mhw スキルシミュレータと線形計画法

1 版. 2019 年 9 月 22 日

5ch スキルシミュレータ開発 Ver.13 の 480

目次

1 線形計画法

線形計画問題とは、1 次方程式や不等式で条件が与えられた変数たちがあるとき、目的の 1 次式を最大、あるいは、最小にするような変数たちの値を解として求める問題を言い、その解法を**線形計画法**と呼びます。

例えば、次の条件 (あ)

$$x \geqq 0, \qquad y \geqq 0, \qquad \frac{x}{6} + \frac{y}{8} \leqq 1, \qquad \frac{x}{10} + \frac{y}{3} \leqq 1 \tag{あ}$$

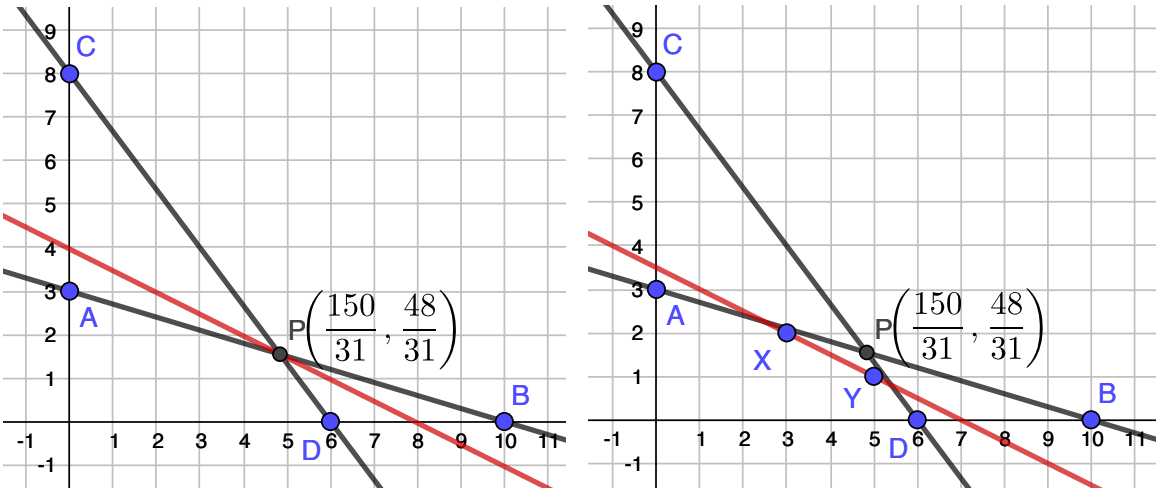
を満たすように変数 x, y が動くとき、1 次式

$$k = x + 2y$$

の最大値と、そのときの x, y の値を求めよというような問題です。

筆者が昔、高校で習った解法は次の通りです。条件 (あ) を満たす (x, y) の領域を平面に図示すると、下図左の四角形 OAPD の内部と周になります。$k = x + 2y$ は、$y = -\frac{1}{2} + \frac{k}{2}$ と変形して、傾き $-1/2$、y 切片 $k/2$ の直線の方程式だと思います。これを、四角形 OAPD を通過するように、なおかつ、切片 $k/2$ が最大 (つ

まり k も最大) になるようにかくと、点 $\mathrm{P}(\frac{150}{31}, \frac{48}{31})$ を通過するような、下図左に赤く記した直線になります。従って、k の最大値は、$k = x + 2y = \frac{246}{31}$ と求まります。



また、変数 x, y を整数に限定すると、同様に考えたときに、点 P を通過するのでは x, y が整数にならないので、四角形 OAPD の内部または周上の格子点 (座標成分が整数になる点) を通るように、なおかつ、切片 $k/2$ が最大になるように、傾き $-1/2$ の直線をかくと、上図右の直線 XY になります。つまり、整数解は、$(x, y) = (3, 2), (5, 1)$ の 2 通りで、$k = x + 2y = 7$ が最大値です。

このように線形計画問題であって、整数解を求める問題を**整数計画問題**と呼びます。線形計画問題や整数計画問題は、非常に応用範囲の広い問題なので、計算機で高速に解く方法が研究され多くの実装が公開されています。

mhw のスキルシミュレータの高速なアルゴリズムを考える時に、例えば Lv4 の装飾品を特別に扱うとか、シリーズスキルを特別に扱うとか、問題固有の工夫で高速化を追求することが多いように思いますが、こういった問題固有の工夫を考える場合、どの工夫が有効か無効かを実際に試して、有効なものを実装する、という手間が必要で、工夫を盛り込めば盛り込む程、プログラムも複雑化・肥大化します。しかし、整数計画問題に帰着させれば、これらの手間をかけずに、既存の高速な整数計画問題ライブラリが勝手に高速化してくれ (ると、期待でき) ます。少なくとも、プログラムを書く手間は劇的に減り、筆者は最初のバージョンのシミュレータを 1 日で書けました。2019 年 9 月 21 日現在、まともな GUI がないので公開はしていませんが、そのうち参考実装は公開しようと思います。

本原稿の目的は、スキルシミュレータのアルゴリズムを整数計画問題に帰着させる方法の解説です。いつか将来、この方法を活用して素晴しいスキルシミュレータを作る方が現れたら良いなと思います。

2 整数計画問題への帰着

2.1 防具・護石・装飾品・スキルの数

あまり実害はないと思いますが、「ゲラルト α」のようなワンセット防具は、当面の間考えないことにします。武器スロットや汎用スロットも当面は考えないことにします。2.5 に後述します。

ワンセット防具を除いた防具、護石、装飾品の種類の数、また、シリーズスキルも含めたスキルの種類の数は、次の表の通りとします。

	頭防具	胴防具	腕防具	胴防具	脚防具	護石	装飾品	(ワンセット防具除く)
種類の数	e_1	e_2	e_3	e_4	e_5	c	d	

	スキル	(シリーズスキル含む)
種類の数	n	

$e_1, \ldots, e_5$ や c, d はだいたい 200 から 400 くらいの値で、n も 400 くらいです。

2.2 係数ベクトル

各防具・護石・装飾品に対し、次のベクトルを定めます。これを**係数ベクトル**と呼ぶことにします。係数ベクトルは $(n+11)$ 次の、整数を成分に持つ縦ベクトルで、その成分は次の通りです。

成分	意味	説明
1	頭防具カウンタ	頭防具なら 1。その他の防具、護石、装飾品なら 0
2	胴防具カウンタ	胴防具なら 1。その他の防具、護石、装飾品なら 0
3	腕防具カウンタ	腕防具なら 1。その他の防具、護石、装飾品なら 0
4	腰防具カウンタ	腰防具なら 1。その他の防具、護石、装飾品なら 0
5	脚防具カウンタ	脚防具なら 1。その他の防具、護石、装飾品なら 0
6	護石カウンタ	護石なら 1。防具、装飾品なら 0
7	Lv1 以上スロット	防具の Lv1 以上のスロット数。装飾品なら負にする。
8	Lv2 以上スロット	防具の Lv2 以上のスロット数。装飾品なら負にする。
9	Lv3 以上スロット	防具の Lv3 以上のスロット数。装飾品なら負にする。
10	Lv4 以上スロット	防具の Lv4 以上のスロット数。装飾品なら負にする。
11	防御力	防具の防御力。護石・装飾品なら 0
12–$(n+11)$	スキル	スキルがあれば、そのスキルポイント。

スロットの部分とスキルの部分について補足をします。まず、スキルですが、n 種類のスキルにはスキル 1 は攻撃、スキル 2 は渾身、スキル 3 は見切り、$\cdots$、スキル n は滅尽龍の覇気、のように適当に番号を付けておきます。例えば、防具に攻撃 Lv1 と見切り Lv2 が付いているなら、係数ベクトルのスキルの部分、つまり、係数ベクトルの第 12 成分以降は、$(1, 0, 2, \ldots, 0)$ とします。装飾品の場合も同様です。

次にスロットの部分ですが、防具にスロットがいくつか付いているとき、いくつかの装飾品が装着できるかどうかは、

(防具の Lv1 スロット数) $\geqq$ (Lv1 スロットを必要とする装飾品数)
(防具の Lv2 スロット数) $\geqq$ (Lv2 スロットを必要とする装飾品数)
(防具の Lv3 スロット数) $\geqq$ (Lv3 スロットを必要とする装飾品数)
(防具の Lv4 スロット数) $\geqq$ (Lv4 スロットを必要とする装飾品数)

と判定してはいけないです。なぜなら、Lv2 スロットにも Lv1 装飾品は装着できるからです。

Lv4 装飾品は Lv4 スロットにしか装着できないので、上の 4 つ目の不等式はそのままでよいです。Lv3 装飾品は Lv3 か Lv4 のスロットに装着できるので、(防具の Lv3 以上のスロット数) $\geqq$ (Lv3 スロットを必要とする装飾品数) としたいところですが、Lv4 スロットは Lv4 装飾品でも消費されるので、正しくは、(防具の Lv3 以上のスロット数) $\geqq$ (Lv3 以上のスロットを必要とする装飾品数) です。従って、まとめると、

(防具の Lv1 以上のスロット数) $\geqq$ (Lv1 以上のスロットを必要とする装飾品数)
(防具の Lv2 以上のスロット数) $\geqq$ (Lv2 以上のスロットを必要とする装飾品数)
(防具の Lv3 以上のスロット数) $\geqq$ (Lv3 以上のスロットを必要とする装飾品数)
(防具の Lv4 以上のスロット数) $\geqq$ (Lv4 以上のスロットを必要とする装飾品数)

が、装着できるかどうかの条件になります。これが係数ベクトルの第 7–10 成分が、Lv1「以上」のスロット数、などとなっている理由です。

例えば、Lv2 スロット 1 つと Lv4 スロット 1 つが付いている防具だと、係数ベクトルの第 7–10 成分は、$(2,2,1,1)$ となります。また、Lv3 スロットを必要とする装飾品では、$(-1,-1,-1,0)$ となります。

2.3 係数ベクトルの例

■頭防具: **エンプレスセクター** α　Lv3 スロット 1 つ、Lv1 スロット 1 つ、回避距離 UP のスキルポイントが 2、整備のスキルポイントが 1 ついていて、カスタム強化後の防御力は 90 です。この係数ベクトルは、転置して横ベクトルで書くと、

$$(\underbrace{1,0,0,0,0}_{\text{防具カウンタ}},\ \underbrace{0}_{\text{護石カウンタ}},\underbrace{2,1,1,0}_{\text{スロット}},\underbrace{90}_{\text{防御力}},\underbrace{0,\ldots,2,\ldots,1,\ldots,0}_{\text{スキル}})$$

となります。スキルの部分は、回避距離 UP に対応する成分に 2、整備に対応する成分に 1 となります。

■護石: **堅守の護石**　ガード強化のスキルポイントが 1、死中に活のスキルポイントが 1 ついています。この係数ベクトルは、転置して横ベクトルで書くと、

$$(\underbrace{0,0,0,0,0}_{\text{防具カウンタ}},\ \underbrace{1}_{\text{護石カウンタ}},\underbrace{0,0,0,0}_{\text{スロット}},\underbrace{0}_{\text{防御力}},\underbrace{0,\ldots,1,\ldots,1,\ldots,0}_{\text{スキル}})$$

となります。スキルの部分は、ガード強化と死中に活に対応する成分が 1 です。

■護石: **威嚇の護石 III**　威嚇のスキルポイントが 3 ついています。この係数ベクトルは、転置して横ベクトルで書くと、

$$(\underbrace{0,0,0,0,0}_{\text{防具カウンタ}},\ \underbrace{1}_{\text{護石カウンタ}},\underbrace{0,0,0,0}_{\text{スロット}},\underbrace{0}_{\text{防御力}},\underbrace{0,\ldots,3,\ldots,0}_{\text{スキル}})$$

となります。スキルの部分は、威嚇に対応する成分が 3 です。

■装飾品: **回避珠【2】**　必要スロットは Lv2 で、回避性能のスキルポイントが 1 ついています。この係数ベクトルは、転置して横ベクトルで書くと、

$$(\underbrace{0,0,0,0,0}_{\text{防具カウンタ}},\ \underbrace{0}_{\text{護石カウンタ}},\underbrace{-1,-1,0,0}_{\text{スロット}},\underbrace{0}_{\text{防御力}},\underbrace{0,\ldots,1,\ldots,0}_{\text{スキル}})$$

となります。スキルの部分は、回避性能に対応する成分が 1 です。

■装飾品: 滑走・攻撃珠【4】　必要スロットは Lv4 で、滑走のスキルポイントが 1、攻撃のスキルポイントが 1 ついています。この係数ベクトルは、転置して横ベクトルで書くと、

$$(\underbrace{0,0,0,0,0}_{\text{防具カウンタ}},\ \underbrace{0}_{\text{護石カウンタ}},\ \underbrace{-1,-1,-1,-1}_{\text{スロット}},\ \underbrace{0}_{\text{防御力}},\ \underbrace{0,\ldots,1,\ldots,1,\ldots,0}_{\text{スキル}})$$

となります。スキルの部分は、滑走と攻撃に対応する成分が 1 です。

2.4　整数計画問題

防具､護石､装飾品の総数は $e_1+e_2+e_3+e_4+e_5+c+d$ ですが､この個数の変数 $x_1, x_2, \ldots, x_{e_1+e_2+e_3+e_4+e_5+c+d}$ を考えます。これらは、スキルシミュレータで出力される装備で、どの防具・護石・装飾品を何個使っているかを意味する、0 以上の整数の値をとる変数です。

$$x_i \geqq 0 \quad (i = 1, 2, \ldots, e_1+e_2+e_3+e_4+e_5+c+d) \qquad \text{(条件 1)}$$

次に、$(n+11) \times (e_1+e_2+e_3+e_4+e_5+c+d)$ 行列 M (だいたい 400×1200 よりも大きいです) を、各列に防具・護石・装飾品の係数ベクトルを並べることで作ります。係数ベクトルを並べる順番は、頭防具 (e_1 列あります)、胴防具 (e_2 列あります)、腕防具 (e_3 列あります)、腰防具 (e_4 列あります)、脚防具 (e_5 列あります)、護石 (c 列あります)、装飾品 (d 列あります) の順です。

そして、これらの間の関係式

$$\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_{n+11} \end{pmatrix} = M \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_{e_1+e_2+e_3+e_4+e_5+c+d} \end{pmatrix} \qquad (y \text{ と } x \text{ の関係式})$$

を考えます。すると、y_i は、各防具・護石・装飾品の係数ベクトルの第 i 成分の 1 次結合です。つまり、

$$\begin{aligned} y_i = {} & (1 \text{ 番目の防具の係数ベクトルの第 } i \text{ 成分}) x_1 + \\ & (2 \text{ 番目の防具の係数ベクトルの第 } i \text{ 成分}) x_2 + \cdots + \\ & (\text{最後の装飾品係数ベクトルの第 } i \text{ 成分}) x_{e_1+e_2+e_3+e_4+e_5+c+d} \end{aligned}$$

です。従って、$x_1, x_2, \ldots, x_{e_1+e_2+e_3+e_4+e_5+c+d}$ で決まる装備に対して、$(n+11)$ 個の変数 $y_1, y_2, \ldots, y_{n+11}$ は次のような意味を持ちます。

y_i	意味
y_1	頭防具の個数
y_2	胴防具の個数
y_3	腕防具の個数
y_4	腰防具の個数
y_5	脚防具の個数
y_6	護石の個数
y_7	装飾品を装着した後の Lv1 以上スロット数
y_8	装飾品を装着した後の Lv2 以上スロット数
y_9	装飾品を装着した後の Lv3 以上スロット数
y_{10}	装飾品を装着した後の Lv4 以上スロット数
y_{11}	防具 5 部位の合計防御力
y_{12}–y_{n+11}	スキルごとの発動スキルポイント

従って、y_i は次の条件を満たす必要があります。

$$0 \leqq y_i \leqq 1 \quad (i = 1, 2, 3, 4, 5, 6) \quad \text{(防具・護石は部位ごとに 1 つまで)} \qquad \text{(条件 2)}$$

$$0 \leqq y_i \qquad (i = 7, 8, 9, 10) \qquad \text{(スロットが足りているなら差し引き 0 以上のはず)} \qquad \text{(条件 3)}$$

スキルシミュレータでは、どれだけのスキルを発動させたいかを自分で設定して検索をかけますが、スキル 1 からスキル n までの発動させたいスキルポイントを、順に、$s_1, s_2, \ldots, s_n$ とすると、y_{12} からがスキルの変数なので、番号付けのズレも考慮すると、次の条件が必要です。

$$y_{11+i} \geqq s_i \quad (i = 1, 2, \ldots, n) \qquad \text{(条件 4)}$$

最後に、線形計画法では、何かを最大化するのですが、防御力を最大化するなら、

$$y_{11}\text{を最大化する} \qquad \text{(最大化 a)}$$

となります。他の意味のありそうな最大化としては、Lv3 以上の空きスロット数を最大化したいならば、

$$y_9\text{を最大化する} \qquad \text{(最大化 b)}$$

とすればよいし、s_i で指定したスキルポイントに加えて、あるスキルを付けられるだけ付けたいならば、そのスキルポイントを最大化すればよいので、例えばスキル 1 ならば、最大スキルポイントを 7 すると、

$$y_{12} \leqq 7, \quad y_{12}\text{を最大化する} \qquad \text{(最大化 c)}$$

とすればよいです。

以上をまとめると、スキルシミュレータのアルゴリズムを整数計画問題に帰着させるには、次のようにすればよいことがわかりました。

変数 x_i $(i = 1, 2, \ldots, e_1 + e_2 + e_3 + e_4 + e_5 + c + d)$
変数 y_i $(i = 1, 2, \ldots, n)$
に対し、制約条件
(y と x の関係式) $\overrightarrow{y} = M\overrightarrow{x}$
(条件 1) $x_i \geqq 0 \qquad (i = 1, 2, \ldots, e_1 + e_2 + e_3 + e_4 + e_5 + c + d)$
(条件 2) $0 \leqq y_i \leqq 1 \quad (i = 1, 2, 3, 4, 5, 6)$
(条件 3) $0 \leqq y_i \qquad (i = 7, 8, 9, 10)$
(条件 4) $y_{11+i} \geqq s_i \quad (i = 1, 2, \ldots, n)$
の下で、
(最大化 a) y_{11} を最大化する
ことを行い、解があれば、x_i のうち 0 ではないものが求める装備の個数であり、防御力が最大のものが求まっている。

2.5 より詳しい検索

■防具・護石の除外、装飾品の個数制限 例えば、頭防具の 1 番目を除外したいならば、その個数が x_1 ですから、

$$x_1 = 0 \qquad \text{(防具の除外)}$$

という制約条件を追加すればよいですし、護石の 1 番目を除外したいならば、その個数は $x_{e_1+e_2+e_3+e_4+e_5+1}$ ですから、

$$x_{e_1+e_2+e_3+e_4+e_5+1} = 0 \qquad \text{(護石の除外)}$$

という制約条件を追加すればよいです。

また、装飾品の 1 番目の個数を 4 個以下に制限して検索をしたいならば、

$$x_{e_1+e_2+e_3+e_4+e_5+dc+1} \leqq 4 \qquad \text{(装飾品の個数制限)}$$

という制約条件を追加すればよいです。

■武器スロット・汎用スロット 武器にスロットが付いていれば、(条件 3) が変更されます。防具や装飾品のスロットの場合と同様に、武器に対しても、

$$t_7 = \text{(武器の Lv1 以上のスロット数)}$$
$$t_8 = \text{(武器の Lv2 以上のスロット数)}$$
$$t_9 = \text{(武器の Lv3 以上のスロット数)}$$
$$t_{10} = \text{(武器の Lv4 以上のスロット数)}$$

と定め、(条件 3) $0 \leqq y_i$ の代わりに、$0 \leqq y_i + t_i$ とすればよいです。

さらに、汎用スロットを確保したいということであれば、使用できるスロットが減るわけですから、

$$u_7 = \text{(Lv1 以上の汎用スロット数)}$$
$$u_8 = \text{(Lv2 以上の汎用スロット数)}$$
$$u_9 = \text{(Lv3 以上の汎用スロット数)}$$
$$u_{10} = \text{(Lv4 以上の汎用スロット数)}$$

と定め、(条件 3) $0 \leqq y_i$ の代わりに、$0 \leqq y_i + t_i - u_i$ とすればよいです。

まとめると、(条件 3) の代わりに、

$$0 \leqq y_i + t_i - u_i \quad (i = 7, 8, 9, 10) \qquad \text{(スロットが足りているなら差し引き 0 以上のはず)} \qquad \text{(条件 3}')$$

を用いるとよいことになります。

■ワンセット防具　ここまでの解説では「ゲラルト α」のようなワンセット防具は除外して考えましたが、これも含めて検索を行う方法を説明します。

ワンセット防具を含めた場合も、係数ベクトルの作り方や、(条件 1) から (条件 4) などの制約条件は同じです。

そして、例えば、ワンセット防具「ゲラルト α」の頭、胴、腕、腰、脚が順に、$x_{g_1}, x_{g_2}, x_{g_3}, x_{g_4}, x_{g_5}$ で個数を表しているとすると、これらはすべて使うか、すべて使わないかのいずれかですから、以下のような条件が追加されます。

$$x_{g_1} = x_{g_2} = x_{g_3} = x_{g_4} = x_{g_5} \qquad \text{(ワンセット防具の条件)}$$

が追加されます。他のワンセット防具についても、同様の条件を追加すればよいです。

3　既知の問題点

■すべての組合せが検索されない　整数計画問題をプログラムに解かせると、解は 1 つだけ求まってプログラムは停止し、すべてを見付けてはくれないのが普通だと思います。つまり、条件に合う装備をすべて検索してくれるわけではありません。

スマートではありませんが、次のようにすると、すべての装備を検索することはできます。

解が 1 つ見付かったとき、その防具の頭、胴、腕、腰、脚が順に、$x_{h_1}, x_{h_2}, x_{h_3}, x_{h_4}, x_{h_5}$ で個数を表していたとします。このとき、

$$x_{h_1} + x_{h_2} + x_{h_3} + x_{h_4} + x_{h_5} \leqq 4 \qquad \text{(検索済みの防具の組合せ除外)}$$

という条件を追加して再び整数計画問題を解くと、前回見付かった防具 5 部位の組合せは除外されて別の検索結果が得られます。これを、何度も反復すると、次々に異なる防具の組合せが得られます。

ただし、大きな問題ではないと思いますが、護石と装飾品の組合せは、防具 5 部位の組合せそれぞれにつき 1 通りだけ検索されます。

この方法では、検索結果 1 つにつき整数計画問題を 1 回実行するので、既に公開されているスキルシミュレータよりは、かなり効率が悪くなると思います。このようにするよりは、最初の検索結果の、空きスロット数やおまけでついてきたスキル数を見て、付けたいスキルを少し増やして再検索する方が、実用的で意味のある方法だと思います。

4　実装上の補足

■線形計画法のライブラリ　線形計画法のライブラリについては、筆者はあまり詳しくありませんが、既存のライブラリを使うのが筋でしょう。自作した場合は性能を出すための苦労が増えますし、その苦労をしないために、整数計画問題に帰着させたわけですから。

無償で利用できるライブラリとしては、以下のようなものがあります、と表にするつもりでしたが、調べるのが面倒なので 3 つだけです。

ライブラリ		言語
GLPK	(GNU Linear Programming Kit)	C
	`https://www.gnu.org/software/glpk/`	
glpk.js	(JavaScript port of GLPK)	JavaScript
	`https://github.com/jvail/glpk.js/`	
glpk.js	(GNU Linear Programming Kit for Javascript)	Javascript
	`https://github.com/hgourvest/glpk.js`	

スタンドアロンのアプリケーションにしたり、ウェブページとして公開してサーバサイドで整数計画問題を解くなら、1 番目の C 言語のライブラリを使えば相当速くできると思います。

2 番目は、C 言語の GLPK の JavaScript ラッパーのようです。あまりちゃんと見ていません。

3 番目は、GLPK の JavaScript への移植で、つまり、すべて JavaScript で動作するものであり、クライアントサイドで実行されます。2 番目と 3 番目のものは同名ですが異なるライブラリです。

筆者は、3 番目のものを利用して最初のバージョンのシミュレータを書きました。速度は 3 つの中で最も遅いはずです。それでも、整数計画問題に帰着させるときに、変数を減らす努力をまったくしていないにも関わらず、実用的な速度で動作します。ドキュメントが皆無なので、`README.md` にある Live demo (`http://hgourvest.github.io/glpk.js/`) を参考にしました。

5 おわりに

どうか身バレしませんように。そして、5ch スキルシミュレータ開発スレのみなさま、特に、MHW 装備データ入力用の各ファイルのメンテナンスをして下さっているみなさまに感謝いたします。

1 版. 2019 年 9 月 22 日