深 圳 大 学 实 验 报 告

课程名称：算法设计与分析

实验项目名称：实验 1 排序算法性能分析

学院：计算机与软件学院

专业：计算机科学与技术

指导教师：杨烜

报告人：沈晨玙 学号：2019092121 班级：19 计科国际

实验时间：2021.3.28

实验报告提交时间：2021.3.28

教务部制

实验 1 排序算法性能分析

一、实验目的

1. 掌握选择排序、冒泡排序、合并排序、快速排序、插入排序算法原理
2. 掌握不同排序算法时间效率的经验分析方法，验证理论分析与经验分析的一致性。

二、实验概述

排序问题要求我们按照升序排列给定列表中的数据项，目前为止，已有多种排序算法提出。本实验要求掌握选择排序、冒泡排序、合并排序、快速排序、插入排序算法原理，并进行代码实现。通过对大量样本的测试结果，统计不同排序算法的时间效率与输入规模的关系，通过经验分析方法，展示不同排序算法的时间复杂度，并与理论分析的基本运算次数做比较，验证理论分析结论的正确性。

三、实验内容

1、实现选择排序、冒泡排序、合并排序、快速排序、插入排序算法；

2、以待排序数组的大小 n 为输入规模，固定 n，随机产生 20 组测试样本，统计不同排序算法在 20 个样本上的**平均运行时间**；

3、分别以 n=10000, n=20000, n=30000, n=40000, n=50000 等等，重复 2 的实验，画出不同排序算法在 20 个随机样本的平均运行时间与输入规模 n 的关系，如下图 1 所示；

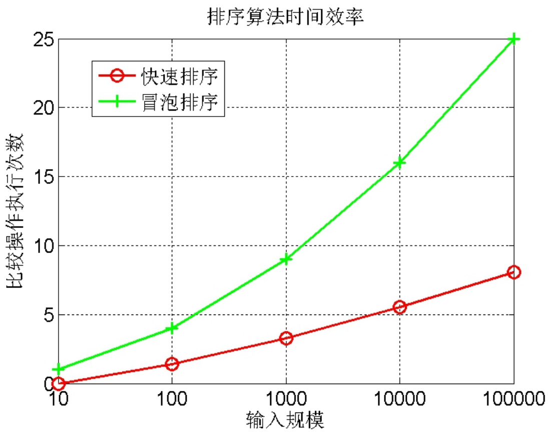


图 1. 时间效率与输入规模 n 的关系图

4、画出理论效率分析的曲线和实测的效率曲线，注意：由于实测效率是运行时间，而理论效率是基本操作的执行次数，两者需要进行对应关系调整。调整思路：以输入规模为 10000 的数据运行时间为基准点，计算输入规模为其他值的理论运行时间，画出不同规模数据的理论运行时间曲线，并与实测的效率曲线进行比较。经验分析与理论分析是否一致？如果不一致，请解释存在的原因。

5、现在有 10 亿的数据（每个数据四个字节），请快速挑选出最大的十个数，并在小规

模数据上验证算法的正确性。

四、实验过程及分析

(一)五种排序算法性能分析

1. 选择排序

a) 基本算法

i. 算法原理

①首先在未排序序列中找到最小元素，存放到排序序列的起始位置
②从剩余未排序元素中继续寻找最小元素，放到已排序序列的末尾。
③重复上述过程直至所有元素均排序完毕。

ii. 伪代码

```
SELECTSORT ( L)
    For i = 1 to L.length
        minPos = selectMinKey(L, i)          //  从 i 到末尾选择最小元素位置
        If ( i != minPos)
            Swap(L.r[i], L.r[minPos])     //  交换元素
```

iii. 复杂度分析

需要遍历数组才能找到峰值元素，所以复杂度与原始序列是否有序无关，最好最坏和平均情况的时间复杂度都为 O(n^2);

需要一个临时变量用来交换数组内数据位置，所以空间复杂度为 O(1)。

iv. 数据测试

使用随机数生成，均匀分布的生成了 1000~50000 的数据集。为了减少数据的偶然性，每个数据量都进行了 20 次测试并取平均值。

为了检验实验是否准确，将实际值将理论值进行对比（基准点为 10000）。理论值计算方法如下：

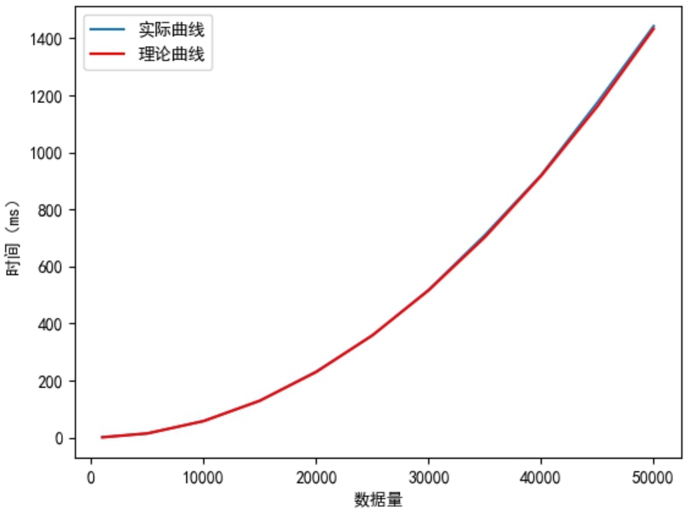
$$T_{基准} = k \times n_{基准}^2$$

$$T_{理论} = k \times n_{理论}^2$$

$$\Rightarrow T_{理论} = T_{基准} \times \left(\frac{n_{理论}}{n_{基准}} \right)^2$$

最终通过选择排序进行排序，最终结果如下：

数据量	1000	5000	10000	20000	30000	40000	50000
单次排序时间(ms)	2	36	138	540	1199	2130	3416
理论时间（ms）	1.38	34.5	138	552	1242	2208	3450



图像上符合 O(n^2) 二次曲线，并且理论值与实际值误差较小。

b) 优化算法

i. 算法原理

①首先在未排序序列中找到最小、最大元素，存放到排序序列的起始、末尾位置
②从剩余未排序元素中继续寻找最小、最大元素，将最小元素放到已排序升序序列的末尾，将最大元素放到已排序降序序列的起始。
③重复上述过程直至所有元素均排序完毕。

ii. 伪代码

```
SELECTSORT ( L)
    For i = 1 to L.length, k = L.length to 1
        minPos = selectMinKey(L, i)          // 从 i 到末尾选择最小元素位置
        maxPos = selectMaxKey(L, i)          // 从 i 到末尾选择最大元素位置
        If ( i != minPos)
            Swap(L.r[i], L.r[minPos])        // 交换元素
        If ( max == i)  maxPos = minPos      // 防止之前的被换掉
        If ( k - 1 != maxPos)
            Swap(L.r[k - 1], L.r[maxPos])    // 交换元素
```

iii. 复杂度分析

需要遍历数组才能找到峰值元素，所以复杂度与原始序列是否有序无关，最好最坏和平均情况的时间复杂度都为 O(n^2)。

需要一个临时变量用来交换数组内数据位置，所以空间复杂度为 O(1)。

iv. 数据测试

使用随机数生成，均匀分布的生成了 1000~50000 的数据集。为了减少数据的偶然性，每个数据量都进行了 20 次测试并取平均值。

为了检验实验是否准确，将实际值将理论值进行对比（基准点为 10000）。理论值计算方法如下：

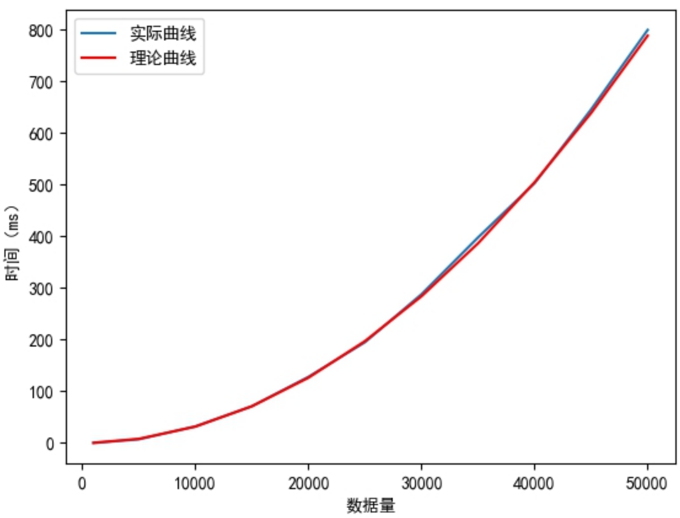
$$T_{基准} = k \times n_{基准}^2$$

$$T_{理论} = k \times n_{理论}^2$$

$$\Rightarrow T_{理论} = T_{基准} \times \left(\frac{n_{理论}}{n_{基准}}\right)^2$$

最终通过选择排序进行排序，最终结果如下：

数据量	1000	5000	10000	20000	30000	40000	50000
单次排序时间(ms)	2	36	138	540	1199	2130	3416



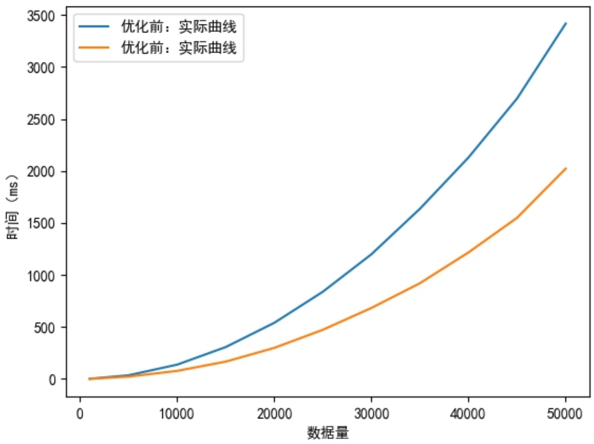
图像上符合 O(n^2) 二次曲线，并且理论值与实际值误差较小。

c) 综合分析

优化方法相对于原始方法，比较次数与交换次数不变，但是每一次对于未排序数组的遍历都可以一次找到最大最小值，所以可以减少一半的循环次数，在时间上进行优化。

优化前后数据、曲线如下：

数据量	1000	5000	10000	20000	30000	40000	50000
优化前时间（ms）	2	36	138	540	1199	2130	3416
优化后时间（ms）	1	23	78	299	683	1217	2022



可以看到，时间接近减少了一半，与理论分析一致。

2. 冒泡排序

a) 基本算法

i. 算法原理

①比较相邻的元素。如果第一个比第二个大，就交换他们两个。
②对每一对相邻元素做同样的工作，从开始第一对到结尾的最后一对。在这一点，最后的元素应该会是最大的数。
③针对所有的元素重复以上的步骤，除了最后一个。
④持续每次对越来越少的元素重复上面的步骤，直到没有任何一对数字需要比较。

ii. 伪代码

```
BUBBLESORT (L)
    For i = 1 to L.length
        For j = i to L.length - 1
            If (L.r[j] < L.r[j - 1])
                Swap (L.r[j], L.r[j - 1])        //  交换元素
```

iii. 复杂度分析

很明显，冒泡排序最好情况是数组已经有序的情况，此时只需要遍历一次数据，没有交换发生，结束排序，时间复杂度为 O(n)

最坏情况下的冒泡就是逆序，此时你需要遍历 n-1 次数据，此时的时间复杂度为 O(n^2)

平均情况下也为 O(n^2) 需要注意的是平均情况并不是与最坏情况下的时间复杂度相等。

只需要一个 temp 临时变量来交换数据，所以空间复杂度使 O(1)。

iv. 数据测试

使用随机数生成，均匀分布的生成了 1000~50000 的数据集。为了减少数据的偶然性，每个数据量都进行了 20 次测试并取平均值。

为了检验实验是否准确，将实际值将理论值进行对比（基准点为 20000）。理论值计算方法如下：

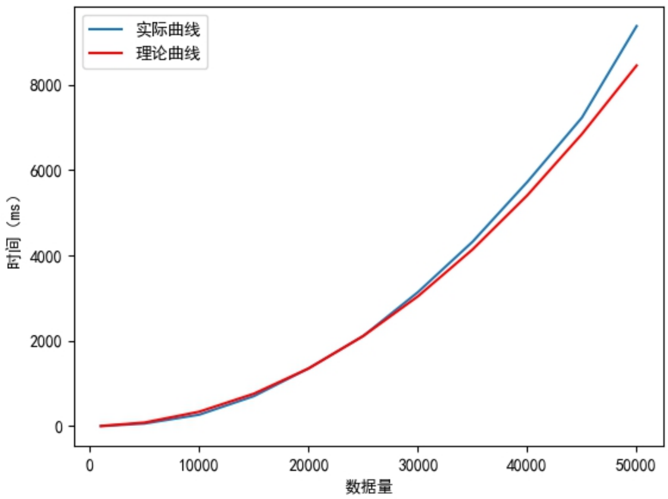
$$T_{基准} = k \times n_{基准}^2$$

$$T_{理论} = k \times n_{理论}^2$$

$$\Rightarrow T_{理论} = T_{基准} \times \left(\frac{n_{理论}}{n_{基准}}\right)^2$$

最终通过选择排序进行排序，最终结果如下：

数据量	1000	5000	10000	20000	30000	40000	50000
单次排序时间 ms）	0	60	268	1352	3139	5720	9372
理论时间（ms）	3.38	84.5	338	1352	3042	5408	8450



图像上符合 O(n^2) 二次曲线，并且理论值与实际值误差较小。

b) Flag 标志位优化

i. 算法原理

① 设置 flag 标志位，如果已经未发生交换说明已经有序，则跳出循环。

ii. 伪代码

```
BUBBLESORT (L)
    For i = 1 to L.length
        Flag = True
        For j = i to L.length - 1
            If (L.r[j] < L.r[j - 1])
                Swap (L.r[j], L.r[j - 1])        //  交换元素
                Flag = True
        If ( Flag == False)
            break
```

iii. 复杂度分析

与基本原理相同，只是加入了提前跳出循环的条件。
时间复杂度：O(n^2)
空间复杂度：O(1)

iv. 数据测试

使用随机数生成，均匀分布的生成了 1000~50000 的数据集。为了减少数据的偶然性，每个数据量都进行了 20 次测试并取平均值。

为了检验实验是否准确，将实际值将理论值进行对比（基准点为 20000）。理论值计算方法如下：

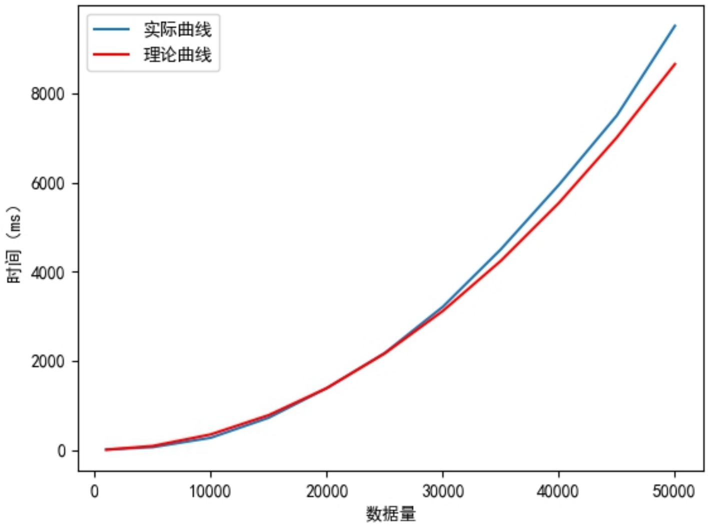
$$T_{基准} = k \times n_{基准}^2$$

$$T_{理论} = k \times n_{理论}^2$$

$$\Rightarrow T_{理论} = T_{基准} \times \left(\frac{n_{理论}}{n_{基准}}\right)^2$$

最终通过选择排序进行排序，最终结果如下：

数据量	1000	5000	10000	20000	30000	40000	50000
单次排序时间 ms）	7	60	271	1385	3210	5946	9515



图像上符合 O(n^2) 二次曲线，并且理论值与实际值误差较小。

c) 双向冒泡优化

i. 算法原理

在基础算法的基础上进行优化。
首先从前往后把最大数移到最后，然后反过来从后往前把最小的一个数移动到数组最前面。
重复这一过程，最终就会把整个数组从小到大排列好。

ii. 伪代码

```
BUBBLESORT (L)
    forward_pos_temp = 0;                // 记录前向最后一次交换的位置
    forward_pos_cur = L.length - 1;      // 当前需要冒泡的前向截止位置
    reverse_pos_temp = 0;                // 记录前向最后一次交换的位置
    reverse_pos_cur = 0;                 // 当前需要冒泡的后向截止位置
    For i = 1 to L.length
        Flag = False
        For j = 0 to forward_pos_cur
        // 当前比后面的值大，则冒泡到后面去
            If (L.r[j] > L.r[j + 1])
                Swap (L.r[j], L.r[j + 1])    // 交换元素
                Flag = True
        If ( Flag == False)   break
        forward_pos_cur = forward_pos_temp

        For j = forward_pos_cur to reverse_pos_cur step = -1
        // 当前比前面的值小，则冒泡到前面去
```

```
            If (L.r[j] < L.r[j - 1])
                Swap (L.r[j], L.r[j + 1])        //  交换元素
                Flag = True
        If ( Flag == False)   break
        reverse_pos_cur = reverse_pos_temp
```

iii. 复杂度分析

时间复杂度：O(n^2)
空间复杂度：O(1)

iv. 数据测试

使用随机数生成，均匀分布的生成了 1000~50000 的数据集。为了减少数据的偶然性，每个数据量都进行了 20 次测试并取平均值。

为了检验实验是否准确，将实际值将理论值进行对比（基准点为 20000）。理论值计算方法如下：

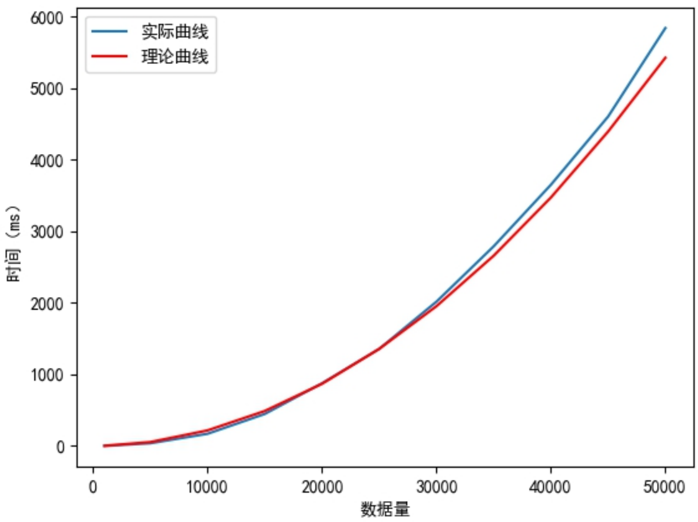
$$T_{基准} = k \times n_{基准}^2$$

$$T_{理论} = k \times n_{理论}^2$$

$$\Rightarrow T_{理论} = T_{基准} \times \left(\frac{n_{理论}}{n_{基准}} \right)^2$$

最终通过选择排序进行排序，最终结果如下：

数据量	1000	5000	10000	20000	30000	40000	50000
单次排序时间 ms）	0	37	170	876	2017	3652	5843

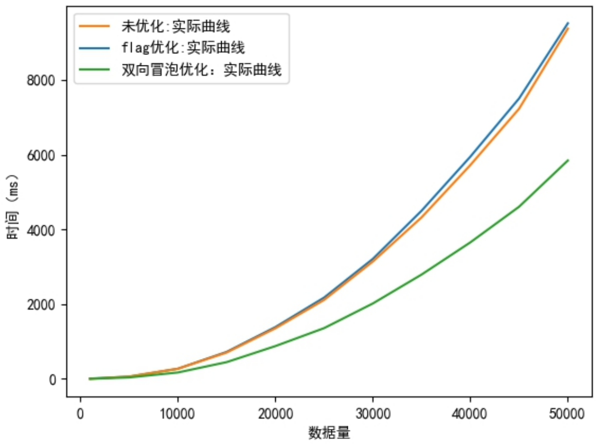


图像上符合 O(n^2) 二次曲线，并且理论值与实际值误差较小。

d) 综合分析

优化前后数据、曲线如下：

数据量	1000	5000	10000	20000	30000	40000	50000
冒泡排序	0	60	268	1352	3139	5720	9372
标志位冒泡排序	7	60	271	1385	3210	5946	9515
双向冒泡排序	0	37	170	876	2017	3652	5843

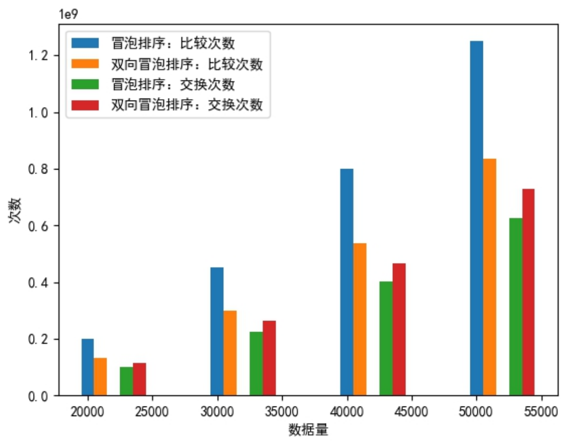


从图中可以看出，flag 标志位的设置对于排序优化影响不大，反而性能更慢。

经分析，原因是 flag 标志位的设置，对相对有序序列的影响较大。实验数据集为完全均分分布随机数列。完全随机数列有序可能性极低，而对于 flag 标志位的判断语句反而使排序更慢。

相对而言，双向冒泡排序对于性能的提升较大。双向排序时数组的两头都排序好了，我们只需要处理数组的中间部分即可。单向即传统的冒泡排序只有尾部的元素是排好序的，每轮处理都需要从头一直处理到已经排好序元素的前面一个元素。

我对于元素比较次数/交换次数进行了统计，如下图：



可以看到，双向冒泡排序在比较次数上减少，交换次数增多。

3. **插入排序**

a) **基本算法**

i. **算法原理**

①将第一待排序序列第一个元素看做一个有序序列，把第二个元素到最后一个元素当成是未排序序列。

②从头到尾依次扫描未排序序列，将扫描到的每个元素插入有序序列的适当位置。

ii. **伪代码**

```
INSERTSORT (L)
    For i = 1 to L.length
        For j = i to 0
            If ( L.r[j] < L.r[j -1])
                Swap (L.r[j], L.r[j -1])
            Else
                break
```

iii. **复杂度分析**

时间复杂度：需要首先遍历数组，然后在已排序数组中查找插入的位置。所以时间复杂度为 O (n^2)。

空间复杂度：需要一个临时变量用于交换元素，所以空间复杂度为 O (1)。

iv. **数据测试**

使用随机数生成，均匀分布的生成了 1000~50000 的数据集。为了减少数据的偶然性，每个数据量都进行了 20 次测试并取平均值。

为了检验实验是否准确，将实际值将理论值进行对比（基准点为 10000）。理论值计算方法如下：

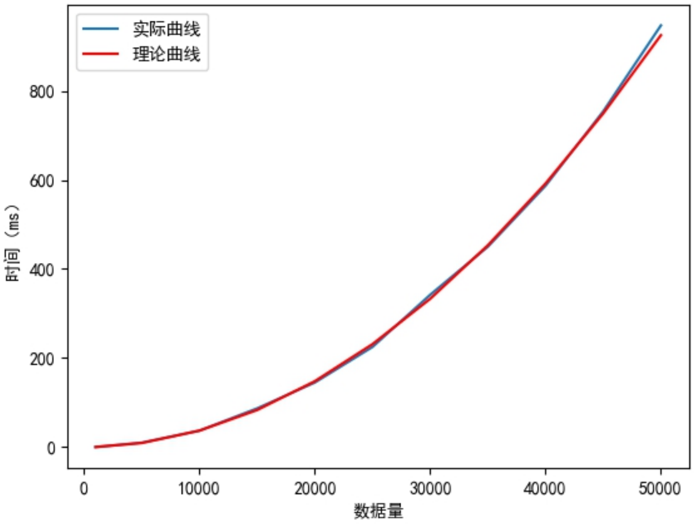
$$T_{基准} = k \times n_{基准}^2$$

$$T_{理论} = k \times n_{理论}^2$$

$$\Rightarrow T_{理论} = T_{基准} \times \left(\frac{n_{理论}}{n_{基准}} \right)^2$$

最终通过选择排序进行排序，最终结果如下：

数据量	1000	5000	10000	20000	30000	40000	50000
单次排序时间（ms）	0	10	37	145	342	587	947
理论时间（ms）	0.37	9.25	37	148	333	592	925



图像上符合 O(n^2) 二次曲线，并且理论值与实际值误差较小。

b) 优化算法

i. 算法原理

在原来原算法的基础上进行优化
将直接交换替换成赋值

ii. 伪代码

```
INSERTSORT (L)
    For i = 1 to L.length
        E = L.r[i]
        For j = i to 0 and L.r[j - 1] > E
            L.r[j] = L.r[j -1]
        L.r[j] = E
```

iii. 复杂度分析

时间复杂度：O (n^2)
空间复杂度：O (1)

iv. 数据测试

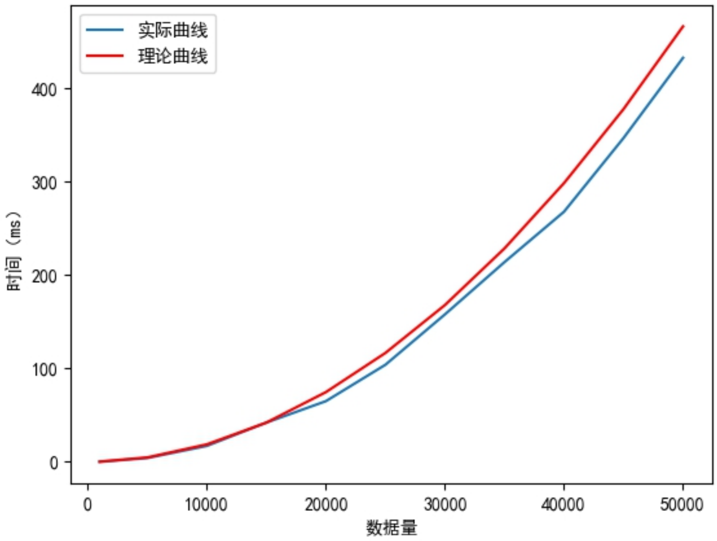
使用随机数生成，均匀分布的生成了 1000~50000 的数据集。为了减少数据的偶然性，每个数据量都进行了 20 次测试并取平均值。

为了检验实验是否准确，将实际值将理论值进行对比（基准点为 10000）。理论值计算方法如下：

$$T_{基准} = k \times n_{基准}^2$$
$$T_{理论} = k \times n_{理论}^2$$
$$\Rightarrow T_{理论} = T_{基准} \times \left(\frac{n_{理论}}{n_{基准}}\right)^2$$

最终通过选择排序进行排序，最终结果如下：

数据量	1000	5000	10000	20000	30000	40000	50000
单次排序时间（ms）	0	4	17	65	158	268	433

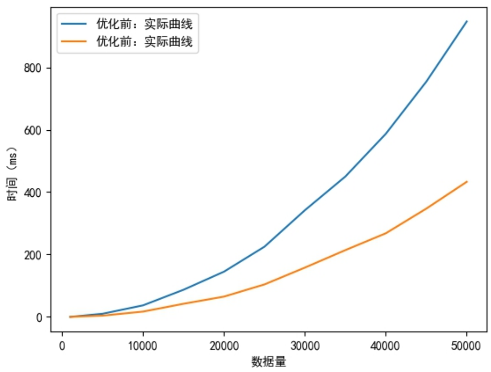


图像上符合 O(n^2) 二次曲线，并且理论值与实际值误差较小。

c) 综合分析

优化前后数据、曲线如下：

数据量	1000	5000	10000	20000	30000	40000	50000
优化前时间（ms）	0	10	37	145	342	587	947
优化后时间（ms）	0	4	17	65	158	268	433



从图中可以看出，用赋值语句替代交换语句效率提升明显。

原因是交换语句相较赋值语句更为复杂，且引入了中间变量。不再频繁使用交换函数，赋值比交换函数运行速度更快。

4. 归并排序

a) 基本算法

i. 算法原理

① 设定两个指针，最初位置分别为两个已经排序序列的起始位置；

② 比较两个指针所指向的元素，选择相对小的元素放入到合并空间，并移动指针到下一位置；

③ 重复步骤 3 直到某一指针达到序列尾；

④ 将另一序列剩下的所有元素直接复制到合并序列尾。

ii. 伪代码

```
MERGESORT (L, front, end)
    If (front >= end)      return
    Mid = (front + end) / 2
    MERGESORT (L, front, mid)
    MERGESORT(L, mid + 1, end)
    Merge (L, front, mid, end)                    // 将 front—mid，mid+1—end 合并
```

iii. 复杂度分析

时间复杂度分析：递归分解数据，每次都需要分成两组，对 n 个数据扫描一次。

可以获得如下递推公式：$T(n) = 2T(n/2) + O(n), T(1) = 1$

经过数学推导可得 $T(n) = n + n\log(n)$

所以时间复杂度为 $O(n\log n)$

空间复杂度分析：归并排序需要一个临时 temp[]来储存归并的结果，所以 $O(n)$

iv. 数据测试

使用随机数生成，均匀分布的生成了 10^5 ~ 5*10^7 的数据集。为了减少数据的偶然性，每个数据量都进行了 20 次测试并取平均值。

为了检验实验是否准确，将实际值将理论值进行对比（基准点为 10^5）。理论值计算方法如下：

$$T_{基准} = k \times n_{基准} \times \log(n_{基准})$$

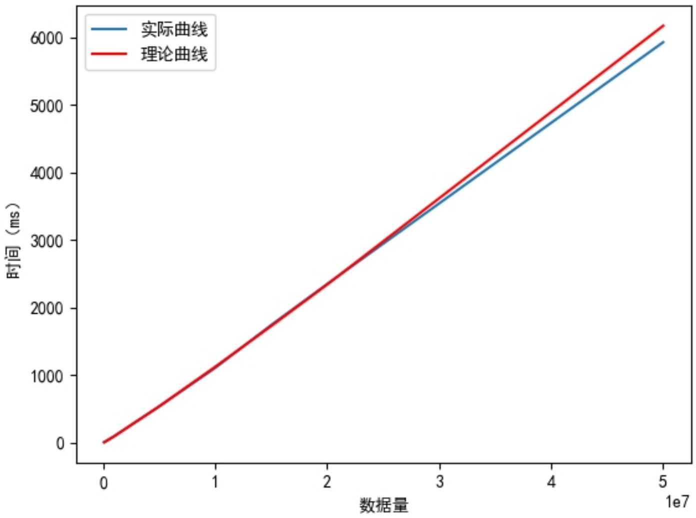
$$T_{理论} = k \times n_{理论} \times \log(n_{理论})$$

$$\Rightarrow T_{理论} = T_{基准} \times \frac{n_{理论}}{n_{基准}} \times \frac{\log(n_{理论})}{\log(n_{基准})}$$

最终通过选择排序进行排序，最终结果如下：

数据量	100000	300000	500000	1000000	5000000	10000000	20000000	50000000
单次排序时间（ms）	8	27	47	97	536	1106	2349	5929

理论时间（ms）	8	26	45	96	535	1120	2336	6159



图像上符合 O(nlog(n)) 二次曲线，并且理论值与实际值误差较小。

b) 综合分析

归并排序利用了分治法的思路，将大问题分解为了两个小问题，极大程度上提升了排序算法的效率，将时间复杂度降到了 O(nlogn),但是由于需要引入临时数组存放合并数组，所以在空间上不够高效。

5. 快速排序

a) 基本算法

i. 算法原理

① 从数列中挑出一个元素，称为 "基准"

② 重新排序数列，所有元素比基准值小的摆放在基准前面，所有元素比基准值大的摆在基准的后面。在这个分区退出之后，该基准就处于数列的中间位置。这个称为分区操作

③ 递归地把小于基准值元素的子数列和大于基准值元素的子数列排序；

ii. 伪代码

```
QUICKSORT(L, low, high)
    if (low < high)
        pivot = PARTITON(A, low, high)
        QUICKSORT(A, low, pivot - 1)
        QUICKSORT(A, pivot + 1, high)
```

```
PARTITION(L, low, high)
    pivot = L.r[low];
    while (low < high)
        while (low < high && L.r[high] >= pivot)
            high --
        L.r[low] =   L.r[high]

        while (low < high && L.r[low] <= pivot)
            low ++
        L.r[high] = L.r[low]
    L.r[low] = pivot
    return low
```

iii. 复杂度分析

时间复杂度分析： 快速排序的一次划分算法从两头交替搜索，直到 low 和 hight 重合，因此其时间复杂度是 O(n)。整个快速排序算法的时间复杂度与划分的趟数有关。最理想的情况是，每次划分所选择的中间数恰好将当前序列几乎等分，经过 logn 趟划分，便可得到长度为 1 的子表。这样，整个算法的时间复杂度为 O(nlogn)。

iv. 数据测试

使用随机数生成，均匀分布的生成了 10^5 ~ 5*10^7 的数据集。为了减少数据的偶然性，每个数据量都进行了 20 次测试并取平均值。

为了检验实验是否准确，将实际值将理论值进行对比（基准点为 10^5）。理论值计算方法如下：

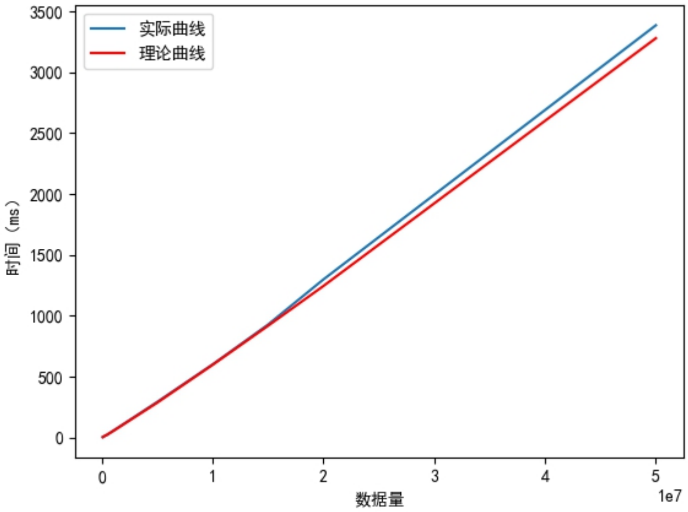
$$T_{基准} = k \times n_{基准} \times \log(n_{基准})$$

$$T_{理论} = k \times n_{理论} \times \log(n_{理论})$$

$$\Rightarrow T_{理论} = T_{基准} \times \frac{n_{理论}}{n_{基准}} \times \frac{\log(n_{理论})}{\log(n_{基准})}$$

最终通过选择排序进行排序，最终结果如下：

数据量	100000	300000	500000	1000000	5000000	10000000	20000000	50000000
单次排序时间（ms）	3	14	22	53	292	600	1298	3386
理论时间(ms)	4	14	24	51	285	596	1244	3279



图像上符合 O(nlog(n)) 二次曲线，并且理论值与实际值误差较小。

b) 综合分析

归并排序利用了分治法的思路，将大问题分解为了两个小问题，极大程度上提升了排序算法的效率，将时间复杂度降到了 O(nlogn)。

6. 总体分析

本次测试的五种排序算法可以分为两类：

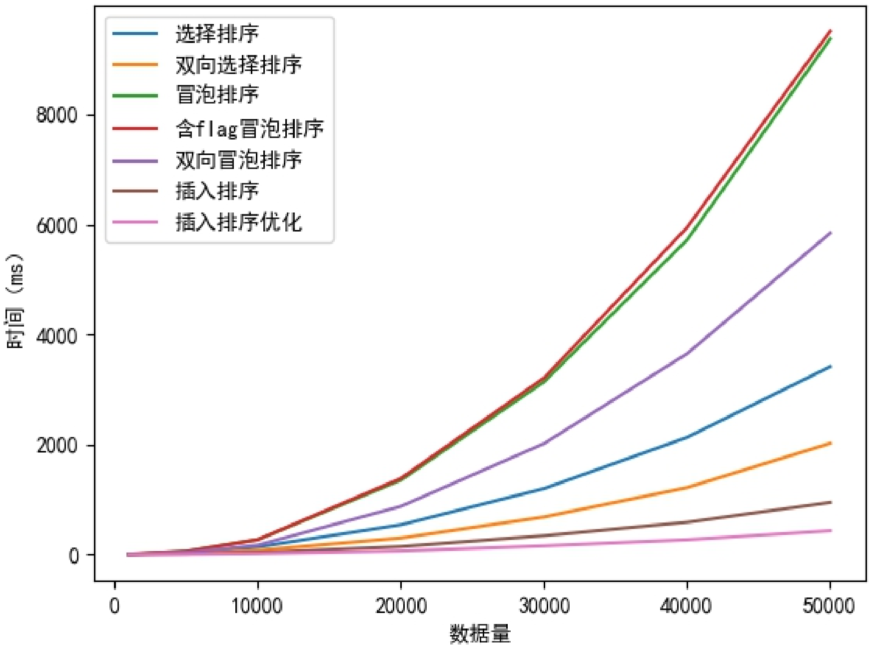
时间复杂度 O (n^2)：选择排序、冒泡排序、插入排序

时间复杂度 O (nlogn)：归并排序、快速排序

二者在大数据测试中，时间效率上不在一个量级，O (nlogn)算法明显大幅度领先于 O (n^2)算法。所以不在同一张图表中进行比较，将对二者分别进行分析。

首先是 O (n^2)排序算法的分析：

数据量	1000	5000	10000	20000	30000	40000	50000
选择排序	2	36	138	540	1199	2130	3416
双向选择排序	1	23	78	299	683	1217	2022
冒泡排序	0	60	268	1352	3139	5720	9372
标志位冒泡排序	7	60	271	1385	3210	5946	9515
双向冒泡排序	0	37	170	876	2017	3652	5843
插入排序	0	10	37	145	342	587	947
插入排序（优化）	0	4	17	65	158	268	433



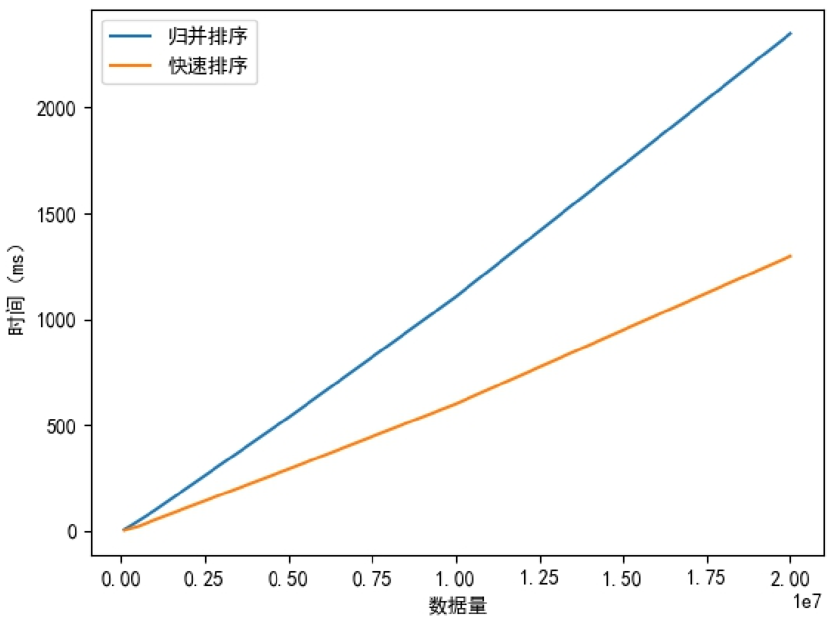
由图表中我们可以看出总体上来说：插入排序 ＜ 选择排序 ＜ 冒泡排序

① 冒泡排序存在大量判断、交换语句，并且有许多冗余操作。所以效率相对较低。

② 插入排序与选择排序相近，每一趟内循环，都能准确的确定一个元素的位置。所以时间效率取决与序列的有序程度。

接下来是 O (nlogn)排序算法的分析：

数据量	100000	300000	500000	1000000	5000000	10000000	20000000	50000000
归并排序	8	27	47	97	536	1106	2349	5929
快速排序	3	14	22	53	292	600	1298	3386



由图表中我们可以看出总体上来说：快速排序 < 归并排序

归并排序相对于快速排序，需要多次开辟内存空间进行数组的合并操作，在一定程度上降低了算法的效率，所以在速度上慢于快速排序。

(二) TopK 问题分析

10 亿数据属于大数据，利用 O(n^2)的复杂度去查找效率很低，又需要遍历全序列所以一定大于 O(n)。

可知 O(1) < O(logn) < O(n) < O(kn) < O(nlogn) < O(n^2) < O(n^3)

所以本次实验选择介于 O(n)于 O(n^2)之间的三种算法进行验证。

注：实现方法并不一定使该复杂度下最优算法，只是挑选了一种方法对于不同时间复杂度进行实现。

- 思路一：O (kn)算法

  - 实现方法：

    利用 k 轮的冒泡排序，将最大的 k 个数字冒泡到数组末尾。

  - 伪代码：

```
For i = 0 to K
    For j = 0 to size - 1 - i
        if (data[j] > data[j + 1])
            swap(data[j], data[j + 1]);

return data [data + size - K, data + size];
```

- 思路三：O (nlogn)算法
  - 实现方法：

    快速排序，取数列前十位。

  - 伪代码：

```
QUICKSORT(L, low, high)
    if (low < high)
        pivot = PARTITON(A, low, high)
        QUICKSORT(A, low, pivot - 1)
        QUICKSORT(A, pivot + 1, high)



PARTITION(L, low, high)
    pivot = L.r[low];
    while (low < high)
        while (low < high && L.r[high] >= pivot)
            high --
```

```
            L.r[low] =    L.r[high]

            while (low < high && L.r[low] <= pivot)
                  low ++
            L.r[high] = L.r[low]
      L.r[low] = pivot
      return low
```

- 思路二：O (nlogn)算法
  - 实现方法：

    维护一个大小为 K 小顶堆，如果元素大于小顶堆堆顶元素，则替换堆顶元素并重建小顶堆。

    （小顶堆：是一种经过排序的完全二叉树，其中任一非终端节点的数据值均不大于其左子节点和右子节点的值。）

  - 伪代码：

```
for i = k to len
      // nums[i]为当前遍历数据，res[0]为小顶堆堆顶元素
      if (nums[i] > res[0])
            res[0] = nums[i]
            adjustMinHeap(res, 0, k)                //重建小顶堆
return res
```

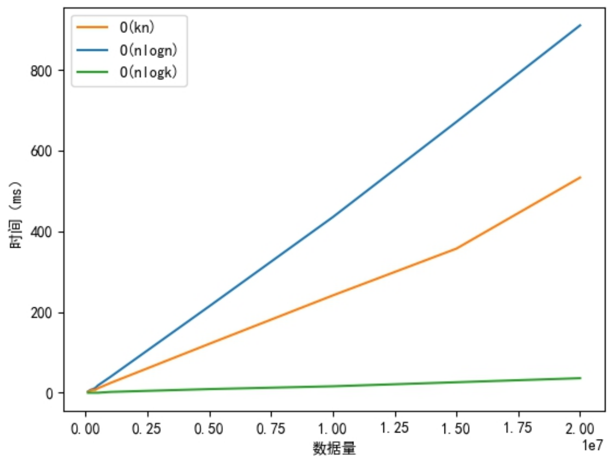
- 数据测试：

  使用随机数生成，均匀分布的生成了 2*10^5 ~ 2*10^7 的数据集。为了减少数据的偶然性，每个数据量都进行了 20 次测试并取平均值。

- 综合分析：

  综合三种方法，数据测试结果如下：

数据量	200000	500000	1000000	5000000	10000000	20000000
O(nlogn)	7	18	39	214	435	910
O(kn)	5	11	24	121	241	533
O(nlogk)	0	0	2	9	16	36



由图我们可以看出 O(nlogn) > O(kn) > O(nlogk)

O(kn)与 O(nlogk)算法都属于 O(n)同一级别的复杂度，显然是快于 O(nlogn)算法的。利用小顶堆的算法设计，可以对数级地提升时间效率。

四、经验总结

在第一个问题之中对于插入排序，选择排序，冒泡排序都进行一定程度的优化，将时间效率在原有经典算法的基础上进行了提升。在查询一定资料后发现，其实可以有进一步的提升，例如将顺序查找进一步优化为二分查找操作等。但是我认为这些优化并非算法思想上的优化，不过是对于某一段函数进行优化，对于排序本质有提升，固未对于其进行测试。

对于快速排序并没有进行优化，主要原因是快速排序的优化方法目前大多是对于“基准点”选择、内部排序的优化。这些优化方法对于特定序列、相对有序序列可以有着较大程度的提升。而本次实验的数据选择为符合均匀分布的完全随机序列，这些优化并不会有较大程序的提升，固未对其进行测试。

另外，当从代码上很难得出理论分析时，可以通过设定统计量的方法进行实验（例如双向冒泡中的交换/比较次数统计）。切忌通过简单分析就得出结论，一定要有依据的进行理论分析。