

HNOI2018 模拟赛

Yali

2018 年 3 月 10 日

时间:5 小时

题目名称	栈	数	图
题目类型	传统型	传统型	传统型
目录	stack	math	graph
文件名	stack.cpp/c/pas	math.cpp/c/pas	graph.cpp/c/pas
输入文件名	stack.in	math.in	graph.in
输出文件名	stack.out	math.out	graph.out
每个测试点时限	0.5s	1.0s	1.0s
内存限制	512MB	512MB	512MB
测试点数目	20	20	20
每个测试点分值	5	5	5
编译选项	-lm -O2	-lm -O2	-lm -O2

提示: 大数据见下发样例

感谢验题人 (关于验题人:<http://news.sohu.com/93/28/news207242893.shtml>)

栈

(stack.cpp/c/pas)

【问题描述】

将 $1 \sim n$ 按顺序入栈，可以在任意“栈非空的时刻”弹出栈顶元素，以这种方法得到的出栈序列为合法的出栈序列。定义一个出栈序列的权值为 c ，则 c 为“每次有元素入栈时，将全部栈内元素的标号求和”的和。

求所有不同的合法出栈序列的 c 的和，答案对 $10^9 + 7$ 取模。

【输入格式】

从文件 *stack.in* 中读入数据。

一个正整数 n

【输出格式】

输出到文件 *stack.out* 中。

输出文件包括一行，一个整数。

【样例输入】

2

【样例输出】

7

【样例解释】

出栈序列 $\{1, 2\}$, 权值为 3; 出栈序列 $\{2, 1\}$, 权值为 4.

【子任务】

对于 10% 的数据, $n \leq 9$,

对于 25% 的数据, $n \leq 20$,

对于 40% 的数据, $n \leq 10^3$,

对于 70% 的数据, $n \leq 10^5$,

对于另 10% 的数据, $n = 233$ 或 666

对于 100% 的数据满足 $n \leq 5 * 10^8$.

【注意】

请独立完成，不要用 *oeis* 查通项或查题解

数

(math.cpp/c/pas)

【问题描述】

求

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \text{sgcd}(i, j)^k$$

$\text{sgcd}(i, j)$ 表示 i, j 的次大公约数, 对于 $\text{gcd}(i, j) = 1$, 令 $\text{sgcd}(i, j)^k = 0$
对 2^{32} 取模

【输入格式】

从文件 *math.in* 中读入数据.

两个整数 n, k

【输出格式】

输出到文件 *math.out* 中.

一个数, 表示答案

【样例输入】

5 3

【样例输出】

13

【子任务】

对于 10% 的数据, $n \leq 900$.

对于 30% 的数据, $n \leq 10^6$.

对于另 20% 的数据, $k = 1$.

对于另 20% 的数据, $k = 0$.

对于 100% 的数据, $n \leq 10^9, 0 \leq k \leq 50$.

图

(graph.cpp/c/pas)

【问题描述】

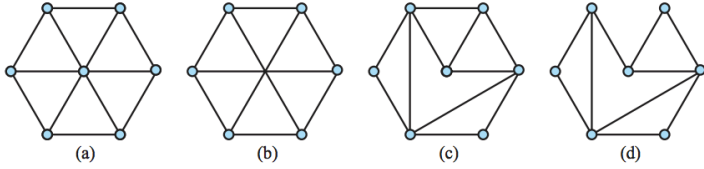
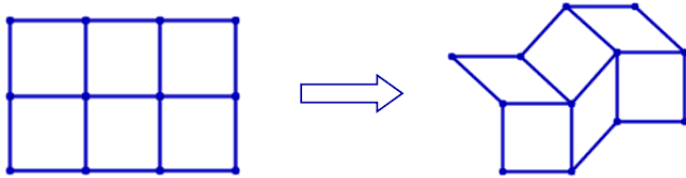


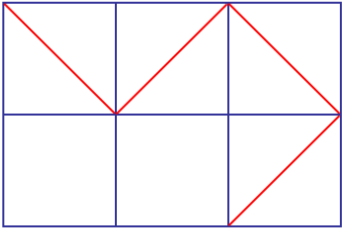
Figure 4.1. (a–c) Rigid; (d) flexible. In (b), the bars are not joined at the hexagon center.

一个图被认为是刚体，如果该图无法只改变其中一部分的形状，而使得余下的部分的形状保持不变。例如上图中的 (a) (b) (c) 都是刚体。

为了简化问题，我们现在只考虑 $n \times m$ 的格点图。



上图不是刚体，但是可以通过在对角线加入支撑的方式使得其变为刚体。



我们的问题是，对于 $m \times n$ 的个点图，有多少种添加支撑的方案可以使其变为刚体？

注意本题在每个小矩形中，我们至多只允许添加一个方向的对角线。

例如，对于 2×3 的格点图，一共有 448 种方案。

T 组数据。对 $10^9 + 7$ 取模。

【输入格式】

从文件 `graph.in` 中读入数据。

T

$n_1 m_1$

\vdots

$n_T m_T$

【输出格式】

输出到文件 *graph.out* 中。

输出共 T 个整数，表示方案数。

【样例输入】

```
4
1 2
3 2
7 9
10 10
```

【样例输出】

```
4
448
357533852
935300639
```

【子任务】

对于 20% 的数据 $n \leq 4, m \leq 4$

对于另 20% 的数据 $n = 1$ 或 $m = 1$

对于另 20% 的数据 $n \leq 10, m \leq 10$

对于另 20% 的数据 $n \leq 30, m \leq 30$

对于 100% 的数据 $n \leq 100, m \leq 100, T \leq 5$