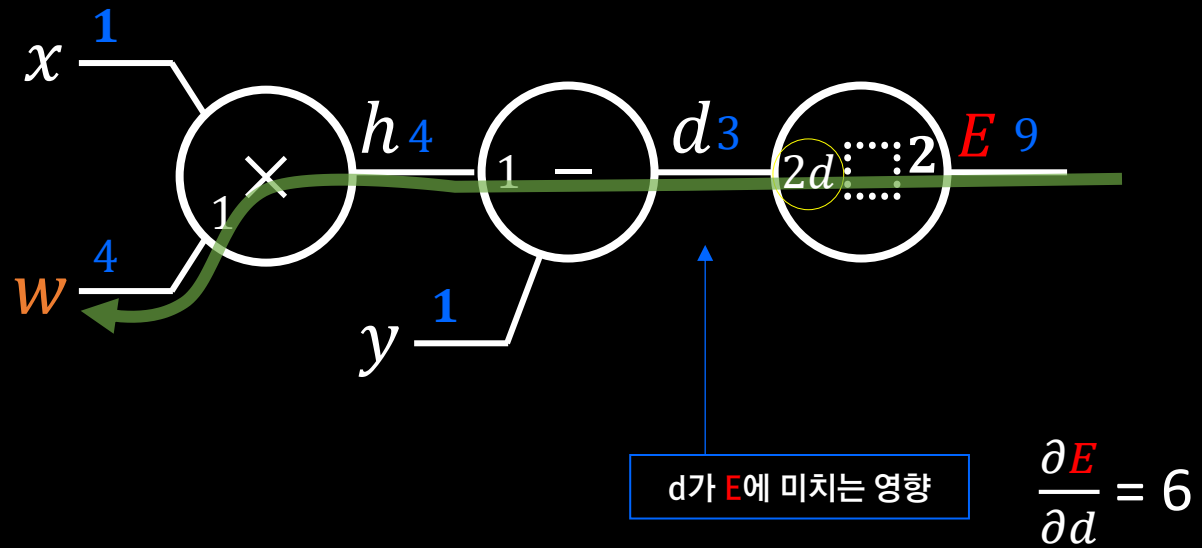
$$\frac{\partial E}{\partial w}$$

앞으로 전파(forward propagation)

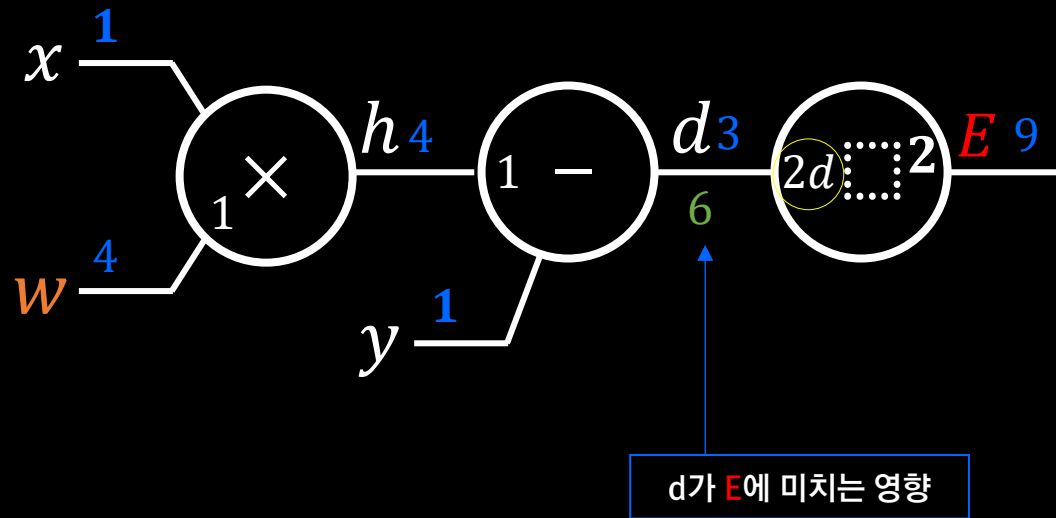
$(x, y) = (1, 1)$ 이고 w 는 4일 경우 **에러** 값은?



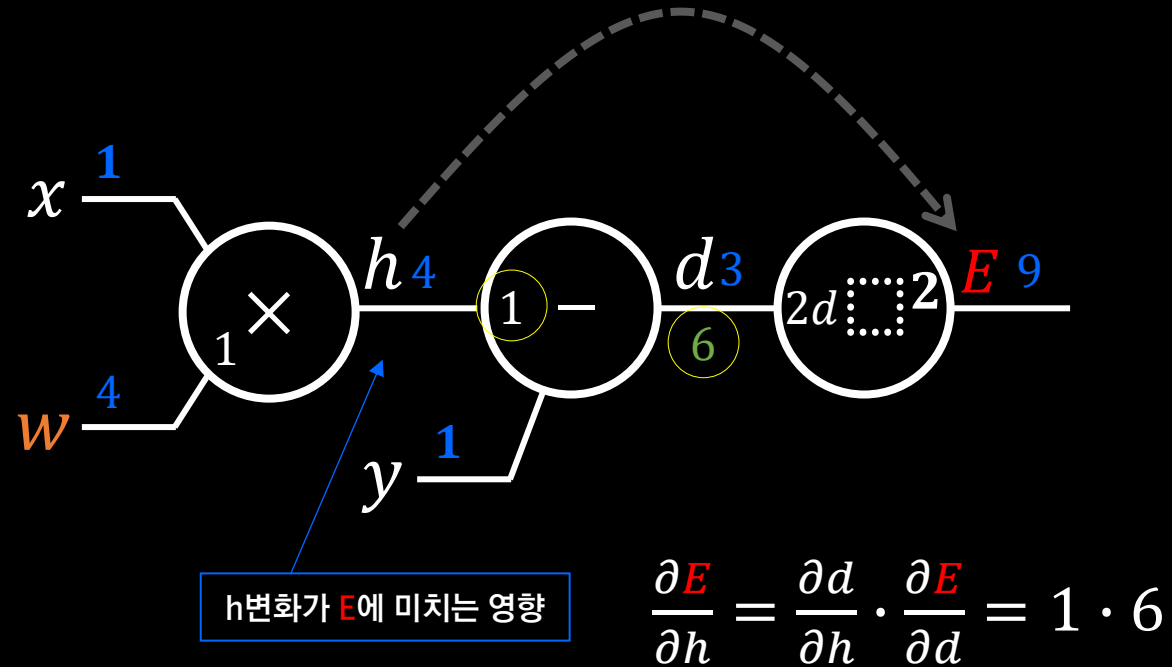
역전파(back-propagation)와 체인룰



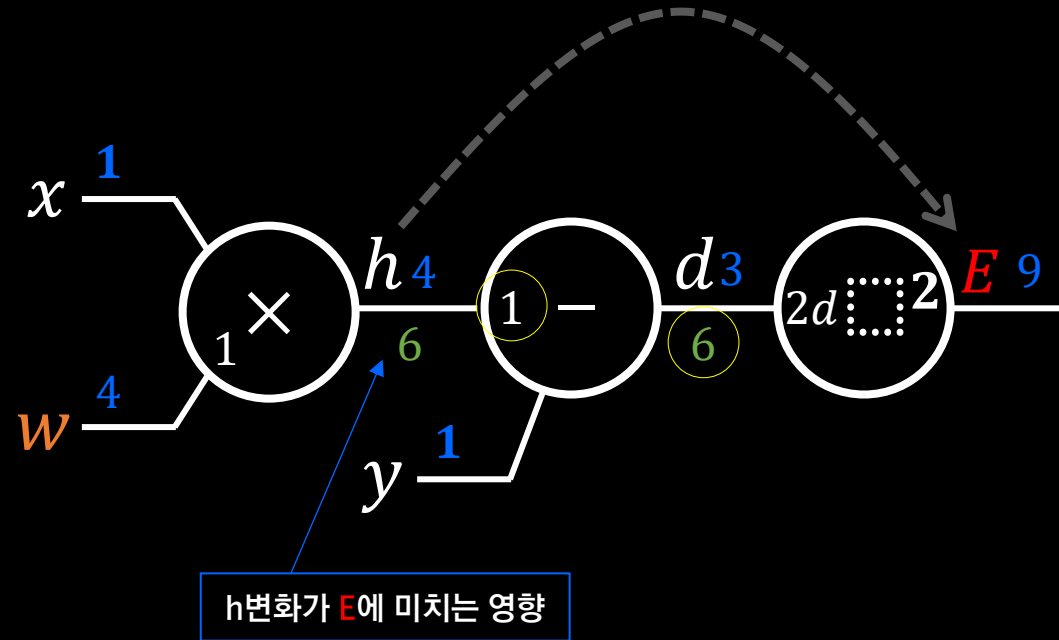
역전파(back-propagation)와 체인룰



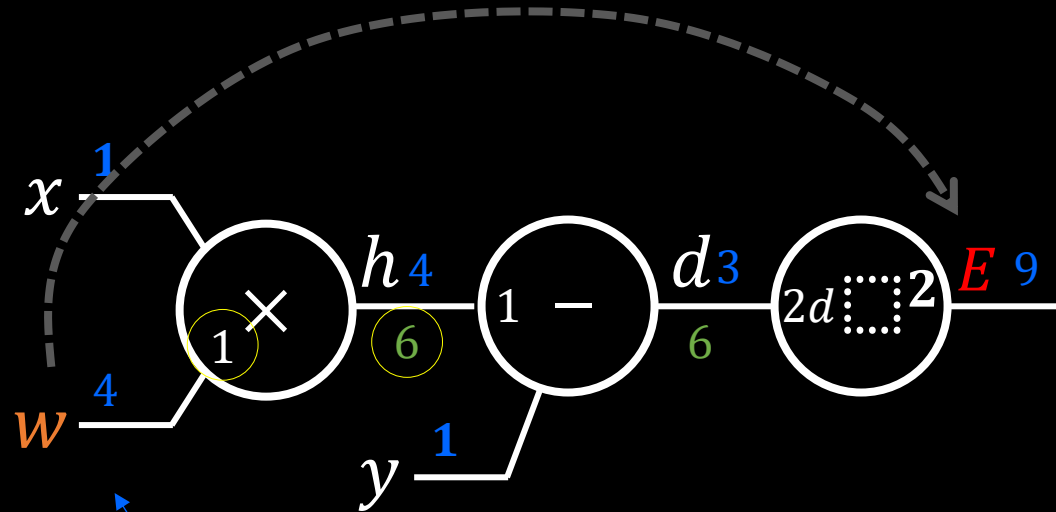
역전파(back-propagation)와 체인룰



역전파(back-propagation)와 체인룰



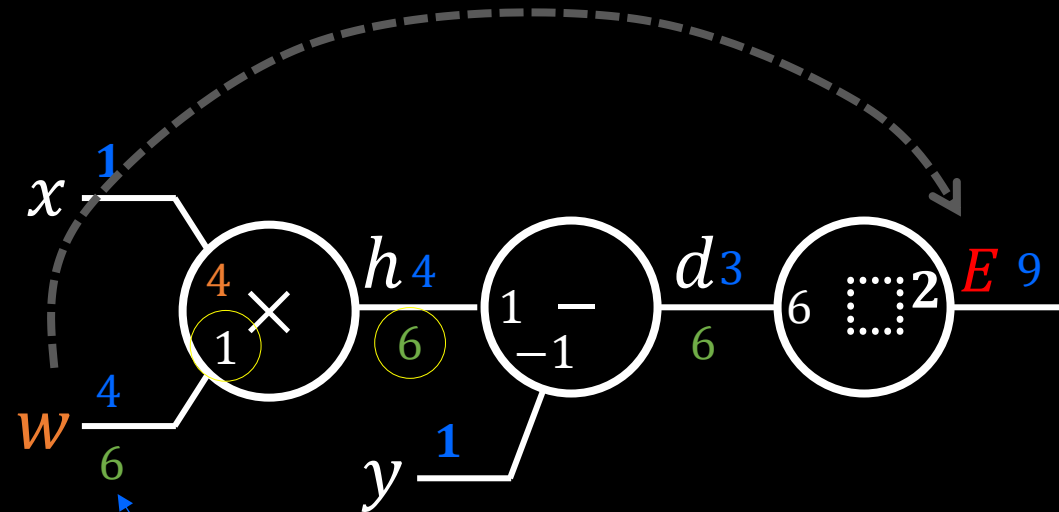
역전파(back-propagation)와 체인룰



w가 E에 미치는 영향

$$\frac{\partial E}{\partial w} = \frac{\partial h}{\partial w} \cdot \frac{\partial E}{\partial h} = 1 \cdot 6$$

역전파(back-propagation)와 체인룰



w 가 E 에 미치는 영향

$$w = 4 - 0.1 * 6$$

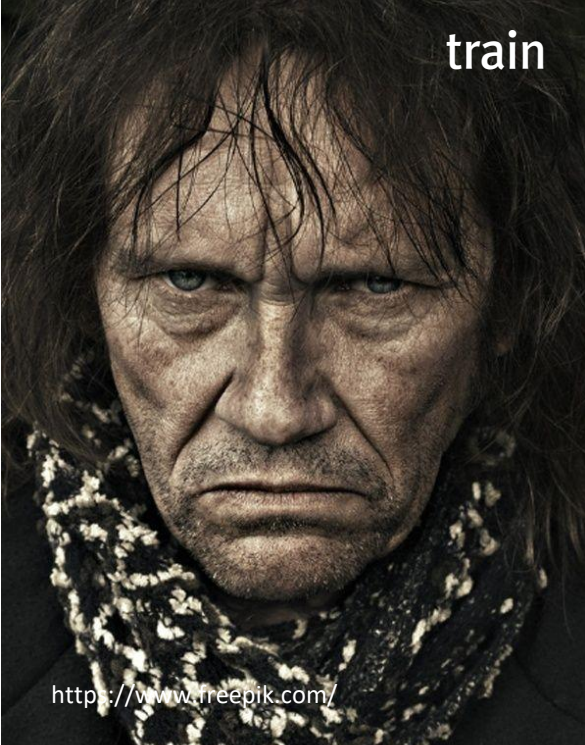
$$w = 3.4$$

Tuned parameter
after 1 step learning

따라서 역전파 (back-propagation)

체인 룰(chain rule)을 적용하여
 w 의 변화가 오류 E 에 미치는 영향(기울기)
을 알아내는 과정

$$\frac{\partial E}{\partial w}$$



train



sess

6

```
train = tf.train.GradientDescentOptimizer(learning_rate  
=0.1).minimize(E)
```

```
sess = tf.Session()
```

```
sess.run(tf.global_variables_initializer()) #w값 초기화
```

```
err_list = []
```

```
for i in range(101):
```

```
    w_val = sess.run(w)
```

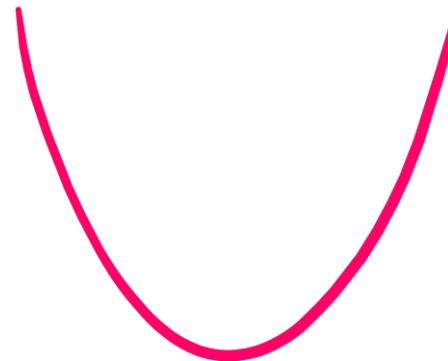
```
    err = sess.run(E)
```

```
    print(i, 'w:', w_val, 'cost:', err)
```

```
    err_list.append(err)
```

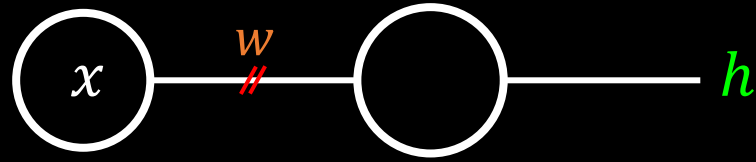
```
    sess.run(train) #한번 경사하강(w 업데이트)
```

학습이 끝난 후 남는 것은?

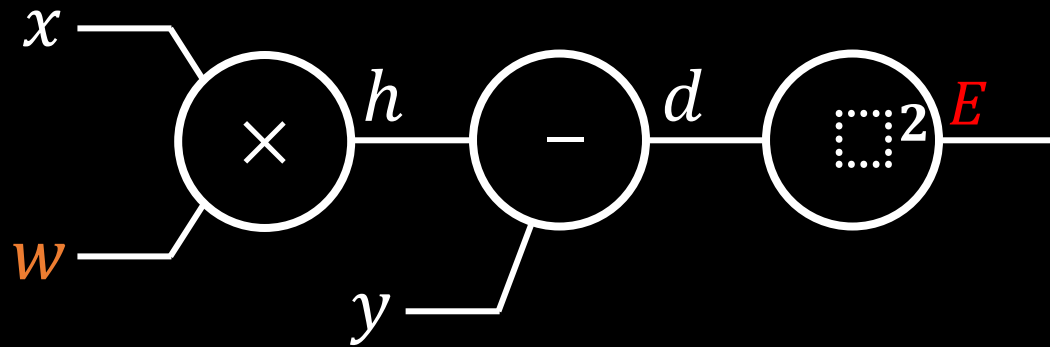


계산 그래프 확장

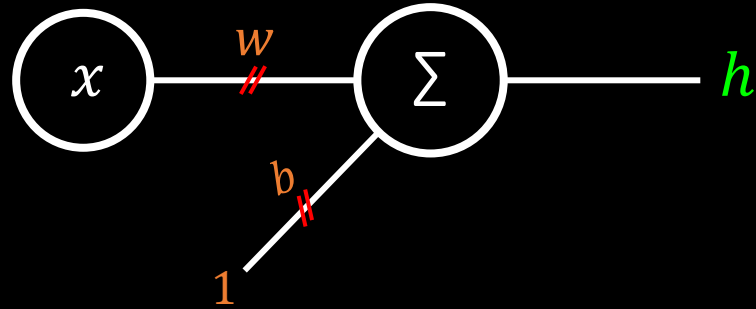
- bias가 있을 경우 (+ 게이트)
- 뉴런 입력이 3개 추가될 때 (+ 게이트)
- 뉴런이 2개일 때
- 튜닝할 파라미터는 모두 몇 개?



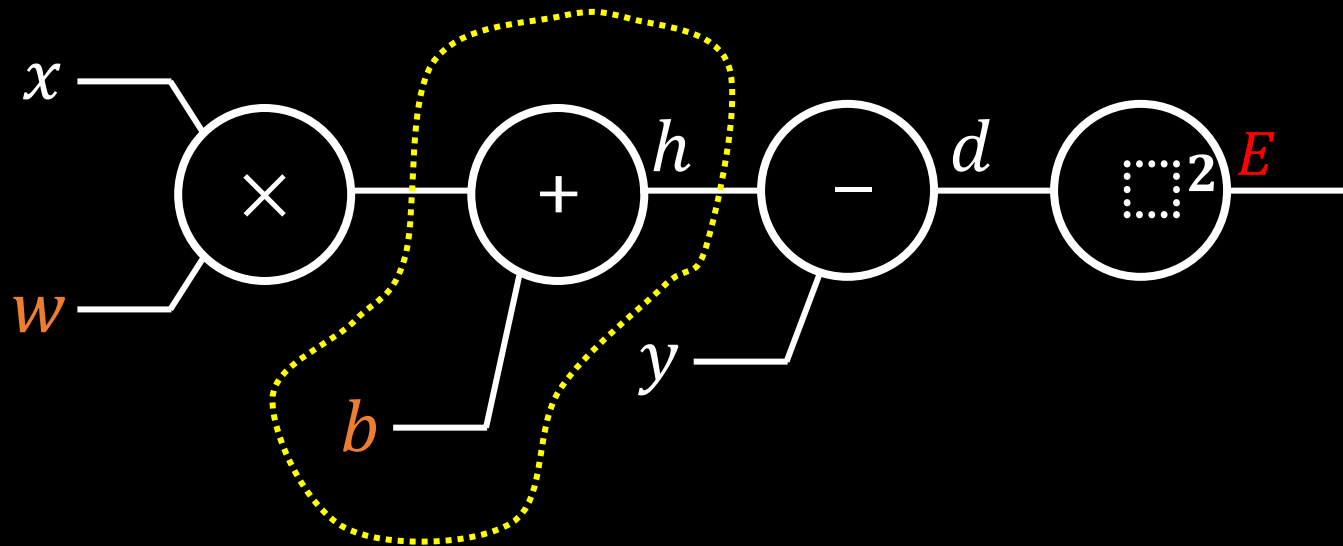
$$E = (wx - y)^2$$



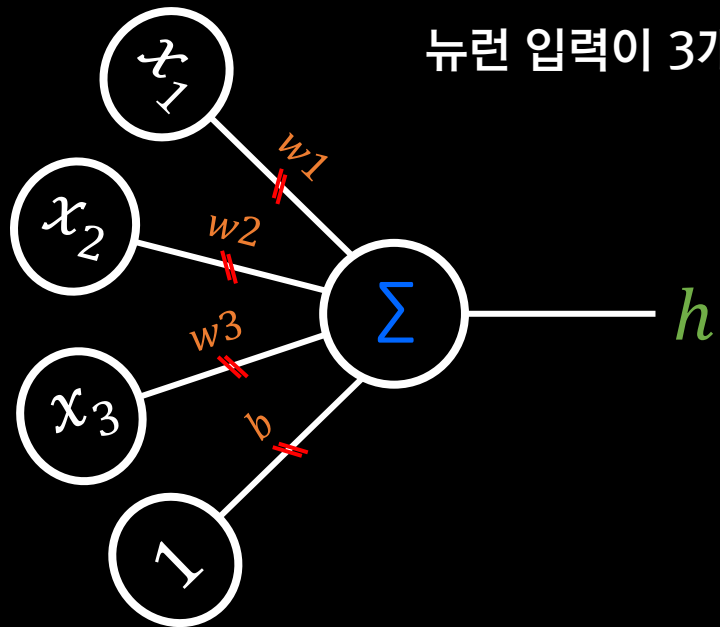
bias가 있을 경우 (+ 게이트)



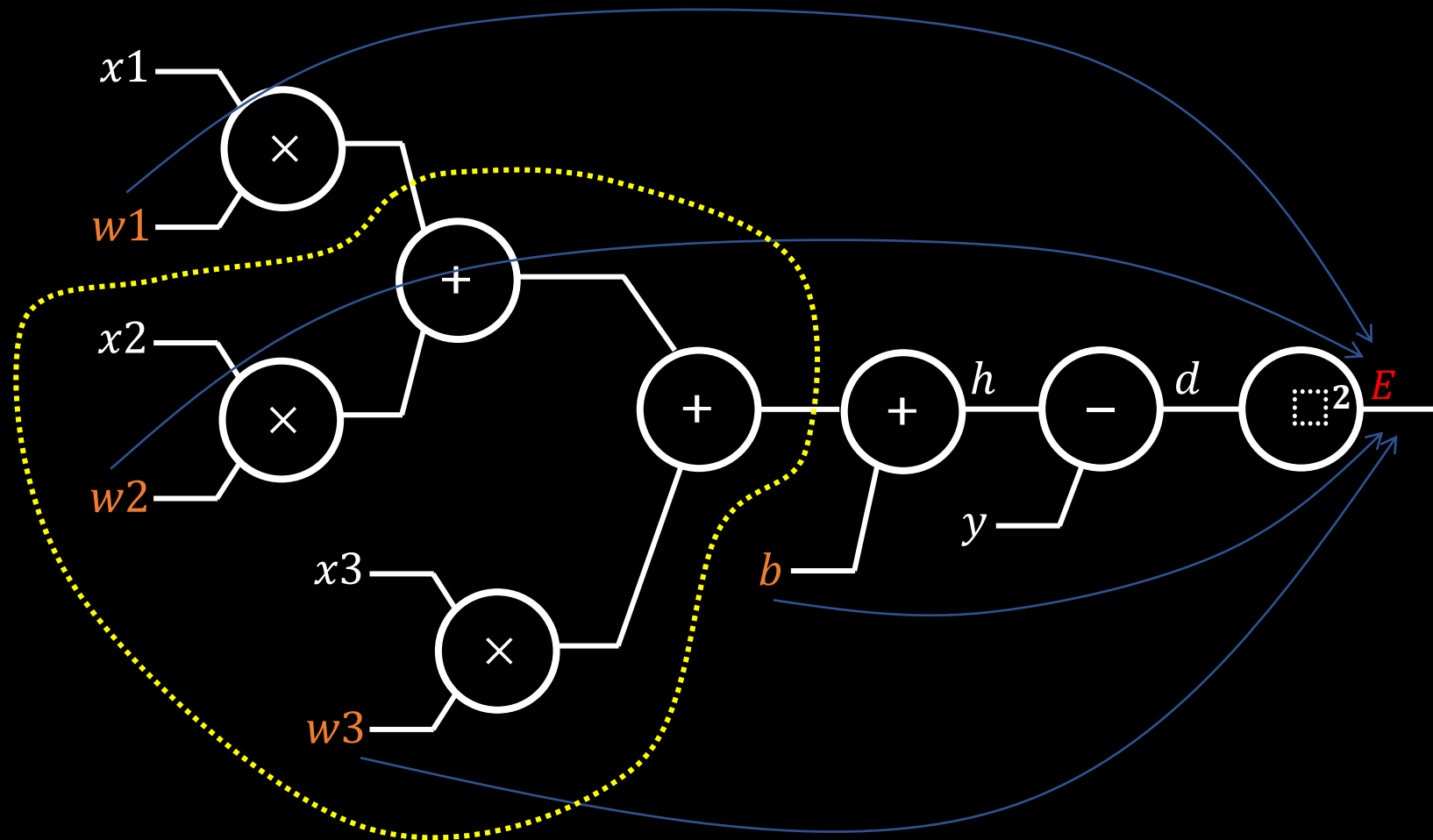
$$E = ((wx + b) - y)^2$$

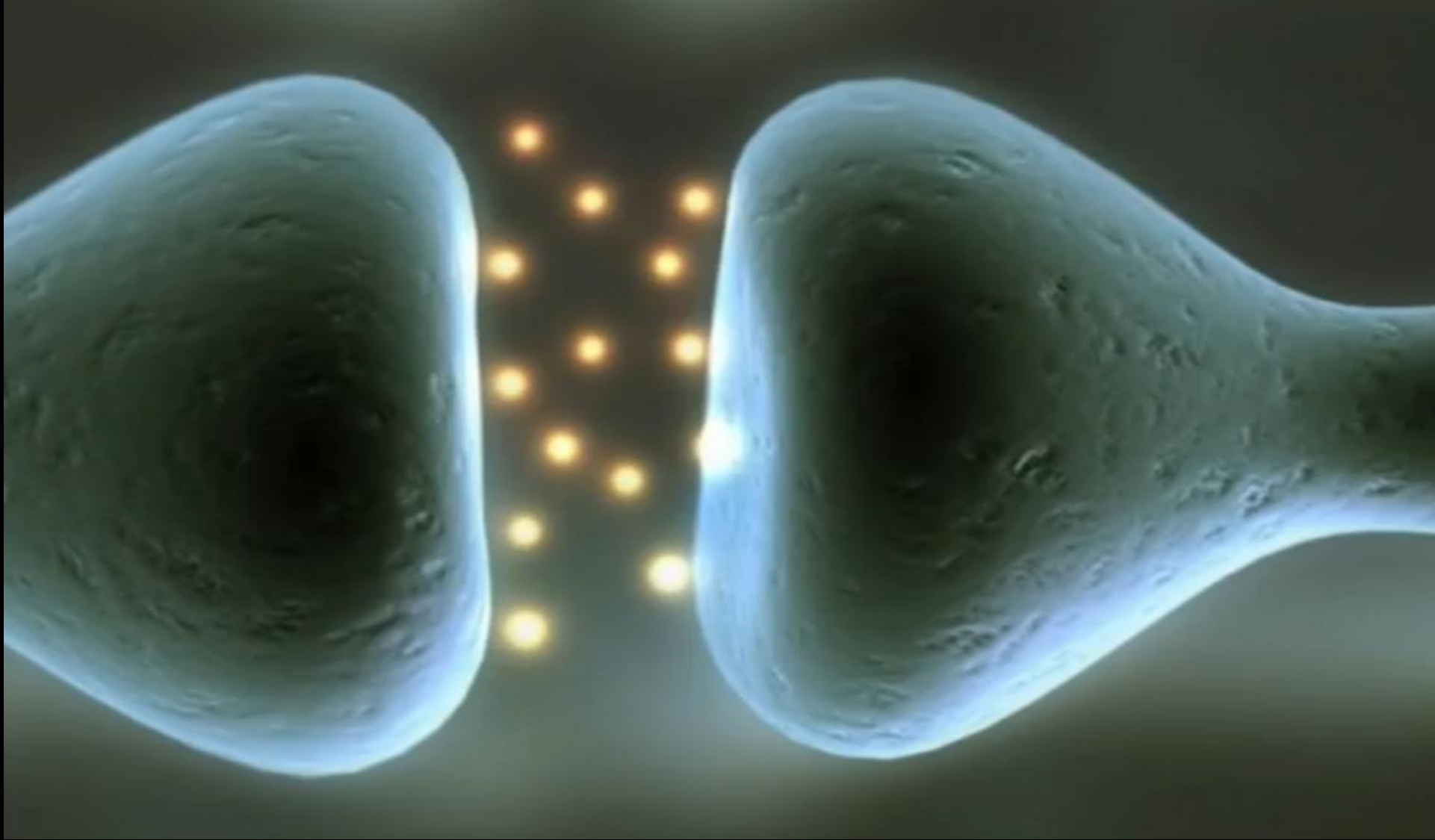


뉴런 입력이 3개가 추가될 경우 (+ 게이트)



$$E = ((w_1x_1 + w_2x_2 + w_3x_3 + b) - y)^2$$





학습, 더 새롭고 좋은 연결(w)을 만드는 것

오류 함수의 의미

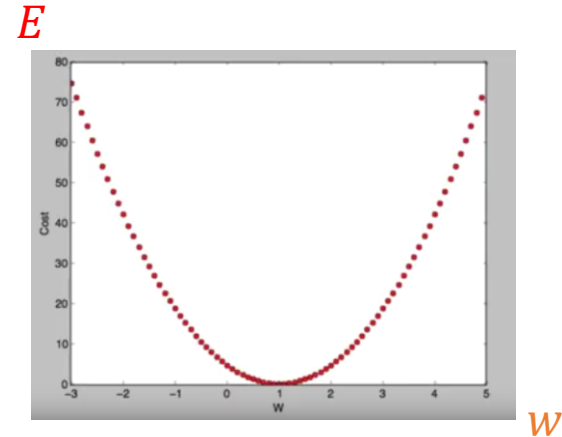
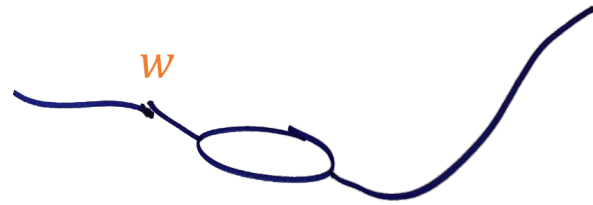
- 기울기가 큼 → 최저점에서 멀리 떨어짐 → 오류가 큼 → **bad!** → 매우 큰 야단 → 스트레스/고통이 큼 → big update(w)
- 기울기가 작음 → 최저점에 가까움 → 오류가 작음 → **not bad!** → 작은 야단 → 스트레스/고통이 작음 → small update(w)
- 기울기 0 → 최저점! → 정답을 맞춤! → **great!** → 야단치지 않음 → no update(w) → learning ended!

‘좋다’, ‘나쁘다’를 느끼게 하는 기저

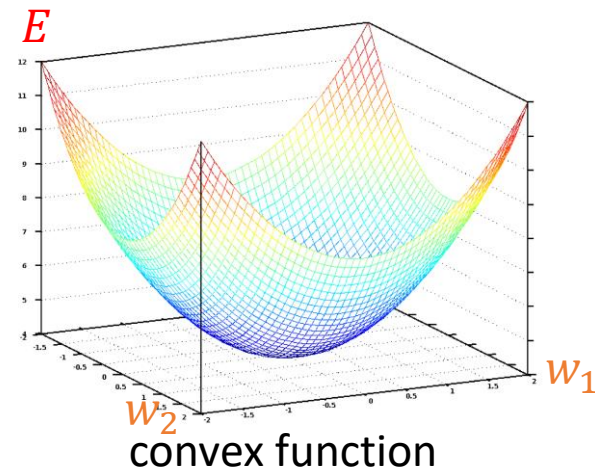
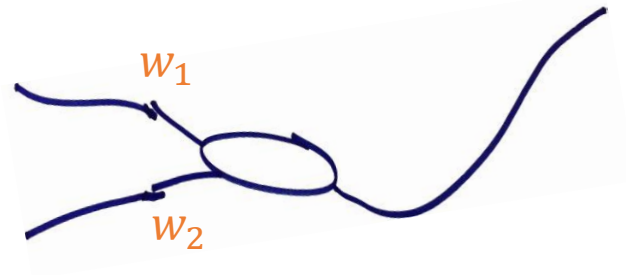
우리 마음 속의
오류함수 E

Cost(Error) Graph

$$E = (w \cdot 1 - 1)^2$$

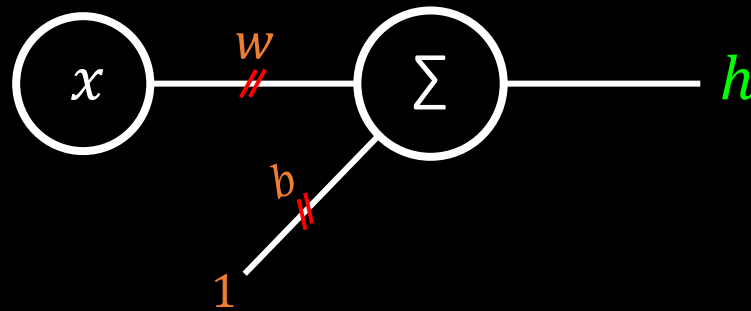


$$E = (W \cdot 1 - 1)^2$$



04.with_bias.py

Parameter tuning including **bias**



05.py

Using multiple data

06.py

Training a neuron
having multiple
inputs

이번 학습에서는

- 텐서플로우 프로그램의 기본 구조를 이해할 수 있다.
- 오류 계산 그래프 직접 그릴 수 있다.
- 오류 계산 그래프에서 게이트(연산)별 **local** 미치는 영향을 구할 수 있다.
- 역전파와 체인 룰을 이용하여 **global** 미치는 영향을 구할 수 있다.
- AI 구현을 위한 학습 메커니즘을 이해할 수 있다.