

NOIP2018 Simulation

Solution

Hany01

2018 年 10 月 17 日

首先为我出题不好意思。由于是第一次出题，可能有很多不尽人意的地方，希望大家谅解。

逛公园

我们先 DFS 出图的每一个环，得到环上编号最小和最大的节点，那么合法的区间一定不能同时跨过这两个点。于是我们搞出一个 R 数组， $R[i]$ 表示以 i 作为左端点时右端点最右可以到哪个位置。 R 数组显然是单调递增的。

对于询问 l, r ，我们二分出一个位置 i 满足 $R[l \dots i-1] \leq r, R[i \dots r] \geq r$ ，直接计算即可。

风筝

改变了一个值后，序列的 LIS 有两种情况：

- 序列的 LIS 不包含这个位置，那么答案就是原序列的 LIS 或者原序列的 LIS-1(取决于该位置是否为 LIS 方案中一定包含的点)。
- 序列的 LIS 包含这个位置，分别从前往后、从后往前建两棵主席树即可。

如何判断原序列的 LIS 是否一定包含这个点？首先得到它在 LIS 中排第几个，然后统计有多少个排名与其相同，如果没有，那么一定包含。

主席树不是 NOIP 考点？离线 + 树状数组就行了。

其实这题数据范围本来是 $5e5$ ，但我打 gen 时把范围打成 $4e5$ 了又不想重造数据。。。就这样吧。

种花

$f_{i,j}$ 表示一共有 $(i+j)$ 个元素，其中 j 个没有限制，另外 i 个被禁止放入一个位置。
那么有转移：

$$f_{0,0} = 1$$

$$f_{x,0} = (x-1)(f_{x-1,0} + f_{x-2,0})$$

$$f_{x,y} = f_{x,y-1} \times y + x \times f_{x-1,y}$$

考虑新加入一个没有限制的元素。如果该元素放置的位置是有限制的，那么以前有限制的元素就变成了没有限制的了，有 x 种选择方法，剩下的元素的放置方案数为 $f_{x-1,y}$ ；如果该元素放置的位置是没有限制的，那么有 $y-1$ 种选择方法，剩下的元素的放置方案数为 $f_{x,y-1}$ 。

分情况讨论：

1. 若 i 在 p_j 上， j 在 p_i 上，那么有 $f_{n-2,0}$ 种情况。贡献为 $a_1 = \max(0, p_j - p_i)$ 。

2. 若上面两个条件只满足一个，那么有 $f_{n-3,1}$ 种情况。贡献为 $a_2 = \sum_{k=1}^{p_j-1} k + \sum_{k=1}^{n-p_i} k - 2a_1$ 。(分别考虑 j 在 p_i 和 i 在 p_j 并减去 i, j 同时在 p_j, p_i 的情况)

3. 两个条件都不满足的有 $f_{n-4,2}$ 种情况。贡献为 $\sum_{k=2}^n (n-k+1)k - a_1 - a_2 - \sum_{k=1}^{p_i-1} k - \sum_{k=1}^{n-p_j} k + \max(0, p_i - p_j)$ 。

所以答案为 $\sum_{j>i} (j-i)(a_1 f_{n-2,0} + a_2 f_{n-3,1} + a_3 f_{n-4,2})$ 。