NOIP2018 提高组模拟赛

Xing Jingze

2018年8月1日

Problem code	File name	Time limit	Memory limit	Point distribution	Problem type
strategy	strategy.cpp	1s	256MB	10'×10=100'	Traditional
easy LCA	easy.cpp	1s	256MB	5'×20=100'	Traditional
scarborough fair	fair.cpp	2s	256MB	5'×20=100'	Traditional

^{*} 请务必仔细阅读题目。

^{*} 建议开启-O2 优化。

1 Strategy (strategy.cpp)

1.1 Background

针针喜欢玩一款叫做 DotA (Defense of the Algorithm) 的游戏。

——CTSC2018 Day1 T1 假面

1.2 Description

继 8102CSTC 之后, DotA 推出了新的游戏模式。在一场对战中, 针针需要面对 $n(1 \le n \le 4000)$ 个敌人, 对于第 i个敌人针针有如下技能可以选择 (必须选择其中一种):

- 花费 attack_i 的代价主动进攻,迫使敌人进入防御状态,使之无法进攻,但是在一场对战中**只能攻击** k **次**。
- 花费 defend_i 的代价防御防御该敌人的进攻,该技能可以在对战中使用任意多次。
- 与该敌人结盟。注意,结盟只能**对 1 个敌人**使用,此时既不能攻击该敌人,也不必防御该敌人的进攻。

现在给定每个敌人的 attack 和 defend,以及最多攻击次数 k,针针想要知道,在和第 i 个敌人结盟的情况下,他在这一轮对战中最少花费的代价。

1.3 Input Format

第一行两个正整数 $n(1 \le n \le 4000)$ 和 $k(k \le n)$,分别表示敌人个数和最多攻击次数。 接下来 n 行,每行两个正整数 $attack_i (1 \le attack_i \le 10^9)$ 和 $defend_i (1 \le defend_i \le 10^9)$ 。

1.4 Output Format

一行 n 个整数, 第 i 个数表示和第 i 个敌人结盟时的最小代价。

1.5 Sample Input

- 4 2
- 1 5
- 23
- 24
- 3 5

1.6 Sample Output

8876

1.7 Guarantee

对于 70% 的数据,保证 $n \le 400$ 。 对于 100% 的数据,保证 $n \le 4000$ 。

2 Easy LCA (easy.cpp)

2.1 Background

问: 如何评价 WC2018 和 CTSC2018?

曰: 猫喜欢上树找 LCA。

猫: 我这次有备而来。

2.2 Description

猫喜欢上了你家的苹果树。你家的苹果树是一个以 1 号点为根的,节点数为 $n(n \le 6 \cdot 10^5)$ 的有根树。猫想要把树上所有 LCA 抓下来,但是他答应,只要你能回答他的一个问题,他就放过你的苹果树。

猫会给你一个长度为 n 的 1 到 n 的排列 p,定义**连续子段** p[l,r] 的权值如下: $val[l,r] = depth[lca(p_l,p_{l+1},\ldots,p_r)]$,也就是 p_l,p_{l+1},\ldots,p_r 的 lca 的深度。他希望求出所有 $\frac{n(n+1)}{2}$ 个连续子段的权值和 (i.e. $\sum_{i=1}^n \sum_{j=i}^n val[i,j]$)。**根节点深度为 1**。

你正要用苹果树出一道题, 所以为了防止猫弄坏你精心设计的苹果树, 你决定回答这个问题。

2.3 Input Format

第一行一个正整数 $n(1 \le n \le 6 \cdot 10^5)$ 。

接下来 n-1 行,每行两个正整数 $u_i, v_i (1 \le u_i, v_i \le n)$,代表树上的一条边 (u, v)。

数据保证输入的是一棵合法的树。

接下来一行包含 n 个正整数,代表一个 1 到 n 的排列 p。

2.4 Output Format

输出一行一个整数,表示所求的所有连续子段的权值和。

2.5 Sample Input

6

1 2

2 6

63

3 4

6 5

1 2 3 4 5 6

2.6 Sample Output

51

2.7 Guarantee

对于 10% 的数据, 保证 $n \le 5000$ 。

对于另外 10% 的数据,保证 $n \le 25000$ 。

对于另外 10% 的数据, 保证输入的树是一条链 (**保证** |u-v|=1)。

对于另外 20% 的数据, 保证 $n \le 2 \cdot 10^5$ 。

对于**以上**所有数据,保证输入的树是随机的且 $n \le 2 \cdot 10^5$ 。

对于所有数据,保证 $n \le 6 \cdot 10^5$ 。

3 Scarborough Fair (fair.cpp)

3.1 Background

Are you going to scarborough fair? 你正要去斯卡波罗集市吗? Parsley, sage, rosemary and thyme. 西芹、鼠尾草、迷迭香和百里香。

3.2 Description

历经了末日的洗礼,小 W 终于回到了大陆,他决定拜访十年前遇到小 C 的集市。但是由于时局动荡,集市中的很多道路已经年久失修,所以有一定的概率会无法通行。

具体来说,集市是一张由 n 个路口和 m 条连接路口的**无向边**组成的图 (由于集市中存在桥,故**不保证**是平面图),其中第 i 条道路连接 u_i, v_i 两点,有 w_i 的概率是**不能通行**的。

小 W 定义一张图的不方便程度为图中的**联通块个数**,现在给定集市的地图,小 W 希望你能帮他求出这张图的期望不方便程度。

3.3 Input Format

第一行两个正整数 $n(1 \le n \le 17)$, $m(1 \le m \le \frac{n \cdot (n-1)}{2})$,分别表示集市中的路口数量和无向边数量。接下来 m 行,每行三个**正整数** u_i, v_i, p_i ,表示一条连接 u_i, v_i 的边。设该道路不能通行的概率为 $w_i = \frac{a}{b}$,那么 $p_i \equiv a \cdot b^{-1} \pmod{998244353}$ 。

数据保证输入的图中没有重边和自环。

3.4 Output Format

一行一个整数,表示期望不方便程度在模 998244353 的意义下的答案。

3.5 Sample Input

3 3

 $1\ 2\ 499122177$

2 3 499122177

 $3\ 1\ 499112177$

3.6 Sample Output

374334134

3.7 Guarantee

对于 15% 的数据,满足 $m \le 21$ 。

对于另外 35% 的数据,满足 $n \le 11$ 。

对于 80% 的数据 (包括以上 50% 的数据),满足 $n \le 14$ 。

对于 100% 的数据,满足 $n \le 17$ 。

3.8 Friendly tips

- 本题时限 2s
- $\frac{1}{2} \equiv 499122177 \pmod{998244353}$

This examination has no further questions, your honour.

Thanks for your time and hard work.