





神经计算

卷 275, 31 一月 2018, 页 1012-1020

一种低秩矩阵分解算法及其应用

陈柏宇^a, 紫阳^b 杨周旺^a  [显示更多](#)  共享  引用<https://doi.org/10.1016/j.neucom.2017.09.052> [获取权利和内容](#) 

介绍

随着我们需要分析的数据集的快速增长, 以及快速发展的网络, 数据挖掘算法应该被设计为处理大规模数据。此外, 这些庞大的数据通常具有一些值得注意的特征, 例如稀疏性。实际应用中很多高维数据是稀疏的, 所以可以以结构化稀疏的形式来表示, 比如低秩到矩阵。近年来, 低秩矩阵的研究受到广泛关注, 因为它是分析海量数据集的重要组成部分。低秩矩阵分解[13]发生在许多领域, 例如机器学习[18], 计算机视觉[16]和运动分割[12]。特别是在智能视频监控中(例如背景减法[14], 视觉跟踪[8], [9], [10]), 稀疏和低秩表示起着重要作用。

低秩分解的目的是将矩阵分解为两个低维矩阵的乘积。低维约束原始矩阵的秩。低秩矩阵分解是分析二元数据以发现两个条目之间的相互作用的有效工具。成功的应用程序包括关键字搜索和推荐系统。矩阵分解也适用于矩阵完成问题。通常, 只能从整体上访问一小部分数据。此外, 我们还希望从观察到的数据中恢复原始数据。原始数据中存在无限的选择, 但在实践中, 我们只对排名最低的数据感兴趣。这是由于原始数据的低秩结构。低秩矩阵分解已被证明是解决问题的有效方法。此外, 在一些问题中, 例如低秩表示(LRR)和原理分析, 我们需要限制目标矩阵的秩。在[5]中, 研究人员提出矩阵的核范数[7]在某些情况下可以用来表示矩阵秩。基于核范数, 有几种潜在的应用。[3]对矩阵的奇异值执行软阈值运算以近似核范数。Wei和Lin[20]提出了鲁棒形状交互方法, 该方法通过使用列稀疏鲁棒PCA来消除噪声, 然后将LRR应用于去噪数据。[25]提出了一种基于LRR的判别投影方法(LRR-DP), 用于鲁棒特征提取。已经提出了面部识别的一些实际用途, 其中使用了健壮的LatLRR[24], 并且使用当前的内核LRR来实现内核技巧[19]。这些论文提到的核范数是有问题的, 因为计算核范数通常需要奇异值分解(SVD)。在实际应用中, 当数据集足够大时, SVD太慢而无法使用。

我们的矩阵分解算法可以应用于避免诉诸SVD。通过将目标矩阵分解为两个低维矩阵的乘积, 其秩受因式分解矩阵的约束。这消除了对核范数的需求, 从而避免了SVD。为了解决隐矩阵分解的变换问题, 我们利用了增强拉格朗日方法(ALM)的技术。

我们将结果算法称为隐矩阵分解增强拉格朗日方法（HMFALM），它可以直接求解矩阵排名，而不是使用核范数。数值实验表明，HMFALM在不牺牲精度的情况下比其他算法更快。特别是当高维数据的稀疏性非常高时，许多算法的表现更差甚至完全失败，但我们的算法仍然高效工作。当我们解决低秩矩阵分解问题时，因式分解矩阵的维数始终是固定的。但在实际问题中，最佳尺寸仍然未知；因此，估计的维度可能大于或小于最佳维度。错误的估计可能会导致收敛速度变慢、过度拟合、结果不佳，甚至背离。在本文中，我们提出了一种简单但有效的方法来找到最佳尺寸。我们的程序可以应用于实际问题，并在各种数值实验中显示出积极的结果。

本文的其余部分组织如下。第2节描述了低秩矩阵分解问题，并提出了我们的算法HMFALM。第3节阐述了该算法在低秩表示和矩阵补全中的应用。数值实验结果见第4节。最后，第5节结束本文。

节段代码段

算法

在本节中，我们提出了隐矩阵分解增强拉格朗日方法（HMFALM），该方法可以解决低秩矩阵分解问题。...

应用

在本节中，我们将算法应用于两个模型，并分别为每个问题提出相应的算法。...

数值实验

在本节中，我们测试了我们的算法，即隐矩阵分解增强拉格朗日方法（HMFALM）的效率，并将其与其他算法进行比较。所有算法都在配备 2.6 GHz Intel Core i5 和运行 OS X El Capitan 和 Matlab 8.6.0 版本的 8 GB 内存的 PC 上运行和计时。...

结论

在本文中，我们提出了一种新的算法，即隐矩阵分解增强拉格朗日方法（HMFALM），用于解决低秩矩阵分解问题。我们的算法使用因式分解矩阵来反映矩阵的秩，避免了核范数中的SVD分解。与其他方法相比，我们的方法真正解决了对矩阵进行排序的问题，提高了速度。对于大规模和高稀疏性矩阵分解，我们的方法继续发挥作用...

确认

我们要感谢匿名审稿人的意见和建议。这项工作得到了中国国家自然科学基金（第11626253号）和中央大学基本科研业务费基金（WK 0010460003）的支持。...

陈柏宇应用数学硕士，中国科学技术大学，2014/09 - 2017/04 中国科学技术大学应用数学学士，2010/09 - 2014/07。...

参考文献 (25)

张旭. 等.

[基于低秩表示的判别投影，用于鲁棒特征提取](#)

神经计算 (2013)

张海. 等.

[子空间聚类的鲁棒潜在低秩表示](#)

神经计算 (2014)

H. 阮等.

[人脸识别的内核低秩表示](#)

神经计算 (2015)

十. 阿马特里亚因等.

[网飞推荐：超越 5 星（第 1 部分）](#)

网飞科技博客 (2012)

J. 贝内特等.

[KDD 杯和研讨会 2007](#)

ACM SIGKDD Explor. 纽斯尔. (2007)

蔡建华 等.

[一种用于矩阵补全的奇异值阈值算法](#)

暹罗. (2010)

E.J. 坎德斯等.

[带噪声的矩阵补全](#)

美国电气与电子工程师协会 (IEE) (2010)

E.J. 坎代斯等.

[通过凸优化实现精确的矩阵补全](#)

找到了。数学. (2009)

十. 陈等.

[一种用于非利普希茨非凸规划的增强拉格朗日方法](#)

暹罗. 肛门. (2017)

米. 法泽尔

[矩阵秩最小化与应用（博士论文）](#) (2002)



[查看更多参考资料](#)

引用者 (17)

深度交替非负矩阵分解

2022, 基于知识的系统

[显示摘要](#) ✓

用于真实世界图像降噪的多加权核范数最小化

2020, 光学

引文摘录:

...本节介绍与我们的研究相关的工作。由于对数据稀疏性的良好表征, 低秩模型被广泛用于图像分析[31]、信号处理[32-34]、推荐[35, 36]和许多其他领域。在本文中, 我们重点介绍了低秩模型在现实世界图像去噪中的应用。...

[显示摘要](#) ✓

用于社交图像理解的稀疏自动编码器

2019, 神经计算

[显示摘要](#) ✓

通过图嵌入进行低秩投影学习

2019, 神经计算

引文摘录:

...因此, 在处理嘈杂和损坏的数据时, 这些具有鲁棒范数的方法可能比基于局部邻域的方法(如LPP和NPE)表现更好。在过去的十年中, 基于低秩最小化的方法引起了很多关注[43-47]。假设原始数据由低秩子空间和稀疏误差组成, Wright及其同事提出的鲁棒主成分分析(RPCA) [48]旨在有效地恢复低秩子空间并鲁棒地纠正错误, 这与假设数据误差服从高斯分布的PCA不同。...

[显示摘要](#) ✓

通过封闭式 2/3 阈值运算符快速高效的矩阵补全算法

2019, 神经计算

[显示摘要](#) ✓

使用狄利克雷过程混合模型对基于内容的推荐系统进行用户偏好建模

2019, 基于知识的系统

[显示摘要](#) ✓



查看所有关于Scopus的引用文章

推荐文章 (6)

研究文章

基于装袋提升的半监督多哈希, 具有查询自适应重新排名

神经计算, 第 275 卷, 2018 年, 第 916-923 页

[显示摘要](#) ✓

研究文章

[基于神经网络的带输入死区的振动弦系统边界控制](#)

神经计算, 第 275 卷, 2018 年, 第 1021-1027 页

[显示摘要](#) ✓

研究文章

[基于材料层温度场模型的烧结工艺第二配比阶段焦比优化](#)

神经计算, 第 275 卷, 2018 年, 第 10-18 页

[显示摘要](#) ✓

研究文章

[路径袋节点关键性度量](#)

神经计算, 第 275 卷, 2018 年, 第 224-236 页

[显示摘要](#) ✓

研究文章

[具有时变延迟的神经网络的时延相关状态估计](#)

神经计算, 第 275 卷, 2018 年, 第 881-887 页

[显示摘要](#) ✓

研究文章

[用于端到端人脸验证的联合贝叶斯引导指标学习](#)

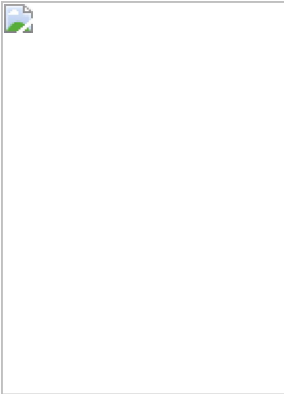
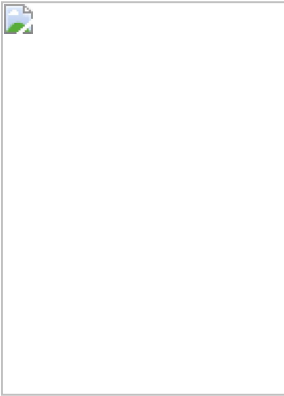
Neurocomputing, Volume 275, 2018, pp. 560-567

[Show abstract](#) ✓



Baiyu Chen Master in Applied Mathematics at University of Science and Technology of China, 09/2014 - 04/2017 B.S in Applied Mathematics at University of Science and Technology of China, 09/2010 - 07/2014.

Zi Yang Ph.D. in Mathematics (In Progress) at UC San Diego, 09/2016 Present B.S in Applied Mathematics at University of Science and Technology of China, 09/2012-07/2016.



杨周旺，中国科学技术大学数学科学学院教授。他分别于1997年、2000年和2005年获得中国科学技术大学数学学士、硕士学位和博士学位。他一直致力于优化方法及其在稀疏恢复中的应用。他还对优化、机器学习和统计学的集成特别感兴趣，以解决大数据问题。

[查看全文](#)

© 2017 爱思唯尔公司保留所有权利。



版权所有 © 2023 爱思唯尔公司或其许可方或贡献者。
ScienceDirect® is a registered trademark of Elsevier B.V.

