Solution

 ${\bf Great_Influence}$

2018年10月18日

1 chrysanthemum

来源: 原创题

1.1 $n \le 10^5$, 无修改操作

倍增树剖了解一下? 期望得分 1pt。

1.2 总点数不超过 10⁷

Tarjan 了解一下? 期望得分 15pts。

1.3 2 操作在 1 操作后

从这里开始就是正解部分了。

可以发现,尽管点数可达 10^{18} 级,但是有用的点只有 1.5×10^6 个。我们考虑直接处理出所有的点,然后再根据询问建立虚树来回答询问。直接模拟即可。

期望得分 5pts。结合前面暴力可得 20pts。

1.4 3 操作在所有操作之后

误导点,没有意义,反向提醒你需要离线询问。 期望得分 0pt。

1.5 无特殊限制

发现我们动态将 1 操作的节点记录下来即可。 期望得分 100pts。 2 ARTYPARTY

3

2 artyparty

来源:Csacademy Round 49 Bunny on Number Line

2.1 $N, M \leq 20$

直接搜索即可。 期望得分 5pts。

2.2 N, M < 300, M > 95

发现就是 $N \leq 3$ 。直接 $(NM)^N$ 枚举着墨点计算即可。期望得分 15pts。

2.3 N = 1

人口普查。 期望得分 1pt。

2.4 $M \le 100, N \le 30$

开始与正解相关。

我们可以将问题进行转换,将所求序列改为 ** 某个墨点到上一个墨点 的距离序列 **。可以证明它与需求序列等价。我们考虑对这个序列进行求 解。

如果将这个序列当成一个字符串的话,可以发现,实际上问题相当于给 了你一个 *AC* 自动机,让你去计算这个自动机可以拼出多少种不同的串。

那么,我们考虑去构建这个 AC 自动机,并直接在上面进行 dp。设 dp[i][j][0/1] 表示在第 i 次处于 j 节点的方案数和长度和,那么转移和 AC 自动机上 dp 相同。

期望得分 18pts。结合前面暴力可得 34pts。

2.5 $M \le 100$

可以发现这个 dp 可以利用矩阵快速幂优化转移,直接套用即可。期望得分 39pts。结合前面暴力可得 55pts。

2 ARTYPARTY 4

2.6 无特殊性质

发现当 M 无限制时,AC 自动机边过多,但是大部分边都是重边。因此,我们考虑在计算时将这些边合并,只记录条数和权值和转移。 期望得分 77pts。

2.6.1 纸条总长度

发现纸条长度可以顺便一起处理,只需要将矩阵维护的元素转换为二元组 (a,b),然后矩乘时只需要将乘法运算重定义为:

$$(a_i, b_i) * (a_j, b_j) = (a_i * a_j, a_i * b_j + a_j * b_i)$$

加法不变,然后单位矩阵的 1 位置变为 (1,0),其余位置为 (0,0),然后矩阵转移再记录一下边权和转移即可。

期望得分 100pts。

3 nyarlathotep

来源:THUSC Day1T2 应该没什么人听了课吧?

3.1 $n \le 5$

枚举即可。

套上 AC 自动机后,复杂度为 $O(n*26^n)$ 。 期望得分 20pts。

3.2 l = 0

构建出 *AC* 自动机,然后在上面转移,避开所有的尾节点。 考虑直接枚举后半段。首先枚举出后半段的开头,然后直接向后转移即 可。

期望得分 20pts。结合暴力可得 40pts。

3.3 l = 1

可以包含 1 个禁忌语句。

可以知道,这个禁忌语句只可能出现在前后两串中间。 那么考虑枚举最短的夹缝串,并向中间转移。记得去除重复状态。 期望得分 20pts。结合暴力可得 40pts。

3.4 l=2

可以包含 2 个禁忌语句。

可以简单发现,这个禁忌语句一定在前半部分出现一次,后半部分出现 一次,且中间不会再出现禁忌语句。

那么,仍然如同之前的,我们枚举后半部分,转移的时候顺便记录是否已经经过尾节点即可。

期望得分 20pts。结合暴力可得 40pts。

3.5 l = 3

包含 3 个禁忌语句。

发现前面需要出现 2 次,而中间夹缝需要再出现一次。 仍然可以采用类似的枚举形式,但是代码复杂度过于巨大。 期望得分 20pts。结合暴力可得 40pts。

3.6 l < 3

发现如果照以上步骤进行 dp, 本题将会变成省选 4 合 1, 明显不可能出现在这里。

很明显,存在一个通解来解决所有情况。

考虑枚举前半部分串的开头位置,然后两半同时向后枚举状态进行转 移。

暴力的复杂度看似是 $O(n(\sum |T_i|)^3 \sum)$ 的。但是有效转移不多,时间复杂度其实是 $O(n(\sum |T_i|)^2 \sum)$ 。

期望得分 100pts。