南京大学
NANJING UNIVERSITY

算法设计与分析基础《Introduction to the Design and Analysis of Algorithms》

算法知识回顾

南京大学软件学院
李传艺
lcy@nju.edu.cn
费彝民楼917

算法是什么？

- 算法
  - Wikipedia：In mathematics and computer science, an algorithm is an unambiguous specification of how to solve a class of problems.
    - Calculation, data processing, automated reasoning tasks
    - Expressed within a finite amount of space and time
    - Initial state, initial input, successive states, output and ending state
  - 百度百科：算法是指解题方案的准确而完整的描述，是一系列解决问题的清晰指令。
    - 有穷性，确切性，输入项，输出项，可行性

- 表达方式
  - 流程图
  - 伪代码
  - PAD图（日本日立公司1973年提出的一种接近于编程语言的算法表示图）

算法之于生活

- 例. 躁郁症康复后的小李好不容易找到一份兼职，最后却被一纸测试挡在了面试大门之外。据知情人士透露，是用于评测的电脑将小李的成绩标记为不合格。
  - HR筛选简历前会使用计算机辅助筛选
  - 计算机性格测试
  - 工作绩效考核、保险精算、信用评估
  - 小李通过努力成功在麦当劳获得一份收拾餐桌的兼职
    - 这些算法有待验证

生活之于算法（一）

- 遗传算法
  - 是模拟达尔文生物进化论的自然选择和遗传学机理的生物进化过程的计算模型，是一种通过模拟自然进化过程搜索最优解的方法。
  - 初始种群
  - 编码、基因
  - 遗传算子：交叉、变异；得到下一代
  - 评价、选择
  - 终止条件
- 应用例子：云计算环境中考虑能源消耗的工作流调度算法
- 相关研究方向
  - 使用遗传算法的机器学习（散发浓郁的令人心之神往的神秘气息）
  - 遗传算法和神经网络、模糊推理、混沌理论
  - 并行遗传算法

知识补充

- 模糊推理
  - 模糊逻辑(Fuzzy Logic)指模仿人脑的不确定性概念判断、推理思维方式，对于模型未知或不能确定的描述系统，以及强非线性、大滞后的控制对象，应用模糊集合和模糊规则进行推理，表达过渡性界限或定性知识经验，模拟人脑方式，实行模糊综合判断，推理解决常规方法难于对付的规则型模糊信息问题。
- 混沌理论
  - 混沌理论是一种兼具质性思考与量化分析的方法，用以探讨动态系统中无法用单一的数据关系，而必须用整体，连续的数据关系才能加以解释及预测之行为。
  - “一切事物的原始状态，都是一堆看似毫不关联的碎片，但是这种混沌状态结束后，这些无机的碎片会有机地汇集成一个整体”
  - 古希腊哲学家对于宇宙之源起即持混沌论，主张宇宙是由混沌之初逐渐形成现今有条不紊的世界。
  - 自然规律如地心引力、杠杆原理可以使用数学公式描述，甚至是星体的运行轨迹

补充

- 蝴蝶效应
  - 但是很多时候无法预测使用公式准确表达行径的物体的运动情况，因为一些不为人知的因素会导致难以想象的变化
  - 如蝴蝶效应
  - 西方民谣：
    - 钉子缺，蹄铁卸；蹄铁卸，战马蹶；战马蹶，骑士绝；骑士绝，战事折；战事折，国家灭
- 混沌理论的应用
  - 多是对现实的指导意义
  - 教育
  - 企业管理
    - 企业是开放的，很大程度受到环境的影响
    - 环境是瞬息万变的
    - 用于决策的简单线性因果关系模型已经不再适用

补充

- 混沌控制
  - 将此想法化为实用技术，用微小的变化开始，造成希望所想的巨大改变
- 因果理论
  - Causal inference is the process of drawing a conclusion about a causal connection based on the conditions of the occurrence of an effect.
- 因果性和相关性
  - 大数据、数据挖掘、机器学习、混沌理论、模糊推理
  - 精确的因果性？

生活之于算法（二）

- 蚁群算法
  - 蚁群算法是一种用来寻找优化路径的概率型算法
  - 研究蚂蚁觅食的过程中，蚁群整体可以体现一些智能的行为
  - 例如，蚁群可以在不同的环境下，能寻找最短到达食物源的路径
    - “信息素”；传递；浓度；一种反馈机制
    - 经过一段时间后，整个蚁群就会沿着最短路径到达食物源了
- 蚁群智能得益于蚂蚁个体的多样性和正反馈
  - 多样性类似创新性，不单一重复
  - 正反馈使得在正确的基础上创新
- 应用
  - 旅行商问题
  - 分配问题
  - 车间调度问题
  - 车辆路由、图着色问题等

学习算法的作用

- 一个人接受科技教育的最大收获，是那些能够受用一生的通用智能工具。——George Forsythe
- 算法和生活关系密切
  - 算法之于生活
  - 生活之于算法
- 算法的特性
  - 有穷性，精确性，输入项，输出项，可行性
- 麻省理工公开课——导学10:00-17:00

例子. 求最大公约数

- 最大公约数
  - 两个不全为0的非负整数*m*和*n*的最大公约数记为*gcd*(*m*,*n*).
- 欧几里得算法**伪代码**

Algorithm Euclid(m,n)

//使用欧几里得算法计算gcd(m,n)

//输入：两个不全为0的非负整数

//输出：m,n的最大公约数

while n ≠ 0 **do**

r ← m **mod** n

m ← n

n ← r

return m

- 用于计算gcd(m,n)的连续整数检测法
- 质因数求gcd(m,n)

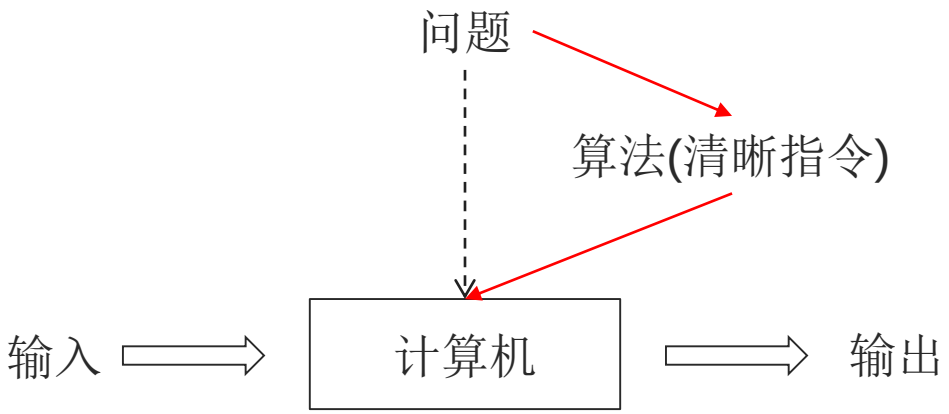
伪代码

- 伪代码
  - 是自然语言和高级编程语言构件的混合体，用于描述数据结构或算法的通用实现的主要思想
  - 不存在精确定义的伪代码语言
  - 伪代码中选择了高级编程语言，如Python，Java和C++中共有的编程语言构件
    - 表达式：标准数学符号和布尔表达式； ←作为赋值运算；=作为相等关系
    - 方法声明：**算法** name(*param*1, *param*2,…)
    - 决策结构：if then else then
    - 循环结构：while 条件 do 操作；repeat 操作 until 条件；for 变量-增量-定义 do 操作
    - 数组索引：A[i]表示数组A的第i个元素，i从0到n-1
    - 方法调用：object.method(args)，在可理解的情况下object可以省略
    - 方法返回：return 值

算法定义

- 理解
  - 算法是解决问题的一种特殊方法，不是问题本身的答案，而是经过准确定义的、以获得问题解的过程

- 定义（计算机世界）
  - 算法是问题的程序化解决方案，是一系列解决问题的清晰指令，对于符合规范的输入，能够在有限的时间内获得所需要的输出。



算法的重要性

- 诗人做学问，功夫在生活、读书：素材累积、表达方式累积
- 程序员做学问，功夫在算法、实践

- 算法指导编程、提高程序质量
  - 十分钟思考+半小时编程调试 vs. 半小时思考设计+十分钟实现

- 软件＝文档＋程序；程序＝算法＋数据结构

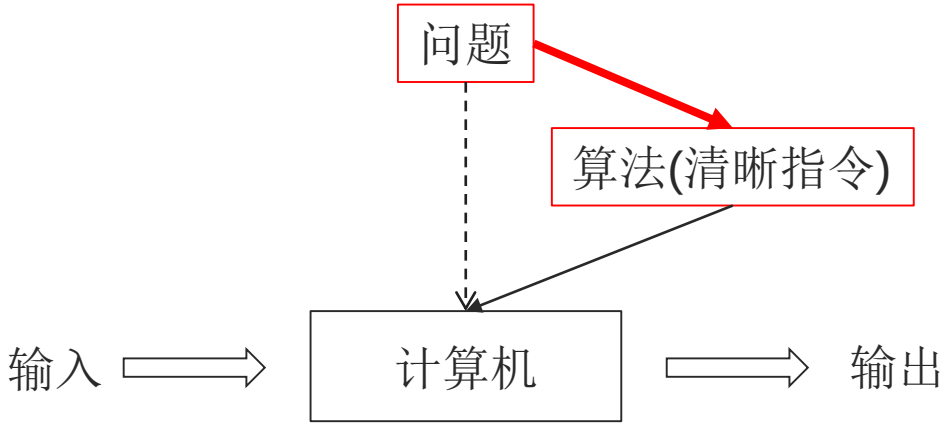
- 算法工程师？
- 必须首先是一个优秀的软件工程师，软件工程师又必须懂算法。
  - 本课程：成为合格软件工程师所需要了解和掌握的算法知识

介绍算法的方案

- 从问题类型出发
  - 排序；查找（搜索）；字符串处理；图问题；组合问题；几何问题；数值问题等
  - 优点？——方案对比
  - 不足？——忽略设计
- 从解题思路出发
  - 优点？
    - 注重设计技巧，更加符合应用需求
    - 掌握问题的共性
    - 具体算法的通用设计算法即策略。

解决算法问题的一般步骤

- 解决算法问题的“算法”
- 输入：问题
- 输出：算法



具体步骤

- 1. 理解问题
- 2. 决定计算方式
- 3. 决定精确还是近似解法
- 4. 使用的数据结构
- 5. 算法的设计策略
- 6. 设计并描述算法
- 7. 算法正确性证明
- 8. 算法分析
- 9. 算法的代码实现

数据结构回顾（1）

- 线性数据结构
  - 一维数组（基于索引的列表）
    - 连续存储、大小相同、时间相同
    - 耗时的操作：插入和删除
  - 链表
    - 数据＋指针；快速的插入和删除操作
    - 需要维护链接的空间
    - 随机访问数据的开销大
- 基于列表和链表的栈、队列
  - 栈：后进先出，Last In First Out, LIFO原则
    - 基于列表：每个操作都是O(1)的运行时间；但是可能空间浪费或不足？
    - 基于链表：操作稍复杂，但是不需要考虑空间问题
  - 队列：先进先出，First In First Out, FIFO原则
    - enqueuer(o)：在队列尾部插入对象
    - dequeuer()：删除并返回队列头部的对象；如果队列为空，则发生错误

数据结构回顾（1）

- 基于数组的队列的实现
  - 容量为N的数组Q实现队列
  - f为Q中存储的第一个元素的索引，r为下一个可用的单元索引
  - 初始值f=r=0
  - 插入：r增加
  - 删除：f增加
  - 当f=r=N怎么办？——循环数组
    - 当f、r满足一定条件，从数组头部重新变化
    - (f+1) mod N；(r+1) mod N

Algorithm dequeuer():
    if $f = r$ **then**
        return ‘队列为空的错误条件’
    $temp \leftarrow Q[f]$
    $Q[f] \leftarrow null$
    $f \leftarrow (f + 1) \bmod N$
    return *temp*

Algorithm enqueuer(o):
    if $(N - f + r) \bmod N = N - 1$ **then**
        return ‘队列为满的错误条件’
    $Q[r] \leftarrow o$
    $r \leftarrow (r + 1) \bmod N$
    return

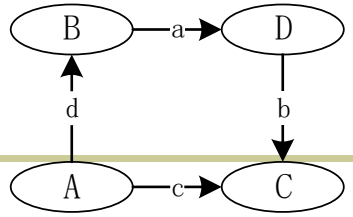
数据结构回顾（2）

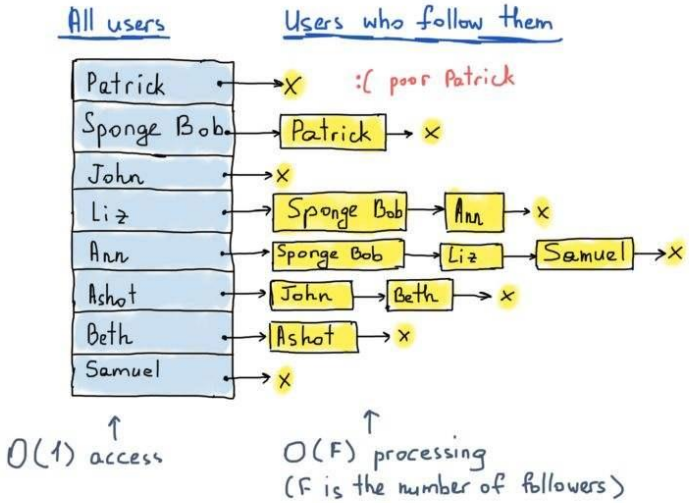
- 图
  - G＝<V,E>：结点或者顶点（节点），边（弧线、连接）
  - 边分为有向的和无向的：节点对(u,v)是有序的或无序的；无向图，有向图，混合图
    - 类之间的关系——有向图
    - 城市地图——混合图：单行道路、双向道路
  - 有向边：端点为始点、终点；相邻的节点；边和点关联；节点的入边、出边、入度、出度
  - 思考：无向图中两个顶点之间不允许有多条边？
    - 平行边、多重边
    - 自环：一条边的两个端点是同一个结点
    - 没有平行边、自环的图称为简单图
  - 有环、无环；完全、稠密、稀疏；加权图
  - 路径和环
    - 路径长度：经过边的个数；如果边带权重，则为权重和
    - 简单路径：如果没有相同的结点，称为简单路径
    - 连通性：任意两个节点之间都存在路径；连通分量、回路、无环图
  - 子图、生成子图
    - 连通分支

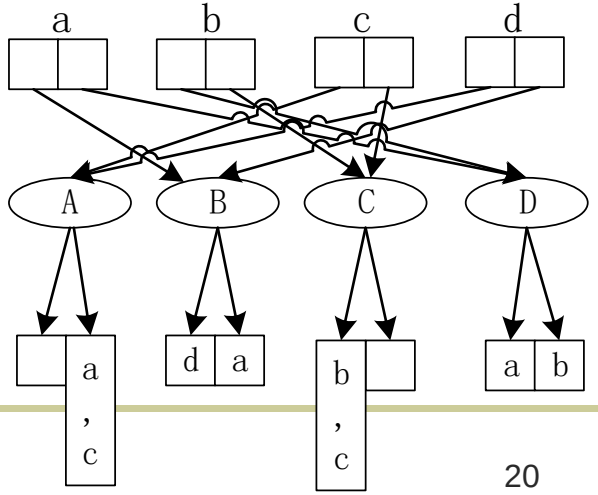
数据结构回顾（2）

- 图的操作
  - 查询：点、边、权重、路径、入度、出度等
  - 遍历
  - 增、删、改
  - 最短路径、最大连通子图等

- 图的表示方法
  - 邻接矩阵，权重矩阵
    - 使用一个二维数组表示图G中的边
    - 在常数时间内判断两个点是否相邻——$O(n^2)$的空间代价
    - 适合稠密图
  - 邻接列表
    - 三个部分：结点的聚集、边的聚集和每个结点关联的边列表
    - 结点关联的边列表可以存储边也可以存储相邻节点







数据结构回顾（3）

- 树
  - 根
  - 除了根，每个节点有一个父亲、0个或多个孩子元素
  - 有根树
  - 叶子节点：没有孩子节点
  - 自由树、森林、连通分量
  - 应用
    - 目录结构、数据存储、数据编码、字典的实现等
  - 祖先、真祖先、父节点、子节点、兄弟节点、子孙、真子孙、子树、深度、高度
  - 有序树
    - 每个结点的孩子结点之间定义了一种线性顺序，则称为有序树
    - 例如：书本中的内容，每一个章节内部的各个部分有先后顺序
    - 二叉树、二叉查找树、多路查找树
    - 例如：算术表达式的树结构表示
- 树遍历
  - 前序遍历、后序遍历

数据结构回顾（4）

- 集合与字典
  - 互不相同的项的无序组合
    - 检查成员是否存在、并集、交集
  - 多重集、包
  - 字典：一种基于集合的抽象数据类型

算法问题回顾（1）

- 排序问题
  - 按照升序对给定列表中的数据项进行排序
  - 为什么要排序？已有很多，为什么还要学习和研究排序算法？
  - 稳定的、在位的
- 查找问题
  - 在给定的集合中查找给定值，该值称为“查找键”
  - 需要平衡“查找”、“增加”、“删除”和“修改”操作的效率
  - 顺序查找、二分查找、堆查找等
- 字符串处理
  - 字符串匹配
  - 字符串相似度计算：编辑距离

算法问题回顾（2）

- 图问题
  - 最短路径、图遍历、拓扑排序
  - 旅行商问题
  - 图着色问题
- 组合问题
  - 寻找一个组合对象，比如一个排列、组合或者一个子集，使得这些对象能够满足特定的条件并具有我们想要的特性
  - 优化问题
    - 遗传算法、蚁群算法、粒子群算法等
- 几何问题
  - 计算机图形学：图形绘制、阴影计算、图遮挡等
  - 最近对问题、凸包问题
- 数值问题
  - 解方程、方程组；计算定积分；求函数值等

算法效率分析回顾

- 算法效率分析框架
  - 时间效率：多快
  - 空间效率：额外空间
  - 输入的规模：一般越大，则时间、空间效率越低
  - 分析步骤
    - 输入规模度量：表示要处理的单元个数
    - 时间度量的单位：基本操作的次数
    - 增长情况：当输入规模增长时，执行时间的变化情况
    - 最优、最差、平均效率
    - 效率相关的度量符号
      - O，Ω，Θ
    - 比较两个算法的效率
      - 平均效率比较、增长次数比
- 麻省理工公开课——算法分析01:00-30:00

算法类型回顾

- 通过实现具体算法的做法来确定算法的类型（解决问题的方案）
- 递归
  - F(n) := F(n-1) * OPs ——递推关系
  - 停止（初始）条件
  - 递归调用树
- 非递归
  - 用循环解决问题；一般要加上数据结构

- 经验
  - 用递归的思维理解问题、分析问题
  - 用递归给出基本的解决方案：递归的开销大？
  - 尽力用循环＋设计的数据结构改造原方案

P、NP、NP完全等问题类型回顾（1）

- P问题
  - 能够在多项式时间内求解的判定问题
- 判定问题
  - 答案是“是”“否”的问题
  - 排除了解空间是非多项式表达的那些问题
  - 包括了那些求解最优解的问题（解空间大但是要的只是最优解）
- 所有的判定问题都是多项式时间内能解决的吗？
  - 否
- “停机问题”
  - 给定一个程序P和它的输入I，判断P在处理I时会终止还是永远会计算下去
- 判定问题
  - 多项式问题——P问题，
  - 难解问题——不确定是否存在多项式类算法解决的问题 NP
  - 无解问题——NP Hard

P、NP、NP完全等问题类型回顾（2）

- 判定问题→难解问题（不能确定是否存在多项式级别的解）
  - 哈密顿回路：所有点一次
  - 旅行商问题：N个点一次最短距离（最短哈密顿回路）
  - 背包问题：将多个物品放入一个背包，最多放多少个
  - 划分问题：N个正整数划分成两个子集，和相等
  - 装箱问题：将一批物体放入固定大小的箱子，最少要多少箱子
  - 图着色问题：最少多少颜色使相邻颜色不同
  - 整数线性规划问题等：线性函数在约束条件下的最大值或最小值

- 共同点？
  - 计算规模按照输入规模呈指数增长
  - 虽然不能求所有解，但是可以快速的判断一个解是否是解空间中的
    - 多项式时间内判断
    - 旅行商问题如何判断解是否是最短的？

P、NP、NP完全等问题类型回顾（3）

- 不确定算法
  - 猜测阶段：即非确定阶段，生成一个任意的可能的解，作为候选
  - 验证阶段：确定的阶段，判定候选解是否是真实解
- 不确定多项式类型算法
  - 那些验证阶段属于多项式类型算法的不确定算法

- NP类问题
  - 能够使用不确定多项式类算法解决的问题
- NP完全问题
  - 首先是一个NP问题
  - 其他NP问题能够在多项式时间内化简为该问题

- 如果找到任何一个NP完全问题的多项式解，则NP＝P

总结

- 算法和生活
- 算法重要性
- 解决算法问题的一般步骤
- 数据结构
- 算法问题
- 算法效率
- 算法类型——解决方案角度
- 问题类型——解决方案的效率角度

- 下节课：基于排序问题的解决方案介绍算法设计的几种策略

谢 谢！