

策略研究

专题研究

## Hurst 指数在 A 股市场中的应用

## 核心观点

## 相关报告

- 分形市场理论强调市场流动性及投资期限对投资者市场行为的影响，更加贴近实际资本市场。我国 A 股市场的日收益率并不服从正态分布，而是呈现出尖峰及左偏的统计特征。相对于传统的有效市场理论，分形市场理论更加适合描述现实中的资本市场。
- 我国 A 股市场具有长期记忆性，长期记忆长度为 233 天。我们利用  $R/S$  法对沪深两市股指序列进行分析。我们看到上证综指及深成指的 Hurst 指数峰值均出现在  $n=233$  的位置，对应的 Hurst 指数均为 0.61，表明 A 股市场具有长期记忆性。我们可认为沪深两市的平均循环周期为 233 个交易日。
- 利用 Local Hurst 指数择时策略可以大幅战胜市场。1999 年初至最近一次发出指令日（上证综指为 2009 年 7 月 29 日，深成指为 2009 年 8 月 6 日，皆为“卖出”指令），上证综指的累积收益率为 190.14%，利用择时策略买卖上证综指获得的累积收益率为 403.44%；深成指的累积收益率为 367.30%，利用择时策略买卖深成指获得的累积收益率则达到了异常可观的 1820.37%。Local Hurst 指数择时策略取得了非常理想的效果。该策略目前处于空仓状态。Local Hurst 指数择时策略较适合长期投资者。
- 市场或将继续下探。目前上证综指和深成指的 Local Hurst 指数分别为 0.60 和 0.63，对应的分形维分别为 1.4 和 1.37，表明目前我国 A 股市场分形结构较为稳定，未来市场或将延续前期走势，即存在继续下探的可能。

研究员：曹源

电话：010-84183292

Email: caoyuan@guodu.com

执业证书编号：S0940210030003

联系人：周红军

电话：010-84183380

Email: zhouhongjun@guodu.com

独立性申明：本报告中的信息均来源于公开可获得资料，国都证券对这些信息的准确性和完整性不做任何保证。分析逻辑基于作者的职业理解，通过合理判断并得出结论，力求客观、公正，结论不受任何第三方的授意、影响，特此声明。

## 正文目录

<b>1、什么是分形</b>	<b>4</b>
1.1 分形简介	4
1.2 分形维	5
<b>2、分形理论与证券市场</b>	<b>5</b>
2.1 有效市场理论的困境	5
2.2 分形市场理论	6
<b>3、重标极差法(R/S)与Hurst指数</b>	<b>7</b>
3.1 重标极差法(R/S)	7
3.2 Hurst指数算法	7
3.3 Hurst指数的意义	8
<b>4、Hurst指数在A股市场的应用</b>	<b>8</b>
4.1 A股市场的长期记忆长度	8
4.2 利用Hurst指数进行市场择时	8
4.3 A股市场的分形维	10
<b>5、结论</b>	<b>10</b>

## 图表目录

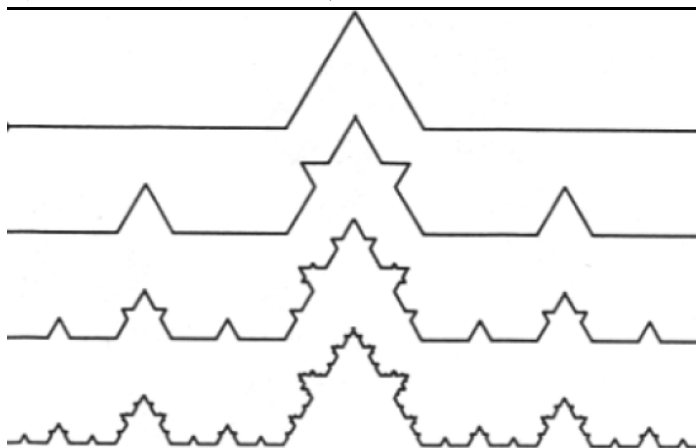
图 1: 经典分形-Koch曲线 .....	4
图 2: 经典分形-Sierpinski垫 .....	4
图 3: 自然界中的分形-蕨类植物叶片 .....	4
图 4: 自然界中的分形-雪花 .....	4
图 5: 上证综指日收益率频数分布 (1997.1.3-2010.5.28) .....	5
图 6: 深成指日收益率频数分布 (1997.1.3-2010.5.28) .....	5
图 7: 上证综指 $R/S$ 分析-平均循环周期 .....	8
图 8: 深成指 $R/S$ 分析-平均循环周期 .....	8
图 9: 上证综指-Local Hurst .....	9
图 10: 深成指-Local Hurst .....	10
表 1: A股市场正态性检验 (收益率数据区间为 1997.1.3-2010.5.28) .....	6

# 1、什么是分形

## 1.1 分形简介

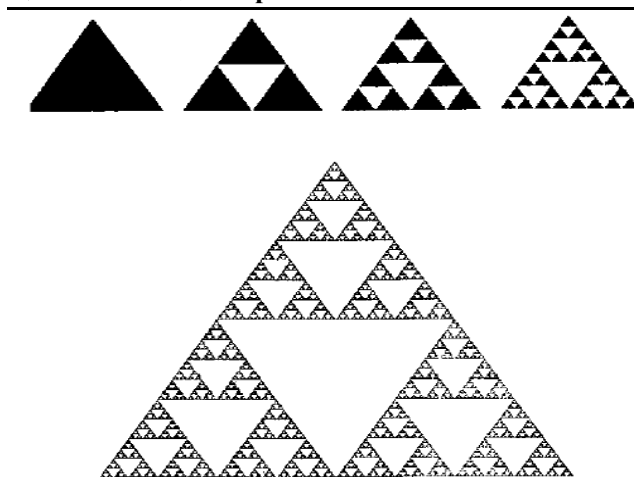
分形（Fractal）的概念最早由美国数学家 B.B.Mandelbrot 于 1967 年提出，其原意为不规则、支离破碎的物体。数学中的 Cantor 集、Sierpinski 垫、Koch 曲线等都是经典的分形。自然界中的雪花、海岸线、树叶等也是分形的例子。简单而言，所谓分形，即指其任意局部与整体以某种形式相似，这种相似可能是近似的自相似或统计意义上的自相似。例如我们用放大镜去观察雪花，会发现其内部由无数“小雪花”组成，体现出自相似的特性。

图 1：经典分形-Koch 曲线



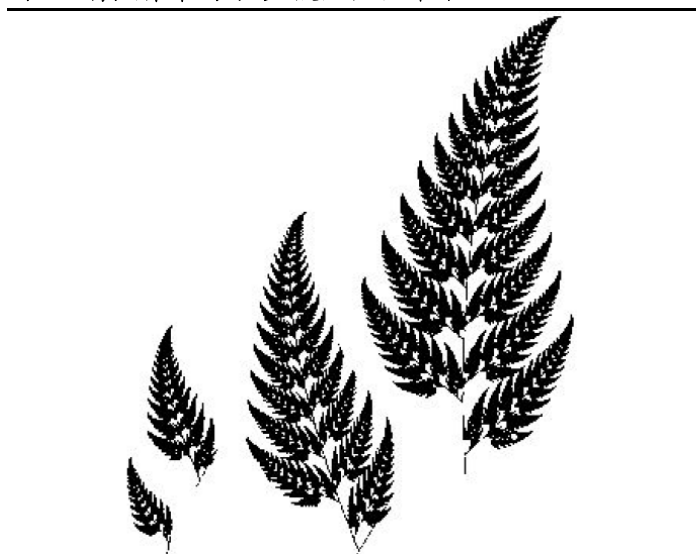
资料来源：国都证券研究所

图 2：经典分形-Sierpinski 垫



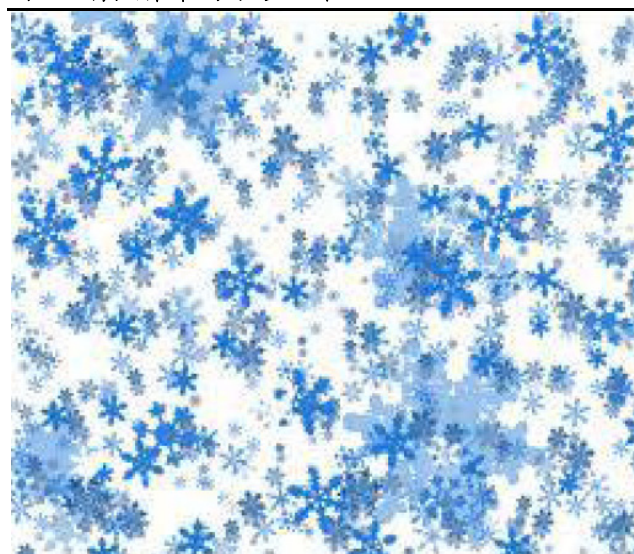
资料来源：国都证券研究所

图 3：自然界中的分形-蕨类植物叶片



资料来源：国都证券研究所

图 4：自然界中的分形-雪花



资料来源：国都证券研究所

分形理论是二十世纪最伟大的科学理论之一，现已广泛应用于自然科学、社会科学、经济学、思维科学等多种领域。分形理论的出现对人们的自然观、科学观、思维方式等产生了积极、深刻的影响。

## 1.2 分形维

在欧式几何中，几何体都是光滑且连续的，欧式几何空间的维数都是整数维，如一维直线，二维平面。但是在分形世界中，几何体的维数值却不在局限于整数，如 Koch 曲线的分形维数为  $\frac{\ln(4)}{\ln(3)}$ ，是一介于 1 和 2 之间的无理数。分形维反映了分形体占有空间的有效性，是分形体不规则性的量度。

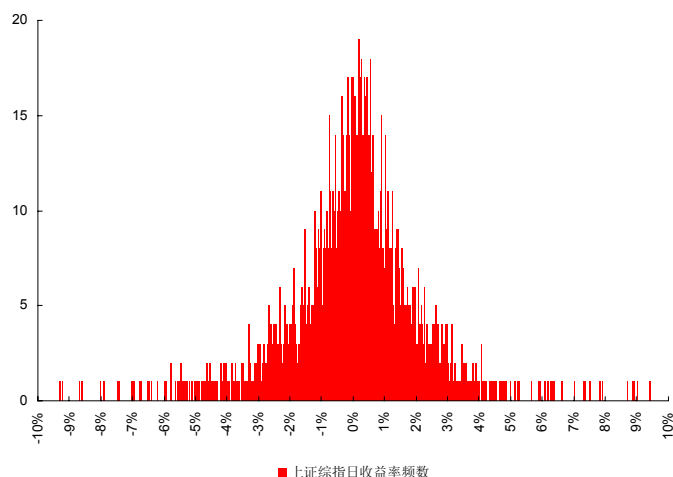
## 2、分形理论与证券市场

### 2.1 有效市场理论的困境

在对资本市场行为的研究中，随机游走理论（Random Walk Theory）和有效市场理论（Efficient Market Theory）占有重要地位。随机游走理论认为资本市场价格的变动具有独立性、随机性、不可预测性。有效市场理论则认为，当资本市场价格的变动及时、迅速、准确的反映所有历史、公开及内幕信息时，资本市场是有效的。这两个理论均假设资本市场具有如下统计特征：（1）价格序列相互独立且服从正态分布。（2）价格序列为线性时间序列。

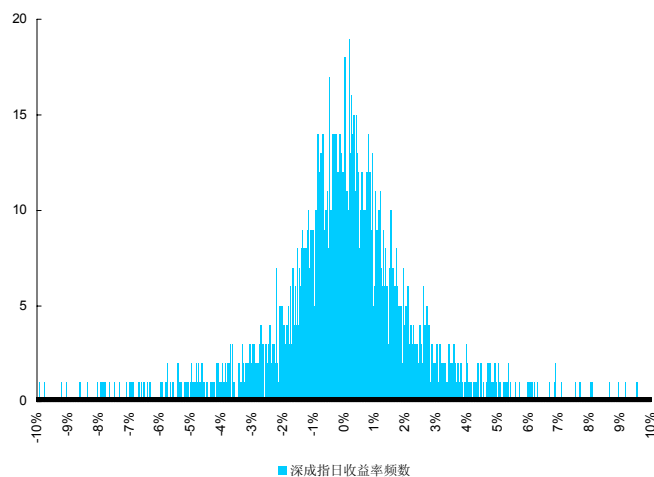
有效市场假说认为市场中每个投资者都是理性的投资人，而且证券价格既反映了标的资产的所有信息，又反映了投资人对证券供求的平衡。有效市场理论虽然形式完美，但其假设过于理想化，与资本市场实际情况出入较大。在现实资本市场中，并非所有的投资者都是理性的，不同投资者有着不同的投资偏好及投资能力，进而导致他们对证券价值及市场走势有着不同的预期。另外，信息对投资者及证券价格的影响并非总是及时、线性的。因此证券市场本身是一个非线性系统，这就导致形式完美的有效市场理论往往无法解释现实资本市场中出现的种种异常现象，如低市盈率效应及小公司效应等。

图 5：上证综指日收益率频数分布（1997.1.3-2010.5.28）



资料来源：国都证券研究所

图 6：深成指日收益率频数分布（1997.1.3-2010.5.28）



资料来源：国都证券研究所

我们对 1997 年至今沪深两市股指的日收益率（对数收益率）进行了统计分析。两市股指的 Jarque-Bera 统计量均大于 1%显著水平下的临界值，可以认为我国 A 股市场收益率并不服从正态分布。同时我们从表 1 的数据可以看出我国 A 股市场收益率呈现出尖峰及左偏的统计特征。

表 1：A 股市场正态性检验（收益率数据区间为 1997.1.3-2010.5.28）

统计量	样本总数	均值	标准差	峰度	偏度	Jarque-Bera 统计量	Jarque-Bera 统计量临界值（显著水平 1%）
上证综指日收益率	3240	0.03%	1.74%	4.14	-0.22	201.45	9.21
深成指日收益率	3240	0.04%	1.91%	3.45	-0.19	47.00	9.21

资料来源：国都证券研究所

## 2.2 分形市场理论

分形市场理论强调市场流动性及投资期限对投资者市场行为的影响，最早由 Edgar E.Peters 于 1994 年提出。

分形市场理论认为，资本市场由大量具有不同投资期限的投资者组成，且信息对不同投资者的交易周期有着不同的影响；资产价格的变化并非随机游走，而是具有增强趋势的持久性，今天或未来的资产价格变动与初始状态之间并非相互独立，而是具有持续相关性；市场的稳定性主要取决于市场的流动性，且证券价格既反映了短期技术面，又反映了长期基本面。分形市场理论更加符合金融市场的实际统计特征，有效市场理论可以认为是分形市场理论的特例。

分形市场理论预示着股市具有分形结构，而这种结构恰能解释收益率分布呈现的尖峰胖尾特性。分形市场是一个既稳定又有活力的市场，整体的有序使得系统稳定，而局部的无序为系统带来活力，但又不影响系统的整体稳定性。

分形布朗运动用来描绘股票分形市场，它是对布朗运动模型的推广，其数学模型如下：

$B_H(t)$  为随机过程，若  $B_H(t)$  满足：

$$B_H(t) - B_H(0) = \frac{1}{\Gamma(H + \frac{1}{2})} \left\{ \int_{-\infty}^0 [(t-s)^{H-\frac{1}{2}} dB(-s)]^{H-\frac{1}{2}} dB(s) + \int_0^t [(t-s)^{H-\frac{1}{2}} dB(s)] \right\}$$

，（其中  $0 < H < 1$ ； $B_H(0)$  为常数； $B(s)$  为布朗运动），则称  $B_H(t)$  为分形布朗运动。

我们看到，当  $H = \frac{1}{2}$  时， $B_H(t)$  为布朗运动，即随机游走模型；当  $\frac{1}{2} < H < 1$  时，

未来增量与过去增量正相关，随机过程具有持久性；而当  $0 < H < \frac{1}{2}$  时，未来增量与过去增量负相关，随机过程具有反持久性。



### 3、重标极差法(R/S)与 Hurst 指数

#### 3.1 重标极差法(R/S)

$R/S$  分析法是一种非参数统计方法，最早由著名水文专家 Hurst 于 1951 年提出。Hurst 在水坝设计的研究过程中发现，尼罗河水文具有长程相关的性质，即在大流量之后常紧跟大流量，这与水文专家们通常的假设相悖。在  $T^{\frac{1}{2}}$  随机游走法则的基础上，Hurst 通过长期的实证研究对随机游走法则进行了推广，得到了更为一般的形式：

$$(R/S)_n = B \cdot n^H$$

期中  $R/S$  为重标极差， $n$  为时间增量， $B$  为常数， $H$  即为 Hurst 指数。对时间序列进行  $R/S$  分析时不必事先假定其分布情况，且分析结果的稳健性与分布形式无关。

#### 3.2 Hurst 指数算法

对于足够长的时间序列  $\{p_t\}$ （设序列长度为  $N$ ），将其分为长度为  $n$  的  $A$  个等长子区间；对于每个子区间，如第  $a$  个子区间（ $a=1,2,\dots,A$ ），令：

$$M_a = \frac{1}{n} \sum_{u=1}^n p_{u,a}, \quad (M_a \text{ 为区间 } a \text{ 内序列的均值})$$

$$S_a = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{u=1}^n (p_{u,a} - M_a)^2}, \quad (S_a \text{ 为区间 } a \text{ 内序列的标准差})$$

$$P_{t,a} = \sum_{u=1}^t (p_{u,a} - M_a), \quad (t=1,2,\dots,n), \quad (P_{t,a} \text{ 为区间 } a \text{ 内第 } t \text{ 个元素的累计离差})$$

$$R_a = \max(P_{t,a}) - \min(P_{t,a}), \quad (R_a \text{ 为子区间 } a \text{ 的极差})$$

我们称  $R_a/S_a$  为重标极差，令：

$$(R/S)_n = \frac{1}{A} \sum_{a=1}^A (R_a/S_a)$$

子区间长度  $n$  可变化，根据 Hurst 实证得到的公式：

$$(R/S)_n = Bn^H \quad (B \text{ 为常数}, H \text{ 即为 Hurst 指数}) \quad ①$$

对公式①两边取对数得：

$$\ln((R/S)_n) = \ln(B) + H \cdot \ln(n) \quad ②$$

根据  $n$  的不同取值对  $\ln((R/S)_n)$  及  $\ln(n)$  应用最小二乘法回归即可得到  $H$  值，即 Hurst 指数。

### 3.3 Hurst 指数的意义

- 当  $H = \frac{1}{2}$  时，时间序列为服从正态分布的随机游走，即标准布朗运动。
- 当  $\frac{1}{2} < H \leq 1$  时，时间序列具有长期记忆性，即未来增量与过去增量正相关；若前期时间序列是上升（下降）的，则未来序列继续上升（下降）的可能性较大。
- 当  $0 \leq H < \frac{1}{2}$  时，时间序列具有均值回复性，即未来增量与过去增量负相关；若前期时间序列是上升（下降）的，则未来序列下降（上升）的可能性较大。

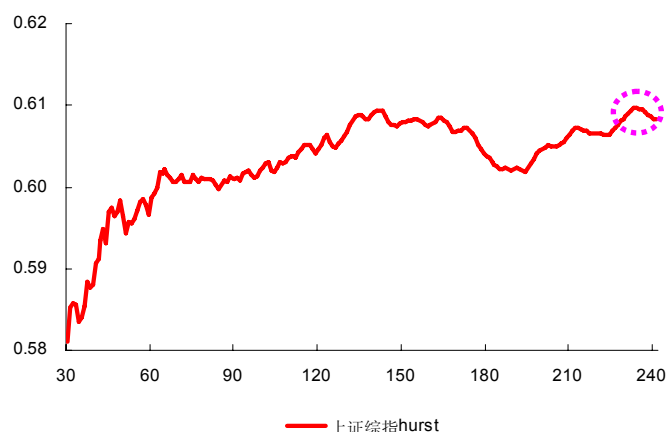
## 4、Hurst 指数在 A 股市场的应用

### 4.1 A 股市场的长期记忆长度

我们首先考察上证综指及深成指的平均循环周期，即长期记忆长度。所谓长期记忆长度，即当  $\frac{1}{2} < H \leq 1$  时序列呈现出长期记忆性，而该记忆长度是有界的；假设记忆长度为  $m$ ，则当  $n > m$  时序列的记忆将会减弱直至消失，进而用  $R/S$  法计算得到的 Hurst 指数处于被低估的状态。在  $R/S$  分析过程中，伴随着  $n$  的不断增大，将出现 Hurst 指数的峰值，此时的  $n$  可认为是序列的平均循环周期。

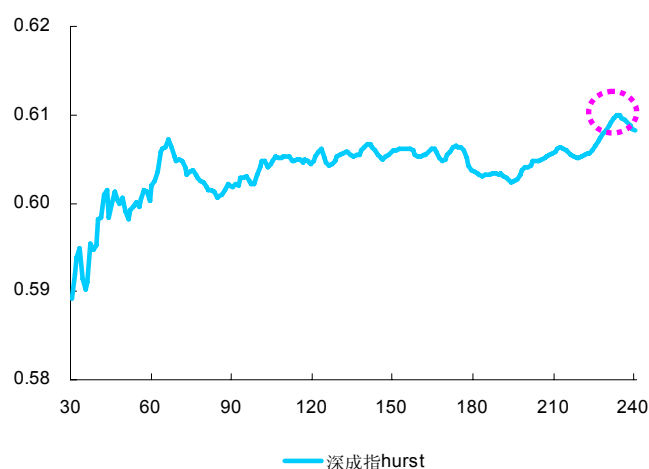
我们利用 3.2 中的算法对上证综指及深成指的 Hurst 指数进行计算，数据样本我们选择 1997 年 1 月 3 日至 2010 年 6 月 1 日标的指数的日收益率数据（对数收益率）。我们看到上证综指及深成指的 Hurst 指数峰值均出现在  $n=233$  的位置，对应的 Hurst 指数均为 0.61，表明 A 股市场具有长期记忆性。我们可以认为沪深两市的平均循环周期为 233 个交易日。

图 7：上证综指  $R/S$  分析-平均循环周期



资料来源：国都证券研究所

图 8：深成指  $R/S$  分析-平均循环周期



资料来源：国都证券研究所

### 4.2 利用 Hurst 指数进行市场择时

局部 Hurst 指数（Local Hurst Exponent）可以反映一段时间内股票市场的情绪波动，进而为投资者研判市场运行方向提供一定参考。



我们计算了 1999 年初至今上证综指及深成指 Local Hurst 指数，如图 9、10 所示，图中  $E(H)$  为 Hurst 指数的期望值。 $E(H)$  的算法与  $H$  的算法类似，即对  $\ln\{E[(R/S)_n]\}$  及  $\ln(n)$  应用最小二乘法回归求得。对于  $E[(R/S)_n]$  的计算我们采用 Peters 的方法：

$$E[(R/S)_n] = ((n-0.5)/n) \cdot (n\pi/2)^{-0.5} \cdot \sum_{r=1}^{n-1} \sqrt{(n-r)/r}$$

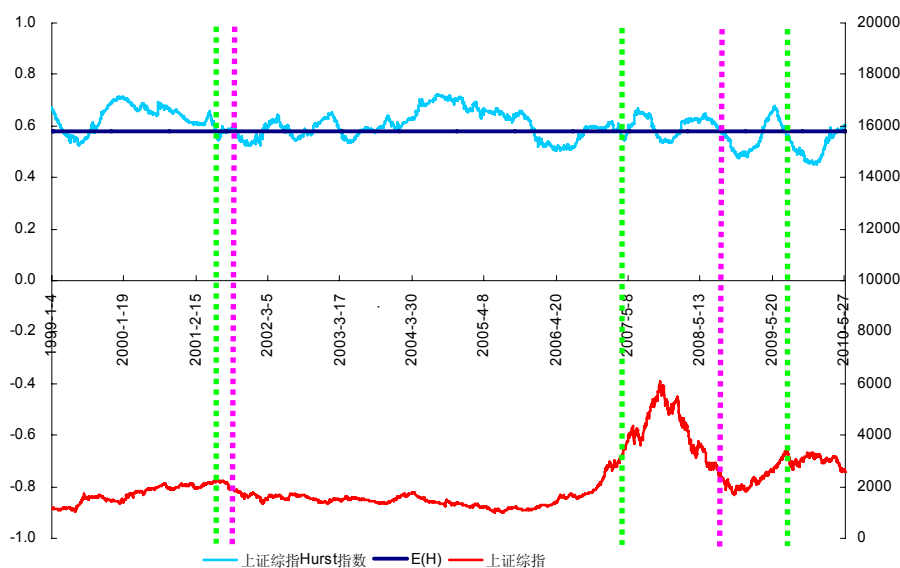
我们设计如下择时投资策略：

- 发出“买入”指令时，全仓买入市场指数。
- 发出“卖出”指令时，空仓市场指数。
- Local Hurst 指数连续 5 个交易日低于  $E(H)$ ，且此时市场指数较 233 个交易日前表现为上涨；若此时处于满仓状态，则于第 6 个交易日发出“卖出”指令；若此时处于空仓状态，则不进行操作。
- Local Hurst 指数连续 5 个交易日高于  $E(H)$ ，且此时市场指数较 233 个交易日前表现为下跌；若此时处于空仓状态，则于第 6 个交易日发出“买入”指令；若此时处于满仓状态，则不进行操作。

我们于 1999 年 1 月 4 日全仓买入市场指数，并根据上述择时策略进行投资。由图 9 和图 10 我们看到，1999 年初至今，上证综指共发出 3 次“卖出”信号，2 次“买入”信号；深成指共发出 4 次“卖出”信号，3 次“买入”信号。

1999 年初至最近一次发出指令日（上证综指为 2009 年 7 月 29 日，深成指为 2009 年 8 月 6 日，皆为“卖出”指令），上证综指的累积收益率为 190.14%，利用择时策略买卖上证综指获得的累积收益率为 403.44%；深成指的累积收益率为 367.30%，利用择时策略买卖深成指获得的累积收益率则达到了异常可观的 1820.37%。Local Hurst 指数择时策略取得了非常理想的效果。该策略目前处于空仓状态。

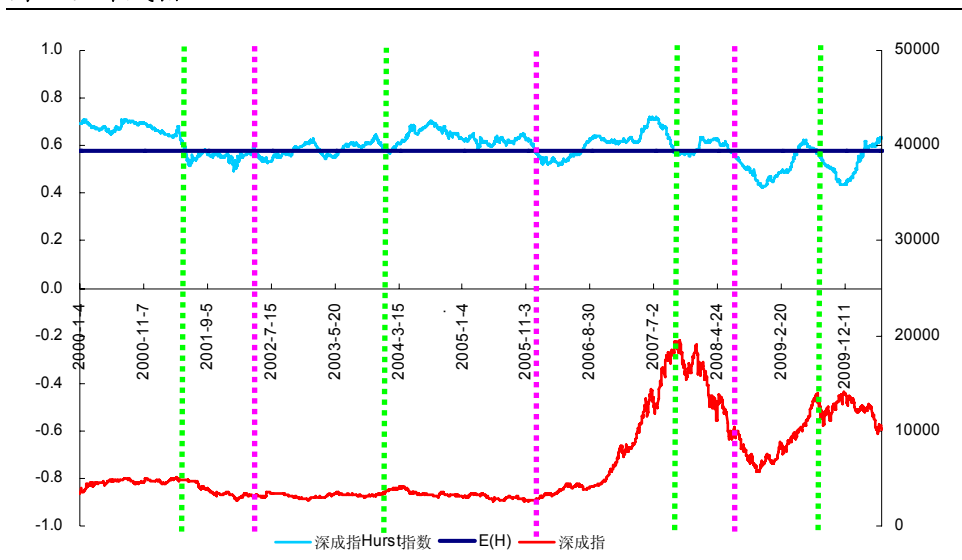
图 9：上证综指-Local Hurst



数据来源：国都证券研究所

注：绿色虚线表示卖出信号；紫色虚线表示买入信号

图 10: 深成指-Local Hurst



数据来源: 国都证券研究所

注: 绿色虚线表示卖出信号; 紫色虚线表示买入信号

### 4.3 A 股市场的分形维

股市的分形维  $D_S = 2 - H$ , ( $H$  为 Hurst 指数),  $D_S$  为介于 1 和 2 之间的实数。当  $D_S = 1.5$  时, 时间序列为随机游走; 当  $1 < D_S < 1.5$  时, 表明序列的光滑度介于直线和随机游走之间; 当  $1.5 < D_S < 2$  时, 表明序列较随机游走更为粗糙。

目前上证综指和深成指的 Local Hurst 指数分别为 0.60 和 0.63, 对应的分形维分别为 1.4 和 1.37, 表明目前我国 A 股市场分形结构较为稳定, 未来市场或将延续前期走势, 即存在继续下探的可能。

## 5、结论

- 分形市场理论强调市场流动性及投资期限对投资者市场行为的影响, 更加贴近实际资本市场。我国 A 股市场的日收益率并不服从正态分布, 而是呈现出尖峰及左偏的统计特征。相对于传统的有效市场理论, 分形市场理论更加适合描述现实中的资本市场。
- 我国 A 股市场具有长期记忆性, 长期记忆长度为 233 天。我们利用  $R/S$  法对沪深两市股指序列进行分析。我们看到上证综指及深成指的 Hurst 指数峰值均出现在  $n=233$  的位置, 对应的 Hurst 指数均为 0.61, 表明 A 股市场具有长期记忆性。我们可认为沪深两市的平均循环周期为 233 个交易日。
- 利用 Local Hurst 指数择时策略可以大幅战胜市场。1999 年初至最近一次发出指令日 (上证综指为 2009 年 7 月 29 日, 深成指为 2009 年 8 月 6 日, 皆为“卖出”指令), 上证综指的累积收益率为 190.14%, 利用择时策略买卖上证综指获得的累积收益率为 403.44%; 深成指的累积收益率为 367.30%, 利用择时策略

买卖深成指获得的累积收益率则达到了异常可观的 1820.37%。Local Hurst 指数择时策略取得了非常理想的效果。该策略目前处于空仓状态。Local Hurst 指数择时策略较适合长期投资者。

- **市场或将继续下探。**目前上证综指和深成指的 Local Hurst 指数分别为 0.60 和 0.63，对应的分形维分别为 1.4 和 1.37，表明目前我国 A 股市场分形结构较为稳定，未来市场或将延续前期走势，即存在继续下探的可能。

## 国都证券投资评级

国都证券行业投资评级的类别、级别定义		
类别	级别	定义
短期 评级	推荐	行业基本面向好, 未来6个月内, 行业指数跑赢综合指数
	中性	行业基本面稳定, 未来6个月内, 行业指数跟随综合指数
	回避	行业基本面向淡, 未来6个月内, 行业指数跑输综合指数
长期 评级	A	预计未来三年内, 该行业竞争力高于所有行业平均水平
	B	预计未来三年内, 该行业竞争力等于所有行业平均水平
	C	预计未来三年内, 该行业竞争力低于所有行业平均水平

国都证券公司投资评级的类别、级别定义		
类别	级别	定义
短期 评级	强烈推荐	预计未来6个月内, 股价涨幅在15%以上
	推荐	预计未来6个月内, 股价涨幅在5-15%之间
	中性	预计未来6个月内, 股价变动幅度介于±5%之间
	回避	预计未来6个月内, 股价跌幅在5%以上
长期 评级	A	预计未来三年内, 公司竞争力高于行业平均水平
	B	预计未来三年内, 公司竞争力与行业平均水平一致
	C	预计未来三年内, 公司竞争力低于行业平均水平

### 免责声明

本报告中的信息均来源于公开资料或国都证券研究所研究员实地调研所取得的信息, 国都证券研究所及其研究员不对这些信息的准确性与完整性做出任何保证。国都证券及其关联机构可能持有报告所涉及的证券品种并进行交易, 也有可能为这些公司提供相关服务。本报告中所有观点与建议仅供参考, 投资者据此操作, 风险自负。

### 国都证券研究员及其研究行业一览表

研究员	研究领域	E-mail	研究员	研究领域	E-mail
许维鸿	研究管理 宏观领域	xuweihong@guodu.com	王明德	研究管理、农业、食品饮料	wangmingde@guodu.com
李元	机械、电力设备	liyuan@guodu.com	巩俊杰	交通运输	gongjunjie@guodu.com
张翔	首席策略分析师	zhangxiang@guodu.com	吴煊	策略研究	wuxuan@guodu.com
徐文峰	基础化工	xuwenfeng@guodu.com	邓婷	金融	dengting@guodu.com
邹文军	房地产	zouwenjun@guodu.com	徐昊	农业、食品饮料	xuhao@guodu.com
徐才华	机械-汽车及零部件	xucaihua@guodu.com	夏茂胜	商业、纺织服装	xiaomaosheng@guodu.com
姜瑛	IT	jiangying@guodu.com	潘蕾	医药行业	panlei@guodu.com
曹源	策略研究、传媒	caoyuan@guodu.com	王招华	钢铁行业	wangzhaohua@guodu.com
刘芬	机械	liufen@guodu.com	刘斐	煤炭	liufei@guodu.com
王京乐	家电、旅游	wangjingle@guodu.com	鲁儒敏	电力	lurumin@guodu.com
汪立	造纸	wangli@guodu.com	傅浩	建材	fuhao@guodu.com
肖世俊	有色、新能源	xiaoshijun@guodu.com	陈薇	衍生产品、金融工程	chenwei@guodu.com
苏昌景	基金研究、债券研究	suchangjing@guodu.com	冯翔	宏观研究、债券研究	fengxiang@guodu.com
李春艳	基金联络	lichunyan@guodu.com			