1 乘

考虑 a 是定值, 而 $b \le 10^{12}$, 我们可以预处理 a 的 0...10^6 次方与 $1*10^6, 2*10^6 ... 10^6*10^6$ 次方, 询问时把 b 切成两半, 拼起来就是答案. 这样询问就是 O(1) 的. 复杂度 $O(q+10^6)$.

2 树

显然修改只会让数变小, 每个数只会变小 log 次, 所以我们线段树维护区间或起来的值判断是否需要修改, 如果需要就暴力下去修改. 复杂度 $O(nlog^2n)$

对于操作 3 直接把式子展开, 再维护一个区间平方和即可.

3 信标

由于在 $n>1$ 时答案至少为 1, 我们枚举一个必须放的根, 所有深度不同的点就被区分开了.

设一个节点有 c 个儿子, 发现必须在其中至少 $c-1$ 个儿子的子树中放置信标. 证明如下:

考虑如果不这样放, 对于两棵都没有放的子树, 他们汇集到 lca 上以后距离都是相等的, 所以 lca 外的信标无法区分, 而内部没有信标. 所以不能存在两颗子树都不放. 所以至少要放 $c-1$ 个.

由于在根节点放置了信标, 可以只考虑深度相同的点. 由于深度相同, 所以他们的 lca 度数至少为 2, 那么一定有一个信标在 lca 包含这两个点的两支子树中. 那么另一侧的点肯定要走更远的路, 会被区分开. 所以放 $c-1$ 个足够区分.

这样问题变成每个节点要有 $c-1$ 棵子树放有信标, 求最小方案. 直接贪心即可. 由于枚举根所以复杂度为 $O(n^2)$, 可以获得 70 分.

如何做到 $O(n)$? 我们先特判链的情况答案为 1, 然后找到任意一个度数大于 2 的节点, 可以证明这个点一定不需要放置信标. 于是以这个点作根 $O(n)$ 的贪心即可. 证明如下：

深度相同的点对证明同上, 只考虑深度不同的点对. 如果它们在一颗子树中, 由于度数大于 2 所以一定有另一颗子树的一个信标把他们区分开. 如果在不同的子树中, 有两种情况：

一个在没放信标的子树中, 一个在放了的子树中. 显然还存在另一个子树放了信标, 由于深度不同他们会被这个信标区分开.

两个都在放了信标的子树中. 如果根的度数大于 3 则同上. 度数等于 3 时, 如果他们没有被区分开, 一定是他们先汇集到了一个节点上, 然后走到同一个信标上. 这个点一定是一条奇链的中点, 且不是根 (由于深度不同), 是在两个子树之一中唯一的. 那么他们走到另一个信标就一定有一个点走了冤枉路, 既另一个信标可以区分出他们.

如果看不懂 $O(n^2)$ 部分的证明可以参考以下资料：

官方题解

集训队作业