

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ
Departamento de Estatística

Modelo de Volatilidade Estocástica

Prof. Benito Olivares Aguilera

CE222 - Processos Estocásticos Aplicados

Andryas Waurzenczak, GRR: 20149125
Caleb Josué Souza, GRR: 20149072

13/06/2018

Resumo

Este estudo tem como objetivo apresentar uma alternativa para a estimação do valor da volatilidade utilizando os conhecimentos probabilísticos envolvidos em um processo estocástico. Entende-se por volatilidade, no universo financeiro, como uma variável ou um elemento que está presente em uma métrica de risco de mercado. A variável volatilidade indica a intensidade e a frequência das oscilações de preços de ações em um determinado período de tempo. Serão apresentadas duas maneiras para estimar a volatilidade, sendo a primeira o método de estimação pelo desvio padrão histórico e a segunda o método conhecido como Volatilidade Estocástica. Juntamente com explanação teórica envolvida em cada um destes dois métodos também serão apresentados os resultados comparativos adquiridos através da análise feita em cima de um histórico das ações BBDC4.SA.

Palavras Chave: VaR, Volatilidade Estocástica

Sumário

1	Introdução	3
2	Materiais e Métodos	3
2.1	Material	3
2.2	Métodos	3
2.2.1	Retorno Contínuo	3
2.2.2	Volatilidade Histórica	4
2.2.3	Modelo de Volatilidade Estocástica	4
2.2.4	Valor em Risco (VaR)	5
2.3	Recursos Computacionais	5
3	Resultados	5
3.1	Análise Descritiva	5
3.2	Retorno Contínuo	6
3.3	Volatilidade Histórica	7
3.4	Modelo de Volatilidade Estocástica	8
3.4.1	Estimativas do Modelo	9
3.5	Volatilidade Histórica vs Modelo de Volatilidade Estocástica	10
4	valor em Risco (VaR)	10
5	Considerações Finais	11

1 Introdução

O mercado de ações é um ambiente público e organizado para negociação de alguns títulos mobiliários (ações, opções de fundos, etc...). Neste trabalho o objeto de estudo são títulos mobiliários chamados de ações.

Ação é a menor parcela do capital social das companhias de capital aberto, que têm seus papéis negociados na BM& Fovespa (Bolsa de Valores do Brasil). É um título patrimonial e concede aos seus detentores, chamados de acionistas, os direitos e deveres de um sócio.

Estas ações são negociadas diariamente e com o avanço da tecnologia elas se tornam cada vez mais rápidas, isso faz com que o mercado se torne cada vez mais complexo. O principal objetivo de se entrar nesse mundo de acionistas é o ganho de dinheiro, que se torna cada vez mais difícil pelo motivo citado anteriormente e pela competitividade mais acirrada. Assim estratégias e medidas de risco podem auxiliar o acionista a um melhor desempenho em suas negociações.

2 Materiais e Métodos

2.1 Material

O material utilizado é um conjunto de dados, das negociações da empresa BBDC4.SA, retirado do Yahoo Finance!. A empresa foi selecionada pela preferência dos autores. O período que abrange esta seleção vai de 2012-01-03 à 2018-06-19. Os dados são diários.

O conjunto de dados possuem ao todo 6 colunas, sendo estas, *Data*, *Máxima*, *Miníma*, *Abertura*, *Fechamento* e *Volume*. Abaixo pela Tabela 1 pode-se observar as 6 primeiras linhas dos dados.

Tabela 1: 6 primeiras linhas dos conjuntos de dados

Data	Abertura	Fechamento	Máxima	Miníma	Volume
2012-01-03	17.5307	17.9006	17.5307	17.8494	7374496
2012-01-04	17.7527	17.8779	17.5648	17.8779	6804375
2012-01-05	17.6445	17.8551	17.2916	17.7640	10146037
2012-01-06	17.8665	18.0486	17.7299	17.9860	10238627
2012-01-09	18.0828	18.1340	17.8437	18.0316	8664427
2012-01-10	18.1283	18.3275	18.0373	18.0714	10656071

2.2 Métodos

2.2.1 Retorno Contínuo

Existe duas formas de retorno principais para se fazer estudo da volatilidade, o retorno discreto e o retorno contínuo. Uma pergunta que naturalmente surge é, por que usar o retorno e não o próprio preço do ativo negociado? A resposta tem dois por ques. O primeiro é que o retorno *atende* o interesse do investidor (ganhos e perdas) e, além disso, possui propriedades estatísticas mais interessantes, são elas:

1. estacionariedade (média e variância constantes)
2. fraca dependência linear e não linear
3. caudas pesadas na distribuição e excesso de curtose
4. comportamento heterocedástico condicional

O retorno utilizado neste trabalho (retorno contínuo ou **log-retorno**) é definido a seguir:

$$y_t = \ln\left(\frac{P_t}{P_{t-1}}\right), \quad t = 1, 2, \dots, T$$

onde y_t é o retorno diário no instante t e P_t significa, normalmente, o Preço de **fechamento** no instante t .

```
# r: Preço de Fechamento
rc <- function(r) {
  # Instante inicial
  rc <- c(0)
  for (i in 2:length(r)) {
    rc <- c(rc, log(r[i] / r[i - 1]))
  }
  # Retorno o vetor do log-retorno
  rc
}
```

2.2.2 Volatilidade Histórica

A estimativa por desvio padrão é considerado como um método simplório, pois este método ignora características inerentes de uma série além de atribuir pesos iguais a todas observações sem levar em consideração o fato da relevância das observações mais recentes. É expressa da seguinte maneira:

$$\sigma_s = \sqrt{\text{var}(y_t)}, \quad t = 1, 2, \dots, T$$

para cada dia a volatilidade deste período é a mesma.

```
sd(r) # Desvio-Padrão do log-retorno
```

2.2.3 Modelo de Volatilidade Estocástica

O modelo de volatilidade estocástica considera a volatilidade como um componente não observado da série temporal, Caio Galdi and Molero Pereira (2007). Em outras palavras, não se pode medir a volatilidade, apenas estima-la. Assim o modelo de volatilidade estocástica (MVE) é proposto para estimar a volatilidade da empresa em estudo e é definido da forma como segue:

$$Y_t = \sigma_t \varepsilon_t$$

$$\sigma_t = e^{\frac{h_t}{2}}$$

onde Y_t é o log-retorno do fechamento e h_t , na sua especificação mais simples, é descrito como um processo auto regressivo de primeira ordem, AR(1), dado por:

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 * h_{t-1} + \eta_t$$

em que η_t é um termo de erro com média zero e variância σ_η^2 , $\eta \sim N(0, \sigma_\eta^2)$. Para que a volatilidade seja um processo **estacionário** o coeficiente AR deve ser menor que a unidade, $|\alpha_1| < 1$.

O coeficiente AR da volatilidade expressa o comportamento de *persistência da volatilidade*. Quando este se aproxima da unidade, o MVE fica parecido com o modelo GARCH(1,1).

Para este trabalho utilizou-se o pacote `stochvol`, Kastner (2016). Este pacote foi implementado por Gregor Kastner em setembro de 2017. A forma como foi especificado o modelo é expressa em uma forma hierárquica, dado abaixo:

$$y_t|h_t \sim N(0, \exp(h_t))$$

$$h_t|h_{t-1}, \mu, \phi, \sigma_\eta \sim N(\mu + \phi(h_{t-1} - \mu), \sigma_\eta^2)$$

$$h_0|\mu, \phi, \sigma_\eta \sim N(\mu, \sigma_\eta^2/(1 - \phi^2))$$

onde $N(0, \sigma_\eta^2)$ denota uma distribuição normal com média (μ) e variância (σ_η^2). O autor refere-se $\theta = (\mu, \phi, \sigma_\eta)^T$ como o vetor de parâmetros a serem estimados. Para cada parâmetro é especificado uma distribuição apriori e a posteriori é feita via Markov chain Monte Carlo (MCMC).

```
library(stochvol)
mve <- svsample(r,                # log-retorno
  priormu = c(0, 1),             # N(0,1)
  designmatrix = "ar1")         # AR(1))
```

2.2.4 Valor em Risco (VaR)

O Valor em Risco (VaR) é um método para avaliar o risco em operações financeiras. No nosso caso, para avaliar os dois métodos de volatilidade apresentados. O objetivo desse indicador é quantificar o risco do ativo, ou seja, o risco de perdas monetárias decorrentes da variação de preços. Para esse fim, será feito o *backtesting*, recomendado pelo riskmetrics, utilizando o critério de **teste de violação dos limites de VaR**. O método que apresentar a menor porcentagem de violação será então considerado o melhor método para o cálculo de volatilidade. Neste estudo em questão utilizaremos somente a relação de perda, ou seja, o interesse está em medir as violações negativas.

2.3 Recursos Computacionais

Os recursos computacionais utilizados foram o software R, R Core Team (2018). Os principais pacotes foram `dplyr`, `knitr`, `kableExtra`, `tidyquant`, `ggplot2` e `stochvol`.

3 Resultados

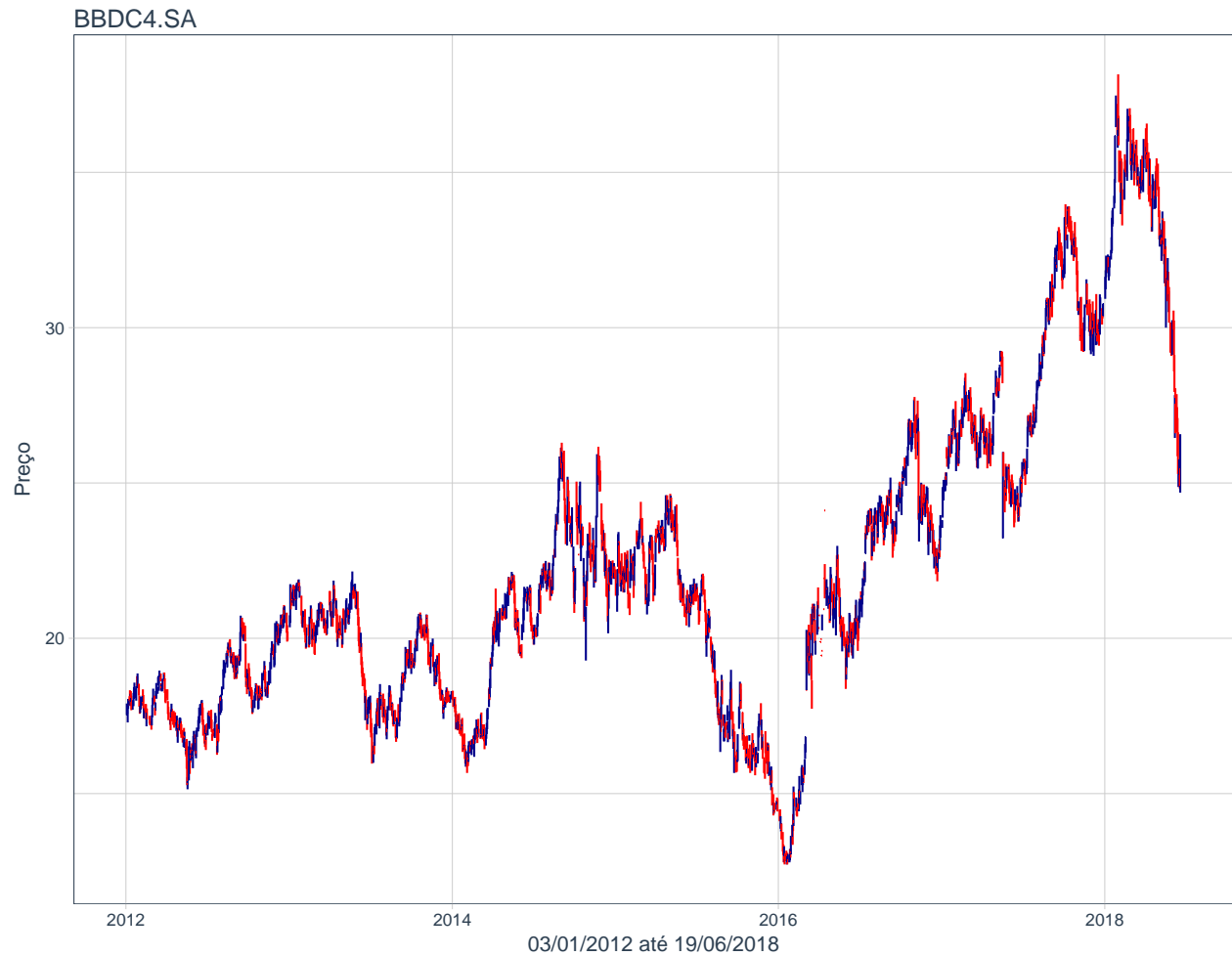
Os gráficos dos métodos que serão apresentados já estão calculados pelo critério estabelecido (VaR).

$$VaR_t = volatilidade_t * qnorm(0.95)$$

onde `qnorm` retorna o valor de uma distribuição $N(0,1)$ no quantil 0.95.

3.1 Análise Descritiva

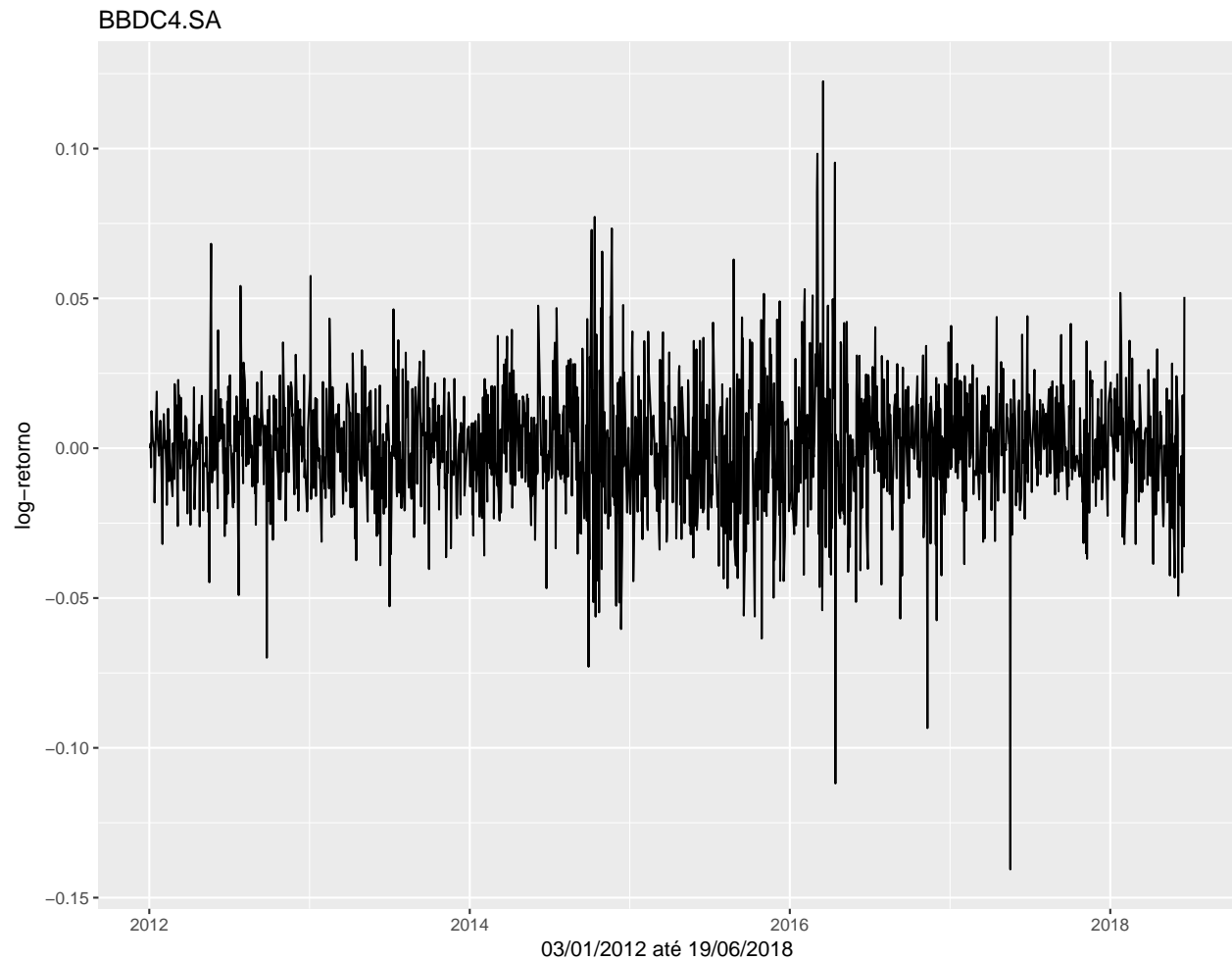
Para dar início aos resultados é usual explorar algumas medidas descritivas. Em se tratando de bolsa de valores, normalmente é feito um gráfico de *candles* para análise.



Pelo gráfico acima observa-se uma valorização da empresa no período selecionado, mas que recentemente teve uma queda brusca.

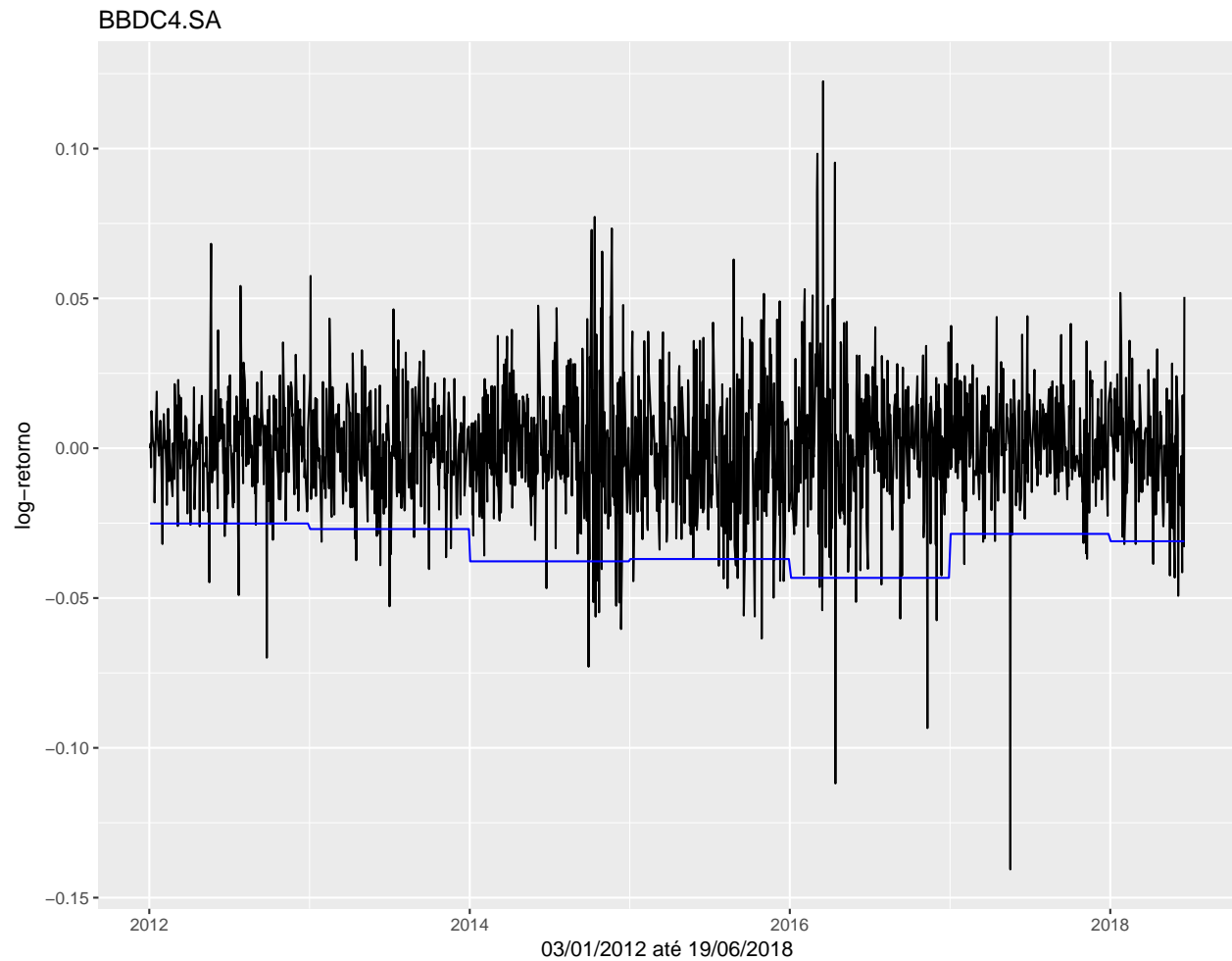
3.2 Retorno Contínuo

Para a aplicação de modelos de volatilidade para o cálculo do valor de risco (VaR) é usual o uso do retorno contínuo descrito na seção de métodos. Abaixo temos o gráfico dos log-retornos.



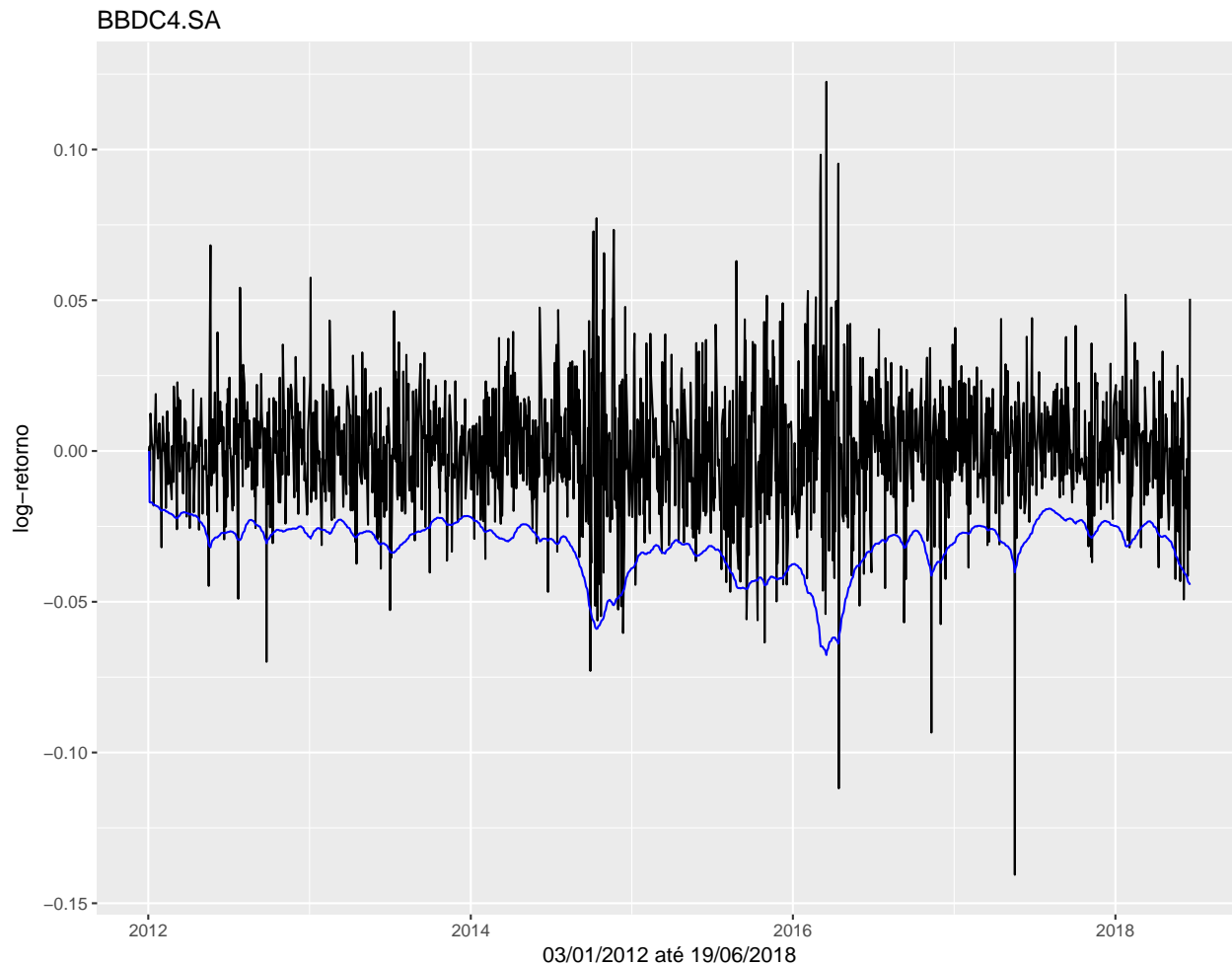
3.3 Volatilidade Histórica

Abaixo tem-se o gráfico da volatilidade histórica. Cada “escada” é a estimativa do desvio-padrão para o respectivo ano. Logo, é possível observar que entre os períodos que vão de 2014 à final de 2016, a volatilidade aumentou. Ou seja, o risco para esse período é maior em relação aos demais.



3.4 Modelo de Volatilidade Estocástica

É possível constatar que o comportamento dos resultados do MVE diferem da volatilidade histórica pelo fato que para cada instante t tem-se uma estimativa.



3.4.1 Estimativas do Modelo

Summary of 10000 MCMC draws after a burn-in of 1000.

Prior distributions:

```
mu ~ Normal(mean = 0, sd = 1)
(phi+1)/2 ~ Beta(a0 = 5, b0 = 1.5)
sigma^2 ~ 1 * Chisq(df = 1)
```

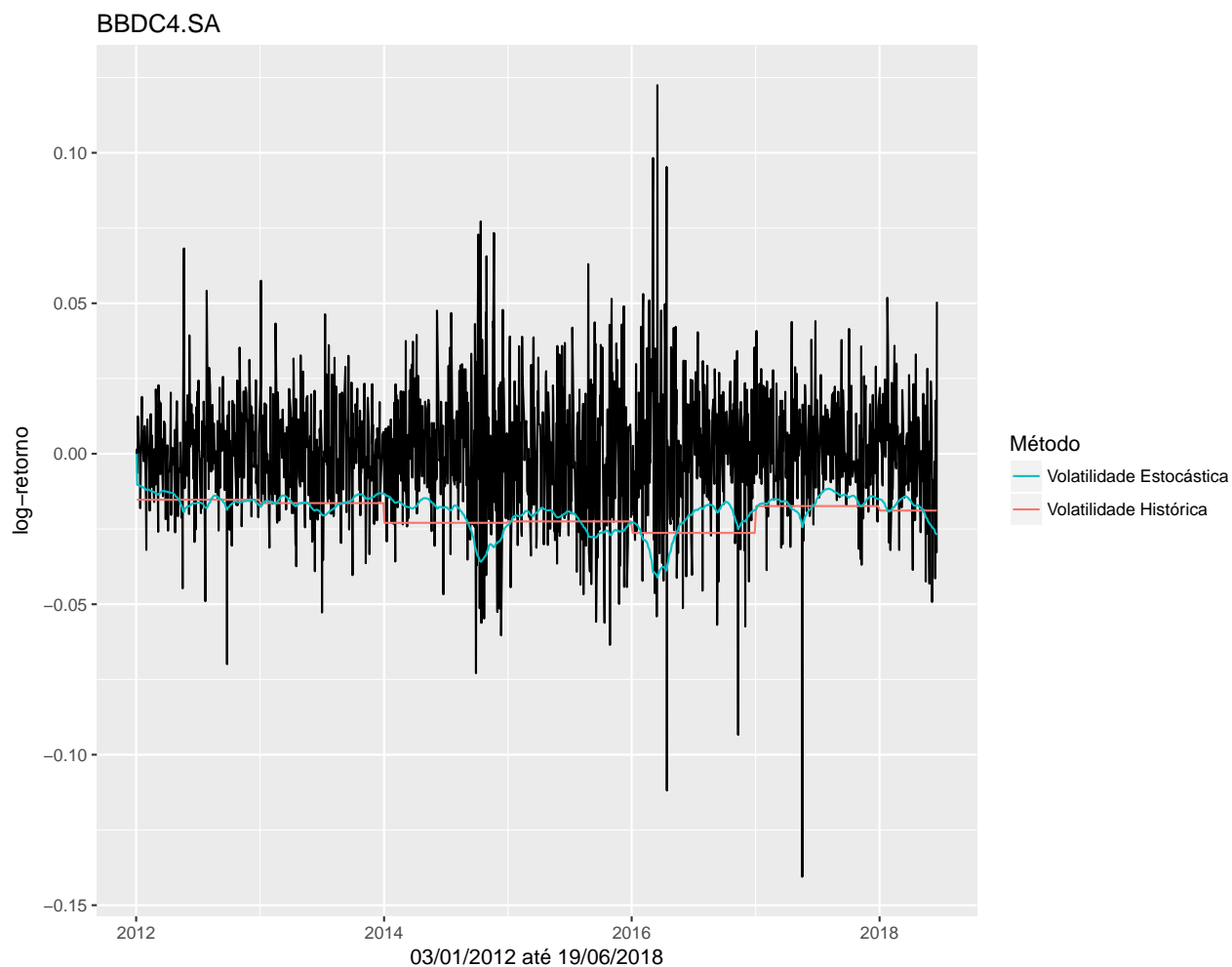
Posterior draws of parameters (thinning = 1):

	mean	sd	5%	50%	95%	ESS
mu	-0.571	0.97706	-2.1745	-0.576	1.040	199
phi	1.000	0.00023	0.9992	1.000	1.000	223
sigma	0.116	0.02186	0.0810	0.115	0.153	92
exp(mu/2)	0.848	0.44768	0.3371	0.750	1.682	199
sigma^2	0.014	0.00529	0.0066	0.013	0.023	92

Notar que, como apresentado na seção métodos, o coeficiente ϕ se aproxima de 1, e isto indica que o MVE é muito parecido com o modelo GARCH(1,1).

3.5 Volatilidade Histórica vs Modelo de Volatilidade Estocástica

Pelo gráfico abaixo, observa-se que o MVE é muito mais flexível do que o VH. Isto é decorrente pelas especificações de cada um, sendo que o VH é o caso mais simples possível.



4 valor em Risco (VaR)

Pela tabela abaixo tem-se os resultados dos testes de violação para cada método. Nota-se que o MVE teve um desempenho um pouco melhor, porém não significativo. Isso pode ser consequência de varios fatores, por exemplo, a empresa analisada, em questão, não apresenta uma volatilidade alta, sendo assim a VH tem um desempenho superestimado.

Entretando a volatilidade histórica é pouca realista, pois ela não traz informações confiáveis na hora de negociar ativos.

Método	VaR
Volatilidade Histórico	4.47%
Modelo de Volatilidade Estocástica	4.21%

5 Considerações Finais

Considerando os resultados já apresentados na seção anterior conclui-se que VH não teve ganho significativo em frente o modelo MVE, porém este último modelo traz sobre si um potencial superior, devido a utilização de métodos estocásticos, em que permitirá estimar os resultados da volatilidade futura. Mediante a complexidade do assunto abordado, este trabalho foi restringido o objetivo de comparar dois tipos de modelos que estuda a volatilidade em um período de tempo no passado.

Referências

- Caio Galdi, F. and Molero Pereira, L. (2007). Valor em risco (var) utilizando modelos de previsão de volatilidade: Ewma, garch e volatilidade estocástica. *BBR-Brazilian Business Review*, 4(1).
- Kastner, G. (2016). Dealing with stochastic volatility in time series using the r package stochvol. *Journal of Statistical software*, 69(5):1–30.
- R Core Team (2018). *R: A Language and Environment for Statistical Computing*. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria.