第四章串

- 4.1 串的类型定义
- 4.2 串的表示与实现
- 4.3 串的模式匹配算法

- 一. 字符串
- 串即字符串,是n(≥0)个字符组成的有限序列,记作:

$$S = 'a_1a_2a_3\cdots a_n'$$

- □ S 是串名字
- □ 'a₁a₂a₃···a_n'是串值
- □ a_i 是串中第i个字符
- □ n 是串的长度(串中字符的个数)

例如: 串S = 'Shen Zhen'的长度是9,其中有3个字符h、e、n是重复出现,并且有1个空格符

二. 串的术语

■ 空串:不含任何字符的串,串长度为0。

空格串: 仅由一个或多个空格组成的串。

■ 子串:由串中任意个连续的字符组成的子序列(含空串)。

例如, 'abcde'的子串有:

''、 'a'、 'ab'、 'abc'、 'abcd'
和 'abcde'等等

■ 真子串: 非空且不包含自身的所有子串。

- 二. 串的术语
- 串相等: 当且仅当两个串的长度相等且各个对应位置的字符都相等 时,这两个串才相等。

例如:

```
`1234' \neq `123'
```

'abcd' ≠ 'abcde'

二. 串的术语

- 主串:包含子串的串。
- 位置:字符在串中的序号。

子串在主串中的位置以子串第一个字符在主串中的位置来表示。 例如,串'cde'在串'abcde'中的位置是3。

模式匹配:确定子串在主串中首次出现的位置的运算。例如:

对子串'bcd'在主串'abcde'中进行模式匹配,得到结果为2。

- 三. 串与线性表的关系
- 相同点:
 - □ 串的逻辑结构和线性表极为相似,它们都是线性结构,串中的每个字符都仅有一个前驱和一个后继
- 区别
 - □ 串的数据对象约定是字符集,线性表可以是任意类型
 - □ 线性表的基本操作中,以"单个元素"作为操作对象; 串的基本操作中,通常以"串的整体"作为操作对象,例如,查找 子串、插入子串等

四. 串的基本操作

- □ StrAssign (&S, chars): 将字符串常量chars赋给串S
- □ StrCppy(&S,T): 串复制
- □ StrEqual(S,T):判断串S、T是否相等
- □ StrLength(S): 求串的长度
- □ Concat(S,T): 串连接
- □ SubStr(S,i,j): 求子串
- □ Index(S, T, pos): 返回串T在串S中pos个字符之后第一次出现的

位置

- ■串是一种特殊的线性表,其存储表示和线性表类似,但又 不完全相同。串的存储方式取决于将要对串所进行的操作
- 。串在计算机中有3种表示方式:
 - > 定长顺序存储表示
 - 堆分配存储方式
 - > 块链存储方式

- 一. 定长顺序存储表示
- 将串定义成字符数组,利用串名可以直接访问串值。用这种表示方式,串的存储空间在编译时确定,其大小不能改变。

```
例如,C语言中的字符串定义 char Str[MAXSTRLEN+1]:
```

- □ 定义了长度为MAXSTRLEN的字符存储空间
- □ 字符串长度可以是不大于于MAXSTRLEN的任何值(最长串长度有限制,多余部分将被**截断**)
- 串的定义
 #define MAX_STRLEN 255
 typedef unsigned char str[MAX_STRLEN+1];

- 一. 定长顺序存储表示
- 串的联接

```
Status Concat(SString &T, SString S1, SString S2) {
 int i:
 Status uncut:
 if ( S1[0]+S2[0] <= MAXSTRLEN ) { // S1 S2均未截断
   for (i=1; i <= S1[0]; i++) T[i] = S1[i];
   for (i=1; i<=S2[0]; i++) T[i+S1[0]] = S2[i];
   T[0] = S1[0] + S2[0];
   uncut = TRUE:
 } else if ( S1[0] < MAXSTRLEN ) { // 截断 S2
   for (i=1; i \le S1[0]; i++) T[i] = S1[i];
   for (i=S1[0]+1; i<=MAXSTRLEN; i++) T[i] = S2[i-S1[0]];
   T[0] = MAXSTRLEN;
   uncut = FALSE;
                        // 截断S1
 } else {
   for (i=0; i<=MAXSTRLEN; i++) T[i] = S1[i];
   uncut = FALSE:
 return uncut;
} // Concat
```

- 一. 定长顺序存储表示
- 求子串

```
Status SubString(SString &Sub, SString S, int pos, int len)
{ // 用Sub返回串S的第pos个字符起长度为len的子串
 int i;
 if (pos < 1 || pos > S[0] || len < 0 || len > S[0]-pos+1)
   return ERROR;
 for(i=1; i<=len; i++)
   Sub[i] = S[pos+i-1];
 Sub[0] = len;
 return OK;
} // SubString
```

- 二. 堆分配存储表示
- 仍然用一组地址连续的存储单元来依次存储串中的字符序列, 但串的存储空间是在程序运行时根据串的实际长度动态分配的。

例如,C语言,在程序执行过程中,动态分配(malloc)一组地址连续的存储单元存储字符序列。

由malloc()和free()动态分配与回收的存储空间称为堆

堆分配存储结构的串既有顺序存储结构的特点,处理方便,操作中对串长又没有限制,更显灵活。

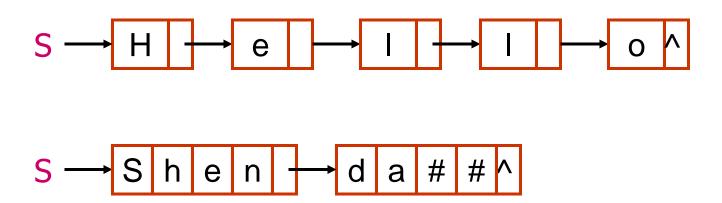
- 二. 堆分配存储表示
- 堆分配的串定义
 typedef struct
 {
 char *ch; /* 若非空,按长度分配,否则为NULL */
 int length; /* 串的长度 */
 } HString;

- 二. 堆分配存储表示
- 堆分配的串插入

```
Status StrInsert(HString &S, int pos, HString T)
{// 1 ≤ pos ≤ StrLength(S)+1。在串S的第pos个字符之前插入串T
 int i:
 if (pos < 1 || pos > S.length+1) // pos不合法
     return ERROR;
 if (T.length) { // T非空,则重新分配空间,插入T
     if ( !(S.ch = (char *)realloc(S.ch, (S.length+T.length+1) * sizeof(char))) )
       return ERROR:
     for ( i = S.length-1; i>=pos-1; --i) // 为插入T而腾出位置
       S.ch[i+T.length] = S.ch[i];
    for (i=0; i<T.length; i++) // 插入T
       S.ch[pos-1+i] = T.ch[i];
    S.length += T.length;
 return OK;
} // StrInsert
```

三. 块链存储表示

是一种链式存储结构表示,采用链表方式存储串值,每个结点中,可以存放一个字符(结点大小为1),也可以存放n个字符(结点大小为n)。



- 三. 块链存储表示
 - 块链存储的串定义 #define CHUNKSIZE 80 typedef struct Chunk char ch[CHUNKSIZE]; struct Chunk *next; }Chunk; typedef struct Chunk *head, *tail; /* 头尾指针 */ int curlength; /* 当前长度 */ } LString ;

三. 块链存储表示

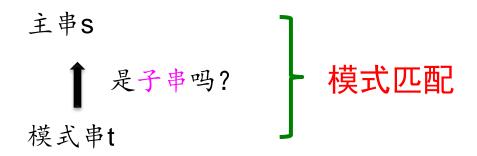
■ 因为带了next指针,存储密度小于1

在这种存储结构下,结点的分配总是以完整的结点为单位,因此,为使一个串能存放在整数个结点中,在串的末尾填上不属于串值的特殊字符#,以表示串的终结。

$$S \longrightarrow S \mid h \mid e \mid n \mid \longrightarrow d \mid a \mid \# \mid \uparrow \mid$$

当一个块(结点)内存放多个字符时,往往会使操作过程变得较为复杂,如在串中插入或删除字符操作时通常需要在块间移动字符。

■ 模式匹配: 子串在主串中的定位称为模式匹配或串匹配。



- 成功是指在主串s中找到一个模式串t—t是s的子串,返回t在s中的位置。
- 不成功则指主串s中不存在模式串t—t不是s的子串,返回0。

■ 简单匹配算法

朴素算法(BF(Brute-Force)算法)

采用穷举的思想进行匹配

- ① 从主串的指定位置开始,将主串与模式串(要查找的子串)的第一个字符比较;
- ② 若相等,则继续逐个比较后续字符;
- ③ 若不等,从主串的下一个字符起再重新和模式串的第一个字符比较。

■ BF(Brute-Force)算法**穷举模式的匹配过程:**

■ BF算法实现函数Index

```
Int Index(Sstring S, Sstring T, int pos) {
//S为主串,T为模式,串的第0位置存放串长度;串采用顺序存储结构
               // 从第一个位置开始比较
   i = pos: i = 1:
   while (i<= StrLength(S) && j<= StrLength(T)) //当两串未检测完
     if (S[i] == T[j]) { ++i; ++j; } // 继续比较后续字符
     else \{i=i-j+2; j=1;\} // 主串和模式串的指针分
                                别后退,重新开始匹配
   if(j > StrLength(T))    return i-StrLength(T);    // 返回与模式首
   字符相等的位置
   else return 0; // 匹配不成功
```

■ BF算法

设主串
$$S = 's_1s_2...s_n$$
' 模式串 $T = 't_1t_2...t_m$ ' i为指向 S 中字符的指针,j为指向 T 中字符的指针 匹配失败: 当 $s_i \neq t_j$ 时,

虽然已经判断出 ' s_{i-j+1} ... s_{i-1} ' = ' t_1 ... t_{j-1} ',还是要分别回退指针 i、j: i=i-j+2; j=1

主串指针i重复回溯!

■ BF算法性能分析:



最好的情况下,在第一个对齐位置只经过一轮比对之后,就能确定整体匹配,其时间复杂度为: 0(m)(m)模式串的长度)。

■ BF算法性能分析:



最坏情况下,需要比较n-m+1趟,每趟比较m次,总比较次数达(n-m+1)*m,因此,其时间复杂度为0(n*m)

例如:主串为'00000000000000000000000000000001',模式串为'000001',则每次模式串的前5个0都要与主串逐一比较.

■ BF算法分析:

在字符比较不相等,需要回溯: 即退到s 中的下一个字符开始进行继续匹配。

- 最好情况下的时间复杂度为0(m)。
- 最坏情况下的时间复杂度为0(n×m)。



■ KMP算法是由D. E. Knuth(克努特) - J. H. Morris(莫里斯) -

V. R. Pratt(普拉特)提出。

该算法较BF算法有较大改进,主要是消除了主串指针的回溯。

- **KMP算法思路**
 - □ 当一趟匹配过程中出现字符比较不等(失配)时,不 需回溯主串指针;
 - □ 利用已经得到的"部分匹配"的结果,将模式串向 右"滑动"尽可能远的一段距离后,继续进行比较。

■ KMP算法举例

假设主串ababcabcacbab, 模式串abcac, KMP算法的匹配过程如下:

第一趟匹配 ababcacbab

a b c a c

$$\downarrow$$
 i=3 \rightarrow 7

第二趟匹配 ababca bcacbab

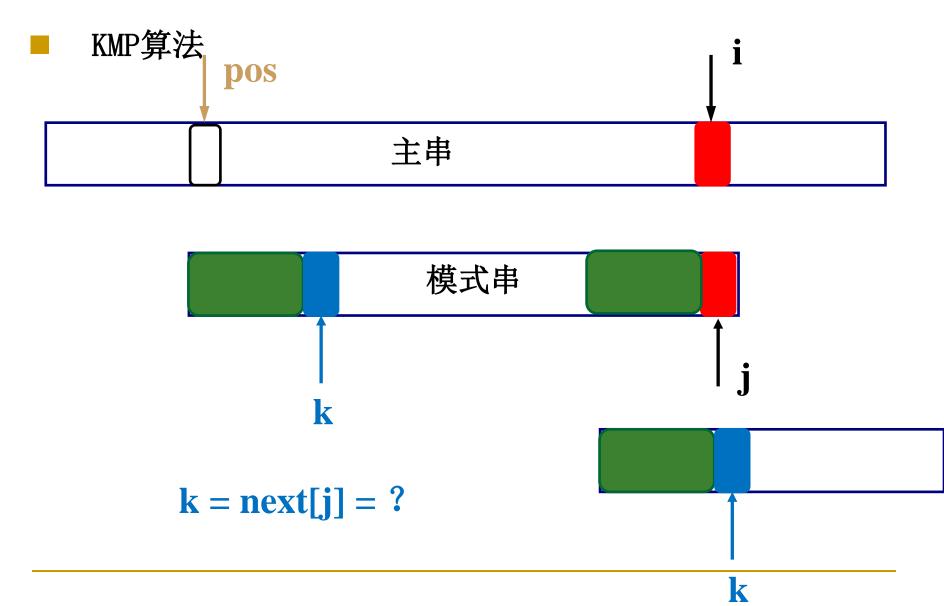
abcac

第三趟匹配 ababcabcacbab

abcac

1 i=2

匹配成功!



- KMP算法说明
- □ 假设主串为 's₁s₂s₃···s_n',模式串为 't₁t₂t₃···t_m',若主 串中第i个字符与模式串中第j个字符 "失配" (s_i!=t_j),这 说明,模式串中前面j-1个字符与主串中对应位置的字符 相等,即:

S _{i-j+1}		S _{i-k+1}		S _{i-2}	S _{i-1}	Si	
ш	Щ	ш	ш	ш	ш	N	
		, ''	"	4	. ''	+	
^l 1	•••	t _{j-k+1}		ا ا _{j-2}	^L j-1	L _j	

那么,主串中第i个字符将与模式串中第几个字符再比较?

- KMP算法说明
- □ 现假定主串中第i个字符需要与模式串中第k(k<j)个字符 比较

S _{i-j+1}	 S _{i-k+1}		S _{i-2}	S _{i-1}	Si	
t ₁	 t _{j-k+1}	- : :	t _{j-2}	t _{j-1}	k tij	
	t ₁		t _{k-2}	t _{k-1}	t_k	

说明,模式串中前k-1个字符与主串中对应位置的字符相等,即有以下关系成立: $t_1t_2...t_{k-1} = s_{i-k+1}s_{i-k+2}...s_{i-1}$

S _{i-j+1}	 S _{i-k+1}	 S _{i-2}	S _{i-1}	Si	
t ₁	 t _{j-k+1}	 t _{j-2}	t _{j-1}	t _j	
	t ₁	 t _{k-2}	t _{k-1}	t _k	

表中黑色字体表示对应列字符相等,**红色表示** $\mathbf{s_i} \neq \mathbf{t_i}$

■ 由以下两个表达式

2
$$t_1t_2...t_{k-1} = s_{i-k+1}s_{i-k+2}...s_{i-1}$$

可以得到

$$t_1 t_2 ... t_{k-1} = t_{j-k+1} t_{j-k+2} ... t_{j-1}$$

■主串中第i个字符与模式串中第k个字符再比较

换言之, 在模式串中第 j个字符"失配"时, 如果有 $t_1t_2...t_{k-1}$ " = $t_{j-k+1}t_{j-k+2}...t_{j-1}$ ", 那么就可以用模式串第 k个字符再同主串中对应的失配位置(i)的字符继续进行比较。

■如何确定k?

k值可以在做模式匹配之前求出,一般用next函数求取k值。

■ 注意: next函数只和模式串有关,和主串无关

■ next函数定义为:

※ 用数组next[]存放"部分匹配"信息。当模式串的字符j与主串中的当前字符i不相等时,j应回退的位置是0或1或k。

模式串t中存在某个k(1 < k < j), 使得以下成立:

$$\begin{bmatrix} t_1 & t_2 & \dots & t_{k-1} \end{bmatrix}$$
 = $\begin{bmatrix} t_{j-k+1} & t_{j-k+2} & \dots & t_{j-1} \end{bmatrix}$ 以 t_{j-1} 以 t_{j-1} 给尾的 $k-1$ 个字符

※利用模式串t中隐藏的信息来提高模式匹配的效率。

1 2 3 4 5 例如: t= 'a b a b c' 考虑next[5] = ?



有 $t_1t_2 = t_3t_4 = 'ab'$ 所以 k-1=2, 所以next[5] = k=3。

- next函数举例
 - 手工计算next函数例1

j	1	2	3	4	5	6	7	8
模式串	a	b	а	a	b	С	а	С
next[j]	0	1	1	2	2	3	1	2

- next函数举例
 - 手工计算next函数例2

j	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
模式串	a	b	a	a	b	a	b	а	С	а
next[j]	0	1	1	2	2	3	4	3	4	1

■ KMP思想:

有主串s与模式串t, i、j分别代表主串和模式串中正待比较的字符下标, 令i和j的初始值为1。

若有s[i]=t[j],则i和j分别增加1,继续比较后续字符; 否则,即s[i] \neq t[j]时,进行下列操作:

- ① i 不变, j 退回到某个 j=next[[···next[j]···]] 位置时有 s[i]=t[j],则i和j分别增加1后继续比较后续字符;
- ② 当j退回到j=0(即模式的第一个字符"失配"),此时i、j指针分别增加1,从s[i+1]和t[1]开始继续比较。

- KMP算法实现的详细步骤:
 - 1. 在主串s中和模式串t中,设比较的起始下标分别是i和j;
 - 2. 循环下面步骤直到 s 和 t 的所有字符均比较完
 - ① 如果是s[i]=t[j]或者j=0, i++, j++;
 - ② 否则, i不变, j回溯到next[j], 准备下一趟比较;
 - 3. 如果t中所有字符均比较完,则匹配成功,返回t的位置; 否则,匹配失败,返回0。

■ KMP算法实现

```
int Index_KMP(Sstring S, Sstring T, int pos) {
//S为主串, T为模式, 串的第0位置存放串长度; 串采用顺序存储结构
                                      // 从第一个位置开始比较
    i = pos; j = 1;
    get_next( T, next );
    while (i<= StrLength (S) && j<= StrLength (T)) {
      if ( (j==0) || S[i] == T[j]) ) { ++i; ++j;} // 继续比较后继字符
                                      // 模式串向右移
      else j = next[j];
    if (j > StrLength (T))
      return i-T[0]; // 匹配成功,返回模式串的位置
    else
      return 0; // 匹配不成功
```

■ 求next[j]值的算法

求next函数值的过程是一个递推过程。已知next [0, ...,

j],即对于t的前j个序列字符:有next[1]=0,...,next[j] = k (1<*k*<*j*),如何求出next [j + 1]呢?

$$\begin{bmatrix} t_1 t_2 \dots t_{k-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t_{j-k+1} t_{j-k+2} \dots t_{j-1} \end{bmatrix}$$
 以 $t[1]$ 开始的 $k-1$ 个字符

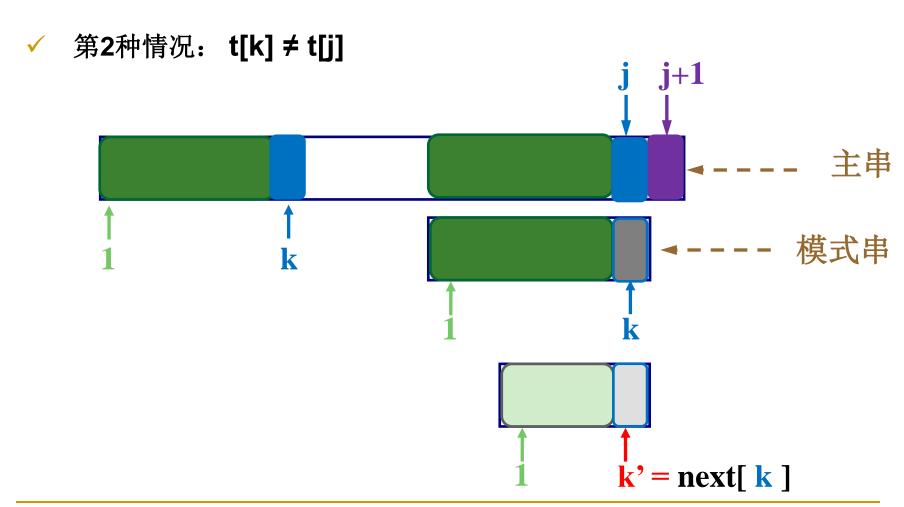
实质上是判断 t[k] 和 t[j] 是否相等。这实际上也是一个匹配的过程,不同在于:主串和模式串是同一个串。

- 求next[j]值的算法
- ✓ 第1种情况: t[k] = t[j], 也就是有

$$\begin{bmatrix} t_1 & t_2 & \dots & t_{k-1} & t_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t_{j-k+1} & t_{j-k+2} & \dots & t_{j-1} & t_j \end{bmatrix}$$

以 $t[1]$ 开头的 k 个字符 $t[j+1]$ 前面的 k 个字符

■ 求next[j]值的算法



- 求next[j]值的算法

也就是说: 当字符t[j+1]之前不存在 't₁, …, t_k '='t_{j-k+1}, …, t_j' 时,那么是否可能存在另一个值k'(1<k'<k<j),可以有 't₁, …, t_k'' = 't_{j-k'+1}, …, t_j'呢? 如果存在,那么就有next[j+1] = k'+1; 如果不存在k',那么就有next[j+1]=1。

这个过程相当于利用已经求得的next []值(next [0, ..., k, ..., i])进行t串自身的匹配。

- 求next[j]值的两种算法
 - 传统算法 get_next()
 根据1<k<j, 穷举k, 检查是否满足
 't₁...t_{k-1}' = 't_{j-k+1}...t_{j-1}', 若满足条件的k有多个, 取最大值

```
While(j<模式串长度){
```

- 1. 若j=0或者T_i=T_j,则i++, j++, next[i]=j**,**实质就是 next[j+1]= next[j] + 1
- 2. 否则, j=next[j], 即next[j+1]= next[k] + 1, 注意 next[k]要回溯直到满足前面的相等条件

}

■ 求next[j]值的传统算法

```
void get_next(Sstring T, int next[])
{ //求模式串T的next函数值并存入数组next[]
   i = 1; next[1] = 0; j = 0;
    while (j < StrLength (T))
       if (j == 0 || T[i] == T[j])
               ++i; ++j;
               next[i] = j;
        else
               i = next[i];
```

■ 求next[j]的 改进值 nextval [j]的算法

```
例如:

12345

T='aaaab'
```

next[j]=0 1 2 3 4

当 $s[i] \neq t[3]$ 时,s[i]要依次与t[2](即t[next[3]])、t[1] 比较,事实上t[3]=t[2]=t[1]='a',这些比较不是必要的,为了避免这些不必要的比较,只需要让 next[3]=next[2]=next[1],所以有:

nextval[j] = 0 0 0 0 4

■ 求next[j]的 改进值 nextval [j]的算法

- nextval[1] = 0
- 当t[j]=t[next[j]]时:

nextval [j] = nextval[next[j]]

否则: nextval[j] = next[j]

用nextval[]取代next[],得到改进的KMP算法。

求next[j]的 改进值 nextval [j]的算法 void get_nextValue(Sstring T, int nextval[]) { //求模式串T的next函数值并存入数组nextval[] i = 1; nextval[1] = 0; j = 0;while (j < StrLength (T)) if (j == 0 || T[i] == T[j])++i; ++j; if(T[i] == T[j])nextval[i] = nextval[j]; else nextval[i] = j;else = nextval[j];

- KMP算法性能分析
 - KMP算法的时间复杂度为0(n)
 - 为了求模式串的next值, 其算法与KMP很相似, 其时间 复杂度为0(m)
 - 因此,KMP算法的时间复杂度为O(n+m)。
- KMP算法的特点

匹配时,主串的指针不需要回溯,整个匹配过程中,对主串只需要从头至尾扫描一遍,对于处理从外设输入的庞大文件很有效,可以边读入边匹配,而无需回头重读。

第4章总结

- 串即字符串,是n(≥0)个字符的有限序列
- 串的属性:字符、位置、长度
- 串的术语:空串、空格串、主串、子串、位置、匹配
- 串相等的条件:长度相等且每个位置上的字符相等
- 模式匹配:确定子串在主串中首次出现的位置
- 串的特点,往往以串的整体作为操作对象,例如复制、合并、匹配都 是以整个字符串来操作,而不是单个字符
- 串的存储表示
 - □ 定长顺序存储表示、堆分配存储表示、块链存储表示
- 串匹配算法: KMP算法
 - 匹配不成功时,i不动,模式串滑动到位置k开始比较,k即 next[j],求k的方法

练习

一. 现有模式串eefegeef,写出每个字符的next函数值。

j	1	2	3	4	5	6	7	8
模式串	е	е	f	е	g	е	е	f
next[j]	0	1	2	1	2	1	2	3

练习

二. 假设主串abcabadabaabc,模式串abaabc,说明KMP算法的匹配过程。

next[j] = 0 1 1 2 2 3

第1次匹配:从头开始比较到i=3 j=3不等,模式滑动到next[3]=1比较i=3 j=1

第2次匹配: i=3 j=1失配,查到next[1]=0,则i++, j++变为i=4 j=1

第3次匹配: 从i=4 j=1开始匹配到i=7 j=4失配, i不动,模式滑动到next[4]=2 比较

第4次匹配:一开始i=7 j=2不等,查到next[2]=1,i不动,模式滑动选择j=1比较

第5次匹配: 一开始i=7 j=1不等,查到next[1]=0,则i++ j++ ,变为i=8 j=1

第6次匹配:从i=8 j=1开始逐个字符匹配直到结束,匹配成功

练习

j	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
模式	a	b	a	С	a	b	a	a	a	d
Next [j]	0	1	1	2	1	2	3	4	2	2
Nextval [j]	0	1	0	2	0	1	0	4	2	2

北邮2000考研真题