

Conceptos de señales y sistemas

Marta Ruiz Costa-jussà
Helenca Duxans Barrobés

PID_00188064



Los textos e imágenes publicados en esta obra están sujetos –excepto que se indique lo contrario– a una licencia de Reconocimiento-NoComercial-SinObraDerivada (BY-NC-ND) v.3.0 España de Creative Commons. Podéis copiarlos, distribuirlos y transmitirlos públicamente siempre que citéis el autor y la fuente (FUOC. Fundació per la Universitat Oberta de Catalunya), no hagáis de ellos un uso comercial y ni obra derivada. La licencia completa se puede consultar en <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/3.0/es/legalcode.es>

Índice

Introducción.....	5
Objetivos.....	6
1. Señales y sistemas.....	7
2. Transformación del dominio temporal al dominio frecuencial.....	11
2.1. Transformada continua de Fourier, transformada de Fourier en tiempo discreto y transformada discreta de Fourier	11
2.2. Transformada Z	13
2.3. Conversión A/D y D/A: entorno analógico y entorno digital	15
2.3.1. Conversión A/D	16
2.3.2. Conversión D/A	19
Resumen.....	22

Introducción

Este módulo repasa y complementa algunos conceptos básicos de las asignaturas de *Señales y sistemas I y II*, que se utilizarán a lo largo de esta asignatura, como son los siguientes:

- Definición y clasificación de señal y sistema.
- La caracterización de señales y sistemas mediante la transformada de Fourier y la transformada Z.
- La conversión entre el dominio analógico y discreto.

Antes de nada, recordaremos por qué estudiamos la teoría de señales y sistemas. Para contestar a esta pregunta, solo hay que darse cuenta de que en la naturaleza hay muchos tipos de señales: la señal de voz, la señal luminosa o la señal eléctrica. El objetivo de conocer y clasificar las señales es el de tener la capacidad de tratarlas y así transmitir las o extraer de ellas información. Sin embargo, los sistemas nos sirven para modificar de múltiples maneras estas señales, como por ejemplo filtrarlas, amplificarlas o atenuarlas.

La teoría que rodea las señales y sistemas pretende caracterizarlas en el dominio del tiempo y en el dominio de la frecuencia. La utilización del dominio del tiempo es clara: es a lo que nosotros estamos más acostumbrados. Ahora bien, ¿por qué utilizamos el dominio de la frecuencia? Porque en algunos casos, como ya visteis en *Señales y sistemas I y II*, nos permite simplificar la tarea y obtener representaciones más simples de las señales o sistemas. Igualmente, a veces puede resultar más cómodo y ahorrar recursos el hecho de transformar, hacer las operaciones que haga falta en el dominio frecuencial y antitransformar.

Lectura recomendada

Para cualquier duda o aclaración de este módulo, podéis ver el libro siguiente:

A. V. Oppenheim; A. S. Willsky (1998). *Señales y sistemas* (2.^a ed.). Pearson Educación.

Objetivos

Este módulo repasa y complementa algunos conceptos básicos de las asignaturas de *Señales y sistemas I* y *II* que se utilizarán a lo largo de esta asignatura, como son:

1. Definir y clasificar señal y sistema.
2. Caracterizar señales y sistemas mediante la transformada de Fourier y la transformada Z.
3. Hacer la conversión entre el dominio analógico y discreto, y al revés.

1. Señales y sistemas

Para definir las señales utilizaremos la definición que encontramos en el libro de referencia de las asignaturas de *Señales y sistemas I y II*:

“Las **señales** pueden describir una amplia variedad de fenómenos físicos. Las señales se representan matemáticamente como funciones de una o más variables independientes.”

A. V. Oppenheim; A. S. Willsky (1998). *Señales y sistemas* (2.ª ed.). Pearson Educación.

Las señales se pueden clasificar en **analógicas, discretas en tiempo y digitales**. La diferencia principal entre estas señales es si son continuas o discretas en amplitud y tiempo. Fijaos en la tabla resumen para acabar de recordar esta clasificación:

	Analógica	Discreta en tiempo	Digital
Amplitud	Continua	Continua	Discreta
Tiempo	Continua	Discreta	Discreta
Notación	$x(t)$	$x[n]$	$x[n]$

En la naturaleza, las señales son analógicas, pero para tratarlas computacionalmente las convertimos en señales digitales. Veamos un ejemplo de ello.

Si abrimos Audacity y generamos un tono mediante *Genera/Tono*, obtenemos lo siguiente:

Generación de tono mediante Audacity



Figura 1. Generación de tono mediante Audacity

Este tono ¿es analógico, discreto o digital?

Si hacemos *Ver/Amplía* suficientes veces, veremos la señal siguiente, que se ve que no es continua (fijaos en el punteado). Se trata de una señal discreta en tiempo y amplitud; por lo tanto, es una señal digital. Hacedlo con vuestro Audacity.

Ampliación del tono generado mediante Audacity

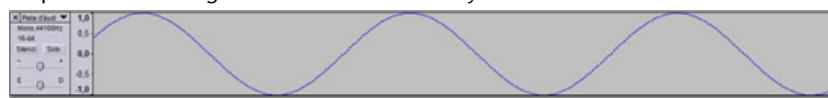


Figura 2. Ampliación del tono generado mediante Audacity

Pasa lo mismo si grabamos una señal de voz. La señal de voz es analógica, pero Audacity la convierte en digital (veremos esta conversión en detalle al final del módulo).

Así, ha de quedar claro que **toda señal en un dispositivo digital ha de ser forzosamente digital**.

Para definir *sistema*, utilizaremos la definición genérica del libro de referencia de la asignatura de *Señales y sistemas*:

“Un **sistema** es una interconexión de componentes, dispositivos o subsistemas.”

A. V. Oppenheim; A. S. Willsky (1998). *Señales y sistemas* (2.^a ed.). Pearson Educación.

Dicho de otro modo, un **sistema** es un elemento que permite transformar una señal de entrada en otra señal de salida.

Esquema de un sistema analógico

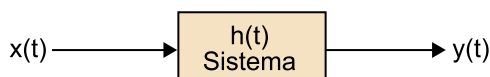


Figura 3. Esquema de un sistema analógico

Básicamente, trabajamos con sistemas lineales e invariantes en el tiempo (SLIT), propiedades que están definidas en las próximas líneas. De las asignaturas de *Señales y sistemas* sabemos que el comportamiento de un SLIT se da por la respuesta impulsional, que no es más que la salida del sistema cuando la entrada es una delta de Dirac. Por tanto, podemos decir que la respuesta impulsional relaciona la entrada con la salida. Igual que con las señales, hay diferentes tipologías de sistemas: **continuos, discretos y digitales**. Los primeros tratan señales continuas, los segundos, señales discretas y los últimos, señales digitales.

Asimismo, los sistemas pueden presentar ciertas propiedades. Para indicar que el sistema modifica una señal de entrada, usaremos la notación $T\{\}$, de transformada.

A continuación veremos las propiedades de los sistemas en el dominio analógico, que son, sin embargo, totalmente generalizables al dominio discreto y digital:

- Un sistema es **lineal** (ved la figura 4a) si la salida de cualquier combinación lineal de señales de entradas da lugar a la misma combinación lineal de las señales de salida correspondientes a cada una de las señales de entrada consideradas individualmente:

$$\begin{aligned} T[a_1x_1(t) + a_2x_2(t) + \dots + a_nx_n(t)] &= a_1T[x_1(t)] + a_2T[x_2(t)] + \dots + a_nT[x_n(t)] = \\ &= a_1y_1(t) + a_2y_2(t) + \dots + a_ny_n(t) \end{aligned}$$

Delta de Dirac

La delta de Dirac es una función que toma valor infinito en un único punto y el resto es cero. En el dominio analógico se representa con el símbolo $\delta(x)$.

Esta interpretación es intuitiva; estrictamente, la delta se define como un funcional con unas propiedades. La forma más genérica es la siguiente:

Dada una señal $x(t)$ continua a

$$t = 0, \quad x(0) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)\delta(t)dt, \text{ de aquí}$$

se deduce que $1 = \int_{-a}^a \delta(t)dt$, para cualquier $a > 0$, y el resto de propiedades.

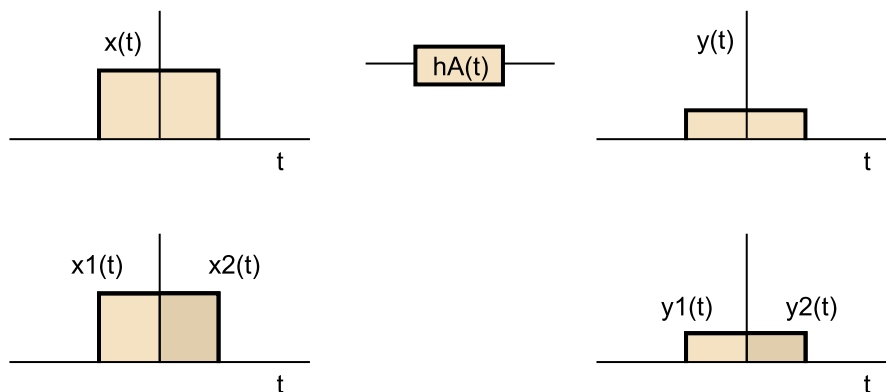
Un sistema es **invariante en el tiempo** (ved la figura 4b) si el comportamiento que tiene es el mismo en cualquier instante de tiempo:

$$\text{Si } T[x(t)] = y(t)$$

$$\text{entonces } T[x(t - t_0)] = y(t - t_0)$$

Linealidad e invariancia

a)



b)

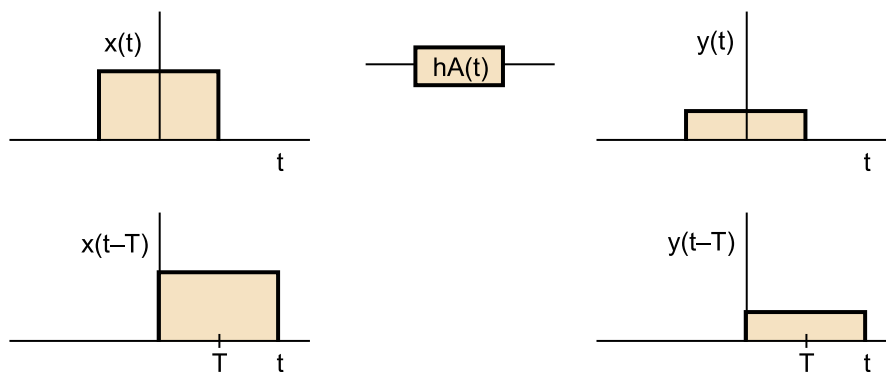


Figura 4. Linealidad e invariancia. En la parte superior (a) se muestra que el sistema $hA(t)$ es un sistema lineal y en la parte inferior (b) se muestra que el mismo sistema es invariante en el tiempo.

- Un sistema es **causal** si la respuesta del sistema solo depende de valores presentes o pasados. Es decir, el sistema no responde antes de que se aplique alguna entrada, ni la respuesta actual depende de valores futuros de la entrada.
- Un sistema es **estable** si para cualquier entrada finita en amplitud, el sistema produce una salida ahitada.

Ejemplo

Un sistema de comunicaciones es un sistema causal porque lo que representa en la salida solo depende de valores presentes o pasados.

De estas propiedades, la de linealidad e invariancia temporal habitualmente se cumplirán a lo largo de esta asignatura. Por tanto, si no decimos lo contrario, los sistemas que presentaremos son lineales e invariantes en el tiempo.

Una señal se representa matemáticamente según una variable o más variables independientes. La señal de voz, por ejemplo, se puede representar según la amplitud (intensidad) que tiene y cómo evoluciona a lo largo del eje temporal.

Un sistema es una interconexión de componentes que nos permite transformar las características de una señal para alcanzar un determinado objetivo.

2. Transformación del dominio temporal al dominio frecuencial

Las señales las entendemos y las percibimos en el dominio temporal. Como hemos dicho, utilizamos a menudo el dominio frecuencial porque puede facilitar el tratamiento de señales y sistemas. El **dominio temporal** nos da información sobre la manera **como varía la señal en términos del tiempo**, y el **dominio frecuencial** nos da información sobre **las frecuencias que contiene la señal y en qué proporción**.

Por ejemplo, si tenemos una señal continua en el tiempo, y la proyectamos al eje frecuencial, vemos que tenemos un único punto. Este punto, denominado función delta de Dirac (función que recordáis de *Señales y sistemas*), es el módulo de la transformada de Fourier de la señal temporal. Notad que si hacemos la proyección de la señal temporal en los ejes amplitud-frecuencia, perdemos la información de fase. Esto haría imposible recuperar la señal temporal a partir del frecuencial, y por esta razón se requiere una información adicional al módulo, que es la fase según la frecuencia. Asimismo, el módulo y la fase se pueden representar conjuntamente como una función compleja.

Enlace recomendado

Podéis encontrar más información sobre la fase según la frecuencia en "Time and Frequency Representation".

2.1. Transformada continua de Fourier, transformada de Fourier en tiempo discreto y transformada discreta de Fourier

La **transformada de Fourier** permite representar una señal como combinación lineal de exponenciales complejas. O dicho de otro modo, representar una señal temporal en el dominio de la frecuencia. Hay diferentes versiones de la transformada de Fourier que utilizaremos según la naturaleza continua o discreta de la señal que se ha de tratar.

- Si tenemos una señal analógica, continua en tiempo y en amplitud, aplicamos la transformada continua de Fourier (TF):

$$X(F) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)e^{-j2\pi Ft} dt$$

Señal continua en tiempo y señal continua en frecuencia

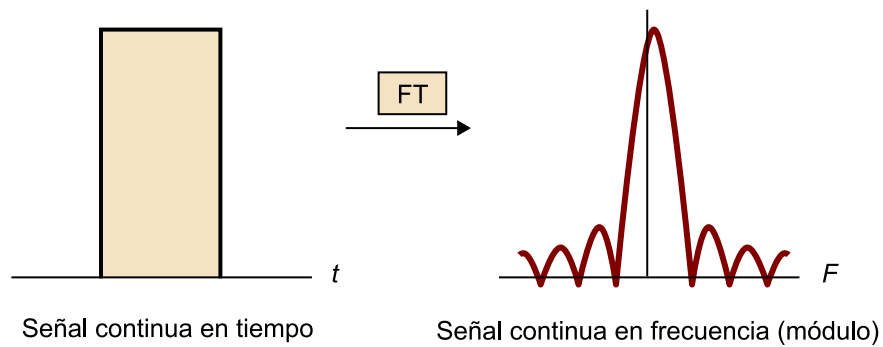


Figura 5. A la izquierda mostramos la señal continua en tiempo y a la derecha, la señal continua en frecuencia (F es la frecuencia analógica).

Nota

Recordad que ΩF es la notación que se utilizaba en el libro *Señales y sistemas*, de A. V. Oppenheim y A. S. Willsky, el libro de referencia de *Señales y sistemas*.

Como iréis viendo, en estos apuntes utilizaremos una notación ligeramente simplificada respecto de la notación de Oppenheim.

- Si tenemos una señal continua en amplitud y discreta en tiempo, aplicamos la transformada de Fourier en tiempo discreto (DTFT):

$$X(e^{j2\pi f}) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n]e^{-j2\pi f n}$$

Recordad

Al transformar hacia el dominio frecuencial discreto, la señal frecuencial es periódica cada 2π .

Señal continua en amplitud y discreta en tiempo, y señal continua en frecuencia

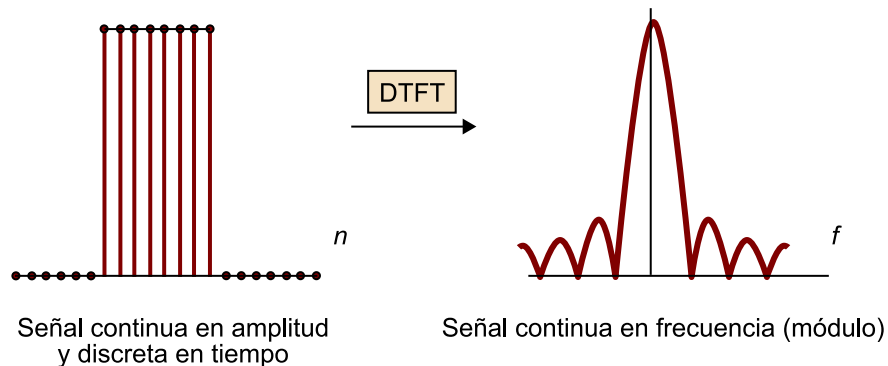


Figura 6. A la izquierda mostramos la señal continua en amplitud y discreta en tiempo y a la derecha, la señal continua en frecuencia (f es la frecuencia discreta).

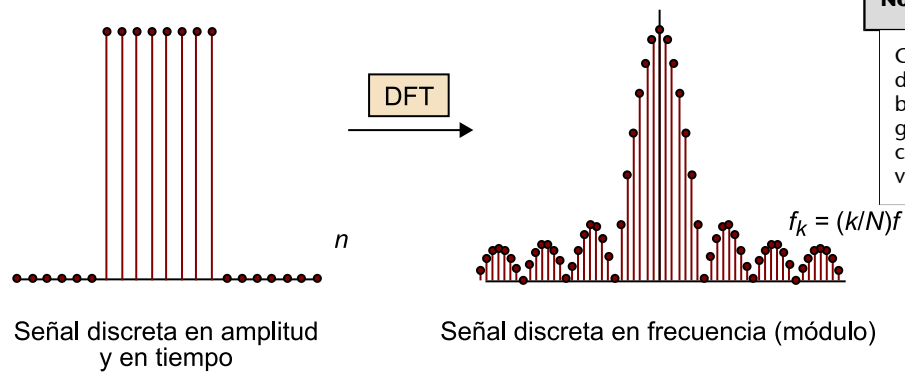
- Si tenemos una señal discreta en amplitud y frecuencia, aplicamos la transformada discreta de Fourier (DFT):

$$X(f) = \sum_{n=0}^{N-1} x[n]e^{-jn2\pi f/N}, \quad f = 0, \dots, N-1$$

Nota

Notad que la variable f indica frecuencia normalizada. Por tanto, equivale a la frecuencia analógica dividida por la frecuencia de muestreo.

Señal discreta en amplitud y tiempo, y señal discreta en frecuencia



Nota

Consideramos que las señales de las figuras 6 y 7 presentan bastantes muestras como para generar el módulo en frecuencia suficientemente similar a la versión continua.

Figura 7. A la izquierda mostramos la señal discreta en amplitud y tiempo y a la derecha, la señal discreta en frecuencia

¿Qué transformada hace Audacity cuando le decimos *Analiza/Dibuja espectro*?

Audacity trata señales digitales; por tanto, cuando le pedimos visualizar el espectro de la señal, hace la transformada rápida de Fourier o *fast Fourier transform* (FFT), que es un algoritmo eficiente que permite calcular la transformada discreta de Fourier.

La transformada de Fourier resulta muy útil para analizar el espectro de una señal, es decir, el contenido frecuencial de una señal.

2.2. Transformada Z

La **transformada Z** (TZ) permite representar una señal discreta $x[n]$ en el dominio de la variable compleja z , en el que $z = re^{j\omega}$.

$$X(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n]z^{-n}$$

Si esta señal $x[n]$ es causal, $x[n]$ solo tendrá valores para $n \geq 0$.

Notad que para $z = e^{j\omega}$ tenemos la transformada de Fourier en tiempo discreto. Por tanto, la transformada Z es una generalización de la transformada de Fourier en tiempo discreto. De hecho, la transformada Z es la equivalente discreta a la transformada de Laplace.

Toda transformada Z tiene asociada la **región de convergencia (ROC)**, que define en qué región del plano Z existe (converge) la transformada Z, o dicho de otro modo, los valores de Z para los cuales está definida la TZ:

$$\text{ROC} = \left\{ z : \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n]z^{-n} < \infty \right\}$$

Dada la señal:

$$x[n] = \delta[n - m] \xrightarrow{\text{TZ}} X(z) = z^{-m}$$

Lectura recomendada

Encontraréis más información sobre la transformada de Laplace en las páginas 654 y siguientes del libro *Señales y sistemas*, de A. V. Oppenheim y A. S. Willsky.

Si $m > 0$ la función $X(z)$ no existe cuando $z = 0$; y si $m < 0$ la función $X(z)$ no existe cuando $z = \infty$. Por tanto, cuando $m > 0$, la ROC es todo el plano Z excepto el 0, y cuando $m < 0$ la ROC es todo el plano Z excepto ∞ .

Dos conceptos importantes de la transformada Z

Los polos determinan los puntos del plano complejo Z donde la transformada se hace infinita. Los ceros determinan puntos del plano complejo Z donde la transformada se hace cero. Para encontrar los ceros igualamos la transformada Z a cero. Y para encontrar los polos hemos de hacer que la transformada Z sea infinito.

Los polos se representan gráficamente con una x y los ceros con un o . Así, si tenemos una transformada Z que tiene la forma siguiente:

$$X(z) = \frac{z-1}{z+1}$$

Tenemos un polo en $z = -1$ y un cero en $z = 1$.

Gráficamente tenemos la representación siguiente:

Plano Z

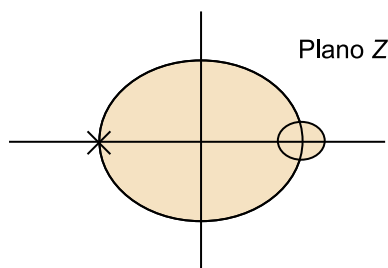


Figura 8. Plano Z . Representación de ceros y polos

A partir de la ROC podemos determinar la estabilidad y la causalidad de un sistema LTI:

- Un sistema es **causal** si la respuesta del sistema solo depende de valores presentes o pasados, el sistema $h[n]$ solo tiene valores para $n \geq 0$. Por tanto, un sistema es causal si, y solo si, la ROC de este sistema contiene el infinito.
- Un sistema es **estable** si se verifica que la transformada de Fourier de $h[n]$ converge; por tanto, la ROC de $H(z)$ ha de incluir $|z| = 1$.

En la práctica, la transformada Z se utiliza principalmente como una herramienta de análisis para los sistemas discretos lineales e invariantes. Por ejemplo, en esta asignatura veremos que es especialmente útil para calcular la respuesta impulsional, función que relaciona la entrada y la salida de un sistema LTI. La transformada Z de la respuesta impulsional de un sistema LTI se denomina **función de transferencia**.

$$y[n] = x[n] * h[n] \xrightarrow{TZ} Y(z) = X(z)H(z)$$

$$H(Z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \sum_{n=0}^{\infty} h[n]z^{-n}$$

Nota

El sistema $h[n]$ es causal porque el sumatorio empieza en $n = 0$.

En señales y sistemas utilizamos los dominios temporal y frecuencial, y nos sirve para agilizar el tratamiento matemático y estudiar el comportamiento de los sistemas sobre las señales.

Para pasar de un dominio a otro tenemos diferentes transformaciones que utilizamos dependiendo de la naturaleza continua o discreta de la señal que queremos tratar.

	TF	DTFT	DFT	TZ
Tiempo	Continua	Discreta	Discreta	Discreta
Frecuencia	Continua	Continua	Discreta	Continua
Amplitud-tiempo	Continua	Continua	Discreta	Continua
Amplitud-frecuencia	Continua	Continua	Discreta	Continua

2.3. Conversión A/D y D/A: entorno analógico y entorno digital

Como sabemos, en la naturaleza encontramos señales analógicas, como es el caso de la voz humana; por esta razón, si las queremos manipular con ordenadores o con sistemas de procesamiento digital, habrá que convertirlas en digitales. Este proceso se denomina conversión analógica-digital (A/D).

A continuación, una vez se ha manipulado la señal digital, por ejemplo filtrándola, esta señal habrá que volver a convertirla en señal analógica. Este paso se denomina conversión digital-analógica (D/A).

Por tanto, podemos decir que generalmente los sistemas digitales trabajan en un entorno analógico convirtiendo las señales analógicas en digitales y, después de la manipulación con el ordenador, las vuelven a convertir en analógicas. A continuación, veremos cómo se llevan a cabo estas dos conversiones, la A/D y la D/A.

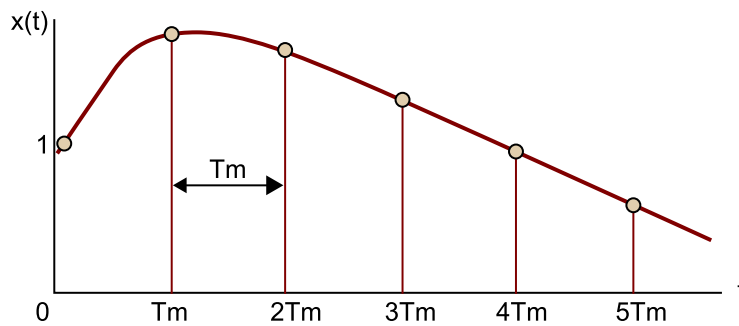
2.3.1. Conversión A/D

El convertidor A/D muestrea una señal $x(t)$ para obtener una señal $x[n]$. Este muestreo consiste en tomar muestras¹ regularmente, cada T_m segundos, de la señal $x(t)$.

Este intervalo regular es definido por la frecuencia de muestreo o bien por el periodo de muestreo $T_m = \frac{1}{F_m}$ (que es el intervalo de tiempo que pasa entre la selección de muestras). La operación de muestreo en el tiempo se define como sigue:

Señal temporal muestreada

Señal analógica



Señal discreta

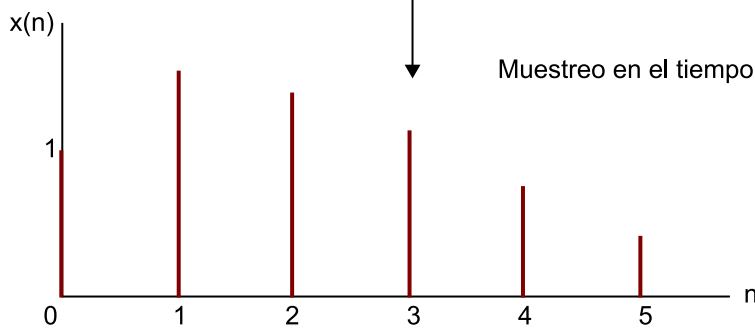


Figura 9. Señal temporal muestreada

$$x[n] = x(t)|_{t=nT_m} = x(nT_m)$$

La misma operación en frecuencia se define como sigue:

$$X(f) = X_d(f) \frac{1}{T_m} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(F - nF_m) = \frac{1}{T_m} \sum_{n=-\infty}^{\infty} X_d(F - nF_m) \Big|_{F=f/f_m}$$

El efecto de esta operación en frecuencia produce una réplica del espectro original en múltiplos de la frecuencia de muestreo, y genera el espectro siguiente:

⁽¹⁾Una muestra quiere decir un valor en el tiempo (por ejemplo, cuando muestreamos voz) o el espacio (por ejemplo, cuando muestreamos imágenes). El proceso para obtener un conjunto de muestras se denomina *muestreo*.

Sinusoides

Cuando se muestrea, las réplicas en frecuencia se crean porque representan las diferentes sinusoides de diferentes frecuencias que pasan por los puntos de muestreo en el dominio temporal. Así, si unimos los puntos muestreados, tenemos el envolvente, que es lo que vemos en la parte superior de la figura 9 (la señal en banda base), y también todas las sinusoides que pasan por los puntos muestreados.

Señal frecuencial muestreada

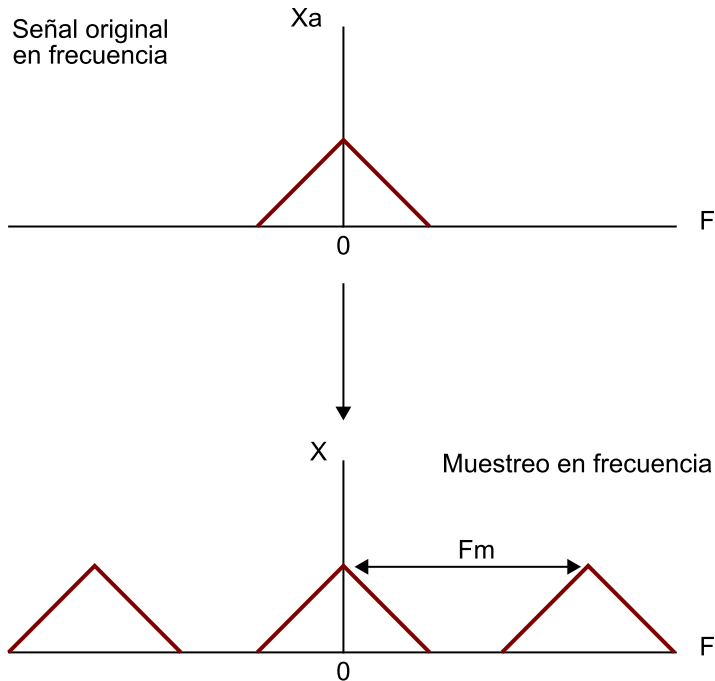


Figura 10. Señal frecuencial muestreada

Por tanto, el muestreo en el dominio temporal es una selección de muestras regularmente, mientras que en el dominio de la frecuencia, es hacer una replicación de la señal en cada múltiplo de la frecuencia de muestreo con un factor de escala $1/T_m$.

Cuanto mayor es la frecuencia de muestreo, mejor representada queda la señal. Ahora bien, el hecho de tener más muestras de la señal implica más coste, ya que son más datos (muestras) los que hay que almacenar y, al mismo tiempo, comporta muestrear más rápidamente. Por tanto, hay que alcanzar un compromiso entre una buena representación de la señal y un coste mínimo. Este compromiso es dado por el **criterio de Nyquist**, esto es, $F_m \geq 2\Delta B$, en el que ΔB es la anchura de banda de la señal. Si la señal es de banda limitada (es finita en frecuencia) y si además verifica el criterio de Nyquist, diremos que no hay encabalgamiento entre las repeticiones espectrales (o denominadas también muestras espectrales) que aparecen al muestrear.

Ejemplo de replicación espectral

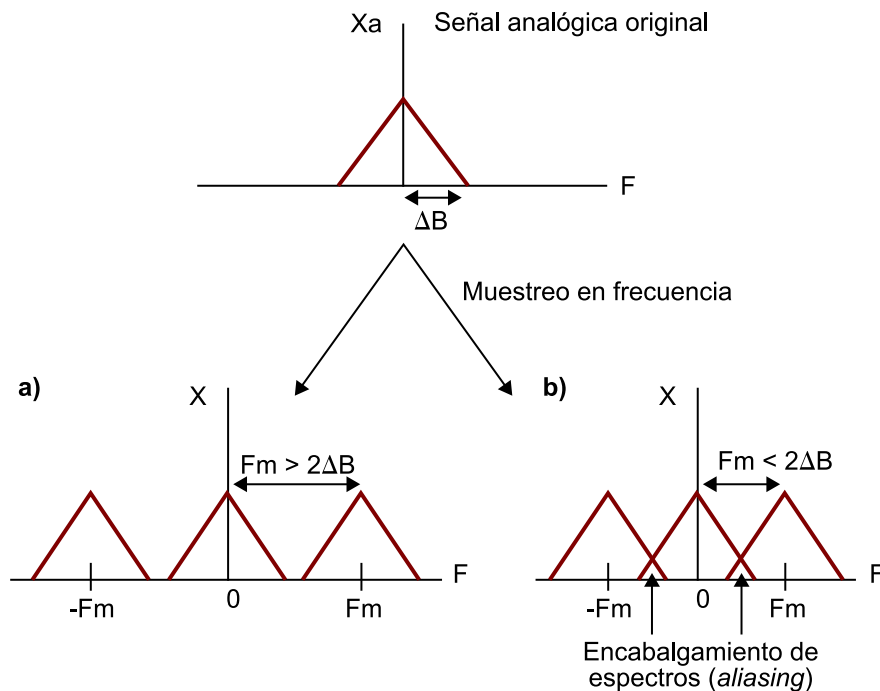


Figura 11. Ejemplo de replicación espectral: a) se verifica Nyquist; b) no se verifica Nyquist.

Si se muestrea muy por encima de $2\Delta B$ (criterio de Nyquist), “sobremuestreamos” y tenemos más calidad pero mucho coste (en el módulo “Codificación del audio” veremos que a veces nos puede interesar hacer un sobremuestreo). Contrariamente, si la frecuencia de muestreo no verifica el criterio de Nyquist, “submuestreamos” (es decir, se ha muestreado por debajo de $2\Delta B$), se produce lo que denominamos *aliasing*, hay encabalgamiento entre muestras espectrales y en el proceso de muestreo perdemos información. Esto se ve más claro en el dominio temporal, en el que si tomamos pocas muestras (submuestreamos) es difícil identificar la señal original y si, por contra, tomamos muchas muestras (sobremuestreamos), tendremos en el límite la señal original (podéis ver la figura 11).

En caso de que la señal no sea de banda limitada, en la práctica se acostumbra a filtrar antes de muestrear. De esta manera, se controla la información que se pierde y se evita la contaminación frecuencial por encabalgamiento de espectros, ya que en términos de calidad es mejor perder la parte superior de la banda que tener *aliasing*.

Además de muestrear la señal, cuando hacemos la conversión A/D, cuantificamos la señal.

La operación de conversión A/D se puede expresar mediante la ecuación siguiente:

$$x_q[n] = Q\{x(nT)\}$$

La **cuantificación** permite representar los valores de amplitud (eje de ordenadas) de la señal, que aún son continuos, en un rango discreto y limitado de valores. Este rango de valores después se pasa por un codificador que los convierte en un código de bits. Hay diferentes tipos de cuantificadores.

Leyenda

$Q\{\}$ indica la función no lineal de cuantificación.

Ved también

Veremos con más detalle los diferentes tipos de cuantificadores en esta misma asignatura, en el apartado 5 del módulo 2.

La **conversión A/D** consiste en transformar la señal analógica en digital. Esta conversión muestrea la señal analógica y posteriormente la cuantifica.

La conversión A/D se resume en la figura siguiente:

Proceso de cuantificación

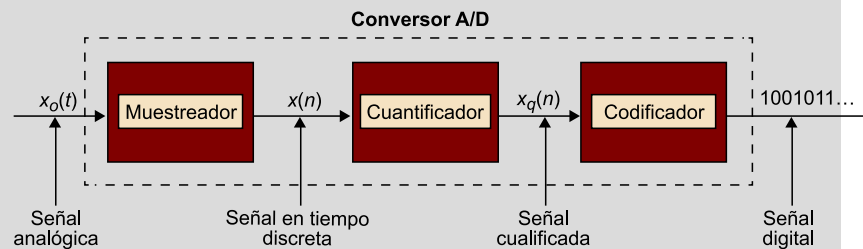


Figura 12. Proceso de cuantificación. Fuente: Wikipedia

2.3.2. Conversión D/A

El convertidor D/A es aquel que a partir de una señal digital $y[n]$ genera una señal analógica $y(t)$. El procedimiento de conversión D/A ideal es el siguiente:

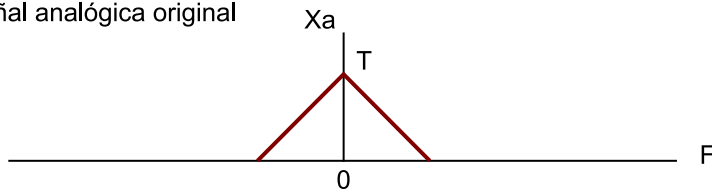
1. Se convierten los valores discretos de $y[n]$ en una secuencia de impulsos, es decir, por cada valor discreto de $y[n]$, este valor se mantiene constante hasta que llega la muestra siguiente y se actualiza el valor.
2. Se filtra con el denominado *filtro reconstructor*. Generalmente se utiliza un filtro paso bajo, que, como filtra las frecuencias altas, tiene un efecto suavizador en el tiempo.

Este segundo paso en el dominio transformado se ve muy claro: para muestrear hemos replicado la señal frecuencial. Por tanto, para recuperar la señal original de manera ideal, se ha de multiplicar la señal frecuencial por un pulso rectangular al origen que tenga longitud $2\Delta B$.

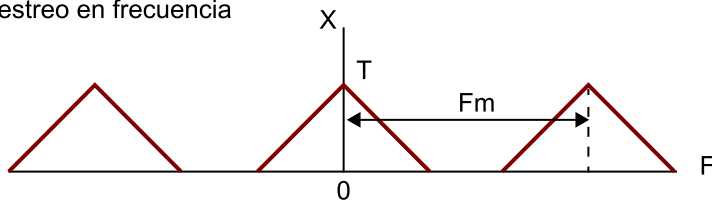
$$Y(F) = T\Pi\left(\frac{F}{2B}\right)X_d(F) \xrightarrow{\text{TF}^{-1}} y(t) = \frac{1}{T} 2B \text{sinc}(2BT) * \sum_{n=-\infty}^{\infty} x_d(nT) \delta(t - nT)$$

Ejemplo de conversión D/A ideal en el dominio frecuencial

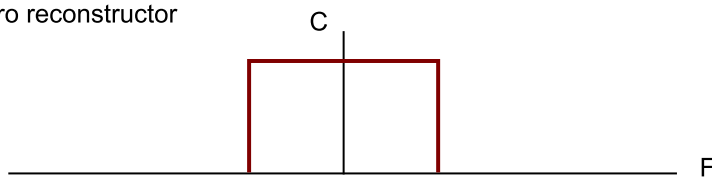
Señal analógica original



Muestreo en frecuencia



Filtro reconstructor



Señal recuperada

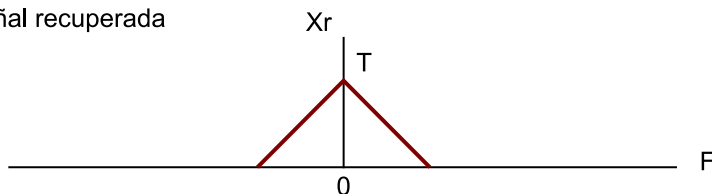


Figura 13. Ejemplo de conversión D/A ideal en el dominio frecuencial

Este convertidor D/A ideal se implementaría con un filtro interpolador ideal. Ahora bien, en la realidad, un convertidor D/A no puede implementar una función sinc –ya que no es realizable– no es causal. Entonces hay que asumir soluciones pseudoóptimas. Entre las diferentes opciones de reconstrucción encontramos el filtro interpolador de orden 0, que mantiene el valor de la señal hasta la muestra siguiente, o el filtro interpolador lineal, que lo que hace es trazar una recta entre dos puntos conocidos. Hay otros métodos más complejos pero que no son objeto de estudio en esta asignatura.

Aunque tuviéramos un filtro de reconstrucción ideal, la cuantificación introducida en el convertidor A/D hace prácticamente imposible la reconstrucción ideal.

Actualmente, las señales de audio se guardan en formato digital. Para oírlas por los altavoces, sin embargo, se han de convertir a analógicas. Por esta razón encontramos convertidores D/A en los reproductores de MP3, de CD y en las tarjetas de sonido de los ordenadores.

Ved también

Para la definición de causal, podéis ver el apartado “Señales y sistemas”.

La **conversión D/A** permite recuperar la señal analógica a partir de la señal digital. Generalmente, los valores digitales se multiplican por un tren de impulsos y después se pasa un filtro reconstructor. Se ha de tener en cuenta que, por muy bien que se hagan estas conversiones, no podemos diseñar una conversión ideal; por tanto, no podemos recuperar la señal analógica original, sino una aproximación.

Las conversiones A/D y D/A se hacen continuamente en nuestra vida diaria. Cuando conectamos un ordenador a una línea telefónica, podemos necesitar un convertidor A/D. Aún hay líneas telefónicas que utilizan señales analógicas y los ordenadores son digitales.

Un ejemplo de un convertidor D/A es el del disco compacto, que es digital. Cuando ponemos un CD, la información digital se convierte en analógica, y de esta manera oímos su contenido.

Resumen

En este módulo hemos hecho un repaso de conceptos básicos de señales y sistemas. Hemos repasado tres puntos muy claros:

- La definición de señales y sistemas y las diferentes tipologías que tienen: lineales, invariantes, causales y estables. Cada una de estas propiedades nos permite conocer mejor cómo es una señal o un sistema.
- La transformada de Fourier y la transformada Z, que nos permiten pasar del dominio en tiempo al dominio frecuencial y a la inversa. A menudo nos interesa trabajar en el dominio de la frecuencia para agilizar cálculos o ver los conceptos más claros, entre otros motivos.
- La conversión A/D y D/A, que nos permite pasar de un entorno analógico a uno digital y a la inversa.