偏微分

12/15 深層学習ゼミ第6回

偏微分とは

多変数関数において**ある1つの変数だけ**に注目し、それ以外の変数を定数として扱って**微分**すること。

導関数の定義

$$z = f(x, y)$$

$$\frac{\partial z}{\partial x} = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h, y) - f(x, y)}{h}$$

$$\frac{\partial z}{\partial y} = \lim_{h \to 0} \frac{f(x, y+h) - f(x, y)}{h}$$

ゼロイチゼミ

偏微分とは（具体例）

$$f(x, y) = x^2 + y$$

$$\frac{\partial f(x, y)}{\partial x} = 2x$$

（ y を定数として微分 ）

$$\frac{\partial f(x, y)}{\partial y} = 1$$

（ x^2 を定数として微分）

偏微分とは（具体例）

$$f(x, y) = x^2 - 3xy + 2y^2$$

$$\frac{\partial f(x, y)}{\partial x} = 2x - 3y \qquad \frac{\partial f(1, 1)}{\partial x} = -1$$

$$\frac{\partial f(x, y)}{\partial y} = -3x + 4y \qquad \frac{\partial f(1, 1)}{\partial y} = 1$$

ゼロイチゼミ

２変数関数の偏微分の実装

$f(x_0, x_1) = x_0^2 + x_1^2$ の **偏微分係数** $\frac{\partial f(3,4)}{\partial x_0}$ と $\frac{\partial f(3,4)}{\partial x_1}$ を求める

1. **数値微分**(中心差分)を定義
2. 上述の2変数関数にx_1=4, x_0=3を代入した関数をそれぞれ定義
3. 2で定義した関数を用いて(x_0 , x_1) = (3 , 4) におけるx_0,x_1に関する偏微分係数を求める

4.3.3 偏微分

1. **数値微分**(中心差分)を定義

```
def numerical_diff(f,x):
    h = 1e-4
    return  (f(x+h) - f(x-h)) / (2*h)
```

2. 上述の2変数関数にx_1=4, x_0=3を代入した関数をそれぞれ定義

3. 2で定義した関数を用いて(x_1 , x_0) = (3 , 4) におけるx_0,x_1に関する偏微分 係数を求める

```
print(numerical_diff(function_tmp1, 3.0))
print(numerical_diff(function_tmp2, 4.0))
```

ゼロイチゼミ

解析的な偏微分係数

$$\frac{\partial f(x_{0,}, x_1)}{\partial x_0} = 2x_0$$

$$\frac{\partial f(x_{0,}, x_1)}{\partial x_1} = 2x_1$$

$$\frac{\partial f(3,4)}{\partial x_0} = 6$$

$$\frac{\partial f(3,4)}{\partial x_1} = 8$$