

# 算法设计与分析实验报告

实验名称: 码头扩建问题(离散事件模拟算法)

## 一、问题陈述, 相关背景、应用及研究现状的综述分析

实验内容: 某市有一码头, 每次仅容一辆船停泊装卸货, 由于经常有船等候进港, 部分人提出要扩建码头。经过调查历史资料发现, 码头平均每月停船 24 艘, 每艘船的停泊时间为  $24 \pm 20$  小时, 相邻两艘船的到达时间间隔为  $30 \pm 15$  小时, 如果一艘船因有船在港而等候 1 小时, 其消耗成本为 1000 元。经预算, 扩建码头大约需要 1350 万元, 故市长决策如下: 如果未来五年内停泊船只因等候的成本消耗总和超过扩建码头花费则扩建码头, 否则, 不予扩建。因此, 希望你能够帮助市长做出决策。此问题已知到达的大概时间和大概停泊时间, 对于此问题用概率统计的方法来做比较复杂, 可用程序随机产生到达时间和停泊时间来模拟未来五年内船的停泊, 多次模拟预测停泊情况, 以做出决策;

五年共  $24 * 12 * 5 = 1440$  艘船, 相邻两艘船的到达间隔时间是  $T1 \sim U(15, 45)$  小时, 每艘船的停留时间是  $T2 \sim U(4, 44)$  小时, 默认到达间隔时间和停留时间均是平均分布的。于是用随机数法的方式模拟出所有船对应两种时间, 并按照模拟的时间计算出消耗的成本, 并且在多次模拟下取消耗成本的平均值。

## 二、模型拟制、算法设计和正确性证明

用随机数法模拟平均分布：对于  $t \sim U(a, b)$  来说， $t$  取  $a$  到  $b$  中任意一个值的概率是一样的，为了和题目所给条件更贴切，我用  $ave$  表示  $t$  的期望值即  $ave = (a+b)/2$ ,  $ji$  表示  $t$  的极差的一半即  $ji = (b-a)/2$ , 那么  $t \sim U(ave - ji, ave + ji)$ , 于是用一个随机数满足  $x \sim U(-0.5, 0.5)$ , 则  $t = x * ji * 2 + ave \sim U(ave - ji, ave + ji)$ , 所以只要模拟出一个随机数满足  $x \sim U(-0.5, 0.5)$  就可以用  $t = x * ji * 2 + ave$  来模拟出  $t$  的取值了。由 c++ `<random>` 库中的 `rand()` 可以等概率取出  $0 \sim RAND\_MAX$  中任意一个整数，所以让 `rand() / RAND_MAX - 0.5` 就可以取出一个随机数满足  $x \sim U(-0.5, 0.5)$  了。由于 `rand()` 函数依赖种子，为避免由于种子重复引起的误差，所以用当前程序运行的时间作为种子。

用 `Arrive`、`Stop` 数组来记录每艘船的到达、停留时间，用 `Arrive[i] = Arrive[i-1] + T, T \sim U(30, 15)` 来更新到达数组。`Stop[i] = T, T \sim U(24, 20)` 来更新停留数组。

有了每艘船的到达、停留时间后，我们就可以开始计算成本消耗了。关键问题是弄清楚每一艘船的实际离港时间，用数组 `Leave` 表示。每艘船的离港时间的计算方法为：`Leave[i] = max(Leave[i-1], Arrive[i]) + Stop[i]`。每艘船的等待时间就是 `Leave[i-1] - Arrive[i]`，如果这样算出来的等待时间是小于 0 的话，就说明上一艘船在当前船到达前就离开了，所以实际等待时间是 0。所以最后的成本消耗就是每一艘船的等待时间乘以单位成本时间和。

### 三、时间和空间复杂性分析

计算每 5 年的成本消耗的时间复杂度是  $O(n)$  的，其中  $n$  指船数，相当于对每一艘船进行了两次取随机数操作、计算到达时间、等待时间的操作。由于重复模拟了  $m$  次，所以总的时间复杂度是  $O(n*m)$  的。

空间复杂度是  $O(n)$  的，因为用到了 Arrive、Stop 等长度为  $n$  的数组。其实是可以优化成  $O(1)$  的，因为每一次的递推都只用到了当前船的时间状态和前一艘船的时间状态，所以只用记录两艘船的时间状态就可以了。比如说用 preLeave 变量来记录前一艘船的离港时间。但是这样写出来的程序没有用数组好理解。

## 四、程序实现和实验测试过程

随机数法模拟平均分布用 `getRandom(ave, hfrange)` 函数实现，变量一个是期望、一个是半极差，和第二大点中的算法分析对应。用 `init()` 实现对所有船的时间初始化，其中调用了 `getRandom()` 函数。

计算一次五年的成本消耗用 `get()` 函数实现，每次都要调用 `init()` 函数初始化，用算法分析中的递推式实现。

多次模拟计算用 `getAve(n)` 函数时间，就是重复调用 `get()` 函数，最后取平均值就好。`n` 是模拟次数。

```
init();  
C:\Users\310\Desktop\test.exe  
10000 times: CNY 1510.0000  
12000 times: CNY 1510.0000  
14000 times: CNY 1509.0000  
16000 times: CNY 1510.0000  
18000 times: CNY 1508.0000  
20000 times: CNY 1508.0000  
  
Process returned 0 (0x0) execution time : 6.595 s  
Press any key to continue.
```

图中分别是模拟 10000、12000、14000、16000、18000、20000 次后计算出的五年消耗平均值，可以看出最后成本消耗在 1509 万元左右，是大于扩建码头的 1350 万元的，所以最终推荐扩建码头。

## 五、总结

用随机数法模拟现实问题求解要在模拟次数足够大的情况下才有说服力。