

LES ALGORITHMES GLOUTONS

Première NSI Lycée Émile Combes, Pons Année 2023 – 2024 M. Rouguan

Pourquoi il ne faut pas laisser les pigeons conduire les bus

Le tour de France!

• Le problème du voyageur de commerce

Cet été, vous souhaitez visiter les principales villes de France depuis Poitiers. Cependant, il y a deux règles à respecter :

- Vous ne pouvez visiter chaque ville qu'une seule fois
- Vous devez revenir à Poitiers après avoir visité toutes les autres villes

Question: Dans quel ordre visiter chaque ville pour minimiser la distance parcourue? Dessiner votre tour de France sur la carte ci-contre.



Carte de France – 1 cm ≈ 100 km

Longueur	de	votre	tour	en	centimètre	:
----------	----	-------	------	----	------------	---

Quelle serait une stratégie générale et simple pour résoudre ce problème ? L'objectif serait de concevoir un

Quelle serait une stratégie générale et simple pour résoudre ce problème ? L'objectif serait de concevoir ur algorithme simple capable de produire un tour, peu importe la disposition des villes sur la carte.

À chaque étape,			

Énumérer toutes les solutions (tours) possibles pour ces 52 villes est-il envisageable ?
D'autres exemples de problèmes d'optimisation
Le problème du rendu de monnaie
Un caissier souhaite rendre une certaine somme à un client. Il dispose d'une quantité illimitée de pièces de différentes valeurs . Son objectif est de rembourser cette somme en rendant le minimum de pièces.
Instance №1 : Donner la solution optimale si le caissier doit rendre 25€ avec des pièces de 1€, 5€, 6€ et 7€.
Solution optimale :
Coût optimal:
Instance №2 : Et si le caissier doit rendre 172€ avec des pièces de 1€, 5€, 8€, 11€ et 14€ ?
Solution optimale :
Coût optimal:
Donner une stratégie simple que devrait suivre le caissier pour rendre une somme quelconque avec des valeurs de pièces quelconques :
Pour les deux instances précédentes, donner la solution en suivant cette stratégie. Ces solutions sont-elles optimales ?
Instance №1:
Instance №2:

Le problème du sac à dos

On dispose d'objets de poids et de valeurs différents et d'un sac avec une certaine capacité en poids. Quels objets affecter au sac pour maximiser la valeur totale du sac sans que le poids total dépasse la capacité?

Soit l'instance de ce problème suivante :

Objet n°	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Poids kg	28	5	15	9	24	7	21	25	1
Prix €	15	25	65	10	75	30	80	1	100

La capacité du sac est de 40 kg. Déterminer une solution à ce problème (qui trouvera la solution optimale) :

•	Solution:
•	Coût:

Pourquoi préfère-t-on mettre un bijou (objet 9) plutôt qu'une brique (objet 8) dans le sac ? Déterminer une stratégie simple pour résoudre ce problème :

Point vocabulaire

- Un problème d'optimisation est un problème où l'on souhaite minimiser ou maximiser une certaine quantité numérique. Cette quantité est appelée objectif.
- Une **instance** d'un problème d'optimisation définit concrètement les **données** de celui-ci.
- Le **coût** d'une solution est la valeur de l'objectif de cette solution.
- Une solution est optimale si son coût est optimal, s'il est le plus petit/grand possible suivant si on minimise/maximise : c'est la « meilleure » solution.

Une séquence de choix

Dans de nombreux problèmes d'optimisation, une solution peut être définit comme une séquence de choix :

Problème du rendu de monnaie

Pour le problème du rendu de monnaie, à chaque étape, on choisit une pièce à rendre :

Pièce Pièce Pièce Pièce etc.

A Problème du sac à dos

Pour le problème du sac à dos, à chaque étape, on choisit un objet non-affecté à affecter au sac :

Objet Objet Objet Objet etc.

Problème du voyageur de commerce

Pour le problème du voyageur de commerce, à chaque étape, on choisit une ville non-visitée à visiter :

Ville Ville Ville Ville ville etc.

Stratégie gloutonne

Définition d'une stratégie gloutonne

Une **stratégie gloutonne** donne une manière d'effectuer ces choix. Elle effectue à chaque étape, le choix qui semble être « le meilleur possible » sur le moment.

Donner une stratégie gloutonne pour les problèmes suivants :

• Problème de rendu de monnaie:

À chaque étape, on rend la plus grande pièce possible. On s'arrête quand la somme à rendre est de 0€.

• Problème du sac à dos:

À chaque étape,

• Problème du voyageur de commerce :

À chaque étape, depuis la dernière ville visitée,

Pseudocode d'une stratégie gloutonne

Généralement, un algorithme glouton a souvent comme pseudocode :

Tant que « On peut faire un choix »

Faire « Le meilleur choix possible sur l'instant »

Renvoyer la solution et/ou son coût

Autrement dit, parmi tous les choix possibles, on effectue le choix qui maximise (ou minimise) le gain apporté au coût de la solution.

Par exemple, l'algorithme glouton pour le problème de rendu de monnaie peut s'écrire comme :

Algorithme « rendu_glouton »

Entrées:

Somme à rendre : SOMMEListe des pièces : PIECES

Sortie:

• Le nombre de pièces rendues suivant l'approche gloutonne

Programme:

```
s = SOMME # somme restante à rendre
nb_pieces = 0 # nombre de pièces rendues

Tant que s != 0 :
   Déterminer la plus grande pièce p de PIECES telle que p <= s
   Afficher « On rend la pièce de valeur p »
   s = s - p # on donne la pièce p
   nb_pieces = nb_pieces + 1</pre>
```

Retourner nb_pieces

Définition plus formelle

Plus formellement, une stratégie gloutonne effectue des **choix localement optimaux** et **définitifs** dans l'espoir qu'ils conduisent à une solution **globalement optimale**. Il ne revient pas sur les choix antérieurs ni n'anticipe les étapes suivantes au moment de prendre une nouvelle décision.

En étant aveugle au futur et têtue sur les choix passés, une approche gloutonne privilégie donc les **gains sur le court terme** plutôt que sur le long terme, c'est une stratégie souvent intuitive et simple à mettre en place.

En pratique, l'optimum n'est pas nécessairement atteint, mais on utilise souvent cette approche gloutonne pour confectionner des **heuristiques** (un algorithme qui fournit rapidement une solution réalisable, pas nécessairement optimale) à des problèmes d'optimisation difficile.

Bonus: Et les pigeons dans tout ça?

Le problème du voyageur de commerce a suscité l'intérêt des chercheurs en psychologie cognitive, notamment en raison de la capacité des humains à générer rapidement des solutions quasi-optimales (de 1% de moins d'efficacité pour 10 à 20 villes, à 11% de moins d'efficacité pour 120 villes). Cette facilité apparente a conduit à l'hypothèse que les humains utilisent des heuristiques telles que l'hypothèse de l'enveloppe convexe et l'heuristique d'évitement de croisement.

Une étude de 2011 sur la cognition animale, intitulée « Let the Pigeon Drive the Bus », a examiné la cognition spatiale chez les pigeons en relation avec le problème du voyageur de commerce. Les résultats ont montré que les pigeons utilisent principalement la proximité pour choisir leur prochain arrêt. Les pigeons suivent donc une stratégie gloutonne simple.

Cependant ils peuvent également planifier plusieurs étapes à l'avance lorsque les différences de coûts de déplacement deviennent significatives. Ces découvertes suggèrent que les non-primates pourraient posséder une capacité cognitive spatiale relativement sophistiquée.

Ces observations suggèrent que notre cerveau, lorsqu'il est confronté à des problèmes d'optimisation quotidiens, privilégie généralement une approche gloutonne, souvent enrichie par l'utilisation d'heuristiques spécifiques. Ces stratégies sont généralement peu énergivores et s'adaptent efficacement à une multitude de problèmes, ce qui pourrait expliquer leur prévalence à travers l'évolution biologique. Et c'est la raison pour laquelle ces stratégies gloutonnes nous semblent si intuitives.