

8102 PīgēON 模拟赛

# Solution

By applese



## 1 冒泡排序

### 1.1 10% 解法

前 10%，暴力 or 打表。

### 1.2 30% 解法

每次回答询问  $O(n)$ ，这档部分分是给没有预处理的同学的。

### 1.3 50% 解法

我认为可能会有  $O(n^2)$  的可预处理的做法，但是我自己并没有写过。

### 1.4 100% 解法

如果一个排列给定，那么很显然可以证明最少交换次数是  $n - \text{循环数}$ 。

之后就相当于统计所有排列中的总循环数。每个元素地位相等，也就是说只需要考虑 1 号元素所在的循环。大小为  $i$  的有  $C_{n-1}^{i-1} \times (n-i)! \times (i-1)!$  个，并且大小为  $i$  的循环总共被算了  $i$  次。

所以我们可以得到的式子为  $n - \frac{\sum_{i=1}^n \frac{n!}{i}}{n!}$ 。将  $n!$  消去后式子就可以简化为  $n - \sum_{i=1}^n \frac{1}{i}$ 。

于是我们只要  $O(n)$  预处理就行了，可以做到  $O(1)$  回答。

KEEP CALM AND THINK



## 2 情报中心

### 2.1 10% 解法

指数级暴力。

### 2.2 30% 解法

Floyd 预处理出所有点对间最短路。每次回答询问狂扫，总复杂度  $O(n^3 + \sum kn)$ 。

### 2.3 60% 解法

发现边权均为 1，可以使用 BFS 在  $O(n^2)$  时间内求出两点间最短路。然后用 `bitset` 存下每个点的答案，用  $v[i][j]$  表示和第  $i$  个点距离  $\leq j$  的点集，每次询问只要把所有点集 `or` 起来直接 `count` 就行了。复杂度  $O(n^2 + \frac{\sum kn}{32})$ 。期望得分 60 左右。

### 2.4 100% 解法

发现 STL 常数较大，手写 `bitset` 再结合 60 分算法即可得到 100 分。

KEEP CALM AND CODE



## 3 百鸽笼

### 3.1 20% 解法

直接大暴力就好了, 弄个栈存一下, 每次暴力排序, 时间复杂度  $O(n^2 \log n)$ 。

### 3.2 40% 解法

如果你碰巧会 STL 库里面的 `nth_element`, 如果你碰巧常数比较小的话, 你会得到 40 分左右的分数。时间复杂度  $O(n^2)$

### 3.3 额外 15% 解法

对于每次询问的  $k$  为 1 或询问区间长度的数据点, 只要写棵线段树之类的数据结构就可以了。加上第一档暴力有 35 分, 加上第二档暴力有 50 分。

### 3.4 额外 10% 解法

对于没有 1 操作或没有 2 操作的点, 可以减少一些数据结构做法的代码复杂度。使用较为简单的数据结构即可。

### 3.5 65% 解法

对于  $n \leq 80000$  的数据点, 使用带修改的主席树可以通过。或者标算写挂。

### 3.6 100% 解法 1

首先离散化一下, 把序列倒过来看。我们发现这个题有一个特殊的性质, 那就是只在队尾尾添加和删除元素, 这就是一个栈对吧? 所以我们将序列倒转后使用主席树就可以在  $O((n + m) \log n)$  时间内通过。由于主席树并非 PIgeON 考点, 所以这里不细讲。同时这也不是标算。

### 3.7 100% 解法 2

对于这个栈, 我们把栈可持久化一下, 就变成了一棵树。然后就相当于查询树上链的第  $k$  小了, 可以树上差分来做。具体请听出题人讲课时口胡。空间复杂度  $O((n + m) \log n)$ , 时间复杂度  $O((n + m) \log n)$ 。

KEEP CALM AND DEBUG

KEEP CALM AND GET ACCEPTED