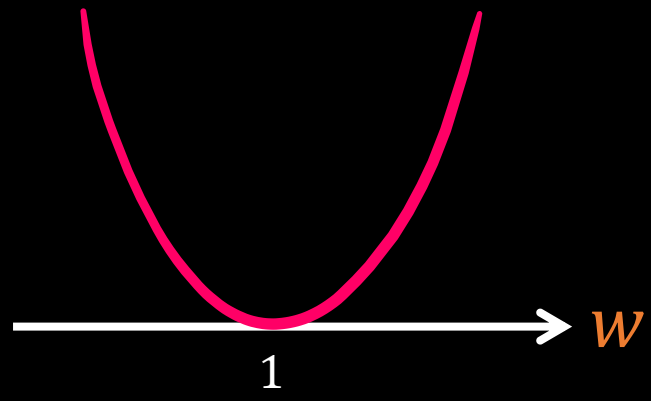
AI and Deep Learning

선형회귀

오류 계산 그래프에서의 역전파

제주대학교
변 영 철

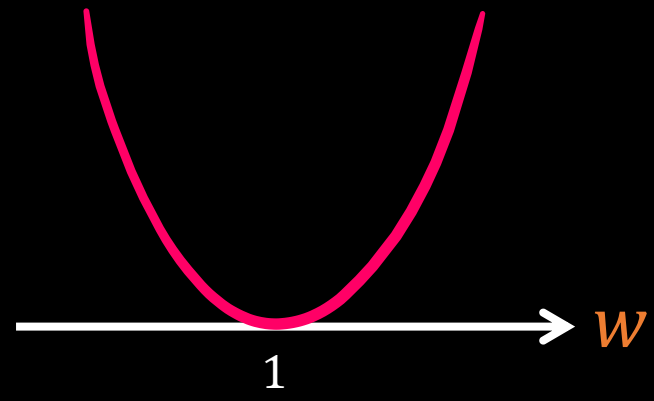
http://github.com/yungbyun/mllecture



오류 그래프 E 의 w 지점에서의 기울기

w 변화가 E 에 미치는 영향

이를 수학 공식으로 표현해보라.



$$\lim_{\Delta w \to 0} \frac{\Delta E}{\Delta w}$$

$$= \frac{\partial E}{\partial w}$$

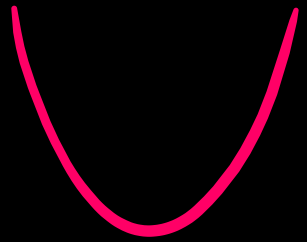
학습 방법(w 업데이트)

- 시냅스 연결강도 값(w)을 난수 초기화 (ex, 4)
- w값 지점(4)에서 오류 그래프의 기울기(경사) 구함.
- 기울기로 w를 뺌(경사하강)

$$w = w - \alpha * \text{기울기}$$

반영 비율 (learning rate)

TensorFlow



- 텐서(Tensor) : '잡아당기다'라는 라틴어 'tensus'
- 무언가를 잡아당기면 그 주위에 복잡한 변형이 일어나는데, 이를 기술하는 수학적 언어가 텐서
- 오류 E가 줄어들도록 아래로 잡아당기면 그에 따라 여러 w값들이 업데이트 (파라미터 튜닝), w가 많을 경우 모든 값에 대해 복잡한 변형이 일어남을 의미
- 텐서는 텐서플로우 내부에서 만들어지는 값(난수), w 와 같이 텐서 값을 담는 데이터(변수, 벡터, 행렬 형태 등)도 텐서라고 함. 텐서와 연산자로 정의되는 수식도 텐서 $E = (w \cdot 1 - 1)^2$
- TensorFlow는 텐서(Tensor, 데이터)의 흐름(Flow)이며, 오류 계산 그래프의 텐서 흐름을 통해 w 파라미터를 튜닝해주는 머신러닝 (응용개발) 프레임워크

텐서플로우를 이용한 문제

1시간 일하면 1만원 줄게.

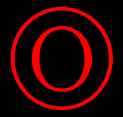
일한 시간만큼 시급을 알아 맞추는 뉴런을
코딩하시오.

올바르게 대답하도록 뉴런의 시냅스 연결강도(w)를
업데이트하는 코드를 작성하시오.

01.py
Finding w in linear regression

colab

- 구글이 제공하는 “주피터 노트북”
- 구글 클라우드를 이용한 머신러닝 응용 개발
- 텐서플로우, 파이썬 등 따로 설치할 필요 없음
- Google Colab 페이지 방문 및 가입
  http://colab.research.google.com/

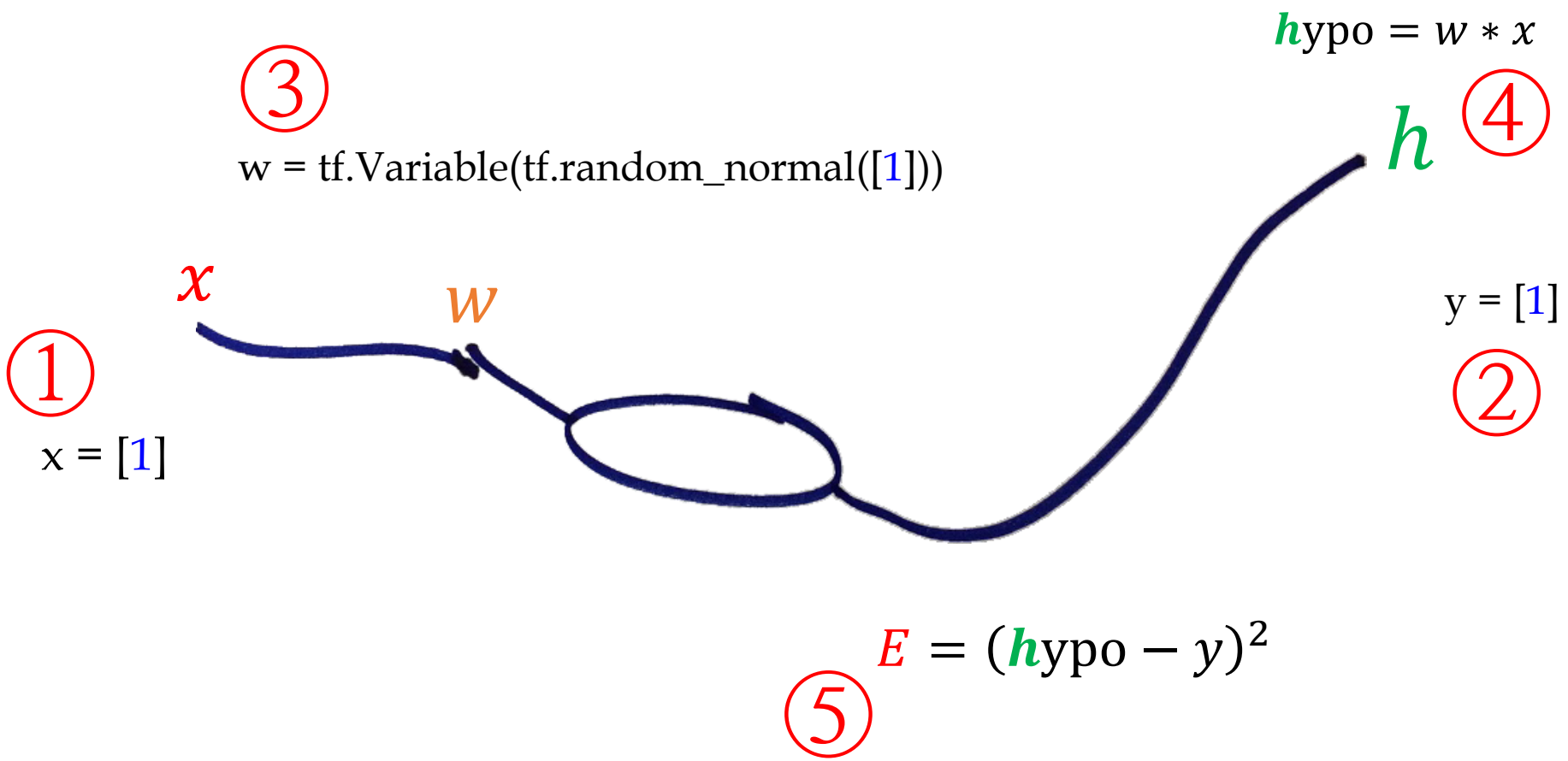


```
# 텐서플로우 버전을 확인하는 코드
import tensorflow as tf
tf.__version__
```

항상 작성해야 하는 기본 코드

```
import tensorflow.compat.v1 as tf
tf.disable_v2_behavior ()
```

TF를 이용한 선형 회귀 학습

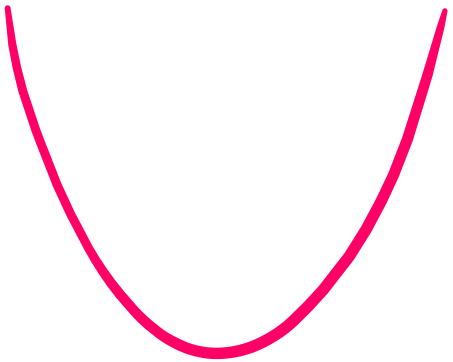


이제 남은 코드는?


```
train = tf.train.GradientDescentOptimizer(learning_rate=0.1).minimize(E)

sess = tf.Session()
sess.run(tf.global_variables_initializer()) #w값 초기화

err_list = []

for i in range(101):
    w_val = sess.run(w)
    err = sess.run(E)
    print(i, 'w:', w_val, 'cost:', err)
    list.append(err)
    sess.run(train) #한번 경사하강(w 업데이트)
```

⑥

학습이 끝났다. 남는 것은?

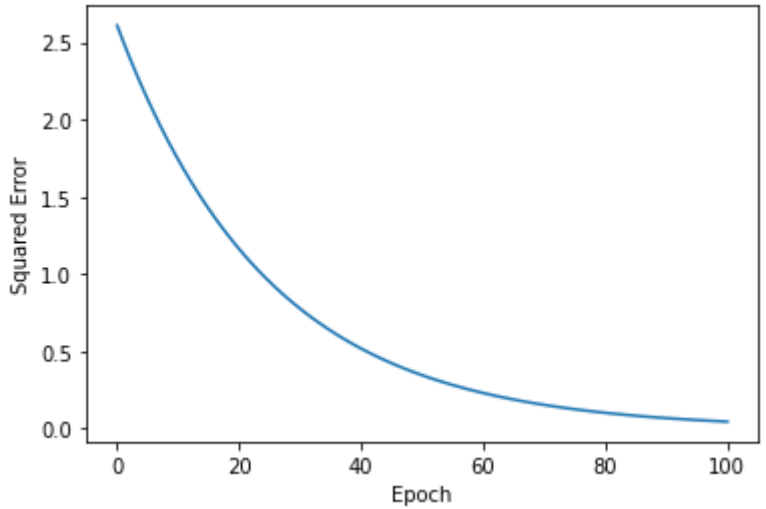


⑦

```
# ----- test(prediction)
print(sess.run(w * [3, 4, 6, 9]))
```

⑧

```
# show an error graph
import matplotlib.pyplot as plt
plt.plot(err_list)
plt.xlabel('Epoch')
plt.ylabel('Square Error')
plt.show();
```



```
import tensorflow as tf

#------ 학습 데이터 설정
x = [1]
y = [1]
```

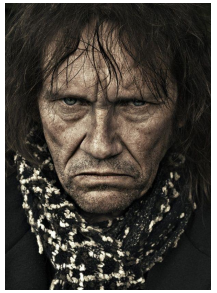
- import : **라이브러리 모듈을 불러오고, 필요할 경우 초기화도 수행함. 어떤 이름으로 사용될지 지정함**(as tf).
- x: **입력 데이터를 보관하는 리스트**
- y: **정답을 보관하는 리스트**

```
xxx = [1, 'hello', 2, 'world']
print (xxx)
xxx[1] = 'hi'
xxx.append('Jeju')
print (xxx)
```

```
#------ 신경세포 만들기
w = tf.Variable(tf.random_normal([1]))
h = w * x
```

- random_normal: **난수 텐서를 생성하여 반환하는 함수**
- Variable: **텐서를 담는 그릇(변수) w 을 만듦. 난수 텐서를 담는 그릇n w 도 텐서**
- h: **입력 데이터(x)와 w 텐서를 곱한 것. 이것도 텐서**

```
#------ 학습 시키기
E = (h - y) ** 2
train = tf.train.GradientDescentOptimizer
(learning_rate=0.1).minimize(E)
```

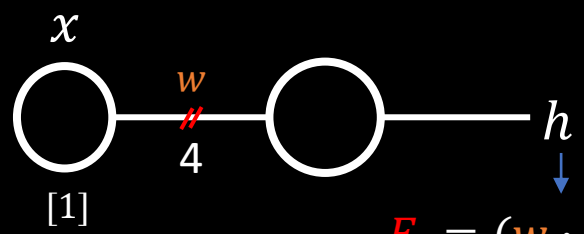


- E : 경사하강할 오류/에러/차이/로스(loss) 함수. 텐서 h가 들어있는 E도 텐서
- GradientDescentOptimizer : 경사하강 알고리즘을 추상화한 클래스
- train 객체: 오류 그래프 E에서 경사하강하도록 w 업데이트 (학습)
- E 는 계산 그래프(computational graph)로 구성됨.

```
sess = tf.Session()
sess.run(tf.global_variables_initializer())
for i in range(101):
    print(sess.run(w), sess.run(E))
    sess.run(train)
```

- Session: run 함수로 텐서를 평가(eval)하여 값을 구하기도 하고, train 객체에게 경사하강 하도록 시키기도 하는 객체
- sess.run(tf.global_variables_initializer()) global_variables_initializer 함수가 반환하는 변수 초기화 오퍼레이션으로 변수들을 초기화
- for 루프: i를 0에서 100까지 (101번) 바꾸면서 반복문을 수행
- sess.run(train): sess가 train에게 한번 경사하강하도록 일을 시킴.
  $w = w - \alpha \cdot$ 기울기
- 101번 경사하강이 끝나면 업데이트된 w가 최종 학습결과

시냅스 초기값 난수 4, 학습상수 0.1일 때



$[1]$

$$E = (w \cdot 1 - 1)^2 \qquad \text{기울기} = 2(w \cdot 1 - 1)^1$$

for 루프 101번

$w = 4$	$(4-1)^2$	기울기 = 6	$w = 4 - 0.1 \cdot 6$	→ 3.4
$w = 3.4$	$(3.4-1)^2$	기울기 = 4.8	$w = 3.4 - 0.1 \cdot 4.8$	→ 2.92
$w = 2.92$	$(2.92-1)^2$	기울기 = 3.84	$w = 2.92 - 0.1 \cdot 3.84$	→ 2.53
$w = 2.53$	$(2.53-1)^2$	기울기 = 3.06	$w = 2.53 - 0.1 \cdot 3.06$	→ 2.22

```
#----- training data
x_data = [1]
y_data = [1]

#----- a neuron
w = tf.Variable(tf.random_normal([1]))
h = w * x_data

E = (h - y) ** 2
```

```
#------ 학습 후 테스트하기
x = [2]
print(sess.run(x * w))
```

- 학습이 끝났을 때 결과는 무엇? 바로 여러 번 반복해서 업데이트된 w
- 뉴런의 출력은? 학습된 w 값 $\times$ 입력(x)

```
#------ 학습 후 테스트하기
x = [2]
print(sess.run(h))
```

```
x = [1]
y = [1]

w = tf.Variable(tf.random_normal([1]))
h = w * x

E = (h - y) ** 2
```

- 텐서 $h = w \cdot x$는 메모리에 h의 계산 그래프로 만들어짐. 이때 **변수 x**와 메모리에 생성된 h **계산 그래프의 x**는 서로 다름.
- 따라서 변수 x에 새로운 값 2를 넣어도 h 계산 그래프의 x는 여전히 이전에 설정한 값 1
- 따라서 변수 x가 아닌 h 계산 그래프의 x에 우리가 원하는 값을 넣어야 h가 제대로 계산됨.
- 이를 위한 것이 PlaceHolder (자리 표시기)

02.py
Placeholder
자리표시기

x	→	x_data
y	→	y_data
h	→	hypo
E	→	cost

소스코드 다운로드

1) 명령 프롬프트 실행
2) 명령 프롬프트에서 코드를 저장하고자 하는 폴더(C:\)로 이동
3) git clone https://github.com/yungbyun/myml.git

03.py

Drawing cost function

오류 함수 생각하기

$$E = (wx - y)^2$$

- 어느 부분이 뉴런인가?
- 시냅스는?
- 입력 데이터는?
- 뉴런의 출력(대답)
- 가설(hypothesis)은?
- 정답(ground truth)은?
- 오류 함수 E의 의미는?
- 뉴런 입력이 여러 개일 경우
- 데이터로 주어지는 것은(csv 파일)?
- 우리가 튜닝해야 하는 것은?

$$E = |h - y|$$

$$E = (h - y)^2$$

$$E = (w \cdot x - y)^2$$

$$E = (w \cdot 1 - 1)^2$$

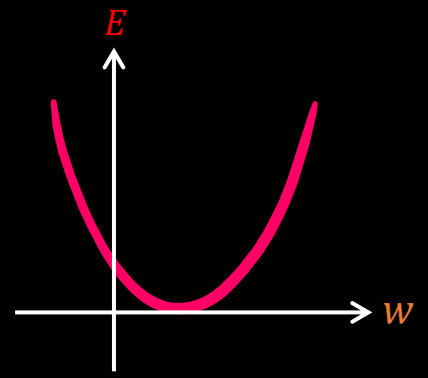
Mean Square Error
평균 제곱 오류 함수

$$E = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(wx_i - y_i)^2$$

오류 함수 E

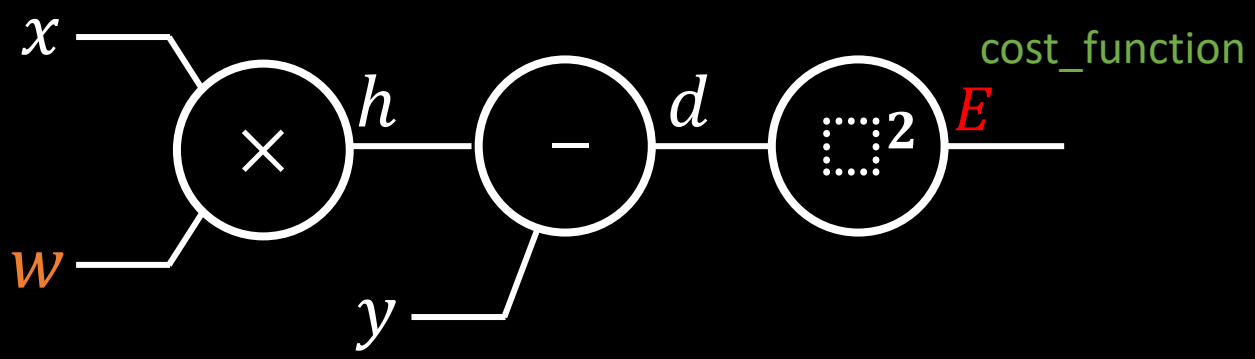
오류 계산 그래프
(computational graph)

오류 계산 그래프



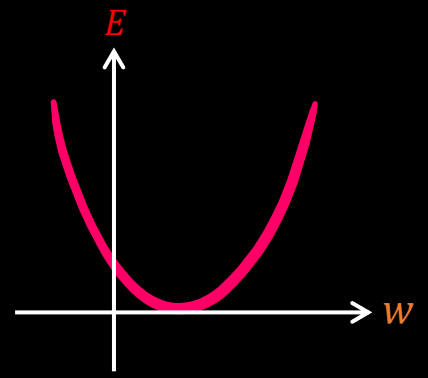
$$E = (wx - y)^2$$

```
hypo = w * x
cost_function(E) = (hypo - y) ** 2)
```

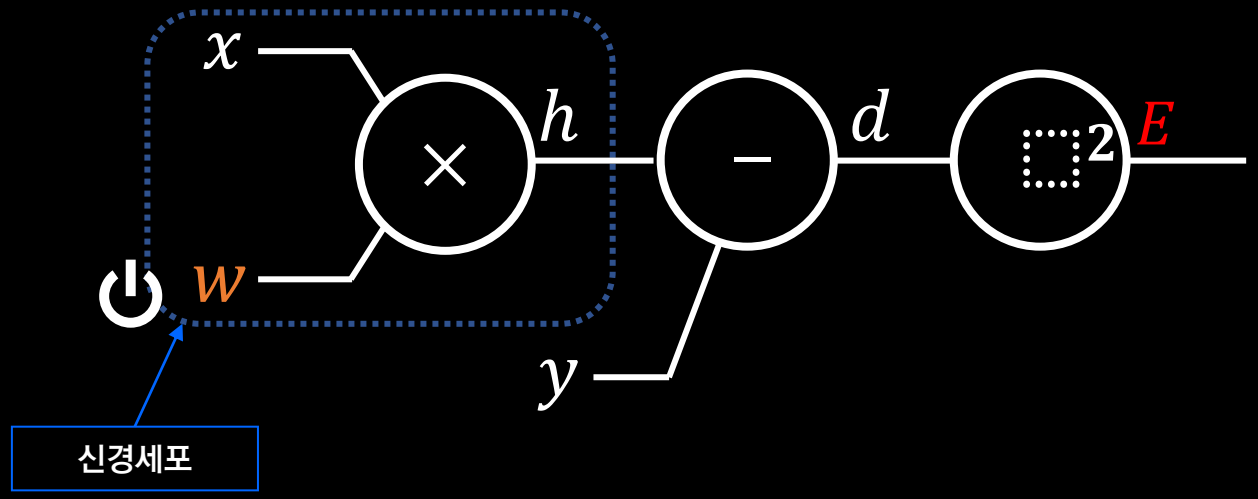


텐서란 무엇이고, 텐서 플로우란 무엇인가?
텐서플로우 (응용개발) 프레임워크가 파라미터 튜닝

오류 계산 그래프와 미치는 영향



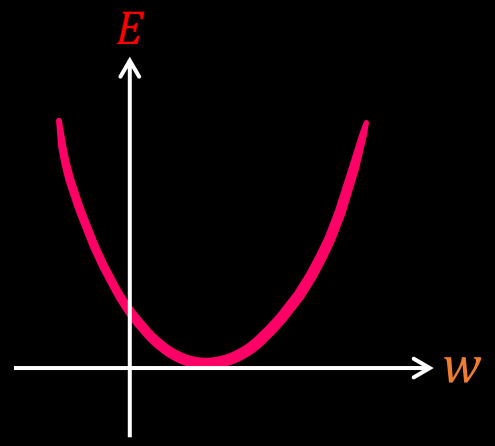
w의 변화가 E에 미치는 영향(기울기)을 구한 후
경사하강하도록 w를 조절



w의 변화가 E에 미치는 영향 =
E함수에서 w위치에서의 기울기

"수학공식으로 표현해보라."

미치는 영향과 기울기



$$\lim_{\Delta w \to 0} \frac{\Delta E}{\Delta w}$$

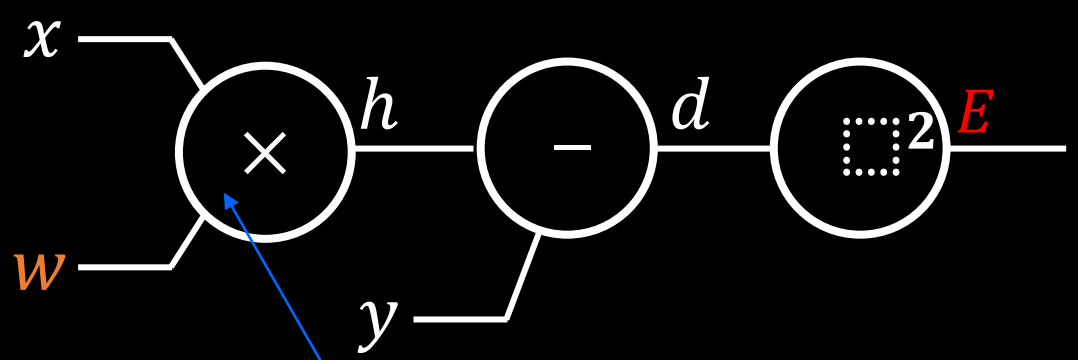
$$= \frac{\partial E}{\partial w}$$

$$\lim_{\Delta 일 \to 0} \frac{\Delta 스트레스}{\Delta 일}$$

$$= \frac{\partial 스트레스}{\partial 일}$$

오류 계산 그래프와 미치는 영향

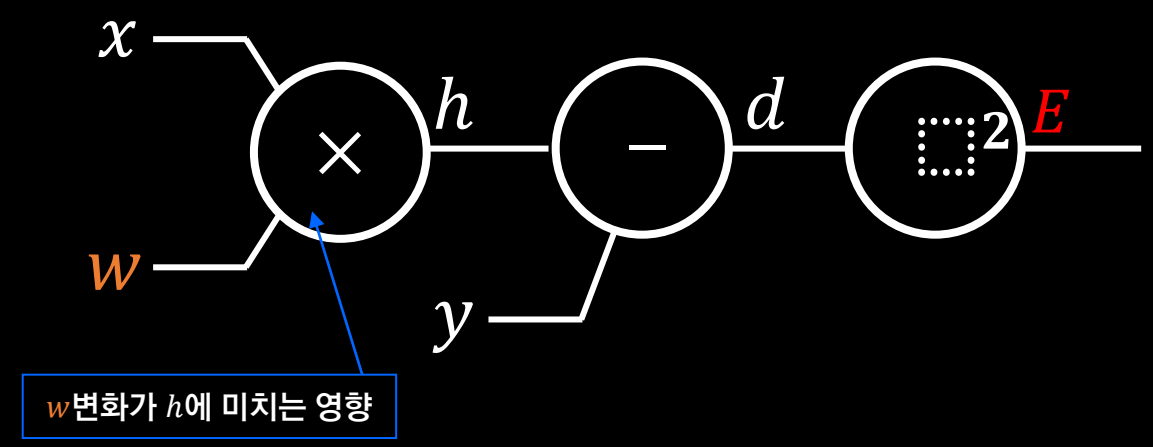
w의 변화가 h에 미치는 영향(수식으로 표현하면?)을 구해보자.



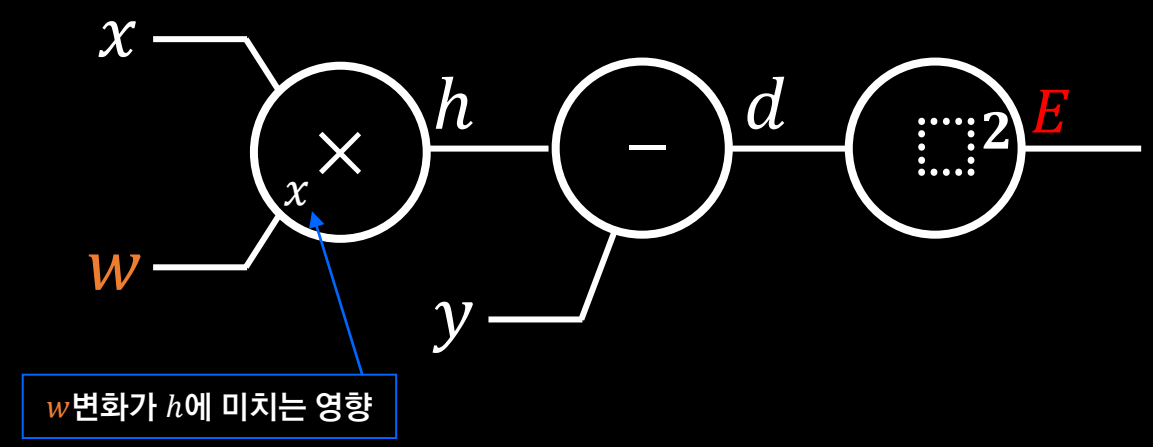
w:1 → h:1x
w:2 → h:2x

$$\frac{\Delta h}{\Delta w} = \frac{x}{1}$$

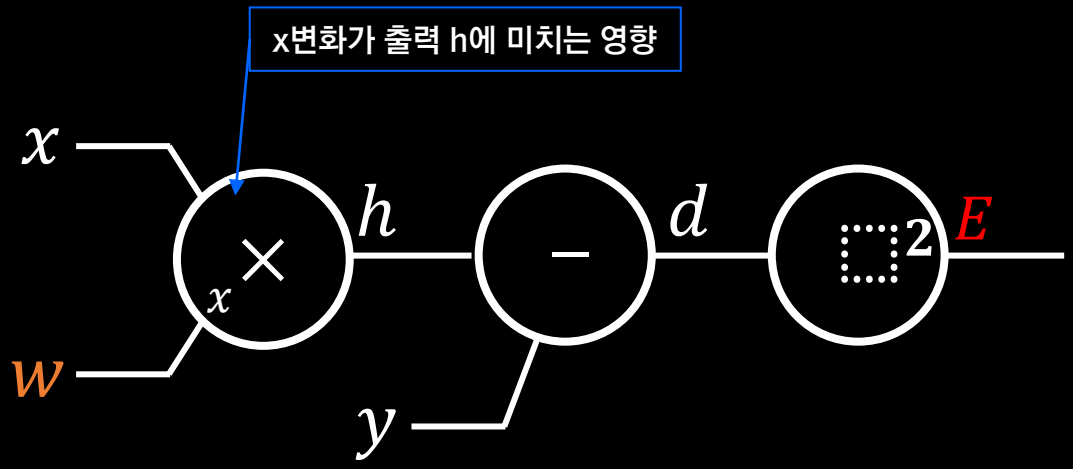
오류 계산 그래프와 미치는 영향



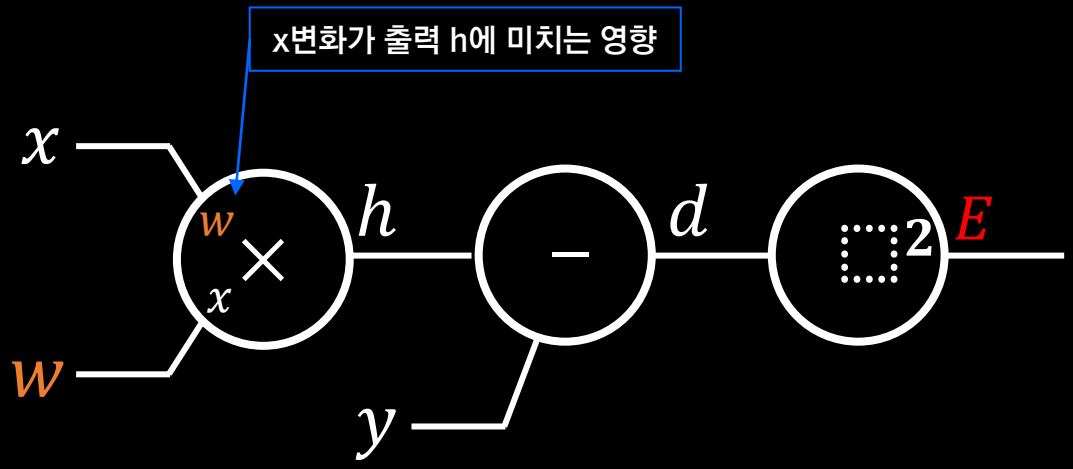
오류 계산 그래프와 미치는 영향



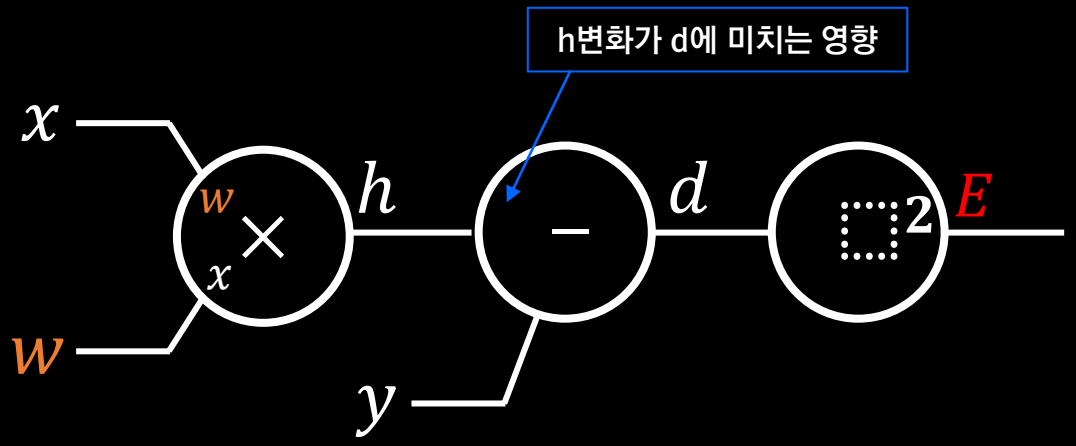
오류 계산 그래프와 미치는 영향



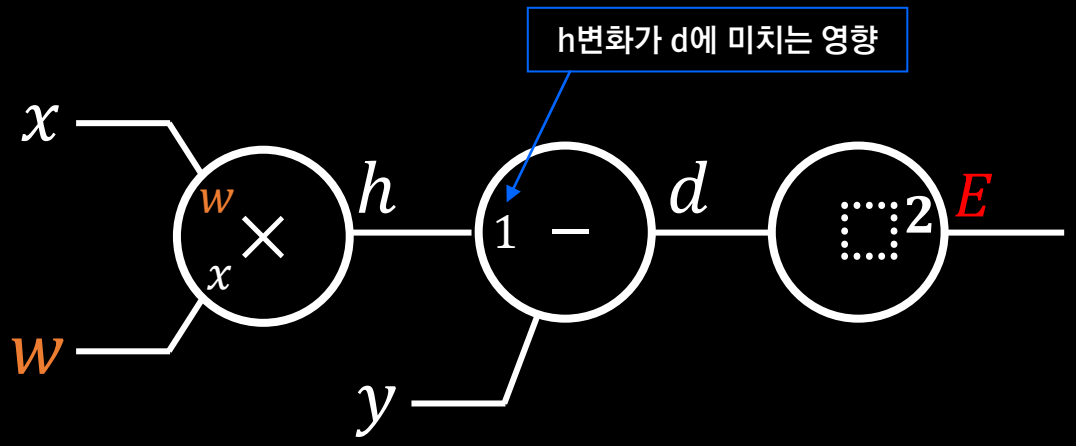
오류 계산 그래프와 미치는 영향



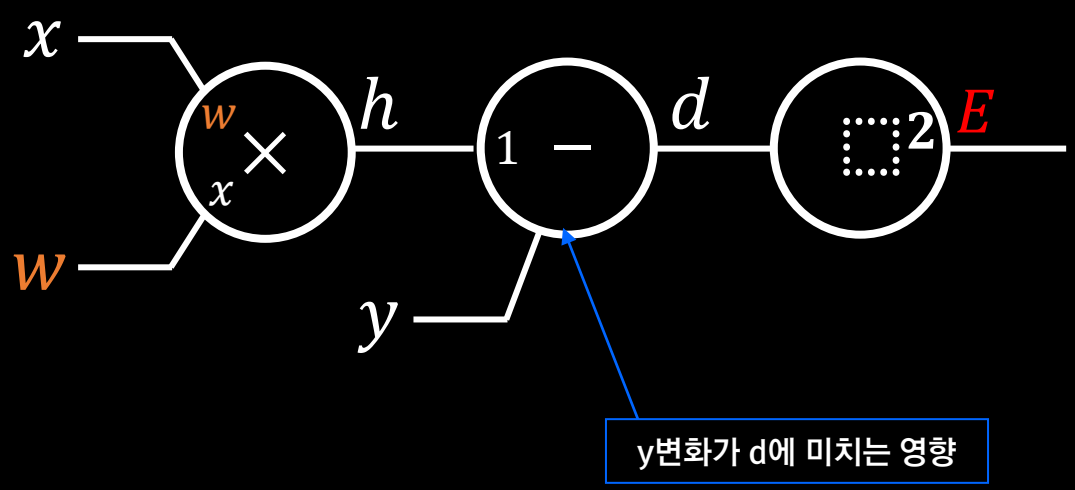
오류 계산 그래프와 미치는 영향



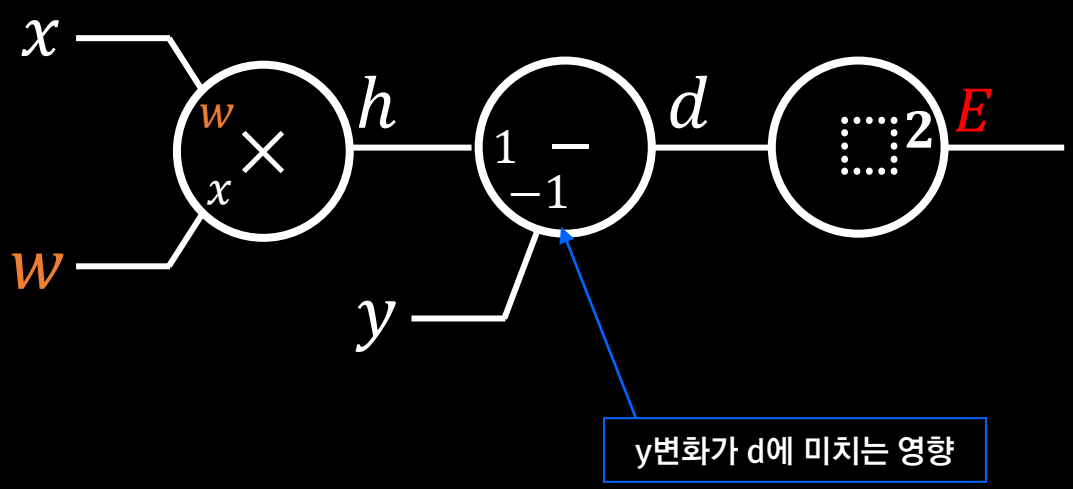
오류 계산 그래프와 미치는 영향



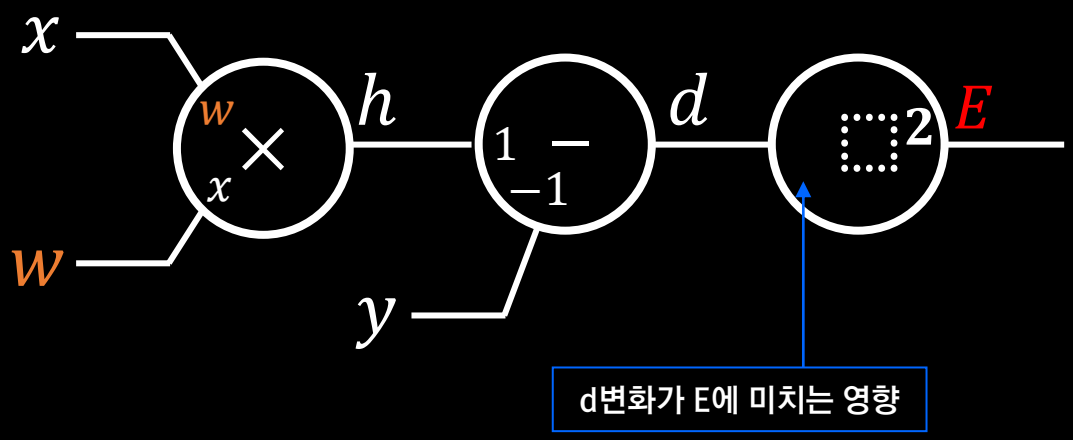
오류 계산 그래프와 미치는 영향



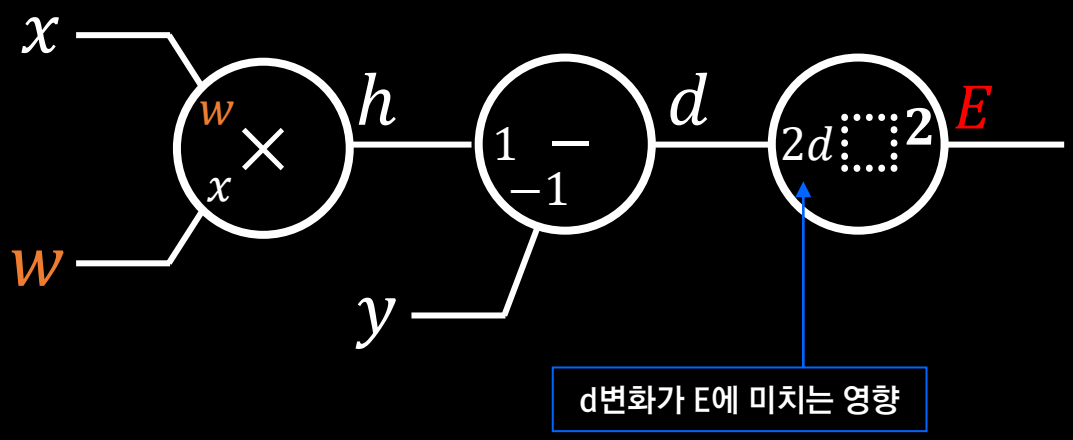
오류 계산 그래프와 미치는 영향



오류 계산 그래프와 미치는 영향

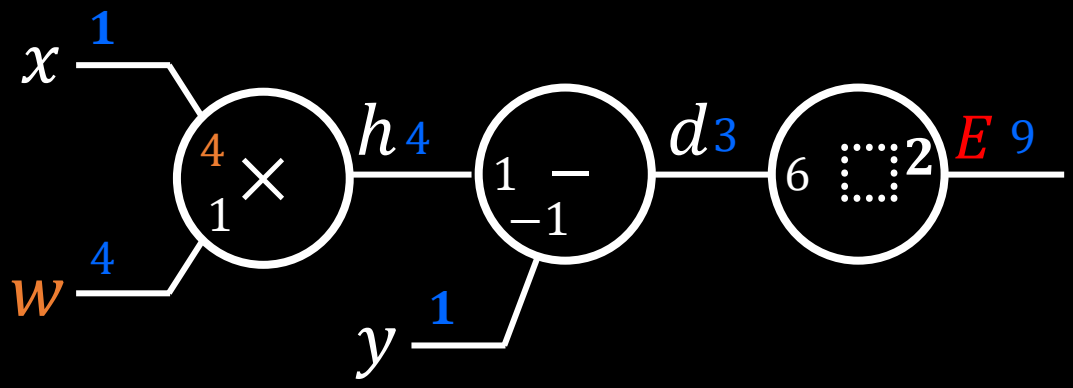


오류 계산 그래프와 미치는 영향

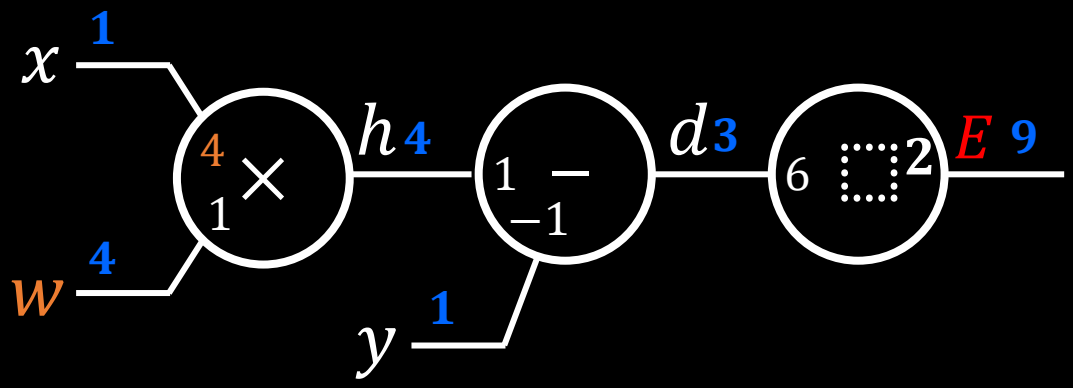


오류 계산 그래프와 미치는 영향

데이터 $(x, y) = (1, 1)$이고, w 초기값이 4일 때



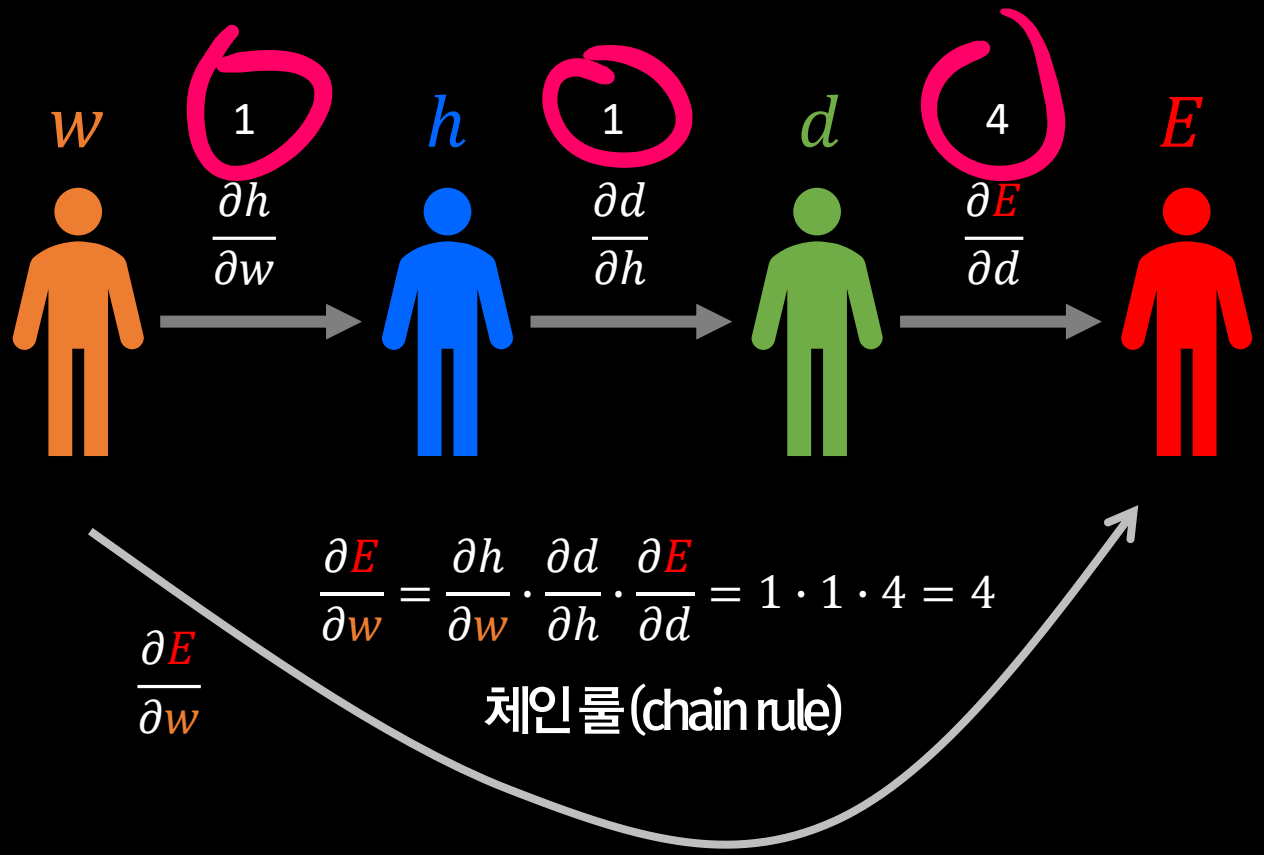
텐서플로 (TensorFlow)!



각 게이트(연산) 별
지역적으로(local) 미치는 영향은 알았다.

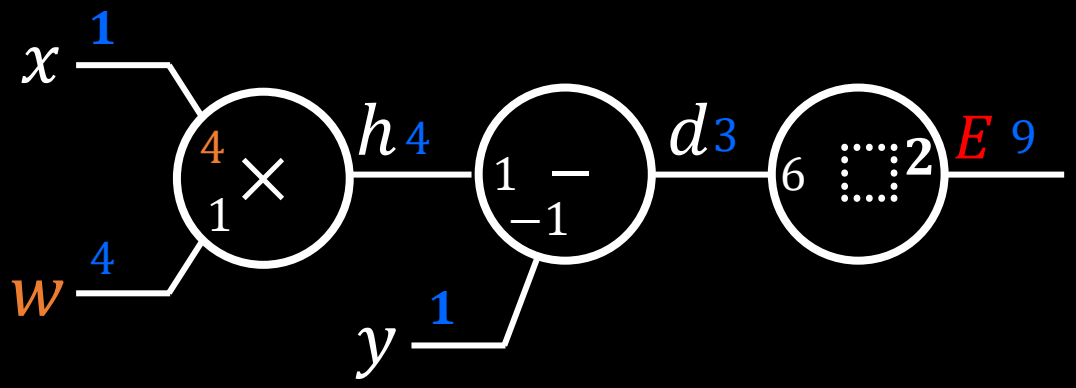
그러면 w변화가 E에 미치는 영향은
어떻게 알 수 있을까?

사람 사이의 영향력


w
1
h
1
d
4
E
$\frac{\partial h}{\partial w}$
$\frac{\partial d}{\partial h}$
$\frac{\partial E}{\partial d}$
$\frac{\partial E}{\partial w}$
$\frac{\partial E}{\partial w} = \frac{\partial h}{\partial w} \cdot \frac{\partial d}{\partial h} \cdot \frac{\partial E}{\partial d} = 1 \cdot 1 \cdot 4 = 4$
체인 룰 (chain rule)

앞으로 전파(forward propagation)

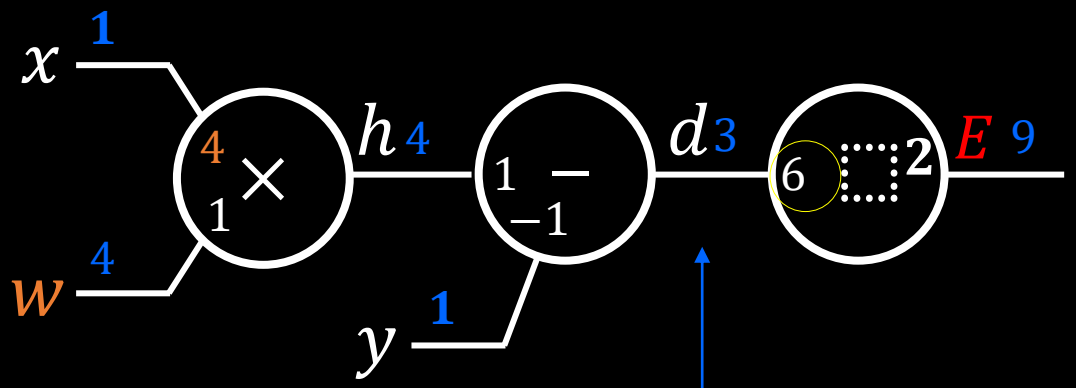
$(x, y) = (1, 1)$이고 w는 4일 경우 에러 값은?



w변화가 E에 미치는 영향(기울기)는 어떻게 구할 수 있을까? $\frac{\partial E}{\partial w}$

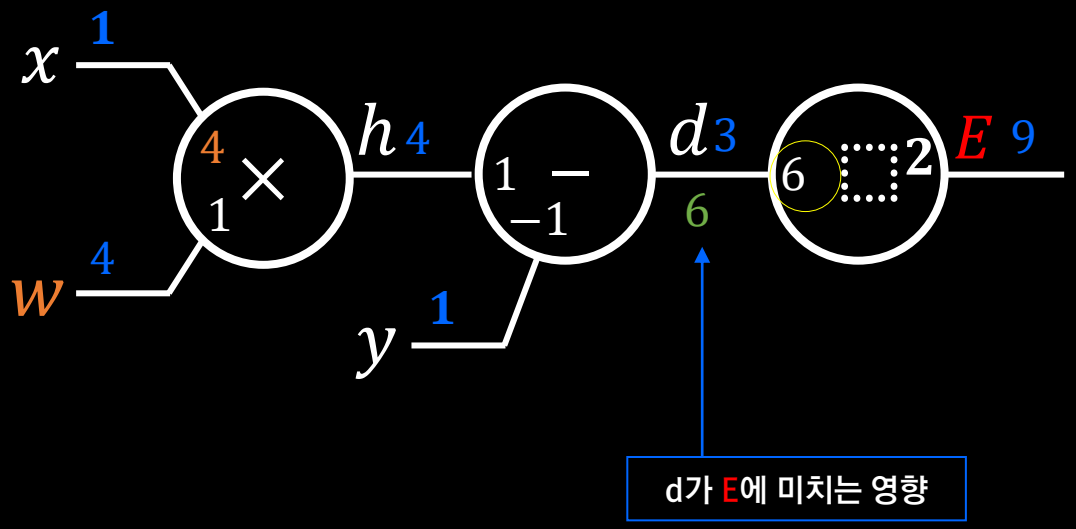
$w = w - \alpha * 기울기$

역전파(back-propagation)와 체인룰

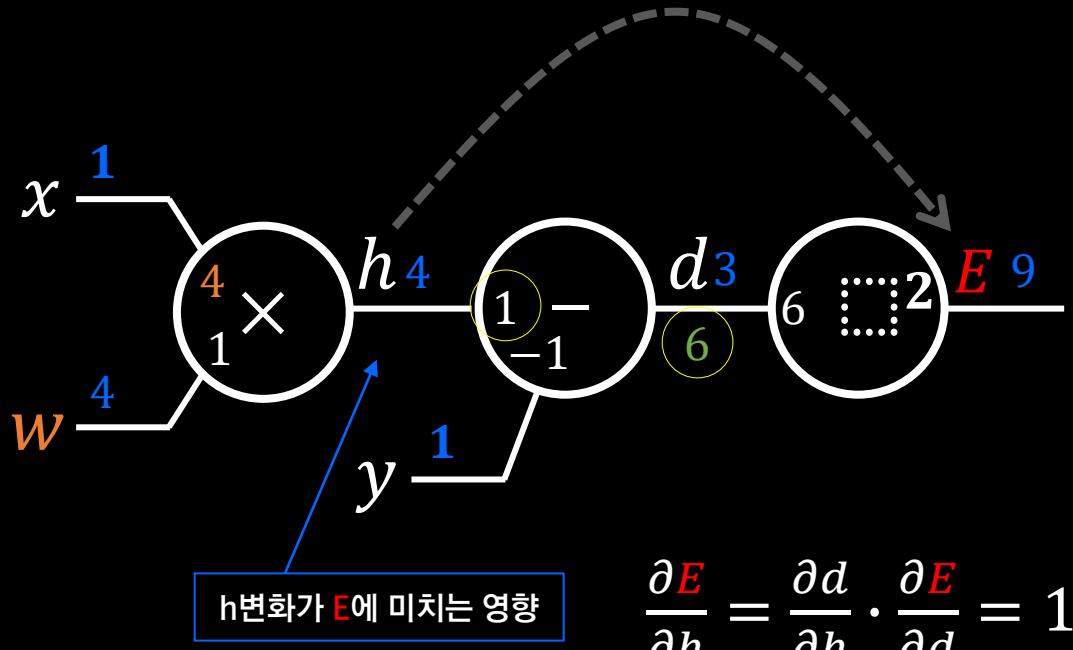


$$\frac{\partial E}{\partial d} = 6$$

역전파(back-propagation)와 체인룰

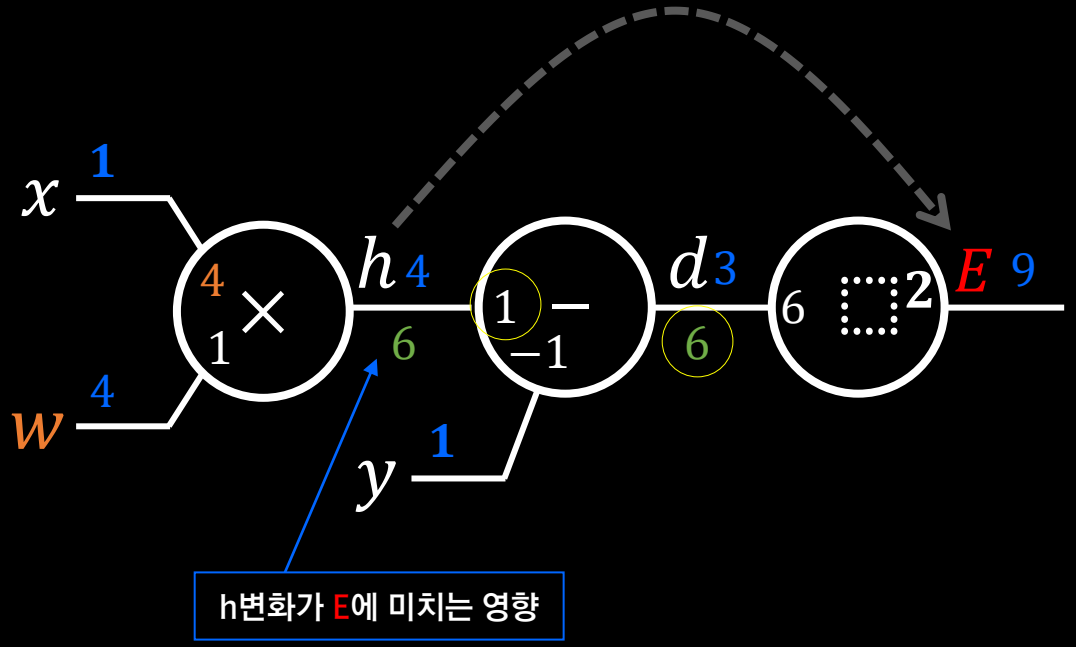


역전파(back-propagation)와 체인룰

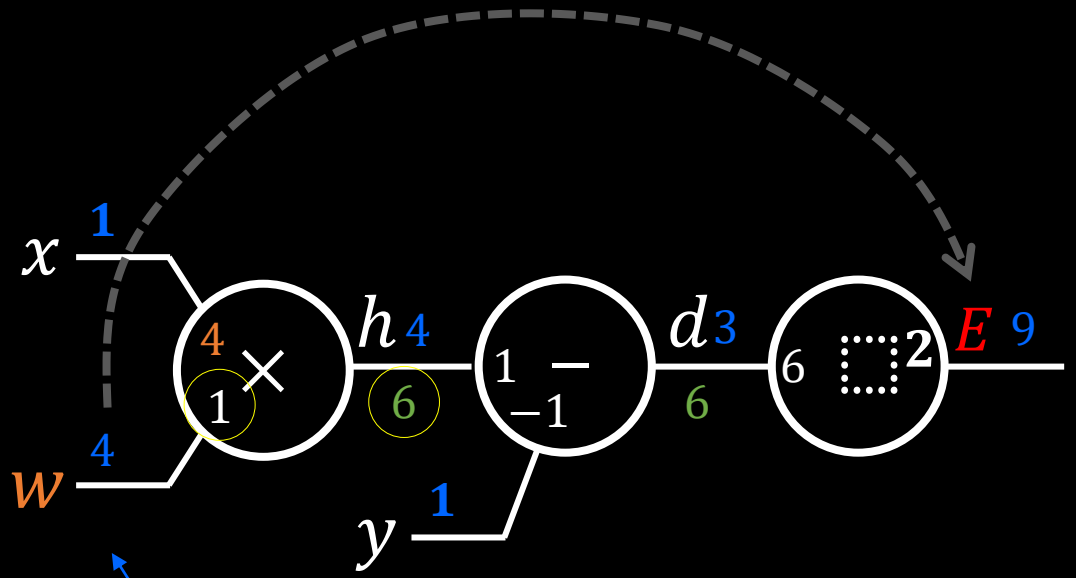


$$\frac{\partial E}{\partial h} = \frac{\partial d}{\partial h} \cdot \frac{\partial E}{\partial d} = 1 \cdot 6$$

역전파(back-propagation)와 체인룰

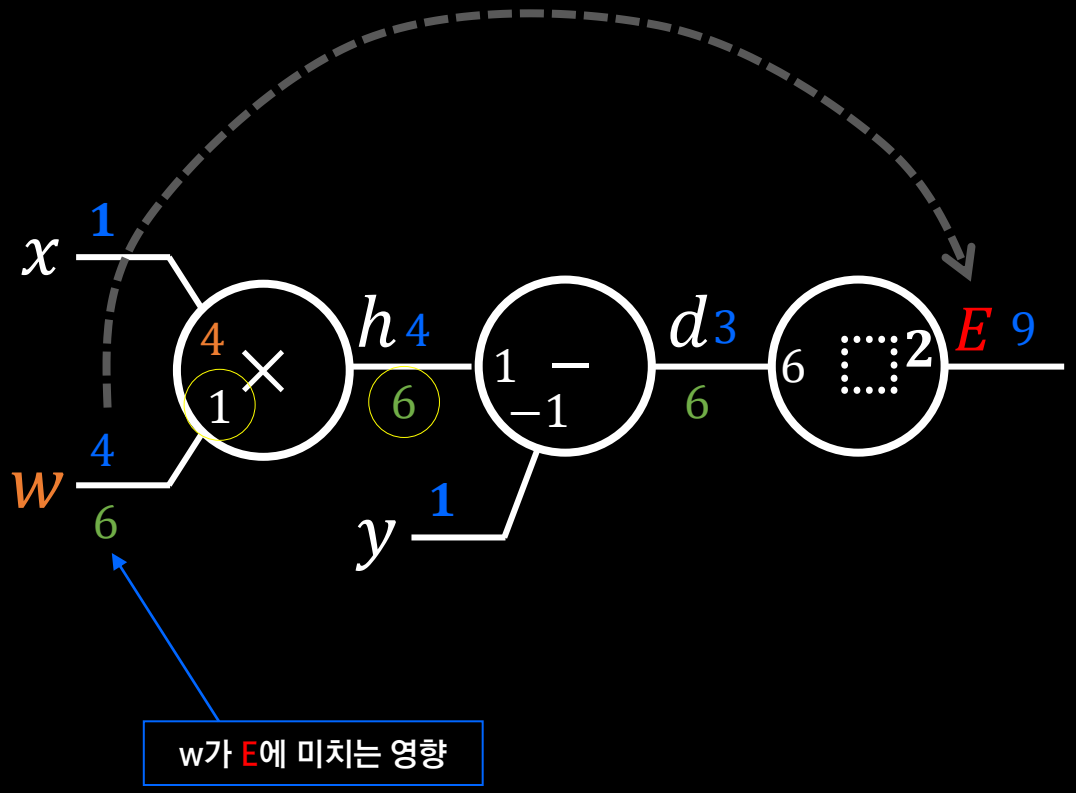


역전파(back-propagation)와 체인룰



$$\frac{\partial E}{\partial w} = \frac{\partial h}{\partial w} \cdot \frac{\partial E}{\partial h} = 1 \cdot 6$$

역전파(back-propagation)와 체인룰



따라서 역전파 (back-propagation)

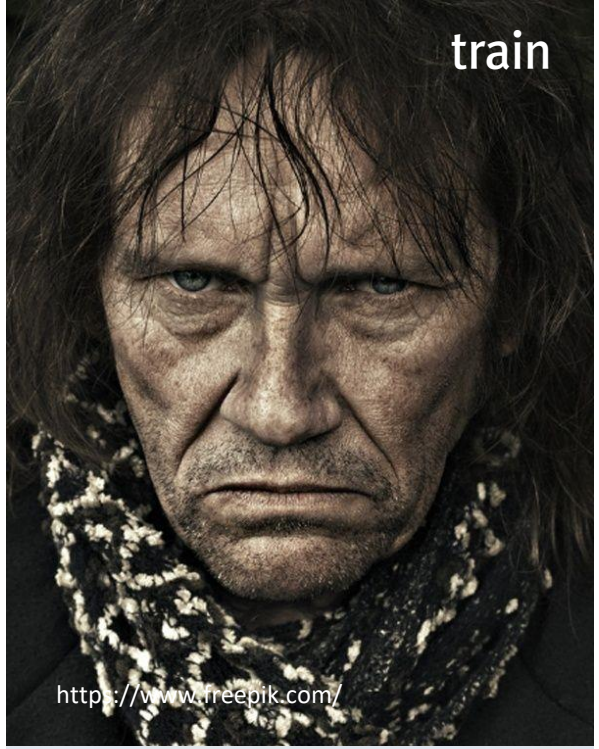
체인 룰(chain rule)을 적용하여
w의 변화가 오류 E에 얼마나 영향을
미치는지(기울기)를 알아내는 과정

$$\frac{\partial E}{\partial w}$$

$$w = 4 - 0.1 * 6 \qquad \frac{\partial E}{\partial w}$$

$$w = 3.4$$

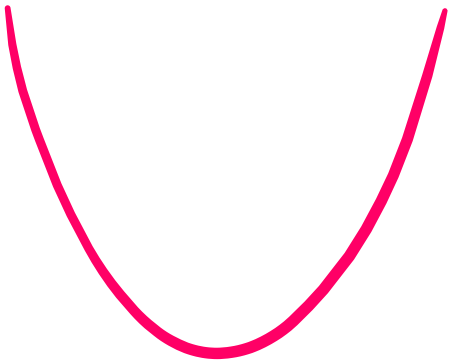
Tuned parameter
after 1 step learning.



⑥

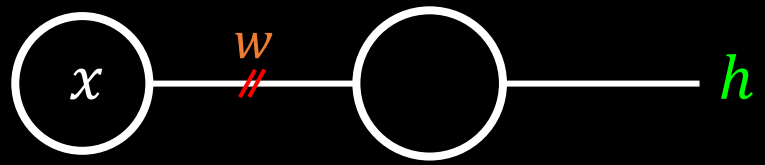
```
train = tf.train.GradientDescentOptimizer(learning_rate
=0.1).minimize(E)

sess = tf.Session()
sess.run(tf.global_variables_initializer()) #w값 초기화

err_list = []
for i in range(101):
    w_val = sess.run(w)
    err = sess.run(E)
    print(i, 'w:', w_val, 'cost:', err)
    err_list.append(err)
    sess.run(train) #한번 경사하강(w 업데이트)
```

학습이 끝난 후 남는 것은?

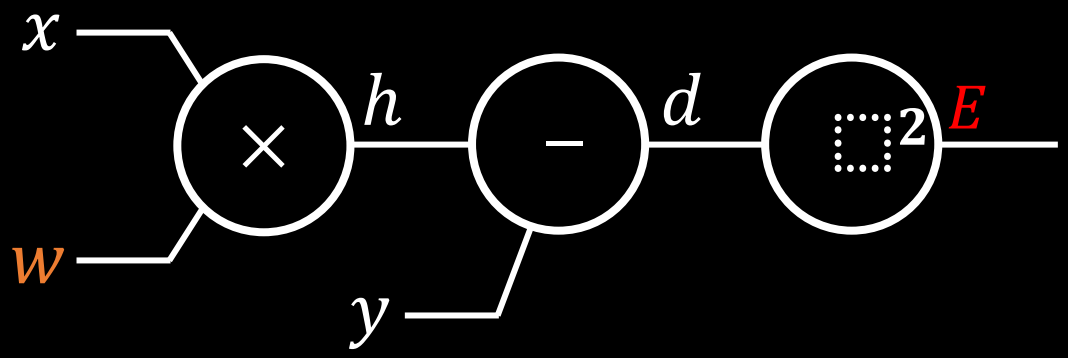


계산 그래프 확장

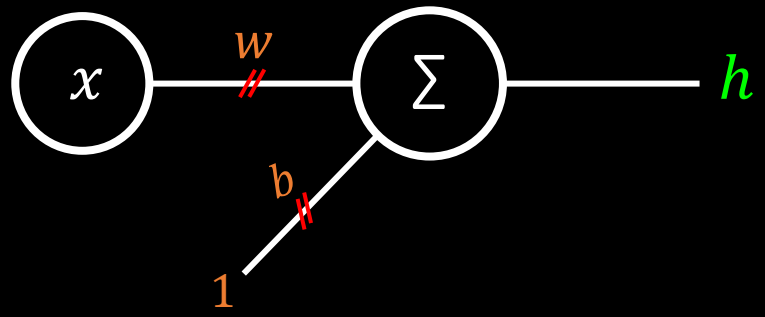
- bias가 있을 경우 (+ 게이트)
- 뉴런 입력이 3개 추가될 때 (+ 게이트)
- 뉴런이 2개일 때
- 튜닝할 파라미터는 모두 몇 개?



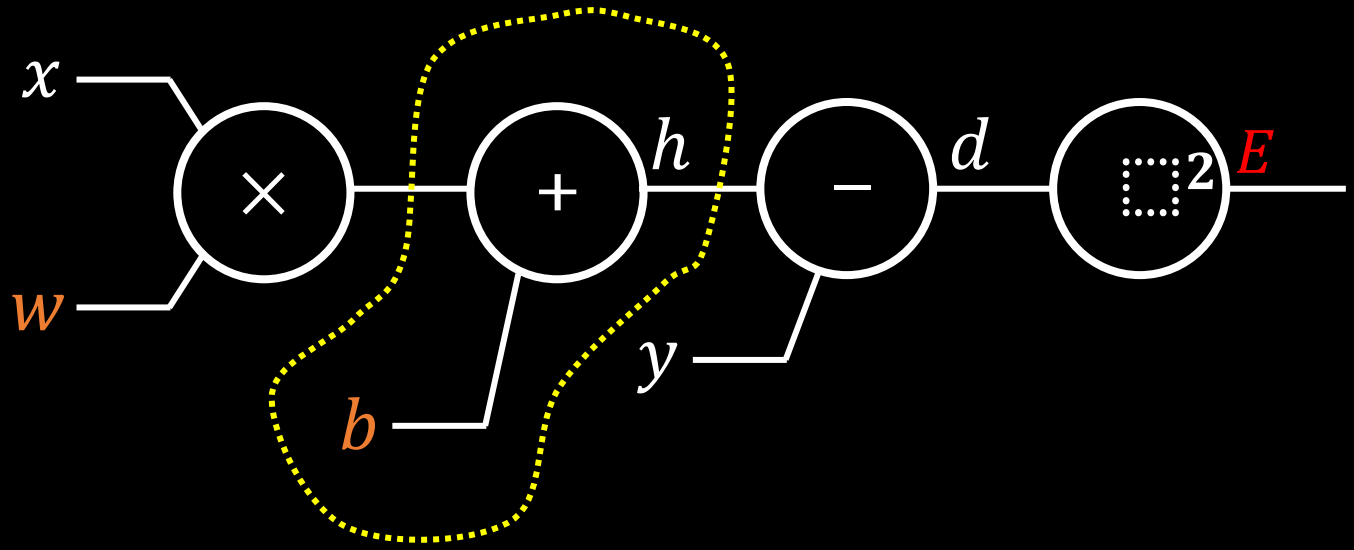
$$E = (wx - y)^2$$



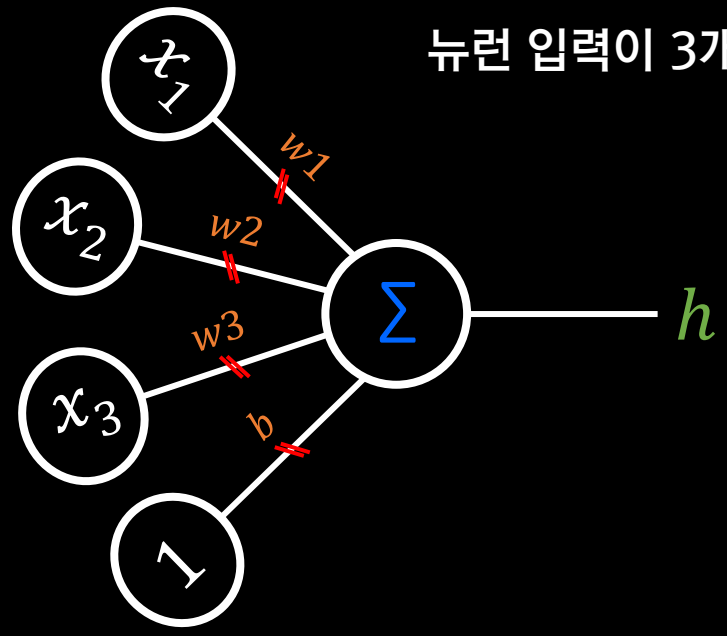
bias가 있을 경우 (+ 게이트)



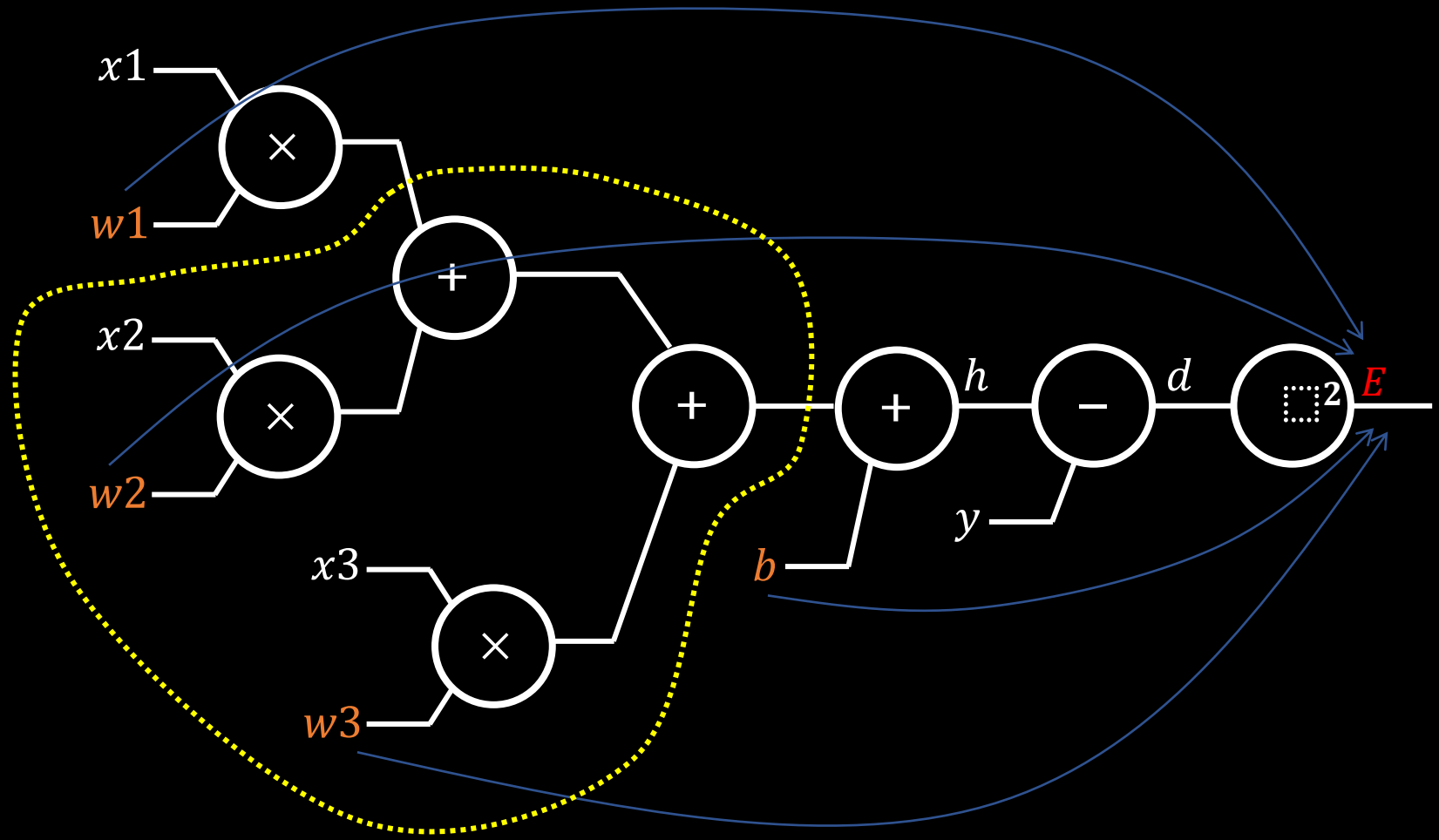
$$E = ((wx + b) - y)^2$$

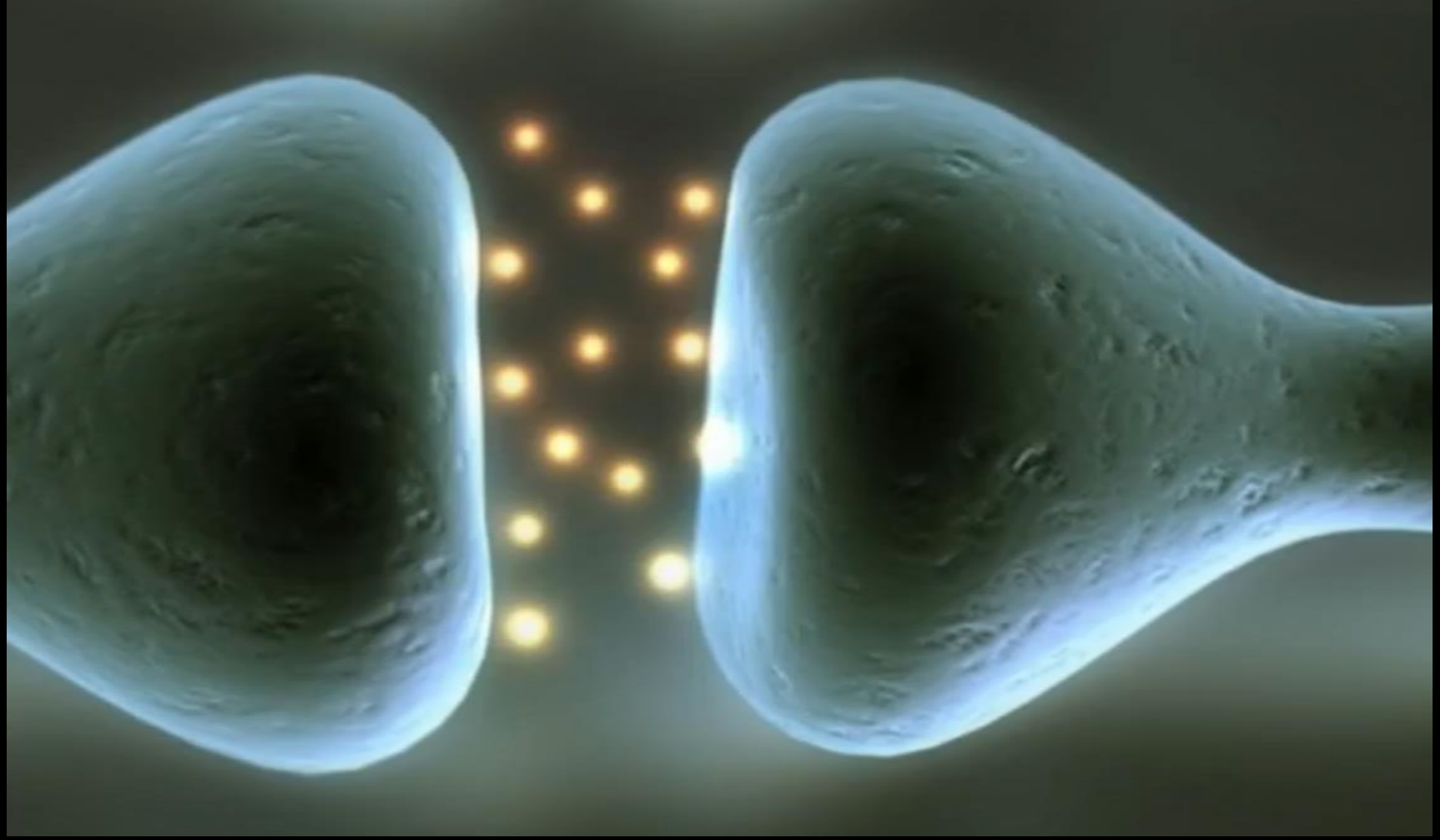


뉴런 입력이 3개가 추가될 경우 (+ 게이트)



$$E = ((w1x1 + w2x2 + w3x3 + b) - y)^2$$





학습, 더 새롭고 좋은 연결(w)을 만드는 것

오류 함수의 의미

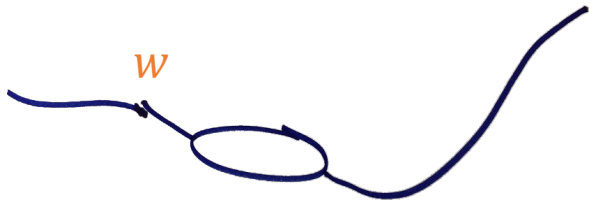
- 기울기가 큼 → 최저점에서 멀리 떨어짐 → 오류가 큼 → bad! → 매우 큰 야단 → 스트레스/고통이 큼 → big update(w)
- 기울기가 작음 → 최저점에 가까움 → 오류가 작음 → not bad! → 작은 야단 → 스트레스/고통이 작음 → small update(w)
- 기울기 0 → 최저점! → 정답을 맞춤! → great! → 야단치지 않음 → no update(w) → learning ended!

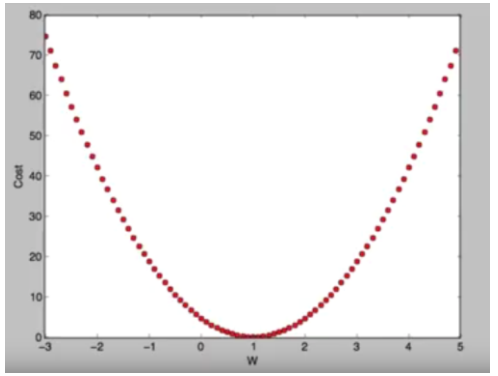
‘좋다‘, ‘나쁘다’를 느끼게 하는 기저

우리 마음 속의
오류함수 E

Cost(Error) Graph

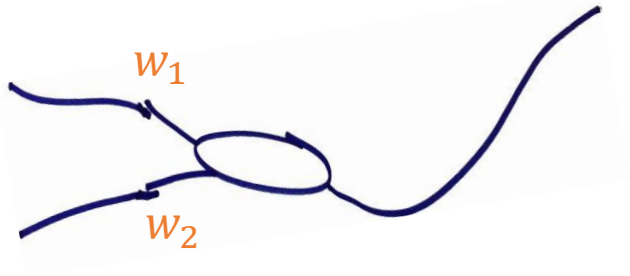
$$E = (w \cdot 1 - 1)^2$$

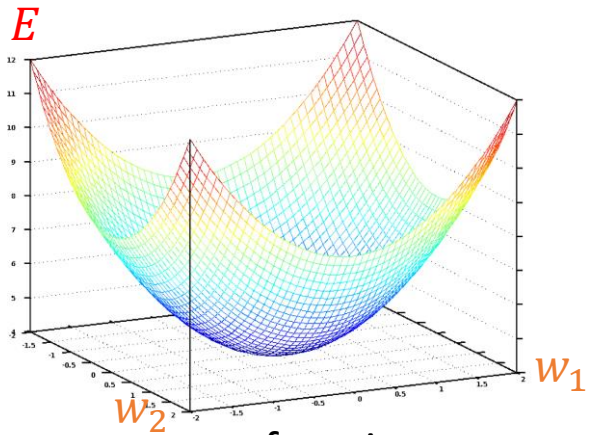




convex function

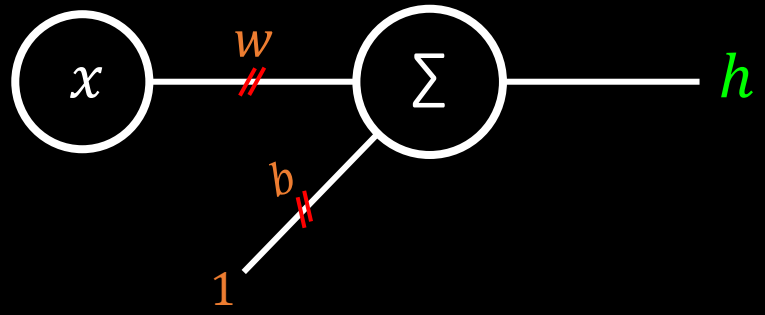
$$E = (W \cdot 1 - 1)^2$$





convex function

04.with_bias.py
Parameter tuning including bias



05.py
Using multiple data

06.py

Training a neuron having multiple inputs

이번 학습에서는

- 텐서플로우 프로그램의 기본 구조를 이해할 수 있다.
- 오류 계산 그래프 직접 그릴 수 있다.
- 오류 계산 그래프에서 게이트(연산)별 local 미치는 영향을 구할 수 있다.
- 역전파와 체인 룰을 이용하여 global 미치는 영향을 구할 수 있다.
- 학습 메커니즘을 이해할 수 있다.