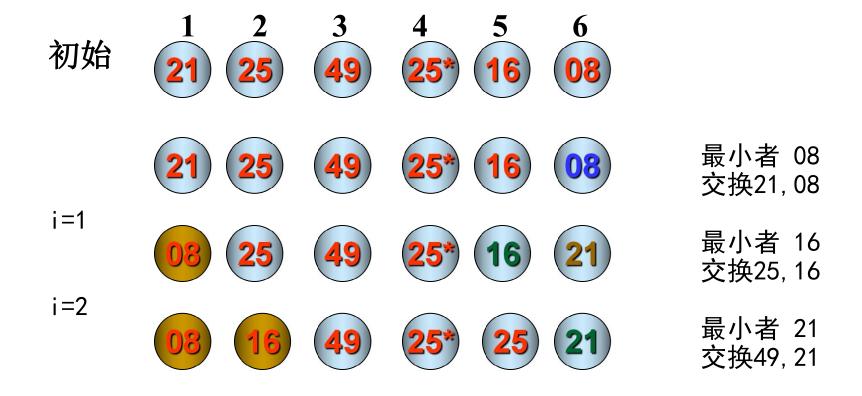
第十章 内部排序

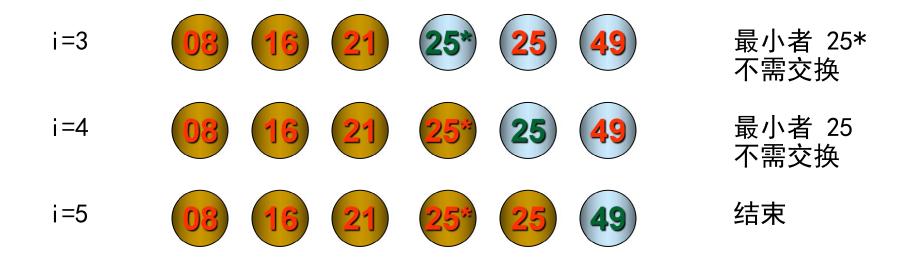
- 10.1 概述
- 10.2 插入排序
- 10.3 快速排序
- 10.4 选择排序
- 10.5 归并排序
- 10.6 基数排序
- 10.7 各种内部排序方法的比较讨论

- 一. 简单选择排序
- 选择排序
 - □ 选择排序是每次从当前待排序的记录中选取关键字最小(或最大)的记录,然后与待排序的记录序列中的第一个记录进行交换,直到整个记录序列有序为止。
 - □ 简单选择排序(Simple Selection Sort , 又称为直接选择排序) 的基本操作是:每一趟(例如第i趟, i=1, 2, ···, n-1)通过n-i次比较, 在n-i+1个待排序记录中选出关键字最小的记录,与第i个记录交换。

- 一. 简单选择排序
- 举例



- 一. 简单选择排序
- 举例



- 一. 简单选择排序
- 算法实现:

```
void SelectSort( SqList &L ) // 算法10.9
{ // 对顺序表L作简单选择排序
 for ( i=1; i<L.length; ++i) // 选择第i小的记录,并交换到位
   // 在L.r[i..L.length]中选择最小的记录并将其位置赋给MiniPos
   MinPos = SelectMinKey( L, i );
   // 将未排序部分的最小记录换到有序部分的最后位置i
   if (i!= MinPos)
          L.r[i] \leftarrow \rightarrow L.r[MinPos];
```

- 一. 简单选择排序
- 算法分析:
 - □ 整个算法是二重循环:
 - ✓ 外循环控制排序的趟数,对n个记录进行排序的趟数为n-1趟;
 - ✓ 内循环控制每一趟的排序,进行第i趟排序时,关键字比较次数 KCN 与记录的初始排列无关,所需的比较次数总是 n-i次。总的关键字比较次数为

KCN =
$$\sum_{i=1}^{n-1} (n-i) = n(n-1)/2$$

记录移动次数RMN与记录的初始排列有关,最好情况是记录已经有序, RMN=0, 达到最少; 最坏情况是每一趟都要进行交换, 总的记录移动次数为 RMN = 3(n-1)。

□ 时间复杂度是O(n²),空间复杂度是O(1)

- 一. 简单选择排序
 - □ 直接选择排序是一种不稳定的排序方法,例如:

初始序列 5 , 3, 6, 9, 8, 2, 5*, 1

排序后 1, 2, 3, 5*, 5, 6, 8, 9

- 二. 堆排序
- ■背景

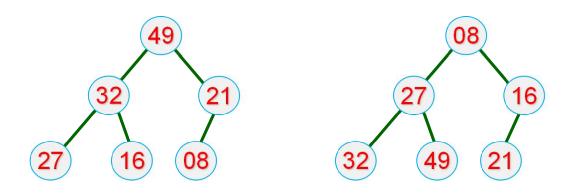
直接选择排序算法中, 进行第i趟排序时,关键字所需的比较次数总是 n-i次,原因是没有保存之前的比较结果,会重复执行很多比较操作。如果可以做到每次在选择到最小记录的同时,并根据比较结果对其他记录做出相应的调整,那样就会提高排序的总体效率。

试想,如果能把待排序的数据元素集合构成一个完全二叉树结构,则每次选择出一个最大(或最小)的数据元素值需比较完全二叉树的高度次,即logn次,则排序算法的时间复杂度就是O(nlogn)。

二. 堆排序

设有一个关键字集合,<mark>按完全二叉树的顺序存储方式</mark>存放在一个一维数组中。对它们从根开始,自顶向下、自左向右从 1 开始连续编号,

- ightharpoonup 若满足 $K_i \ge K_{2i}$ && $K_i \ge K_{2i+1}$ 则称该关键字集合构成一个最大堆(大顶堆)。
- ➤ 若满足 $K_i \le K_{2i}$ && $K_i \le K_{2i+1}$ 则称该关键字集合构成一个最小堆(小顶堆)。



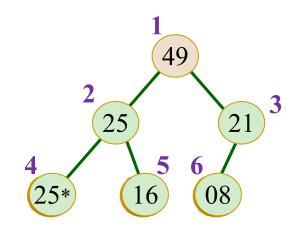
□ 由此可见, 堆的根结点必定是最大值或最小值

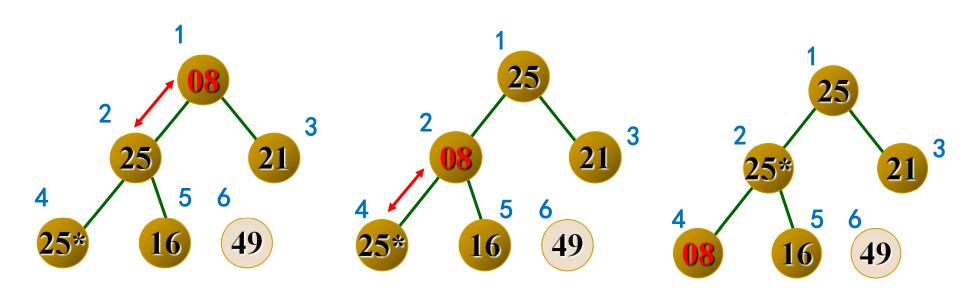
- 二. 堆排序
- 堆排序:利用堆顶记录的关键字值最小(或最大)的性质, 从当前待排序的记录中依次选取关键字最小(或最大)的记录,就可以实现对数据记录的排序,这种排序方法称为 堆排序。
- 若采用最小堆,排序后得到的是非递增序列;
- 若采用最大堆,排序后得到的是非递减序列。

- 二. 堆排序
- 算法思想:
 - □ 对一组待排序的记录,按堆的定义建立初始堆;
 - □ 将堆顶记录和最后一个记录交换位置,则前n-1个记录是无序的, 而最后一个记录是有序的;
 - □ 堆顶记录被交换后,前n-1个记录不再是堆,需将前n-1个待排序记录重新组织成为一个堆,然后将堆顶记录和倒数第二个记录交换位置,即将整个序列中次小(或次大)关键字值的记录调出无序区,而进入有序区;
 - □ 重复上述步骤,直到全部记录排好序为止。

- 二. 堆排序
- 算法实现的主要问题:
 - □ 如何根据给定的序列建初始堆?
 - □ 如何在交换掉根结点后,将剩下的结点调整为新的堆(筛选)?

- 二. 堆排序
- 问题二:筛选方法





- 二. 堆排序
- 问题二:筛选方法
 - □ 输出根结点
 - □ 用序列中最后一个结点代替根结点值
 - □ 比较当前根结点与两个孩子结点的值,如果小于其孩子结点,则选择值大的孩子结点与根结点交换
 - □ 继续将交换的结点与其孩子结点比较
 - □ 重复上述操作,直到叶子结点或者根结点值大于两个孩子结点,将 得到新的堆。称这个从堆顶至叶子的调整过程为"筛选"。

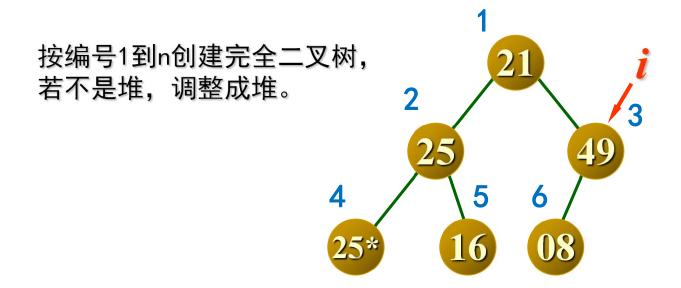
- 二. 堆排序
- 问题一: 创建初始堆

利用筛选算法,可以将任意无序的记录序列建成一个堆:

- □ 根据给定的序列,从1至n按顺序存储创建一个完全二叉树
- \square 将二叉树的每棵子树都筛选成为堆。<u>只需从最后一棵孩子不为空的子树开始进行筛选</u>,即从第 $\left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor$ 个记录到第1个记录依次进行筛选就可以建立堆。
 - □ 只有根结点的树是堆;
 - ullet 由二叉树的性质5,最后一个非终端结点的序号为 $\begin{bmatrix} n \\ 2 \end{bmatrix}$,也就是说第 $egin{array}{c|c} n \\ \hline 2 \\ 2 \\ \hline 2 \\ \hline 2 \\ \hline \end{array}$ 个结点之后的所有结点都是叶子结点,只有根而没有子树。

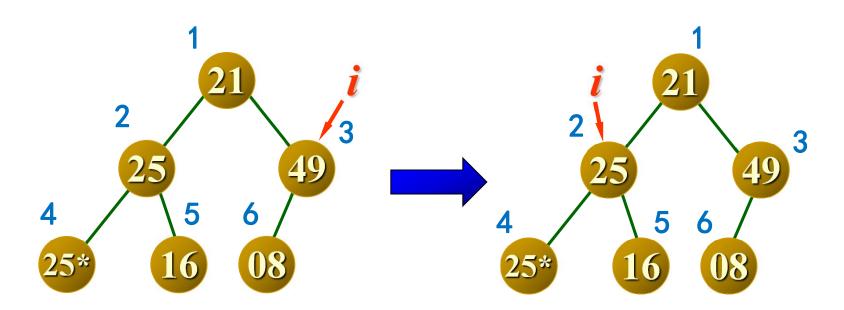
- 二. 堆排序
- 创建初始堆举例
 - □ 已知待排序的一组记录的初始排列为: 21, 25, 49, 25*, 16, 08





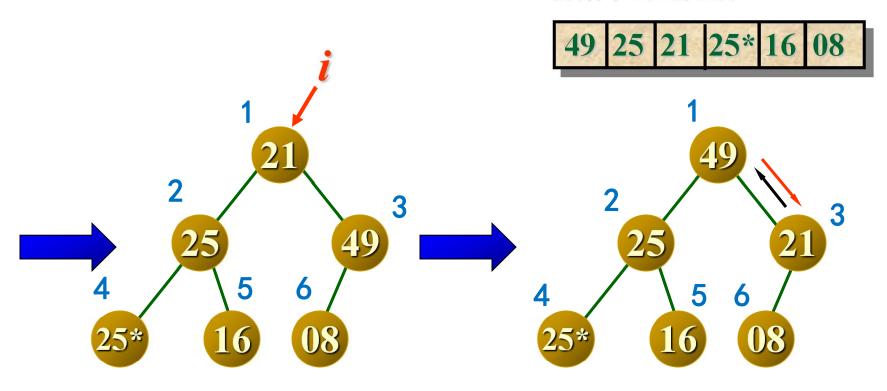
- 二. 堆排序
- 创建初始堆举例
 - □ i=3时,结点49比它的叶子结点大,无须调整

调整成初始堆:



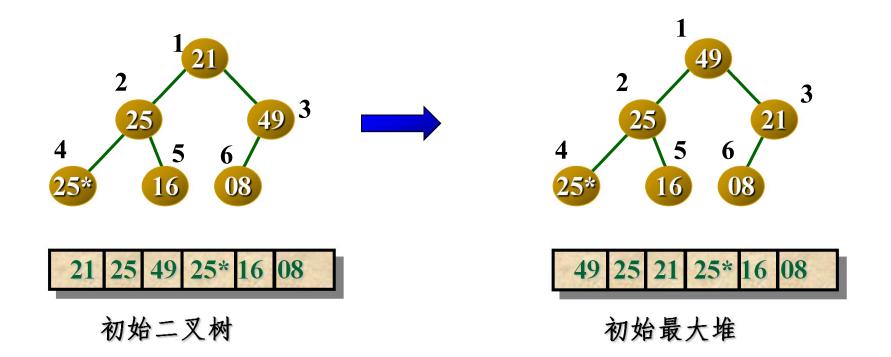
- 二. 堆排序
- 创建初始堆举例
 - □ i=2时,结点比它的叶子结点大,无须调整
 - □ i=1时,发生局部调整

初始堆创建完成:

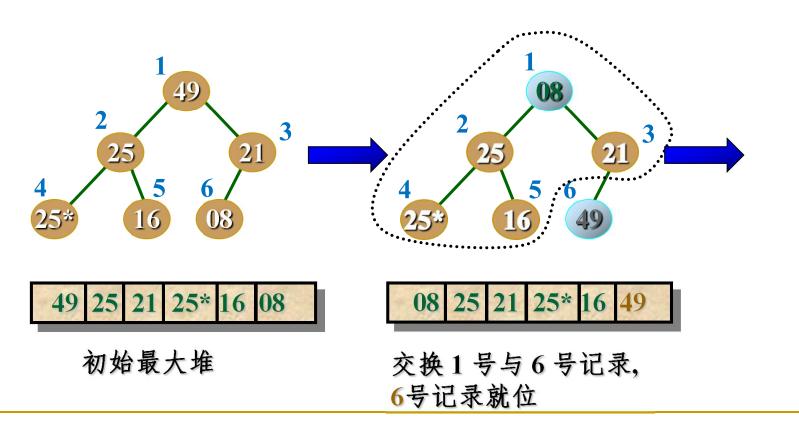


- 二. 堆排序
- 堆排序算法流程
 - 1. 将初始序列从1至n按顺序创建一个完全二叉树
 - 2. 将完全二叉树调整为堆
 - 3. 用最后结点代替根结点值,输出最后结点
 - 4. 重复步骤2,直到输出最后一个结点

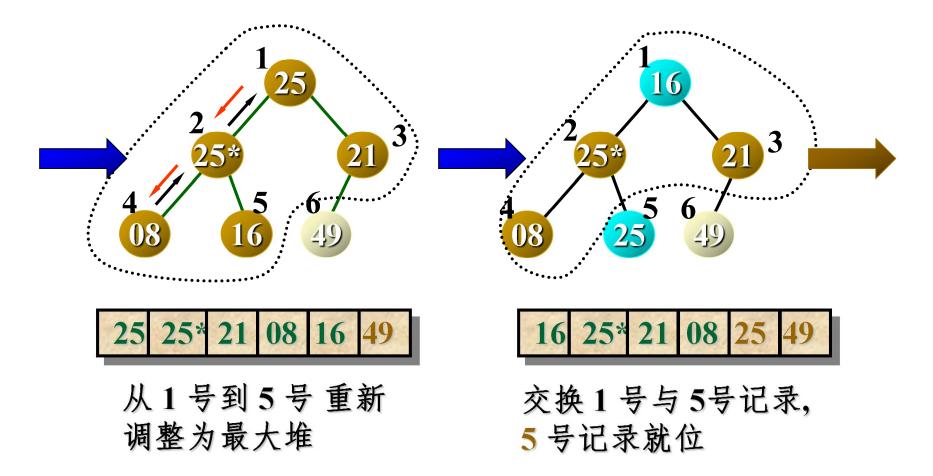
- 二. 堆排序
- 堆排序举例
 - □ 已知待序的一组记录的初始排列为: 21, 25, 49, 25*, 16, 08
 - □ 创建初始最大堆



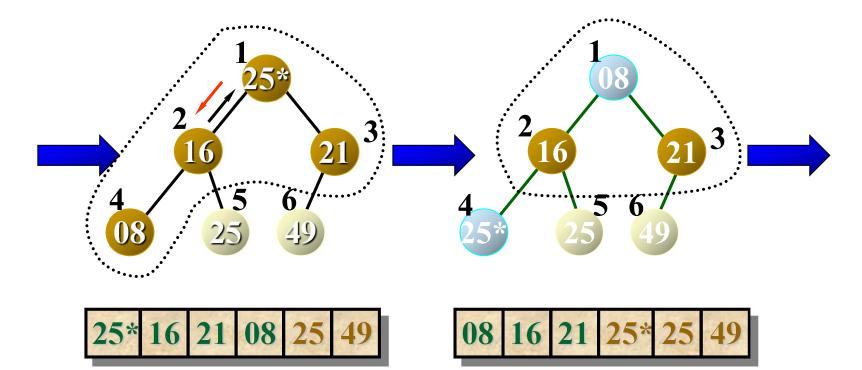
- 二. 堆排序
- 堆排序举例
 - □ 经过初始最大堆后,根结点为最大值49,交换到末尾,然后排除 末尾结点重建新的最大堆



- 二. 堆排序
- 堆排序举例

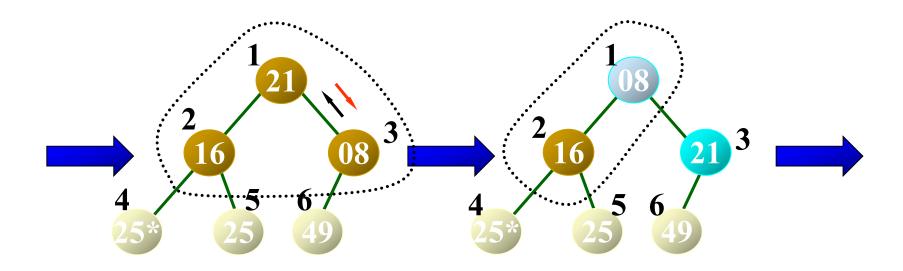


- 二. 堆排序
- 堆排序举例



从1号到4号 重新 调整为最大堆 交换1号与4号记录, 4号记录就位

- 二. 堆排序
- 堆排序举例

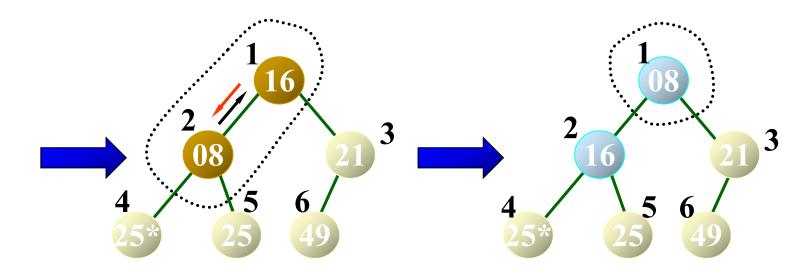


21 16 08 25* 25 49

从1号到3号 重新 调整为最大堆 08 16 21 25* 25 49

交换1号与3号记录, 3号记录就位

- 二. 堆排序
- 堆排序举例



16 08 21 25* 25 49

从1号到2号 重新 调整为最大堆 08 16 21 25* 25 49

交换1号与2号记录, **所有**记录就位

- 二. 堆排序
- 算法实现:

```
void HeapAdjust(HeapType &H, int s, int m) {
 // 已知H. r[s..m]中记录的关键字除H. r[s]. kev之外均满足堆的定义.
 // 本函数调整H. r[s]的关键字, 使H. r[s..m]成为一个大顶堆
 // (对其中记录的关键字而言)
 int i:
 RedType rc;
 rc = H.r[s]:
 for ( j=2*s; j<=m; j*=2) { // 沿kev较大的孩子结点向下筛选
   if (j<m && H.r[j].key<H.r[j+1].key) ++j; // j为key较大的记录的下标
   if (rc. key >= H. r[j]. key) break; // rc应插入在位置s上
   H.r[s] = H.r[i]: s = i:
 H.r[s] = rc; // 插入
} // HeapAdjust
```

- 二. 堆排序
- 算法实现:

```
void HeapSort(HeapType &H) {
  // 对顺序表H进行堆排序
  int i:
  RedType temp;
  for (i=H. length/2; i>0; --i) // 把H.r[1..H.length]建初始堆
     HeapAdjust( H, i, H. length );
  for (i=H. length; i>1; --i) {
    temp=H.r[i];
    H. r[i]=H. r[1]:
    H. r[1]=temp; // 将堆顶记录和当前未经排序子序列Hr[1..i]中
                // 最后一个记录相互交换
    HeapAdjust(H, 1, i-1); // 将H.r[1..i-1] 重新调整为堆
} // HeapSort
```

- 二. 堆排序
- 算法性能:
 - □ 堆排序时间主要耗费在初始建堆和筛选调整建新堆上
 - □ 对于长度为n的序列,其对应的完全二叉树的深度为 $k(2^{k-1} \le n < 2^k)$, $k = \lfloor \log_2 n \rfloor + 1$
 - □ 初始建堆: 是从完全二叉树最下层最右边的非终端结点开始构建,将 它与其孩子进行比较和若有必要的互换,对于每个非终端结点来说, 最多进行两次比较和互换操作,因此整个构建堆的时间复杂度为O(n)。
 - □ 筛选调整:在正式排序时,第i次取堆顶记录重建堆需要用O(logi)的时间(某个结点到根结点的距离为(Llog₂i」+1)),并且需要取n-1次堆顶记录,因此,重建堆的时间复杂度为O(nlogn)。
 - □ 堆排序时间复杂度为0(n/ogn), 空间复杂度为0(1)。
 - □ 堆排序是一个不稳定的排序方法。

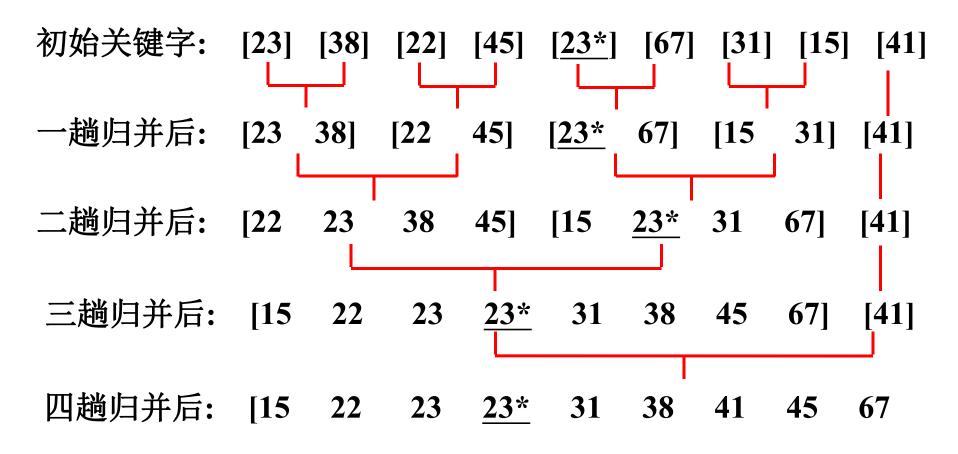
练习

一. 已知数列为4、8、9、7、5*、5,要对数列进行 从小到大的排序,采用堆排序,要求写出每次调 整形成的堆。

- 一. 归并排序
- 归并算法思路:
 - □ 归并是指将两个或两个以上的有序序列合并成一个有序序列。
 - □ 2-路归并排序
 - 初始时,将每个记录看成一个单独的有序序列,则n个待排序记录就是n个长度为1的有序子序列;

 - □ 重复做两两归并操作,直到得到长度为n的有序序列为止。 其核心是如何将相邻的两个子序列归并成一个子序列。

- 二. 2一路归并排序
- 举例:



一. 归并排序

```
2-路归并的算法实现:
                                                 Left
                                                                                       right
                                                                   mid
                                        InitList
                                    mergedList
typedef int SortData;
void Merge ( SortData InitList[ ], SortData mergedList[ ],
           int left, int mid, int right ) {
  int i = left, i = mid+1, k = left;
  while ( i <= mid && j <= right )
                                                   //两两比较将较小的并入
    if ( InitList[i] <= InitList[j] ) { mergedList [k] = InitList[i]; i++; k++; }</pre>
                        { mergedList [k] = InitList[j]; j++; k++; }
    else
  while (i <= mid)
      { mergedList[k] = InitList[i]; i++; k++; }//将mid前剩余的并入
  while (j <= right)
      { mergedList[k] = InitList[j]; j++; k++; }//将mid后剩余的并入
```

二. 2一路归并排序 程序实现: void MSort(RcdType SR[], RcdType TR1[], int s, int t) { // 算法10.13 // 将SR[s..t]归并排序为TR1[s..t] int m; RcdType TR2[20]; if (s==t) TR1[t] = SR[s]; else { m=(s+t)/2; // 将SR[s..t]平分为SR[s..m]和SR[m+1..t] MSort(SR,TR2,s,m); // 递归地将SR[s..m]归并为有序的TR2[s..m] MSort(SR,TR2,m+1,t); // 将SR[m+1..t]归并为有序的TR2[m+1..t] Merge(TR2,TR1,s,m,t); // 将TR2[s..m]和TR2[m+1..t]归并到TR1[s..t] } // MSort void MergeSort(SqList &L) { // 算法10.14 // 对顺序表L作归并排序 MSort(L.r, L.r, 1, L.length); } // MergeSort

- 一. 归并排序
- 有序表归并性能分析:
 - □ 假设待归并的两个有序表长度分别为m和n,则归并后,新的有序表长度为m+n,若是顺序存储,则需要额外空间m+n
 - □ 归并操作至多只需要m+n次移位和m+n次比较,因此归并的时间复杂 度为0(m+n)

- 二. 2一路归并排序
- 性能分析:
 - □ 如果待排序的记录为n个,则需要做[log₂n]趟2一路归并排序,每趟2一路归并排序的时间复杂度为0(n),因此2一路归并排序的时间复杂度为0(nlog₂n)。
 - □ 需要额外空间,大小与待排序记录空间相同,则空间复杂度为0(n)
 - □ 归并排序是一种稳定的排序方法

练习

一. 设关键字序列为(4,8,5*,7,5,3,2,9,6)的一组记录,请给出2路归并排序的每一趟结果。

- 一. 多关键字的排序
- 有时候排序不仅只有1个关键字,可能包含多个

例:对52张扑克牌按以下次序排序:

两个关键字:花色 (♣<◆<♥<♠) 面值 (2<3<...<A)

并且"花色"地位高于"面值"

你会怎样排序?

- 一. 多关键字的排序
- 基数排序(Radix Sorting):按待排序记录的关键字的组成成分(或"位")进行排序。

基数排序和前面的各种内部排序方法完全不同,不需要进行 关键字的比较和记录的移动。借助于多关键字排序思想实现单 逻辑关键字的排序。

- 一. 多关键字的排序
- 设有n个记录 $\{R_1, R_2, \dots, R_n\}$,每个记录 R_i 含有d个关键字,即关键字形如: $\{K_i^1, K_i^2, \dots, K_i^d\}$ (d>1) ,则称序列 $\{R_1, R_2, \dots, R_n\}$ 有序的,指的是 \forall i,j \in [1, n],i<j ,关键字满足

{ K_i^1 , K_i^2 , ... K_i^d } < { K_j^1 , K_j^2 , ... K_j^d }, $\mathbb{P}K_i^p \leq K_j^p$ (p=1, 2, ... d),

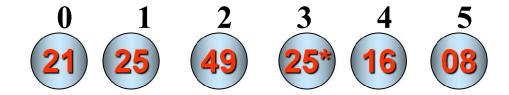
其中, K¹是最主位关键字, K^d是最次位关键字。

- 一. 多关键字的排序
- 多关键字排序思想
 - 最高位优先(MSD, Most Significant Digit first):
 - □ 从最高位关键字K¹起进行排序,将记录序列分成若干个 子序列,每个子序列有相同的K¹值;
 - □ 分别对每个子序列再按K²进行排序,每个子序列又被分成若干个更小的子序列;
 - 如此重复,直到按最后一个关键字Kd进行排序。
 - □ 最后,将所有的子序列依次联接成一个有序的序列。

- 一. 多关键字的排序
- 多关键字排序思想
 - 最低位优先(LSD, Least Significant Digit first)
 - □ 对所有记录,先按照最低位关键字K^d进行排序,形成一个新的序列;
 - 然后对所有记录,再按照高一位的关键字K^{d-1}排序,形成 一个新的序列;
 - □ 依次重复,直至对最高位关键字K¹排序后,便成为一个 有序序列。

- 一. 多关键字的排序
- 基数排序: 设有n个待排序记录 {R₁, R₂, ···, R_n}, (单)关键字是由确定的d位(部分)组成,每位有确定的radix种取值,则按照关键字的不同值将记录"分配"到radix个队列中后再"收集",如此重复d次,可以得到记录的有序序列。
- 可以采用MSD或LSD方法,借助"分配"和"收集"对单逻辑关键字进行排序。

- 一. 多关键字的排序
- 最低位优先法LSD举例

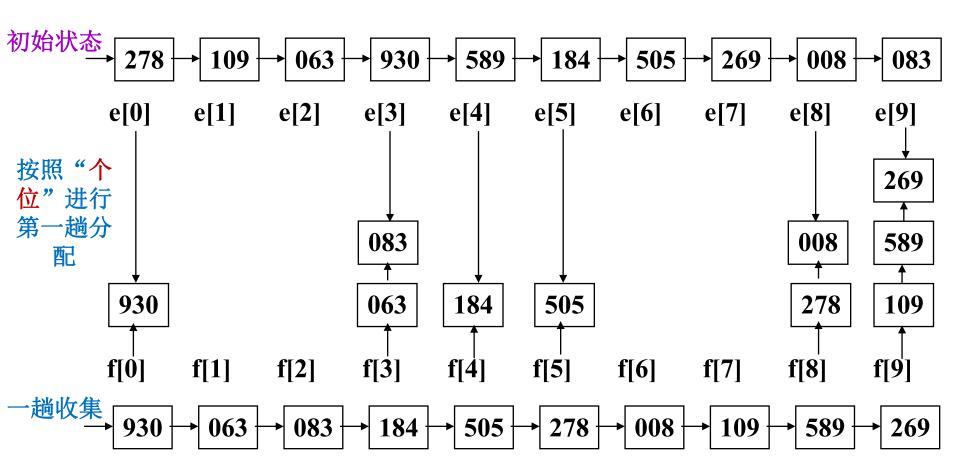


最低位(个位)排序后 21 25 25* 16 08 49

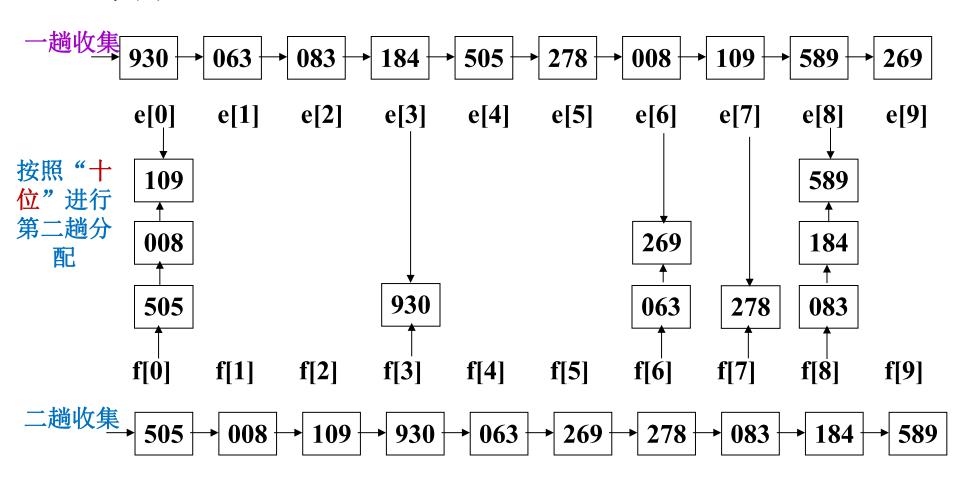
最高位(十位)排序后 08 16 21 25 25* 49

- 一. 多关键字的排序
- 算法实现
 - (1) 链式基数排序方法,首先以链表存储n个待排序记录;
 - (2) 一趟排序的过程是:
 - ① 分配:按K^o值的升序顺序,改变记录指针,将链表中的记录结点按次序分配到r个链队列中,每个链队列中所有记录的关键字的最低位K^o的值都相等,用f[i]、e[i]作为第i个链队列的头指针和尾指针;
 - ② 收集:改变所有非空链队列的队尾记录的指针域,使其指向下一个非空链队列的队头记录,从而将r个链队列中的记录重新链接成一个链表;
 - (3) 如此依次再按Kd-1, Kd-2, ... K1分别进行, 共进行d趟后即完成排序。

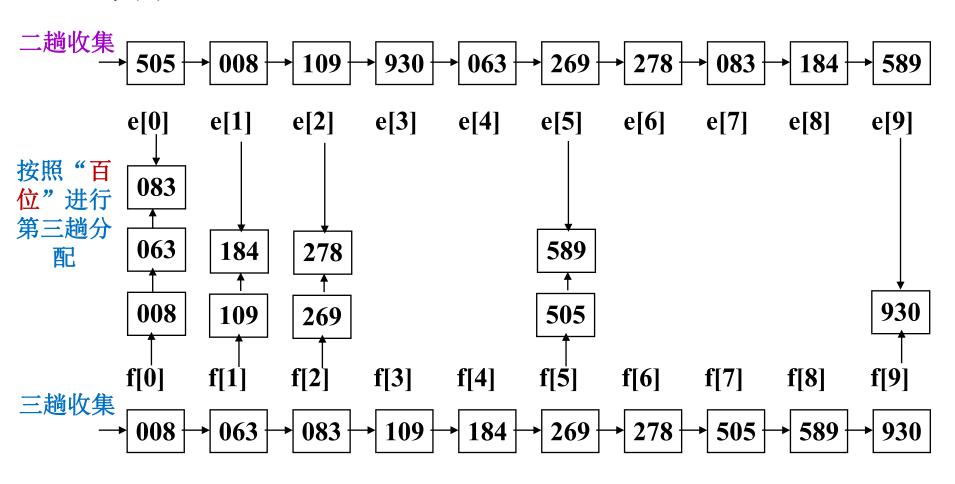
- 二. 链式基数排序
- 举例,假设关键字都是3位整数



- 二. 链式基数排序
- 举例



- 二. 链式基数排序
- 举例



- 二. 链式基数排序

```
程序实现
void RadixSort( SLList &L ) { // 算法10.17
 // 对L作基数排序,使得L成为按关键字自小到大的有序静态链表,L.r[0]为头
 ArrType f, e;
 for (i=1; i<L.recnum; ++i) L.r[i-1].next = i;
 L.r[L.recnum].next = 0; // 将L改造为静态链表
 for (i=0; i<L.keynum; ++i)
  // 按最低位优先依次对各关键字进行分配和收集
  Distribute(L, i, f, e); // 第i趟分配
  Collect(L, i, f, e); // 第i趟收集
  print_SLList2(L, i);
```

- 二. 链式基数排序
- 程序实现

```
void Distribute(SLList &L, int i, ArrType &f, ArrType &e) {
// 静态链表L的r域中记录已按(keys[0],...,keys[i-1])有序,
// 本算法按第i个关键字keys[i]建立RADIX个子表,
// 使同一子表中记录的keys[i]相同。f[0..RADIX-1]和e[0..RADIX-1]
// 分别指向各子表中第一个和最后一个记录。
int j, p;
for (j=0; j<RADIX; ++j) f[j] = 0; // 各子表初始化为空表
for (p=L.r[0].next; p; p=L.r[p].next)
 j = L.r[p].keys[i]-'0'; // 将记录中第i个关键字映射到[0..RADIX-1],
 if (!f[j]) f[j] = p;
 else L.r[e[j]].next = p;
 e[j] = p; // 将p所指的结点插入第j个子表中
} // Distribute
```

- 二. 链式基数排序
- **程序实现**

```
void Collect(SLList &L, int i, ArrType f, ArrType e) { // 算法10.16
// 本算法按keys[i]自小至大地将f[0..RADIX-1]所指各子表依次链接成
// 一个链表, e[0..RADIX-1]为各子表的尾指针
for ( j=0; !f[j]; j++ ); // 找第一个非空子表, succ为求后继函数: ++
L.r[0].next = f[i]; // L.r[0].next指向第一个非空子表中第一个结点
t = e[i];
while (j<RADIX)
{ for (j=j+1; j<RADIX &&!f[j]; j++); // 找下一个非空子表
 if (j<RADIX) //链接两个非空子表
  { L.r[t].next = f[j]; t = e[j]; }
L.r[t].next = 0; // t指向最后一个非空子表中的最后一个结点
} // Collect
```

- 二. 链式基数排序
- 性能分析

若每个关键字有 d 位,每位的基数为radix,则

- □ 需要重复执行d 趟 "分配"与"收集",每趟对 n 个对象进行"分配",时间复杂度为O(n);对radix个队列进行"收集",时间复杂度为O(radix),所以总时间复杂度为O(d(n + radix))。
- □ 若基数radix相同,对于记录个数较多而关键字位数较少的情况,使用链式基数排序较好。
- □ 链式基数排序需要增加n个指针域和2radix个队列指针,所以 空间复杂度为 O(n+ radix)。
- □ 基数排序是稳定的排序方法。

练习

一. 已知数列为 125、45、388、272、165、39、272*、428、64,要对数列进行从小到大的排序,若采用链式基数排序,要求写出每趟排序结果。

各种内部排序按所采用的基本策略分别是:

- 1. 插入排序:依次将无序序列中的一个记录,按关键字值的大小插入到已排好序一个子序列的适当位置,直到所有的记录都插入为止。具体的方法有:直接插入、折半插入和希尔排序。
- 2. 交换排序:对于待排序记录序列中的记录,两两比较记录的 关键字,并对反序的两个记录进行交换,直到整个序列中没 有反序的记录偶对为止。具体的方法有:冒泡排序、快速排序。

- 3. 选择排序:不断地从待排序的记录序列中选取关键字最小(大)的记录,直到所有记录都被选取为止。具体的方法有:简单选择排序、堆排序。
- 4. 归并排序:利用"归并"技术不断地对待排序记录序列中的 有序子序列进行合并,直到合并为一个有序序列为止。
- 5. 基数排序:按待排序记录的关键字的组成成分("位")从低到高(或从高到低)进行。每次是按记录关键字某一"位"的值将所有记录分配到相应的队列中,再按队列的编号依次将记录进行收集,最后得到一个有序序列。

各种排序方法比较

排序方法	平均时间	最坏情况	辅助存储	适合情况
直接插入排序	0 (n ²)	0 (n ²)	0(1)	记录数不很多
希尔排序	0 (n (log ₂ n) ²)	0 (n ²)	0(1)	不太多
快速排序	O(nlog ₂ n)	0 (n ²)	O(log ₂ n)	较多
堆排序	O(nlog ₂ n)	O(nlog ₂ n)	0(1)	较多
归并排序	O(nlog ₂ n)	O(nlog ₂ n)	0 (n)	都可以
基数排序	0(d(n+rd))	0(d(n+rd))	0(rd)	关键字位数少

注: 蓝色的是稳定的排序算法

- 本节讨论的排序方法是在顺序存储结构上实现的,在排序过程中需要 移动大量记录。当记录数很多、时间耗费很大时,可以采用静态链表 作为存储结构。但有些排序方法,若采用静态链表作存储结构,则无 法实现表排序。
- 选取排序方法的主要考虑因素:
 - ✓ 待排序的记录数目n:
 - ✓ 每个记录的大小;
 - ✓ 关键字的结构及其初始状态;
 - ✓ 时间复杂度、空间复杂度、是否要求排序的稳定性;
 - ✓ 存储结构的初始条件和要求;
 - ✓ 语言工具和开发工作的复杂程度的平衡点等特性

本章总结

- 排序的概念:内部排序、外部排序、稳定排序、KCN和RMN
- 直接插入排序、折半插入排序
 - □ 时间复杂度为0(n²),是一种稳定排序方法
- 希尔排序:划分子序列进行插入排序,通过增量gap进行子序列划分
 - □ 时间复杂度约为0(n x(log₂ n)²),是一种不稳定的排序方法
- 起泡排序:依次比较相邻两个记录,每趟排序找出最大对象放在末尾
 - □ 时间复杂度为0(n²),是一种稳定排序方法
- 快速排序:选定枢轴记录来回扫描,将小于枢轴的数据放在枢轴左边, 大于枢轴的数据放在右边,然后对左右子序列递归排序
 - □ 时间复杂度为0(nlog₂n),是一种不稳定排序方法
- 简单选择排序:每一趟选出i···n的最小记录,交换到前面
 - □ 时间复杂度为0(n²),是一种不稳定排序方法
- 堆排序:将初始序列建成最大堆,筛选根结点后,重复调整最大堆
 - □ 时间复杂度为0(nlog₂n),是一种不稳定排序方法
- 归并排序: 2路归并一路排序
- 基数排序:最低位优先法LSD、链式基数排序

本章总结

■ 6 分钟演示 15 种排序算法