高等数学A（2） 第九章 习题课

任课教师 韩雨

深圳大学数学与统计学院

2016年4月18日

目录

习题1

1. 求函数$z=\ln(y-x)+\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{1-x^2-y^2}}$的定义域;
2. 曲线$\left\{\begin{array}{l} z=\frac{x^2+y^2}{4} \\ y=4 \end{array}\right.$ 在点$(2,4,5)$处的切线对于x轴的倾角;
3. 求函数$u=x^{yz}$的全微分;
4. 设$z=\frac{y}{f(x^2-y^2)}$，其中$f(u)$为可导函数，试证
$$\frac{1}{x}\frac{\partial z}{\partial x}+\frac{1}{y}\frac{\partial z}{\partial y}=\frac{z}{y^2}$$
5. 设$\Phi(u,v)$具有连续偏导数，证明由方程$\Phi(cx-az,cy-bz)=0$所确定的函数$z=f(x,y)$满足$a\frac{\partial z}{\partial x}+b\frac{\partial z}{\partial y}=c$

习题2

1. 设$\begin{cases} z = x^2 + y^2, \\ x^2 + 2y^2 + z^2 = 20, \end{cases}$ 求$\frac{dy}{dx}$, $\frac{dz}{dx}$
2. 求曲线$\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 - 3x = 0 \\ 2x - 3y + 5z - 4 = 0 \end{cases}$在点$(1,1,1)$处的切线及法平面方程
3. 求函数$u = x^2 + y^2 + z^2$在曲线$x = t, y = t^2, z = t^3$上点$(1,1,1)$处，沿曲线在该点的切线正方向(对应t增大的方向)的方向导数
4. 在平面xOy上求一点，使它到$x = 0, y = 0$及$x + 2y - 16 = 0$三直线的距离平方之和为最小

典型问题

1. 求函数$z=x^2+y^2-4x+4y+10$在闭区域$x^2+y^2\leq 18$上的最大值和最小值?
2. 设$z=(3x-2y)^{3x-2y}$,求dz
3. 求函数$f(x,y,z)=y^2+2yz-x^2$在点$(1,2,1)$处的方向导数的最大值.并问该最大值与函数梯度的关系是什么?
4. 设

$$f(x,y)=\begin{cases}(x^2+y)\sin\frac{1}{x^2+y^2}, & x^2+y^2\neq 0,\\ 0, & x^2+y^2=0,\end{cases}$$

求$f_x(0,0),f_y(0,0)$.

方向导数问题

问题1:
设$\vec{e}_{\vec{l}}=(\cos(\theta),\sin(\theta))$，求函数$f(x,y)=x^2-xy+y^2$在点$(1,1)$沿方向$\vec{l}$的方向导数，并分别确定角$\theta$，使这个导数有（1）最大值；（2）最小值；（3）等于0.

问题2:
求函数$z=1-(\frac{x^2}{a}+\frac{y^2}{b^2})$在点$(\frac{a}{\sqrt{2}},\frac{b}{\sqrt{2}})$处沿曲线$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$在这点的内法线方向的方向导数.

问题3:
函数$z=f(x,y)$在某点$P\ (x_0,y_0)$处沿x轴正向的方向导数存在，能否得到$\frac{\partial f}{\partial x}|_P$存在.

偏导数计算

问题1:
设$z=f(2x-y)+g(x,xy)$，其中，$f(t)$二阶可导，$g(u,v)$具有二阶连续偏导数，求$\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial^2 z}{\partial y\partial x}$.

问题2:
设$z=z(x,y)$ 是由$e^z-xz-y^2=1$所确定的隐函数，求$\frac{\partial z}{\partial x}|_{(0,0)}, \frac{\partial^2 z}{\partial^2 x}|_{(0,0)}$.

问题3:
设函数$F(u,v)$可微,$a\frac{\partial F}{\partial u}+b\frac{\partial F}{\partial v}\neq 0$,证明
由$F(x^2-az,y^2-bz)=0$所确定的函
数$z=z(x,y)$满足方程$ay\frac{\partial z}{\partial x}+bx\frac{\partial z}{\partial y}=2xy$.

作业

P 132，总习题九

1, 2

6(2), 9, 16, 17

（填空、选择答案直接写在书上，不用上交）