T1 Typeset

1.1 30pts

枚举排列并判断是否合法，时间复杂度 $O(T \times n \times n!)$

1.2 100pts

由于要求相邻的数的积是 2 的次幂，所以每个数对相邻的数的积能产生贡献的质因子只有 2 。

考虑把每个数转换成 2 的多少次方，例如 $16 = 2^4$变成 4 ， $192 = 3 \times 2^6$ 变成 6 。问题转换成了找到一种排列方式使任意相邻两数之和都大于 m 。

转换之后一小一大排列，不难证明其正确性。设转换后并排序的序列为 $a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n$，则构造方式为 $a_1, a_n, a_2, a_{n-1}, \ldots, a_{\frac{n}{2}}, a_{\frac{n}{2}+1}$ ，假设 n 为偶数。时间复杂度 $O(Tn\log n)$

T2 Haner

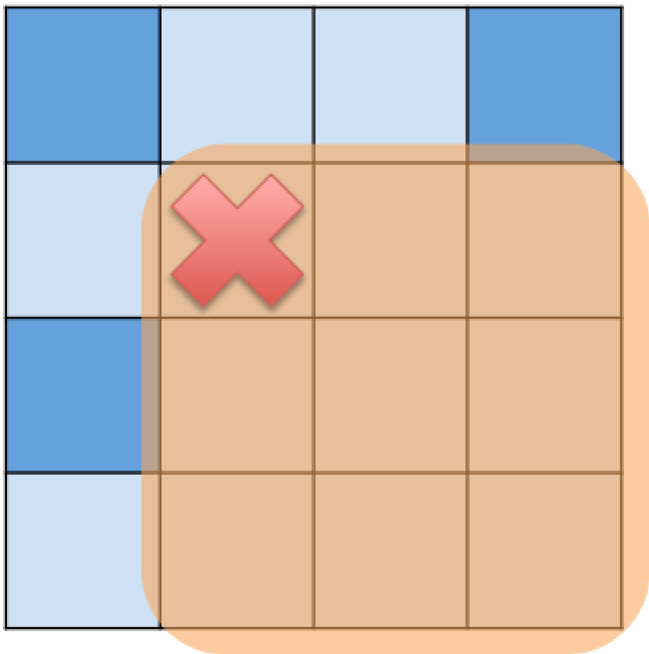
2.1 30pts

枚举每个厚冰块是否被修改并判断是否合法，时间复杂度 $O(2^{\text{厚冰块数量}} \times n^2)$ 。

2.2 10pts

全是薄冰块的答案显然为 0。

考虑全是厚冰块的情况，根据题意，一个薄冰块会消失，当且仅当其 **两个非相对方向** 都为空，等价于它的右下角没有一个厚冰块(或左上角，或右下角，或左下角)。枚举修改哪个方向内所有的厚冰块取最小值即可。

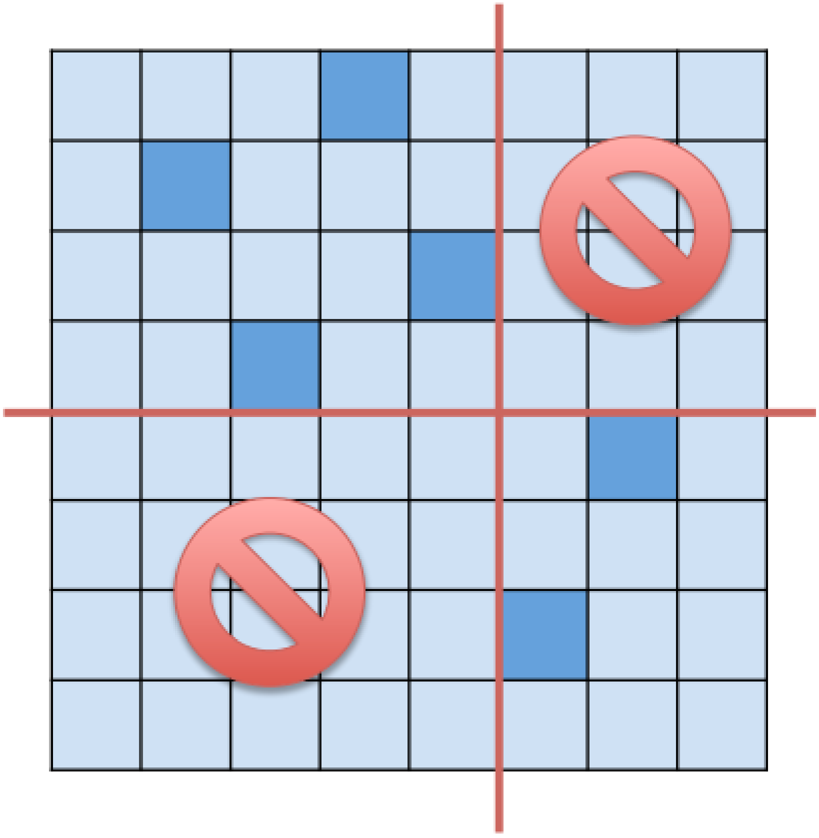


2.3 20pts

如果把一个方向上的厚冰块全部都修改，显然不是最优的，你可以通过一些操作先使得当前的矩形独立，最后再修改该矩形内一个方向上的所有厚冰块。

考虑 dp，设 $f[x1][y1][x2][y2]$ 表示该矩形要独立要进行的最小操作数，一个小矩形从一个大矩形内独立当且仅当其相邻的两个矩形内没有厚冰块，见下图。可以发现，只有包含小H的矩形独立才是有意义的，枚举每个包含小H的矩形，再枚举其中的一个点将该矩形分成四个自矩形进行转移，过程中统计答案即可。

时间复杂度最坏 $O((\frac{n}{2} \times \frac{m}{2})^3)$.



T3 GKK

preface

这题看似是无尽的加边，可以发现一次操作加完**至多**两轮（取决于点数奇偶性）之后就失去了意义，因为之后加进来的边完全是重边，并且权值更大。

3.1 30pts

考虑到上面的性质，可以暴力模拟加边，之后做最小生成树的算法。时间复杂度 $O(nm\log(nm))$。

3.2 10pts

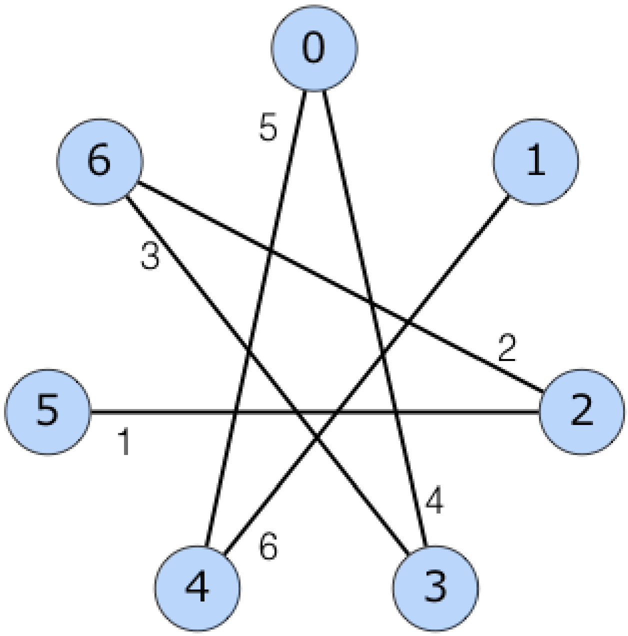
没有这一档的做法，旨在将选手向正解的方向引导

3.3 20pts

没有这一档的做法，旨在将选手向正解的方向引导。~~公差为2算是个很大的提示了~~

3.4 40pts

考虑 $Kruskal$ 求最小生成树的过程，其本质是用权值尽量小的边将当前联通块大小不断扩大至 n，并且**当前联通块的形态对后续没有影响**，观察样例解释的图。



对于这个样例，将边权排序之后先加入的两条边是 $(5,2)$，$(2,6)$ ，当前的联通块的点为 $2,5,6$，考虑上面加黑字体的意思，即在并查集合并时，实际上是把两个联通块抽象成两个点来实现的（其实已经忽略了联通块内的具体连边情况）。那么对于联通块 $(2,5,6)$ ，内部的**任意一条边**与另一条**仍使联通块联通**且**权值相等**的边是**等价**的，举个例子，边 $(5,2,1),(2,6,2)$ 和边 $(2,5,1),(5,6,2)$ 在联通块 $2,5,6$ 中是完全等价的。

那么这个每一轮加边的 (a,b,c) 可以转换为 $(a,a+1,c+1)$ 和 $(b,b+1,c+2)$ ，相当于把每次操作**除去自己本来的那条边**都强行掰到环的边上，这样可以把边数降成 n 条。但这无法求得转换后的边的权值的最小值。

考虑无尽加边的过程，形如 $(x,x+1)$ 的边的权值为 $\min\{Val_{(x,x+1)},Val_{(x-1,x)}+2\}$ ，~~不理解的话看图~~。

这样做两轮前缀最小值就可以得出每条 $(x,x+1)$ 的边的最小值，最后做一次 $Kruskal$ 。时间复杂度 $O(n\log n)$