

NOIP模拟赛 Solution

yyc

March, 2018

1 精明的爷爷

这题可以直接将操作树建出来。

1.1 算法一

先考虑链的情况，可以cdq分治，考虑前一半对后一半的贡献，一维排序，一维树状数组。

对于树的话就可以点分治，考虑重心上面对重心下面的贡献，同样一维排序，一维树状数组。

时间复杂度： $O(T \log^2 T)$ ，空间复杂度： $O(T)$ 。

撞题了QwQ。

1.2 算法二

考虑在树上DFS二维数点，用分块优化。

把 $T \times T$ 的大矩形分成 $K \times K$ 个块，然后总体上用二维树状数组维护这个 $K \times K$ 个块。

往下走的时候就把对应的块的值加一，然后询问他左下和右上的点数，这一部分复杂度是 $O(\log^2 K)$ 的。

和这个点的横坐标所在的块或纵坐标所在的块相同的点就暴力判断一下。由于每一行和每一列最多只有一个数，所以这一部分的复杂度是 $O(\frac{T}{K})$ 的。

时间复杂度： $O(T(\log^2 K + \frac{T}{K}))$ ，空间复杂度： $O(T + K \times K)$ 。

这题也许还有更简单的做法。

相关题目：

<http://www.lydsy.com/JudgeOnline/problem.php?id=3295>

2 一眼题

这是道模板题。

区间取 \min 是我们很熟悉的操作，就记录最大值和次大值，然后判断修改的值和它们的大小关系。

对于历史版本和，先假设历史版本全都是当前版本，那么就是这段区间的和乘以已经做过的操作个数。那么再考虑有区间加法的情况，实际上加上的这个值只对后面的版本有贡献，所以我们只需要减去它对之前版本的贡献就可以了。

对于历史最大值，可以记录一个历史最大加值的标记，代表历史时刻最多加了多少。

如果我们打赋值标记的话，后面两个操作不方便完成，所以我们需要在区间取 \min 的时候打加标记。

所以我们在线段树的每个节点上需要记录这些东西：最大值、历史最大值、值的个数、元素和、减去的贡献的和、加标记、减去的贡献的标记、历史最大加标记。

由于区间中最大值的加标记与其他值的加标记不同，所以我们需要分开维护。上传下传的时候需要讨论一下。

时间复杂度 $O(n\log^2 n)$ 。

相关题目：

<http://uoj.ac/problem/164>

<http://uoj.ac/problem/169>

3 分组

将题目转化一下，求总方案数减去小于 m 的方案数。

总方案数可以通过第二类斯特林数或者贝尔数算出来。

可以先将元素按价值排序，由于每一组中只与最大最小值有关，所以每一组可以视为一条最小值到最大值的线段。

考虑 $w_i - w_{i-1}$ 会产生多少次贡献，就是线段覆盖的次数。

那么我们可以这样设置 dp 状态： $dp_{i,j,k}$ 表示考虑了前 i 个差值的贡献，现在还有 j 条线段没有结束，当前的和为 k 的方案数。

转移的时候就考虑是否将这个点当做一条线段的起点或终点，分四种情况讨论就可以了。

状态是 $O(n^2m)$ 的，转移是 $O(1)$ 的。数组可以使用滚动数组。

相关题目：

<http://codeforces.com/problemset/problem/626/F>