Simulação

O modelo a ser observado foi desenvolvido por Fernando Alves da Silva, e pode ser visualizado no GitHub por meio do seguinte link: https://github.com/AlucardFAS/codigos/tree/master/Pl%20VI/Simulação%20de%20bola

"Vamos admitir que uma bola solta a partir de determinada altura do chão (em metros), após cair e quicar sobe exatamente a metade da altura da queda anterior, quicando sucessivas vezes até alcançar um limite aceito de altura. Crie um modelo e simule a queda da bola a fim de determinar a altura total percorrida (Considerando queda e subida da mesma)."

Com base no enunciado, realizou-se a criação de um modelo determinístico que calcula sobre os movimentos da bola, determinando a quantidade de quicadas no chão e a distância total sobre seus movimentos.

O modelo criado busca encontrar, por meio de aproximação, a distância total que a bola percorre, uma vez que conforme diminuímos o limite de altura aceita, um número aproximado da distância total é obtido.

A não ser que optemos por um arredondamento ou verifiquemos por meio de alguma técnica onde o número está chegando, nunca teremos um número exato, uma vez que assim como o problema da *Corrida de Aquiles contra a Tartaruga*, caso não colocássemos um limite aceito, sempre haveria uma divisão a ser feita sobre o resultado que foi obtido, por menor que seja.

Resultados do modelo

Para análise da simulação, decidiu-se verificar a aproximação de distância percorrida pela bola soltando-a de 10, 20, 30, 50 e 100 metros de altura. Os testes foram realizados utilizando os limites 1, 0.1, 0.0001, 0.0000001 e 0.000000000000001.

Análise em tabela

Embora a análise em tabela demonstre os dados em sua forma mais pura, podemos observar conforme exemplo abaixo que a grande quantidade de dados pode acabar por prejudicar a associação dos dados, dificultando a observação de possíveis relações entre os dados e aumentando o tempo de busca para cada caso.

Altura Limite Distância Quicadas 10 1 28,750000000000000 5 10 0,1 29,8437500000000 8 10 0,0001 29,9998474121093 18 10 0,0000001 29,999998509883 28 10 1E-16 30,0000000000000 58 20 1 58,7500000000000 6 20 0,1 59,843750000000 9 20 0,0001 59,9998474121093 19 20 0,000001 59,999998509883 29 20 1E-16 60,0000000000000 59 30 1 88,1250000000000 6 30 0,1 89,8828125000000 10 30 0,001 89,9998855590820 20 30 0,000001 89,9998855590820 20 30 1E-16 89,9999999882412 30 30 1E-16 89,99999999999999999999999999999999999				
10 0,1 29,8437500000000 8 10 0,0001 29,9998474121093 18 10 0,0000001 29,9999998509883 28 10 1E-16 30,00000000000000 58 20 1 58,7500000000000 6 20 0,1 59,8437500000000 9 20 0,0001 59,9998474121093 19 20 0,000001 59,999998509883 29 20 1E-16 60,0000000000000 59 30 1 88,1250000000000 6 30 0,1 89,8828125000000 10 30 0,0001 89,9998855590820 20 30 0,0001 89,999998882412 30 30 1E-16 89,99999998882412 30 50 1 148,4375000000000 7 50 0,1 149,8046875000000 10 50 0,0001 149,9999998137350 30 50 1E-16 150,000000000000 </td <td>Altura</td> <td>Limite</td> <td>Distância</td> <td>Quicadas</td>	Altura	Limite	Distância	Quicadas
10 0,0001 29,9998474121093 18 10 0,0000001 29,9999998509883 28 10 1E-16 30,00000000000000 58 20 1 58,7500000000000 6 20 0,1 59,843750000000 9 20 0,0001 59,9998474121093 19 20 0,000001 59,999998509883 29 20 1E-16 60,000000000000 59 30 1 88,1250000000000 6 30 0,1 89,8828125000000 10 30 0,0001 89,9998855590820 20 30 0,000001 89,9999998882412 30 30 1E-16 89,99999999999999 60 50 1 148,4375000000000 7 50 0,01 149,9998092651360 20 50 0,000001 149,9999998137350 30 50 1E-16 150,0000000000000 60 100 0,1 299,8046875	10	1	28,7500000000000	5
10 0,0000001 29,999998509883 28 10 1E-16 30,0000000000000 58 20 1 58,750000000000 6 20 0,1 59,843750000000 9 20 0,0001 59,9998474121093 19 20 0,0000001 59,999998509883 29 20 1E-16 60,000000000000 59 30 1 88,1250000000000 6 30 0,1 89,8828125000000 10 30 0,0001 89,9998855590820 20 30 0,0000001 89,999998882412 30 30 1E-16 89,9999999999999999 60 50 1 148,4375000000000 7 50 0,1 149,8046875000000 10 50 0,0000001 149,9999998137350 30 50 1E-16 150,0000000000000 8 100 0,1 299,8046875000000 11 100 0,0001 299,999980	10	0,1	29,8437500000000	8
10 1E-16 30,0000000000000 58 20 1 58,7500000000000 6 20 0,1 59,843750000000 9 20 0,0001 59,9998474121093 19 20 0,0000001 59,999998509883 29 20 1E-16 60,0000000000000 59 30 1 88,125000000000 6 30 0,1 89,882812500000 10 30 0,0001 89,9998855590820 20 30 0,000001 89,9999998882412 30 30 1E-16 89,999999999999 60 50 1 148,4375000000000 7 50 0,1 149,8046875000000 10 50 0,0001 149,9998092651360 20 50 0,000001 149,9999998137350 30 50 1E-16 150,0000000000000 60 100 1 298,437500000000 11 100 0,0001 299,9998092651360 21 100 0,000001 299,9999998137350 31 </td <td>10</td> <td>0,0001</td> <td>29,9998474121093</td> <td>18</td>	10	0,0001	29,9998474121093	18
20 1 58,75000000000000 6 20 0,1 59,8437500000000 9 20 0,0001 59,9998474121093 19 20 0,0000001 59,9999998509883 29 20 1E-16 60,0000000000000 59 30 1 88,1250000000000 6 30 0,1 89,8828125000000 10 30 0,0001 89,9998855590820 20 30 0,0001 89,9999998882412 30 30 1E-16 89,9999999999999 60 50 1 148,4375000000000 7 50 0,0 149,8046875000000 10 50 0,0001 149,9998092651360 20 50 0,000001 149,9999998137350 30 50 1E-16 150,00000000000000 60 100 1 298,437500000000 11 100 0,0001 299,9998092651360 21 100 0,0001 299,99999998137350 31	10	0,0000001	29,999998509883	28
20 0,1 59,8437500000000 9 20 0,0001 59,9998474121093 19 20 0,0000001 59,9999998509883 29 20 1E-16 60,0000000000000 59 30 1 88,125000000000 6 30 0,1 89,8828125000000 10 30 0,0001 89,9998855590820 20 30 0,000001 89,9999998882412 30 30 1E-16 89,999999999999 60 50 1 148,4375000000000 7 50 0,01 149,8046875000000 10 50 0,0001 149,9998092651360 20 50 1E-16 150,0000000000000 60 100 1 298,4375000000000 8 100 0,1 299,8046875000000 11 100 0,000001 299,9999998092651360 21 100 0,0000001 299,99999998092651360 21 100 0,0000001 299,99999998092651360 21 100 0,0000001 299,99	10	1E-16	30,0000000000000	58
20 0,1 59,8437500000000 9 20 0,0001 59,9998474121093 19 20 0,0000001 59,9999998509883 29 20 1E-16 60,0000000000000 59 30 1 88,125000000000 6 30 0,1 89,8828125000000 10 30 0,0001 89,9998855590820 20 30 0,000001 89,9999998882412 30 30 1E-16 89,999999999999 60 50 1 148,4375000000000 7 50 0,01 149,8046875000000 10 50 0,0001 149,9998092651360 20 50 1E-16 150,0000000000000 60 100 1 298,4375000000000 8 100 0,1 299,8046875000000 11 100 0,000001 299,99999998137350 31				
20 0,0001 59,9998474121093 19 20 0,0000001 59,9999998509883 29 20 1E-16 60,0000000000000 59 30 1 88,125000000000 6 30 0,1 89,8828125000000 10 30 0,0001 89,9998855590820 20 30 0,000001 89,9999998882412 30 30 1E-16 89,99999999999999 60 50 1 148,4375000000000 7 50 0,1 149,8046875000000 10 50 0,0001 149,99999998137350 30 50 1E-16 150,0000000000000 60 100 1 298,4375000000000 8 100 0,1 299,8046875000000 11 100 0,00001 299,9999998137350 31	20	1	58,7500000000000	6
20 0,0000001 59,9999998509883 29 20 1E-16 60,0000000000000 59 30 1 88,12500000000000 6 30 0,1 89,8828125000000 10 30 0,0001 89,9998855590820 20 30 0,000001 89,9999998882412 30 30 1E-16 89,9999999999999 60 50 0,1 148,4375000000000 7 50 0,01 149,8046875000000 10 50 0,0001 149,9998092651360 20 50 1E-16 150,00000000000000 60 100 1 298,4375000000000 8 100 0,1 299,8046875000000 11 100 0,0001 299,9998092651360 21 100 0,0000001 299,9999998137350 31	20	0,1	59,8437500000000	9
30 1 88,12500000000000 6 30 0,1 89,882812500000 10 30 0,0001 89,9998855590820 20 30 0,0000001 89,9999998882412 30 30 1E-16 89,99999999999 60 50 1 148,437500000000 7 50 0,1 149,804687500000 10 50 0,0001 149,9998092651360 20 50 0,000001 149,9999998137350 30 50 1E-16 150,0000000000000 60 100 1 298,437500000000 11 100 0,0 1 299,9998092651360 21 100 0,0000001 299,9999998137350 31	20	0,0001	59,9998474121093	19
30 1 88,1250000000000 6 30 0,1 89,8828125000000 10 30 0,0001 89,9998855590820 20 30 0,0000001 89,999998882412 30 30 1E-16 89,99999999999 60 50 1 148,4375000000000 7 50 0,01 149,8046875000000 10 50 0,0001 149,9998092651360 20 50 0,000001 149,9999998137350 30 50 1E-16 150,000000000000 60 100 0,1 298,437500000000 11 100 0,0001 299,9998092651360 21 100 0,0000001 299,9999998137350 31	20	0,0000001	59,999998509883	29
30 0,1 89,8828125000000 10 30 0,0001 89,9998855590820 20 30 0,0000001 89,9999998882412 30 30 1E-16 89,999999999999 60 50 1 148,4375000000000 7 50 0,01 149,8046875000000 10 50 0,0001 149,9998092651360 20 50 0,0000001 149,9999998137350 30 50 1E-16 150,00000000000000 60 100 1 298,4375000000000 8 100 0,01 299,8046875000000 11 100 0,0001 299,9998092651360 21 100 0,0000001 299,9999998137350 31	20	1E-16	60,0000000000000	59
30 0,1 89,8828125000000 10 30 0,0001 89,9998855590820 20 30 0,0000001 89,9999998882412 30 30 1E-16 89,999999999999 60 50 1 148,4375000000000 7 50 0,01 149,8046875000000 10 50 0,0001 149,9998092651360 20 50 0,0000001 149,9999998137350 30 50 1E-16 150,00000000000000 60 100 1 298,4375000000000 8 100 0,01 299,8046875000000 11 100 0,000001 299,9998092651360 21 100 0,0000001 299,9999998137350 31				
30 0,0001 89,9998855590820 20 30 0,0000001 89,99999998882412 30 30 1E-16 89,9999999999999 60 50 1 148,4375000000000 7 50 0,1 149,8046875000000 10 50 0,0001 149,9998092651360 20 50 0,0000001 149,9999998137350 30 50 1E-16 150,00000000000000 60 100 1 298,4375000000000 8 100 0,1 299,8046875000000 11 100 0,0001 299,9999998137350 21 100 0,0000001 299,9999998137350 31	30	1	88,1250000000000	6
30 0,0000001 89,9999998882412 30 30 1E-16 89,999999999999 60 50 1 148,43750000000000 7 50 0,1 149,8046875000000 10 50 0,0001 149,9998092651360 20 50 0,0000001 149,9999998137350 30 50 1E-16 150,00000000000000 60 100 1 298,4375000000000 8 100 0,1 299,8046875000000 11 100 0,0001 299,9998092651360 21 100 0,0000001 299,9999998137350 31	30	0,1	89,8828125000000	10
30 1E-16 89,99999999999999999999999999999999999	30	0,0001	89,9998855590820	20
50 1 148,4375000000000000000000000000000000000000	30	0,0000001	89,999998882412	30
50 0,1 149,8046875000000 10 50 0,0001 149,9998092651360 20 50 0,0000001 149,9999998137350 30 50 1E-16 150,0000000000000 60 100 1 298,4375000000000 8 100 0,1 299,8046875000000 11 100 0,0001 299,9998092651360 21 100 0,0000001 299,9999998137350 31	30	1E-16	89,999999999999	60
50 0,1 149,8046875000000 10 50 0,0001 149,9998092651360 20 50 0,0000001 149,9999998137350 30 50 1E-16 150,0000000000000 60 100 1 298,4375000000000 8 100 0,1 299,8046875000000 11 100 0,0001 299,9998092651360 21 100 0,0000001 299,9999998137350 31				
50 0,0001 149,9998092651360 20 50 0,0000001 149,9999998137350 30 50 1E-16 150,0000000000000 60 100 1 298,4375000000000 8 100 0,1 299,8046875000000 11 100 0,0001 299,9999998137350 21 100 0,0000001 299,9999998137350 31	50	1	148,4375000000000	7
50 0,0000001 149,9999998137350 30 50 1E-16 150,0000000000000 60 100 1 298,4375000000000 8 100 0,1 299,8046875000000 11 100 0,0001 299,9999998137350 21 100 0,0000001 299,9999998137350 31	50	0,1	149,8046875000000	10
50 1E-16 150,00000000000000 60 100 1 298,4375000000000 8 100 0,1 299,8046875000000 11 100 0,0001 299,9999998137350 21 100 0,0000001 299,9999998137350 31	50	0,0001	149,9998092651360	20
100 1 298,43750000000000 8 100 0,1 299,8046875000000 11 100 0,0001 299,9998092651360 21 100 0,0000001 299,9999998137350 31	50	0,0000001	149,9999998137350	30
100 0,1 299,8046875000000 11 100 0,0001 299,9998092651360 21 100 0,0000001 299,9999998137350 31	50	1E-16	150,00000000000000	60
100 0,1 299,8046875000000 11 100 0,0001 299,9998092651360 21 100 0,0000001 299,9999998137350 31				
100 0,0001 299,9998092651360 21 100 0,0000001 299,9999998137350 31	100	1	298,4375000000000	8
100 0,0000001 299,999998137350 31	100	0,1	299,8046875000000	11
	100	0,0001	299,9998092651360	21
	100	0,0000001	299,9999998137350	31
100 1E-16 300,00000000000 61	100	1E-16	300,0000000000000	61

Análises Gráficas

Embora as análises gráficas facilitem demasiadamente a visualização e comparação dos dados obtidos pelo modelo, podemos notar com facilidade que a discretização dos dados e ocultação dos resultados aumentam consideravelmente, uma vez que para estabelecer os picos e diferenças entre cada fase do gráfico, se faz necessário, antes, gerar intervalos para observação.

OBS: Para o parâmetro Distância dos gráficos, utilizamos somente o teste com limite 1E-16(0,00000000000001).

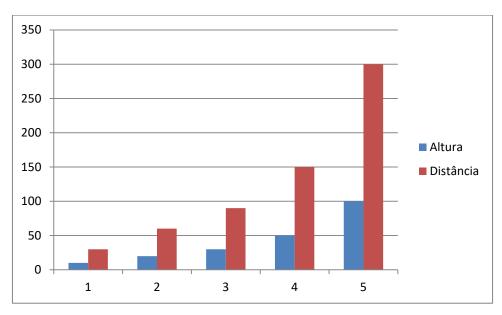


Gráfico 1: Altura inicial da bola por distância percorrida em quique

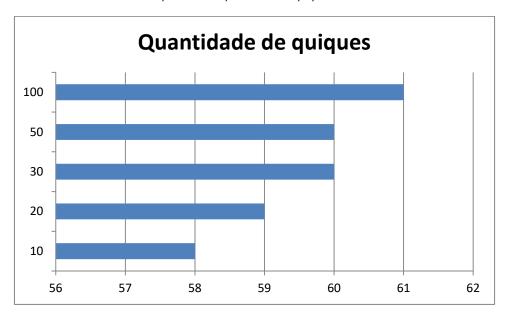


Gráfico 2: Quantidade de quiques por altura solta

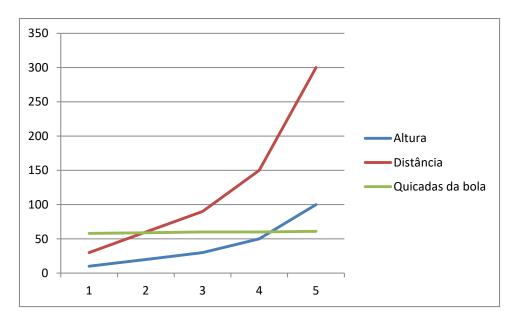


Gráfico 3: Demonstração de todos os dados correlacionados

Conclusão sobre demonstrações

Conforme verificação dos resultados apresentados anteriormente por tabela e gráfico, podemos observar que a altura percorrida pela bola, é sempre um valor aproximado de três vezes a altura inicial, e que, embora esses valores cresçam juntos, a quantidade de quiques não é relacionada aos mesmos, aumentando de maneira diferente.

Com a simulação, verificamos que o único limite que mostrou um resultado muito diferente da aproximação foi o de 1 metro, causando uma diferença de até 1,875 metros para a melhor aproximação, se tornando inadequado mesmo para um teste simples.

Com base em todas as simulações e verificações, podemos afirmar que, para as distâncias anteriormente medidas, não se faz necessário tão grande limitação, considerando que o problema se refira a algo relativamente simples. Por outro lado, é interessante observar a diferenciação de valores de acordo com o limite, e não só para a distância, como também para a quantidade de quiques, na qual fica válida a consideração de futuros testes com valores maiores para análise de comportamento do resultado.