

阿奇斯手速 *ak* 赛

zjp_shadow

2018 年 12 月 7 日

| | | | |
|---------|--------------------|---------------|---------|
| 题目名称 | 神奇位运算 | 奇迹穿越 | 奇妙数论题 |
| 可执行文件名 | xor | transport | gcd |
| 输入文件名 | xor.in | transport.in | gcd.in |
| 输出文件名 | xor.out | transport.out | gcd.out |
| 每个测试点时限 | 1.5s | 1.5s | 1.5s |
| 内存限制 | 512MB | 512MB | 512MB |
| 每个测试点分值 | 10 | 5 | 10 |
| 题目类型 | 传统 | 传统 | 传统 |
| 编译开关 | -lm -O2 -std=c++11 | | |

友情提示：

1. 考试时间为 **5h**，请合理分配时间。
2. 题目较为容易，AK 了请认真检查，可以唱缺爱歌，但请不要跳健美操。
3. 认真查阅下发文件以及数据，~~不要说文档中复制出来有问题~~。
4. 对于部分数据点，输入输出量较大，请使用较快的输入输出方式。

1 神奇位运算 (xor)

1.1 题目描述

众所周知，狗十分擅长于位运算与序列操作，于是它想出了一个题给聪明的你的去解决。

有一个长为 n 的自然数序列 A_i 。

有 m 次询问，每次询问区间 $[l, r]$ 中出现次数为偶数的数的异或和。

1.2 输入格式

第一行一个整数 n 。

第二行一共 n 个整数表示序列 A_i 。

第三行一个整数 q 。

接下来共 q 行，每行 2 个整数 l, r ，表示询问的区间。

1.3 输出格式

共 q 行，每行一个整数 ans 表示答案。（如果不存在出现偶数次的数，那么答案就是 0）

1.4 样例

1.4.1 样例 1

| <i>xor1.in</i> | <i>xor1.out</i> |
|----------------|-----------------|
| 5 | 4 |
| 1 1 5 5 1 | 0 |
| 4 | 4 |
| 2 5 | 5 |
| 5 5 | |
| 1 4 | |
| 1 5 | |

解释 1 对于第 1 个和第 4 个询问 $\{1, 5\}$ 都出现了两次，所以答案是 $1 \oplus 5 = 4$ ；对于第 2 个询问，只有 5 出现了 1 次，所以答案为 0；第 4 个询问，1 出现了 3 次，所以只算 5。

1.4.2 样例 2

见下发样例 *xor2.in* 和 *xor2.out*。
该组样例的数据范围同第 1 个测试点。

1.5 数据范围

| 数据编号 | n, m | A_i |
|------|----------------------|------------|
| 1 | ≤ 1000 | $< 2^{32}$ |
| 2 | | |
| 3 | | |
| 4 | $\leq 5 \times 10^4$ | < 16 |
| 5 | | $< 2^{32}$ |
| 6 | | |
| 7 | | |
| 8 | $\leq 3 \times 10^5$ | < 16 |
| 9 | | $< 2^{32}$ |
| 10 | | |

1.6 提示

这题是道签到题。

2 奇迹穿越 (transport)

2.1 题目描述

曾经有个星系其中有 n 个星球，有一颗恒星叫死星，其他行星以它为根构成一颗树。其中死星的编号是 1，其他行星编号为 $2 \sim n$ 。

每个星球有个发展程度为 v_i ，一开始因为每个星球都至少有文明存在，所以初始的时候 $v_i = 1$ 。

定义两个星球之间星际穿越的代价为路径上的发展程度之和，因为发展程度越高需要的过路费越高。

然后会有 m 次大事件发生，总共有两种类型。

- **技术爆炸**：1 p x 表示 p 号点的发展程度增加 x 。
- **技术交流**：2 p 表示询问 p 子树内所有点对的星际穿越的代价之和 $(\text{mod } 10^9 + 7)$ 。(点对的两点可以相同)

死星的老大现在想让你告诉它每次技术交流的结果。

2.2 输入格式

第一行两个正整数 n, m 。

接下来 $n - 1$ 行，每行两个数 u, v 表示 u, v 两颗行星在树上相连。

接下来 m 行，每行第一个数 opt 表示事件的类型。

然后根据 $opt = 1, 2$ 有 2, 1 个正整数。

2.3 输出格式

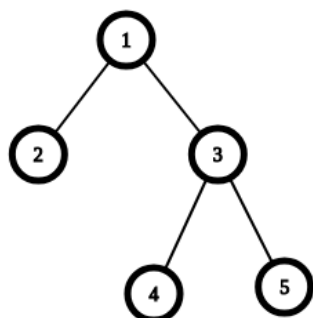
对于每个 **技术交流** 的事件输出一行正整数表示答案。

2.4 样例

2.4.1 样例一

| <i>transport1.in</i> | <i>transport1.out</i> |
|----------------------|-----------------------|
| 5 5 | 1 |
| 1 2 | 33 |
| 1 3 | 4 |
| 3 4 | 10 |
| 3 5 | |
| 2 5 | |
| 2 1 | |
| 1 2 3 | |
| 2 2 | |
| 2 3 | |

解释 1 树形态如下:



对于第一组询问，只存在 $(5,5)$ 这组点对，发展程度之和为 1。

对于第二组询问，存在 $\binom{5}{2} + 5 = 15$ 组点对，代价和为 $1 \times 5 + 2 \times 4 + 3 \times 4 + 4 \times 2 = 33$ 。

对于第三组询问，只有 $(2,2)$ 这组点对，因为刚才发生 **技术爆炸** 发展程度增加到 4。

对于最后一组询问，有 $(3,3), (4,4), (5,5)$ 发展程度为 1 的点对，还有 $(3,4), (3,5)$ 为 2 的点对，还有 $(4,5)$ 为 3 的点对，所以最后为 10。

2.4.2 样例二

见下发样例 *transport2.in* 和 *transport2.out*。
该组样例的数据范围同第 1 个测试点。

2.4.3 样例三

见下发样例 *transport3.in* 和 *transport3.out*。
该组样例的数据范围同第 6 个测试点。

2.4.4 样例四

见下发样例 *transport4.in* 和 *transport4.out*。
该组样例的数据范围同第 13 个测试点。

2.5 数据范围

对于所有数据保证 $p_i \leq n$ 且 $v_i < 10^9 + 7$ 。

对于特殊数据有如下保证：

| 数据编号 | n | m | 特殊性质 |
|------|-------------|----------------------|----------------------|
| 1 | ≤ 50 | ≤ 50 | 无 |
| 2 | | | |
| 3 | ≤ 200 | ≤ 200 | |
| 4 | | | |
| 5 | | | |
| 6 | ≤ 3000 | ≤ 3000 | |
| 7 | | | |
| 8 | | | |
| 9 | $\leq 10^5$ | $= 1$ | $opt_i = 1$ |
| 10 | | | $opt_i = 2$ |
| 11 | | $\leq 10^5$ | |
| 12 | | | |
| 13 | | | |
| 14 | | | $u_i = 1$ |
| 15 | | | |
| 16 | | $\leq 2 \times 10^5$ | $\leq 2 \times 10^5$ |
| 17 | | | |
| 18 | | | |
| 19 | | | |
| 20 | | | |

2.6 提示

这题是道送分题。

3 奇妙数论题 (gcd)

3.1 题目描述

小 Z 在学习数论的时候想到一个这样的问题。

给你一个长为 n 的排列 a ，求

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n (a_i, a_j)$$

注意 (a_i, a_j) 表示 $\gcd(a_i, a_j)$ ，也就是 a_i, a_j 的最大公约数。

小 X 看了一眼，说道这不是道裸题吗，然后把小 Z 吊了一顿。
于是小 Z 想了想如何加强，于是多加了一个乘数。

给你一个长为 n 的排列 a ，求

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n (a_i, a_j) \cdot (i, j)$$

小 X 又认真看了看，又说“有什么区别”。
小 Z 没有办法加强了，十分无奈地把这题丢了出来给聪明的你做。

3.2 输入格式

第一行两个正整数 n 。

接下来一行共 n 个正整数，其中第 i 个表示 a_i 。

3.3 输出格式

输出一行一个数，表示答案，对于 $10^9 + 7$ 取模。

3.4 样例

3.4.1 样例 1

| <i>gcd1.in</i> | <i>gcd1.out</i> |
|----------------|-----------------|
| 5 | 73 |
| 1 4 5 2 3 | |

3.4.2 样例 2

见下发样例 *gcd2.in* 和 *gcd2.out*。
该组样例的数据范围同第 7 个测试点。

3.5 数据范围

| 数据编号 | n | 特殊性质 |
|------|----------------------|-----------|
| 1 | ≤ 1000 | 无 |
| 2 | | |
| 3 | | |
| 4 | $\leq 7 \times 10^3$ | |
| 5 | $\leq 3 \times 10^4$ | $a_i = i$ |
| 6 | | |
| 7 | | |
| 8 | $\leq 10^5$ | |
| 9 | | |
| 10 | | |

3.6 提示

这题是道水题。