Day1
Solution

dy0607

October 5, 2018

1 Merchant

选择任意一个集合，得到的收益和都可以表示为一个一次函数的形式。我们只关心这些一次函数的最大值，可以发现这个最大值一定是先降后增的（也有可能是单调递增或者单调递减）。

因此我们只需要check一下0时刻是否符合条件，如果不符合则进行二分。

注意check的时候我们只需要找出最大的m个即可，因此可以$O(n)$地做，具体做法是快排的过程中只递归一边。当然你不需要手写，直接用STL的`nth_element()`即可。

$O(n \log 10^9)$

2 Equation

每个变量都可以表示成$x_i = k + x_1$或者$x_i = k - x_1$的形式，表示为这个形式之后就可以方便地回答询问了。对于询问u, v, s，只需要将表示u和v的式子加起来，这时会出现两种情况：要么会得到$x_u + x_v = t$的形式，此时只需要判断是否有$s = t$；要么会得到$x_u + x_v = t + 2x_1$或$x_u + x_v = t - 2x_1$，此时可以解出x_1，注意判断是否解是整数即可。

对于修改操作，实际上是修改一个子树内的变量的k，这里可以将深度为奇数和偶数的点分开考虑，不难发现就是区间加减。由于只需要单点询问，用一个树状数组维护即可。

$O((n+q)\log n)$

3 Rectangle

先考虑横坐标互不相同的情况。枚举矩形的右边界R和左边界L，假设左边界上的点的坐标为(L, y_1)，右边界上的点的坐标为(R, y_2)，不妨设$y_1 \le y_2$，考虑怎么一次计算所有左边界为L右边界为R的矩形的面积和。

由于这些矩形的面积可以表示为$(R - L) \times (y_{max} - y_{min})$，可以发现我们只需要知道在所有$L \le x \le R$的点中，满足$y \le y_1$的不同的$y$有多少个，以及它们的和；相应地还有满足$y \ge y_2$的信息。枚举右边界后，从大到小地枚举左边界，在移动左边界时用树状数组维护信息即可。

现在考虑一般情况，以相同的方式枚举左右边界，此时横坐标为L或R的点可能有很多，这些点的纵坐标会划分出若干个区间，此时再枚举上边界的纵坐标所在的区间，即可得到对应的可行的下边界的区间，仍然可以用树状数组维护和查询。

复杂度为$O(nm \log m)$，其中m为坐标范围。树状数组常数非常优秀，因此可以快速通过。

bonus: 找到一个复杂度为$O(nm)$的做法。