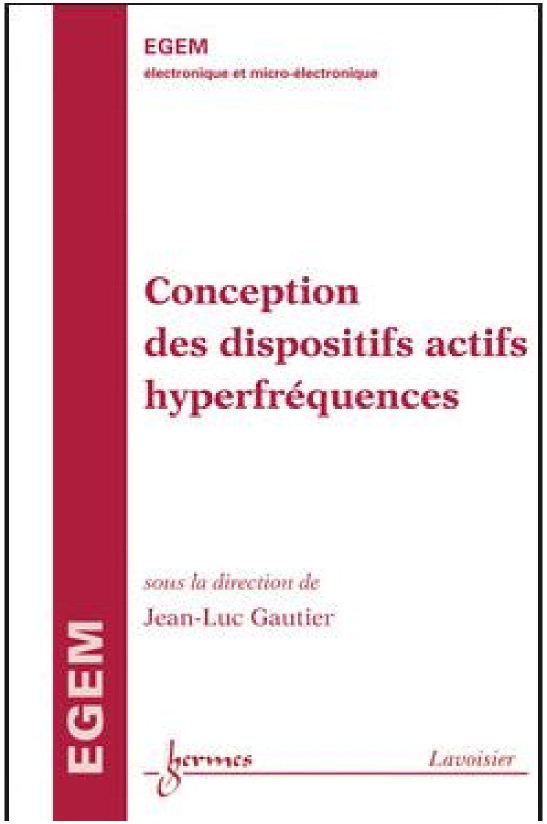
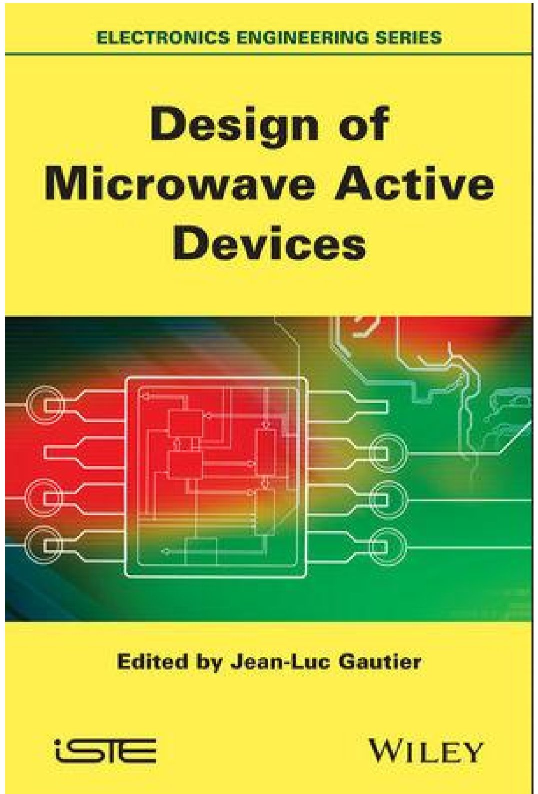
- Design RF -
Conception de circuits RF et microondes

Référence bibliographique





- Plan du cours

Dispositifs linéaires : (Sébastien Quintanel)

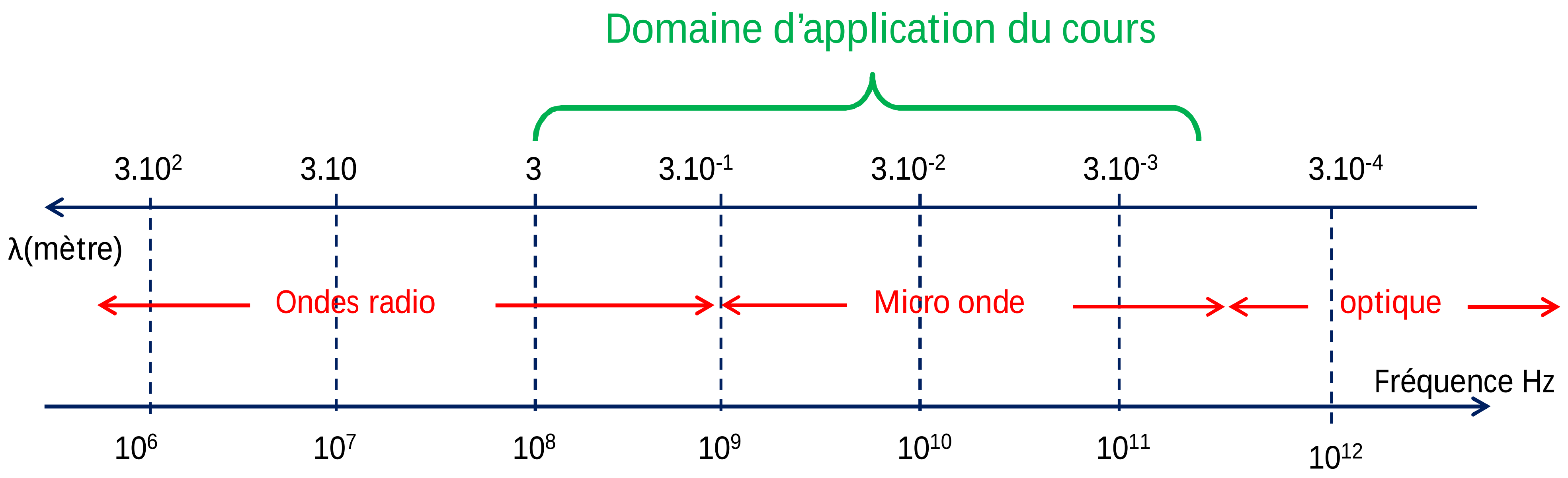
- ❑ Théorie des multipôles linéaires
  - méthodes générales
  - Quadripôles
  - octopôles et hexapôles
- ❑ Amplificateurs linéaires
  - critères et méthodes de conception
  - application à l'amplificateur faible bruit
- ❑ TD (4h) → outils de CAO ADS
  - conception d'un filtre passe bas
  - amplificateur bande étroite
- ❑ TP de synthèse (8H)
  - conception d'un LNA large bande

Circuits non linéaires : (Cédric Duperrier)

- ❑ Amplificateur de puissance
- ❑ Oscillateurs
- ❑ TD (3 séances → outils de CAO ADS
  - Classes de fonctionnement
  - Oscillateurs
- ❑ TP de synthèse (8H)
  - synthèse d'un amplificateur de puissance

- Introduction

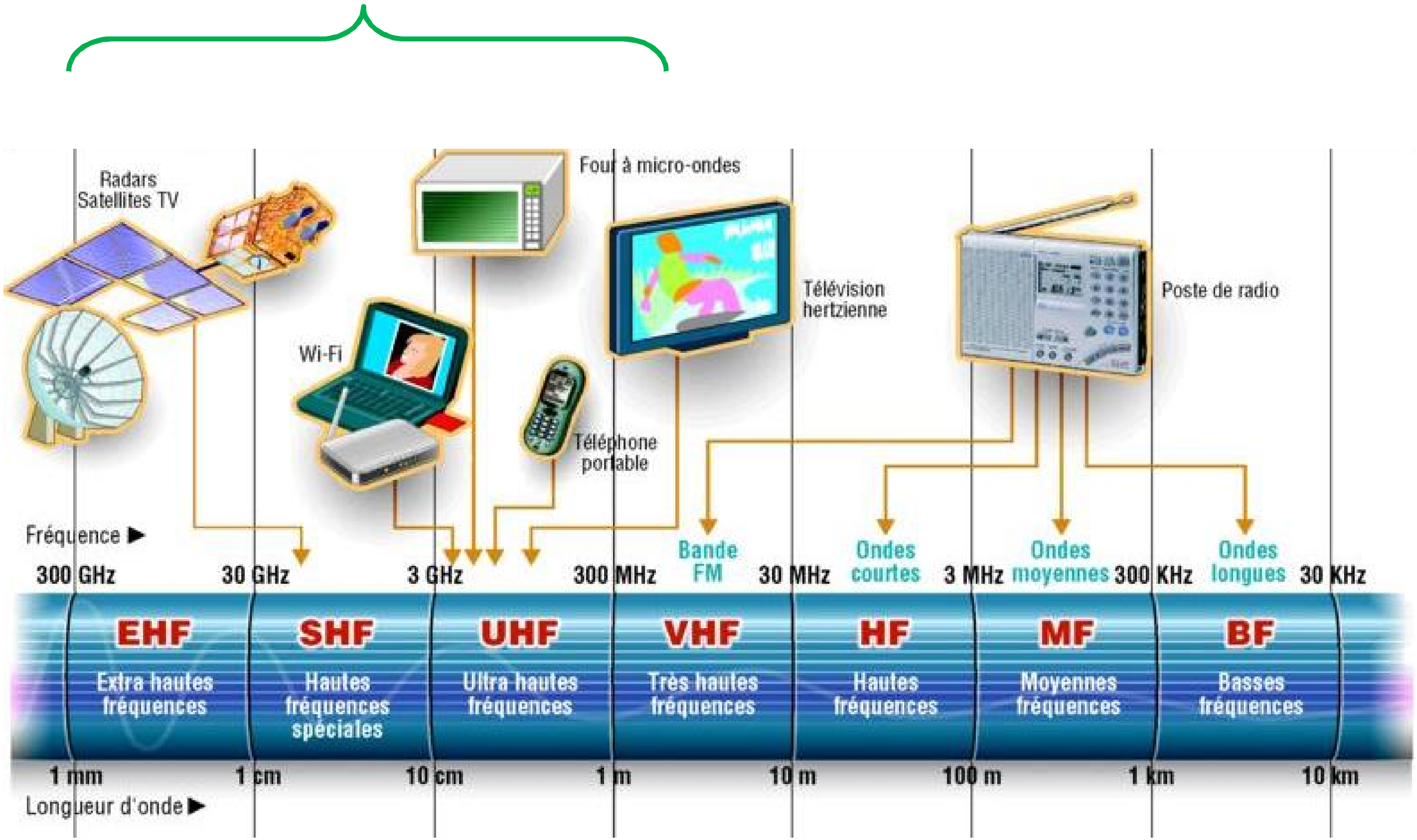
❑ Aux fréquences RF et micro-ondes : les dimensions des circuits ne sont plus négligeables devant les longueurs d'ondes associées



- ➢ prise en compte des phénomènes de propagation
- ➢ éléments à constantes localisées deviennent à constantes réparties
- ➢ matrice classique Y et Z ne sont plus adaptées pour la caractérisations des dispositifs
  - Court Circuit (CC), Circuit Ouvert (CO) et plan de référence difficiles à maitriser
  - Présenter un CO ou un CC à l'un des accès peut rendre instable le dispositif
- ➢ introductions des paramètres S, mieux adaptés à ces fréquences

Les dispositifs seront considérés comme des multipôles

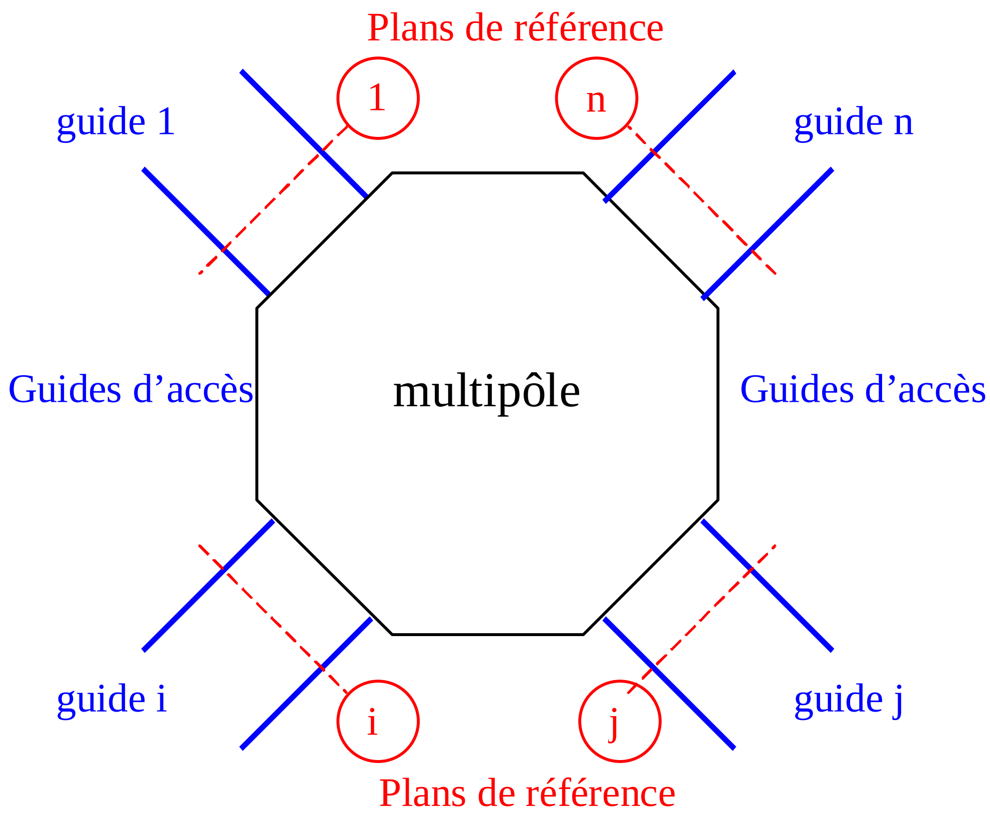
- Domaine d’application



I - Multipôles linéaires

Multipôles linéaires

- n guides d'accès
- Fonctionnement monomode
- Plan de référence sur chaque accès
- Pas de source indépendante dans le multipôle
- Fonctionnement linéaire du multipôle (faible niveau de signal)



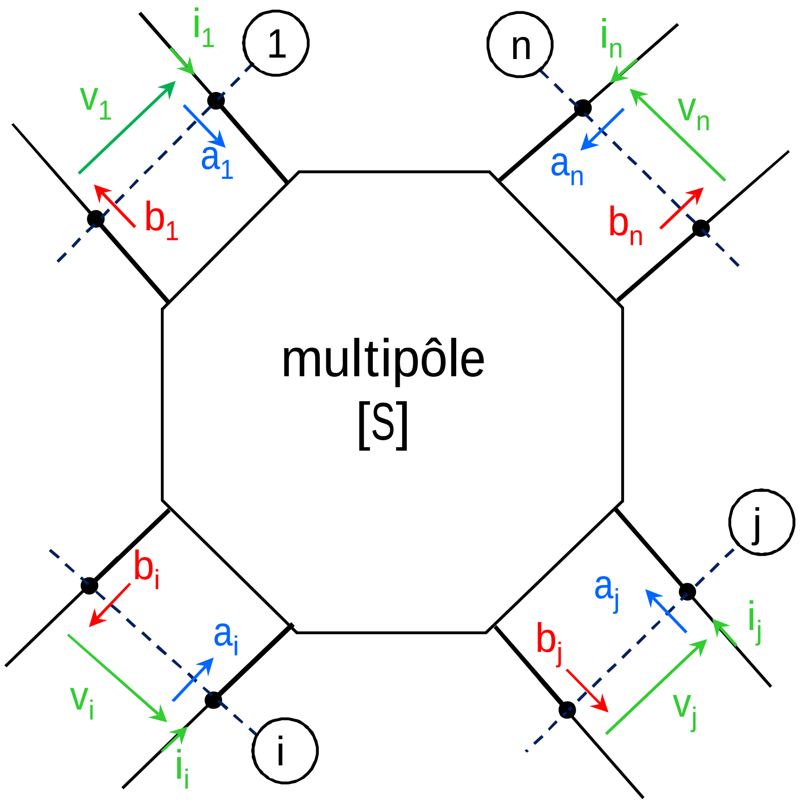
Matrice de répartition (Paramètres S)

Ondes incidentes et réfléchies à chaque accès

(Z_{0j} est l'impédance de normalisation du port j)

$$a_j = \frac{V_j + Z_{0j} I_j}{2\sqrt{\Re e\left(Z_{0j}\right)}} \qquad b_j = \frac{V_j - Z_{0j}^{*} I_j}{2\sqrt{\Re e\left(Z_{0j}\right)}}$$

Rem : La dimension de ces paramètres a et b est une racine carrée de puissance



$$\begin{pmatrix} b_1 \\ . \\ b_i \\ . \\ b_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S_{11} & . & S_{1j} & . & S_{1n} \\ . & . & . & . & . \\ S_{i1} & . & S_{ii} & . & S_{in} \\ . & . & . & . & . \\ S_{n1} & . & S_{nj} & . & S_{nn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_1 \\ . \\ a_i \\ . \\ a_n \end{pmatrix}$$

Vecteur des ondes réfléchies

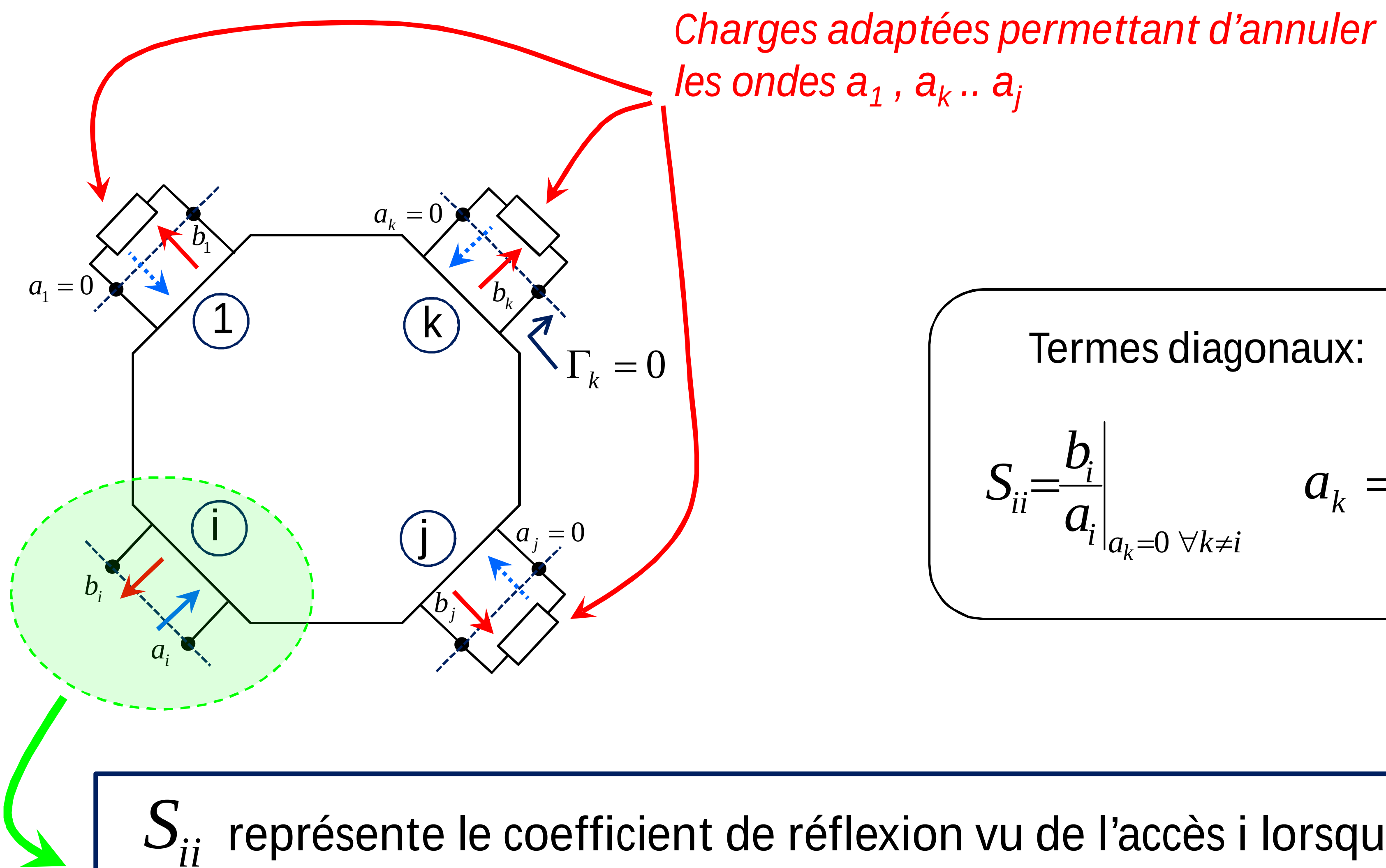
Vecteur des ondes incidentes

$$\boxed{\mathbf{b} = \mathbf{S.a}}$$

Expression en dB ⇨ $\mathrm{dB}(S_{ij})=20*\log(|S_{ij}|)$

Matrice de répartition

Signification physique des paramètres S



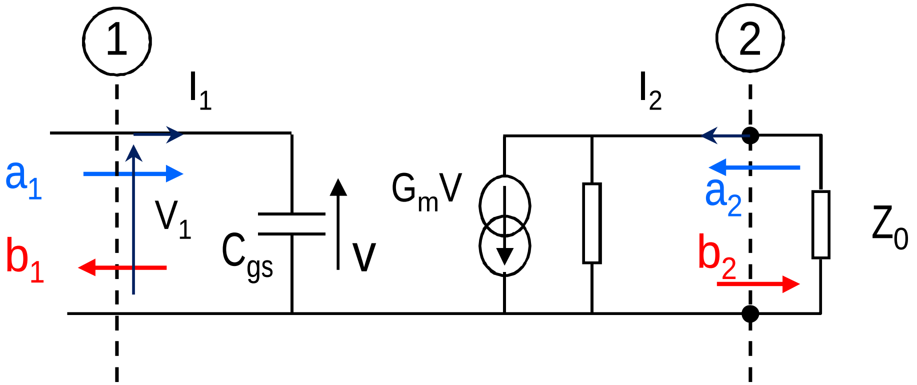
Termes diagonaux:

$$S_{ii} = \left.\frac{b_i}{a_i}\right|_{a_k=0\ \forall k\neq i} \qquad a_k = 0 \quad \forall b_k$$

S_{ii} représente le coefficient de réflexion vu de l'accès i lorsque tous les autres accès sont fermés par une charge adaptée

Matrice de répartition *Exemple avec un quadripôle :*

*Calcul de S_{11} pour une impédance de référence Z_0=50**Ω***



Fermeture par Z_o pour annuler a_2

$$\begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix}$$

$$b_1 = S_{11}a_1 + S_{12}a_2$$

$$S_{11} = \left.\frac{b_1}{a_1}\right|_{a_2=0}$$

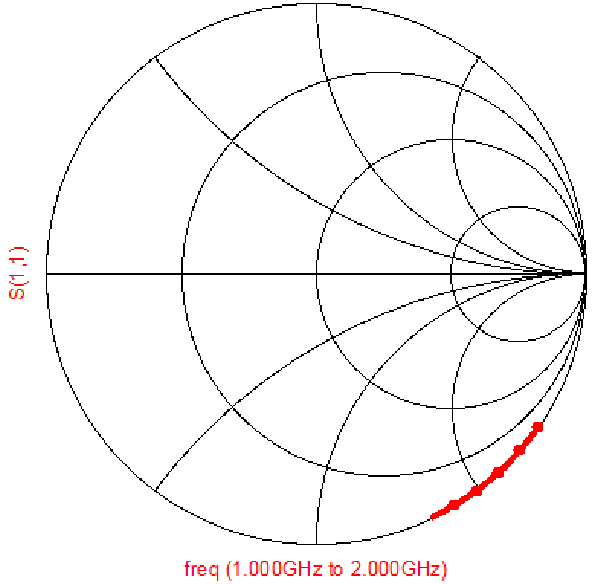
$$\left.\begin{aligned} a_1 &= \frac{V_1 + Z_0 I_1}{2\sqrt{Z_0}} \\ b_1 &= \frac{V_1 - Z_0 I_1}{2\sqrt{Z_0}} \\ V_1 &= Z_{Cgs} I_1 \end{aligned}\right\} \Rightarrow$$

$$S_{11} = \frac{b_1}{a_1} = \frac{Z_{Cgs} - Z_0}{Z_{Cgs} + Z_0} = \frac{1 - jZ_0 C_{gs}\omega}{1 + jZ_0 C_{gs}\omega}$$

$$|S_{11}| = 1$$

$$phase(S_{11}) = -2\,\mathbf{arctan}(Z_0 C_{gs}\omega)$$

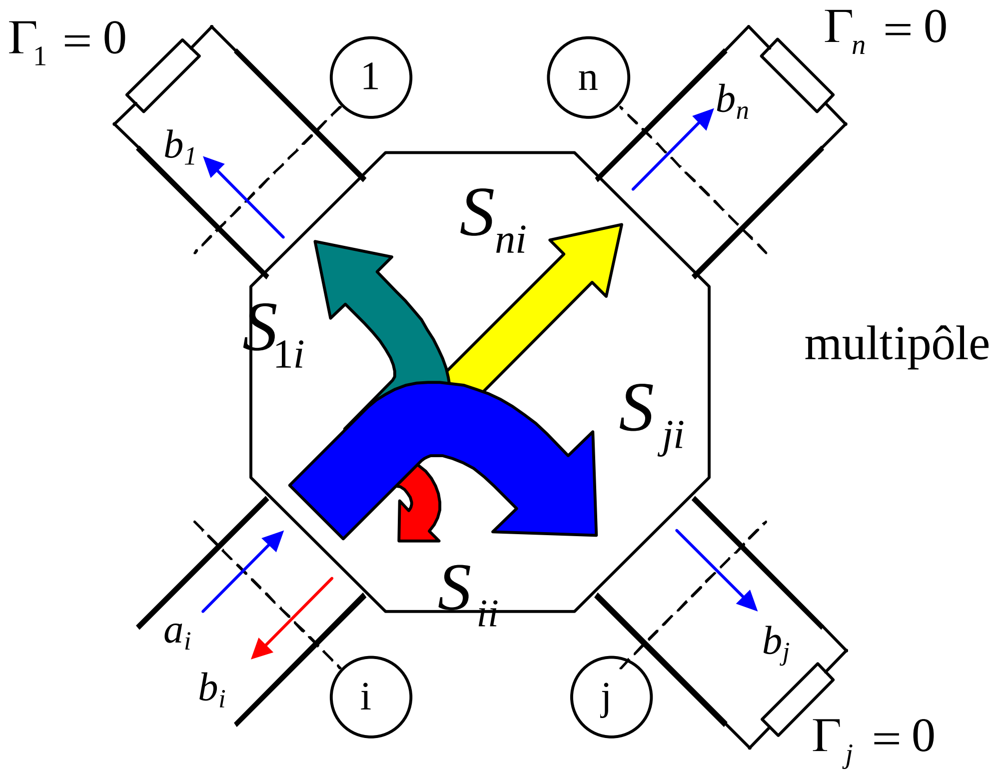
C_{gs}=1pF



Matrice de répartition

Signification physique des paramètres S

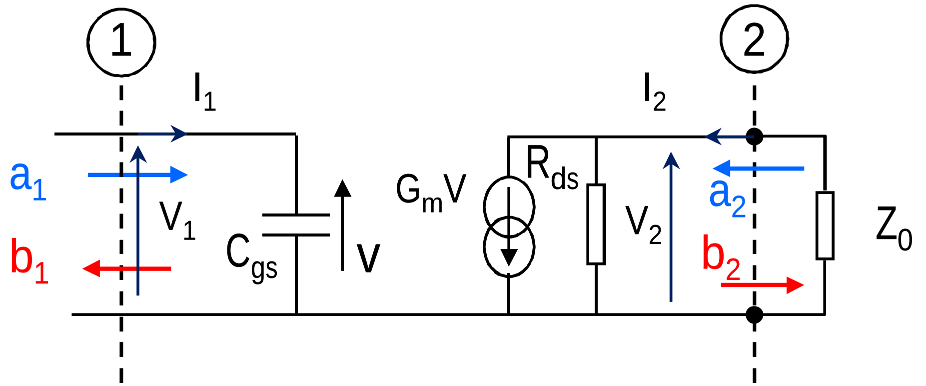
Termes non diagonaux: $S_{ji} = \left.\dfrac{b_j}{a_i}\right|_{a_k=0\ \forall k\neq i}$



S_{ji} représente le coefficient de transmission de l'accès i vers l'accès j lorsque tous les autres accès sont fermés par une charge adaptée

Exemple avec un quadripôle :

Calcul de S_{21} pour une impédance de référence Z_0=50Ω



Fermeture par Z_o pour annuler a_2

$$\begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} \Rightarrow b_2 = S_{21}a_1 + S_{22}a_2 \Rightarrow S_{21} = \left.\frac{b_2}{a_1}\right|_{a_2=0}$$

$$\left.\begin{aligned} b_2 &= \frac{V_2 - Z_0 I_2}{2\sqrt{Z_0}} \\ a_1 &= \frac{V_1 + Z_0 I_1}{2\sqrt{Z_0}} \end{aligned}\right\} S_{21} = \frac{V_2 - Z_0 I_2}{V_1 + Z_0 I_1} = \frac{2V_2}{V_1\left(1 + \dfrac{Z_0}{Z_{Cgs}}\right)}$$

$$I_2 = \frac{-V_2}{Z_0}$$

$$I_1 = \frac{V_1}{Z_{Cgs}}$$

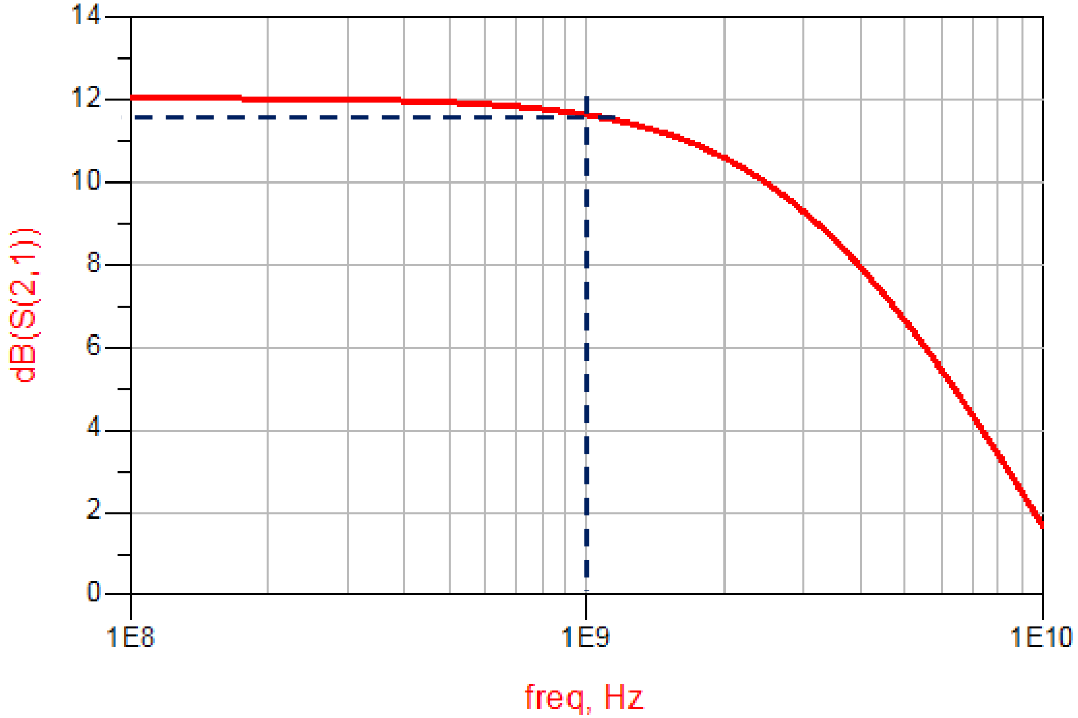
On a aussi $V_2 = -(R_{ds} \mathbin{//} Z_0) G_m V_1$

$$S_{21} = \frac{-2G_m(R_{ds} // Z_0)}{1+\frac{Z_0}{Z_{Cgs}}} = \frac{-2G_m(R_{ds} // Z_0)}{1+jZ_0C_{gs}\omega} \Rightarrow |S_{21}| = \frac{2G_m(R_{ds} // Z_0)}{\sqrt{1+(Z_0C_{gs}2\pi f)^2}}$$

A.N : @ 1GHz avec C_{gs}=1pF
Rds=200Ω et G_m=50mS

$$\Rightarrow \quad |S_{21}| = 3.82$$

$$|S_{21}|_{dB} = 20.\log(3.82) = 11.63dB$$

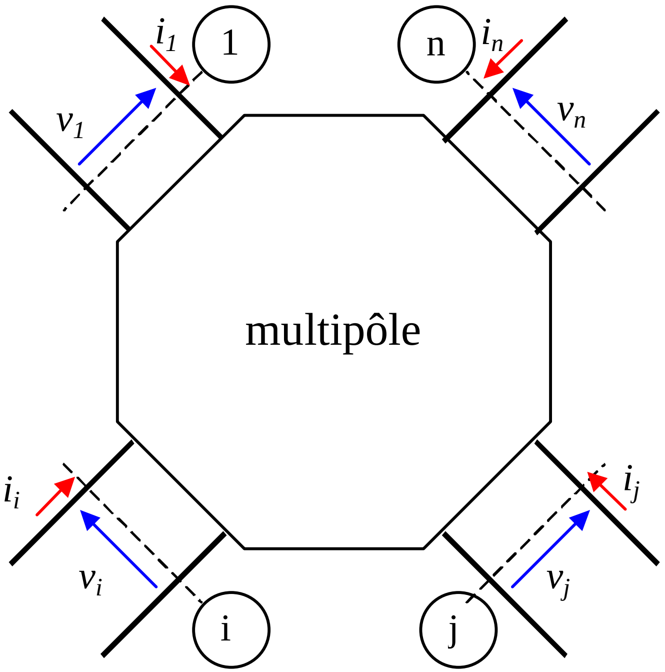


Matrice impédance et admittance

Tensions et courants normalisés ou non normalisés

Grandeurs non normalisés existent si le mode de propagation du guide d'accès est un mode TEM (ou quasiTEM)

Existence d'une impédance caractéristique pour l'accès i $\boxed{Z_{0i}}$



Normalisation: $v_i = \dfrac{V_i}{\sqrt{Z_{0i}}}$ $\quad i_i = I_i \sqrt{Z_{0i}}$

Vecteur des tensions normalisées ou non: $\mathbf{v} = \begin{pmatrix} v_1 \\ . \\ v_i \\ . \\ v_n \end{pmatrix}$ $\mathbf{V} = \begin{pmatrix} V_1 \\ . \\ V_i \\ . \\ V_n \end{pmatrix}$

Vecteur des courants normalisés ou non : $\mathbf{i} = \begin{pmatrix} i_1 \\ . \\ i_i \\ . \\ i_n \end{pmatrix}$ $\mathbf{I} = \begin{pmatrix} I_1 \\ . \\ I_i \\ . \\ I_n \end{pmatrix}$

Matrice impédance et admittance

Matrices impédances: $\mathbf{v=z.i}$ $\mathbf{V=Z.I}$

$$\mathbf{z}=\begin{pmatrix} z_{11} & . & z_{1j} & . & z_{1n} \\ . & . & . & . & . \\ z_{i1} & . & z_{ii} & . & z_{in} \\ . & . & . & . & . \\ z_{n1} & . & z_{nj} & . & z_{nn} \end{pmatrix}$$

z_{ji} représente une impédance normalisée (ou non) lorsque tous les accès différents de i sont fermés par des circuits ouverts

$i=j$ impédance au sens ordinaire $i \neq j$ impédance de transfert

Matrices admittances: $\mathbf{i=y.v}$ $\mathbf{I=Y.V}$

$$\mathbf{y}=\begin{pmatrix} y_{11} & . & y_{1j} & . & y_{1n} \\ . & . & . & . & . \\ y_{i1} & . & y_{ii} & . & y_{in} \\ . & . & . & . & . \\ y_{n1} & . & y_{nj} & . & y_{nn} \end{pmatrix}$$

y_{ji} représente une admittance normalisée ou non lorsque tous les accès différents de i sont fermés par des court-circuits

Matrice impédance et admittance

Relations de dénormalisation

Matrice impédance

$$\underbrace{\begin{pmatrix} V_1 \\ . \\ V_i \\ . \\ V_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sqrt{Z_{01}} & . & 0 & . & 0 \\ . & . & . & . & . \\ 0 & . & \sqrt{Z_{0i}} & . & 0 \\ . & . & . & . & . \\ 0 & . & 0 & . & \sqrt{Z_{0n}} \end{pmatrix}}_{\text{Matrice A}} \begin{pmatrix} v_1 \\ . \\ v_i \\ . \\ v_n \end{pmatrix}$$

$$\left.\begin{array}{l} V = A.v \\ V = Z.I \end{array}\right\} \Rightarrow A.v = Z.I$$

$$\left.\begin{array}{l} v = z.i \Rightarrow Av = A.z.i \\ I = A^{-1}.i \Rightarrow Z.I = Z.A^{-1}.i \end{array}\right\} \Rightarrow A.z.i = Z.A^{-1}.i$$

$$\Rightarrow Z = AzA$$

$$\Rightarrow \boxed{Z_{ij} = \sqrt{Z_{0i}.Z_{0j}}\ .z_{ij}}$$

Matrice admittance

$$Y = A^{-1}.y.A^{-1} \Rightarrow \boxed{Y_{ij} = \frac{y_{ij}}{\sqrt{Z_{0i}.Z_{0j}}}}$$

Relations entre les matrices S, z et y

Cas d' impédances Z_{0i} réelles $\Rightarrow$ $a_i = \dfrac{V_i + R_{0i} I_i}{2\sqrt{R_{0i}}}$ *et* $b_i = \dfrac{V_i - R_{0i} I_i}{2\sqrt{R_{0i}}}$

À l'accès i on peut écrire (tension courant normalisé) $\Rightarrow$

$$\boxed{\begin{aligned} v_i &= a_i + b_i \\ i_i &= a_i - b_i \end{aligned}}$$

Ecriture matricielle pour chaque accès :

$$\mathbf{v} = \mathbf{a} + \mathbf{b}$$
$$\mathbf{i} = \mathbf{a} - \mathbf{b}$$

__Pour la matrice impédance__

$$v = a + b = a + Sa = (1 + S).a$$
$$v = z.i = z(a - b) = z(a - S.a) = z(1 - S).a$$

(1 est la matrice identité)

$$\boxed{z = (1 + S)(1 - S)^{-1}}$$

$$\boxed{S = (z - 1)(z + 1)^{-1}}$$

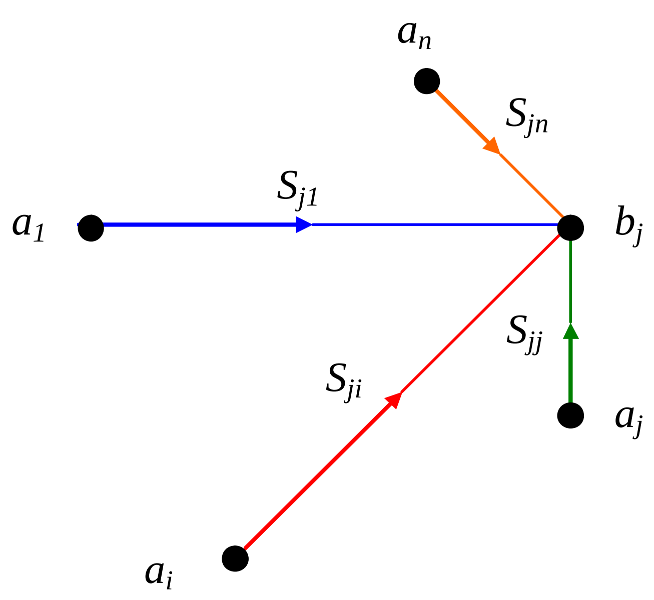
__Pour la matrice admittance__

$$\boxed{y = (1 - S)(1 + S)^{-1}}$$

$$\boxed{S = (1 - y)(1 + y)^{-1}}$$

Représentation avec les graphes de fluences

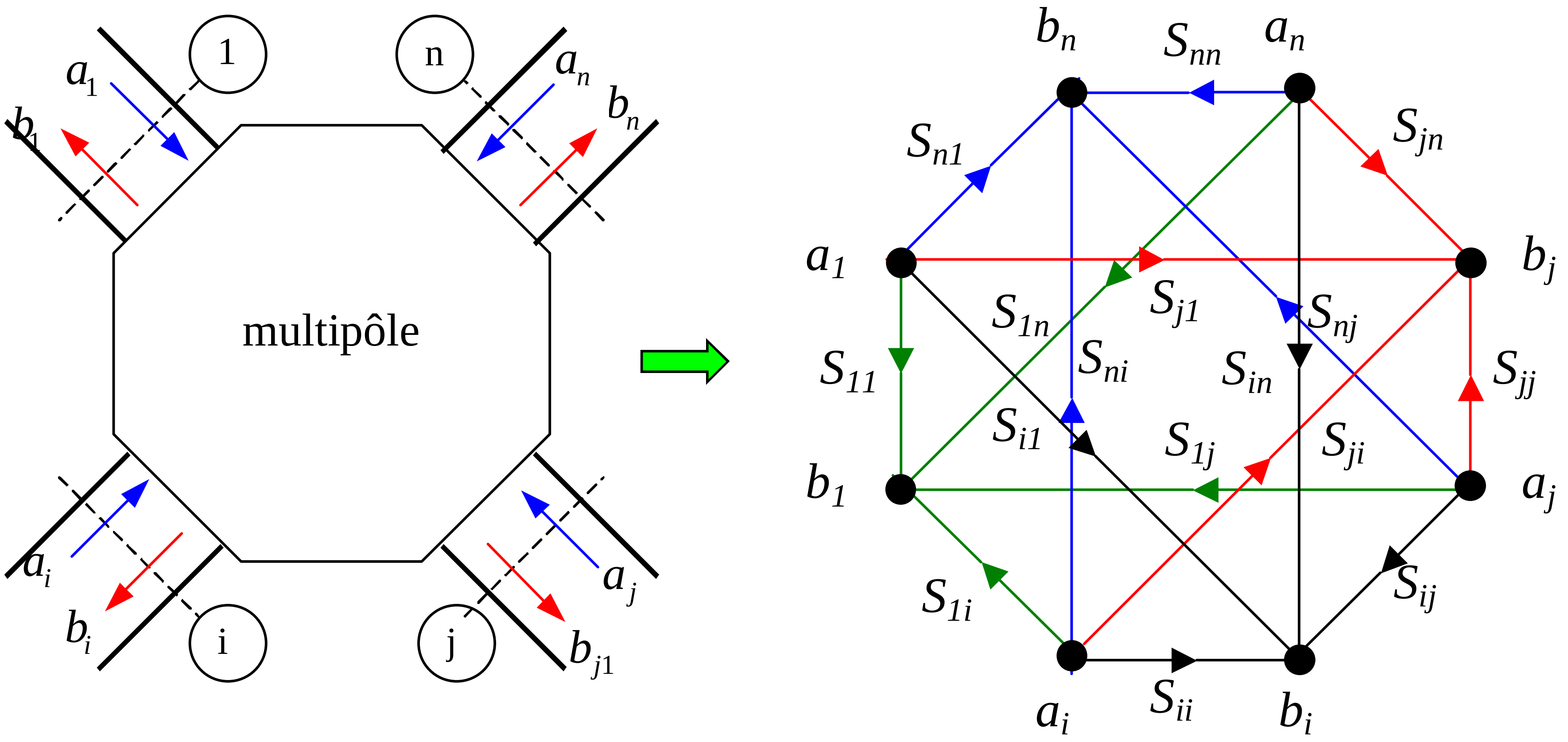
- Représentation d'un ensemble de relations linéaires
- Variables représentées par des noeuds
- Relations représentées par des chemins orientés associés à un gain
- Variables dépendantes ou indépendantes
- Orientation du chemin de la variable indépendante vers la variable dépendante



$$b_j = S_{j1}a_1 + ... + S_{ji}a_i + ... + S_{jj}a_j + ... + S_{jn}a_n$$

Représentation avec les graphes de fluences

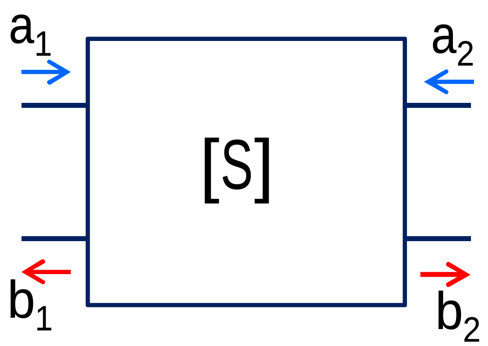
- Représentation d'un multipôle
- Variables indépendantes: ondes entrantes
- Variables dépendantes: ondes sortantes



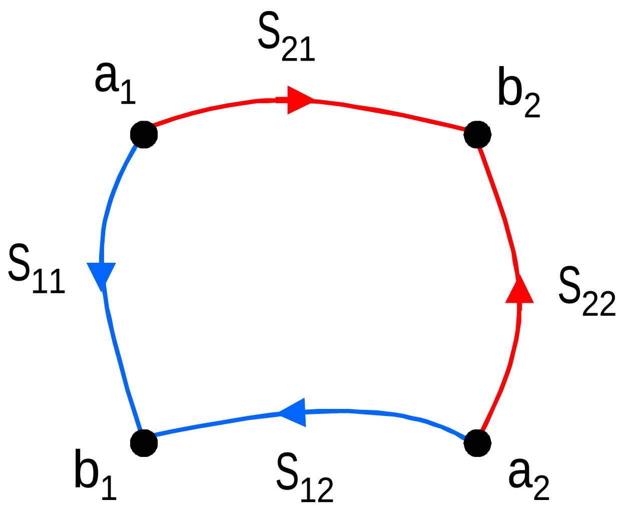
$$\boxed{\mathbf{b} = \mathbf{S.a}}$$

Représentation avec les graphes de fluences

EX : Quadripôle

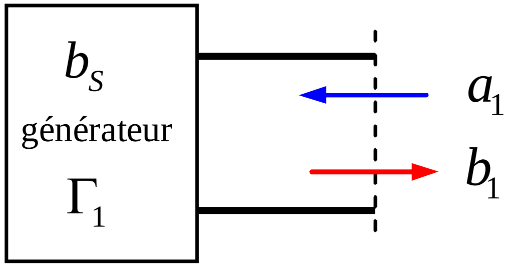


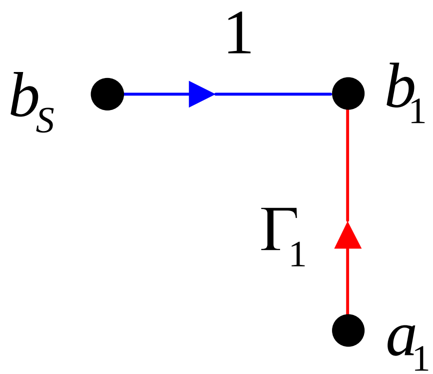
$$\begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix}$$



Représentation avec les graphes de fluences

- Représentation d'un dipôle générateur





$$b_1 = b_S + \Gamma_1 a_1$$

$$b_S = b_1\big|_{a_1=0}$$

Onde sortant du générateur fermé par une charge adaptée
(Onde interne du générateur)

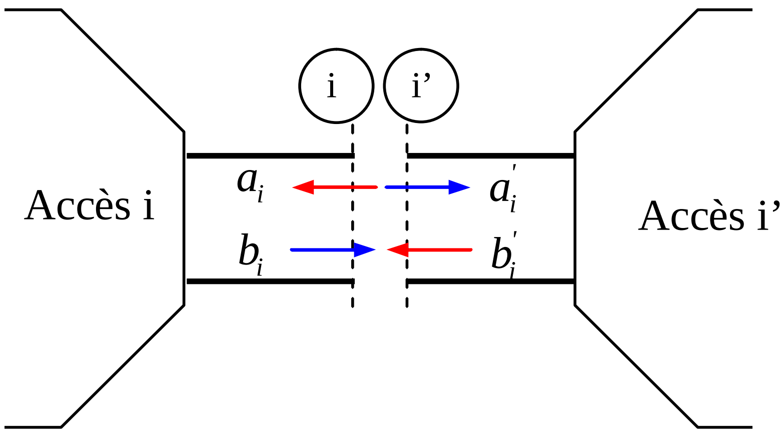
$$\Gamma_1 = \frac{b_1}{a_1}\bigg|_{b_S=0}$$

Coefficient de réflexion du générateur lorsque l'onde interne est nulle
Coefficient de réflexion interne du générateur

Nouvelle représentation complémentaire de Thévenin et Norton

Association de graphes de fluence

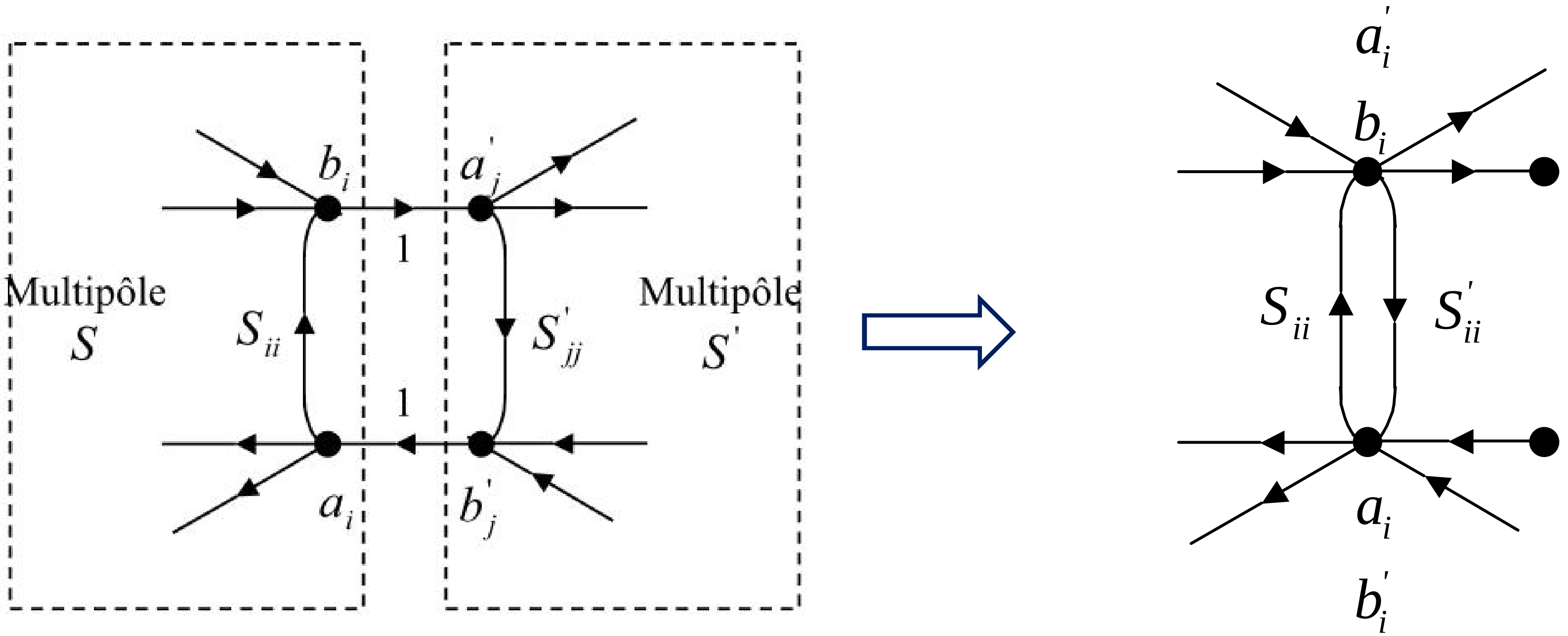
- Connexion de deux multipôles
- Guides d’accès identiques et plans de référence confondus



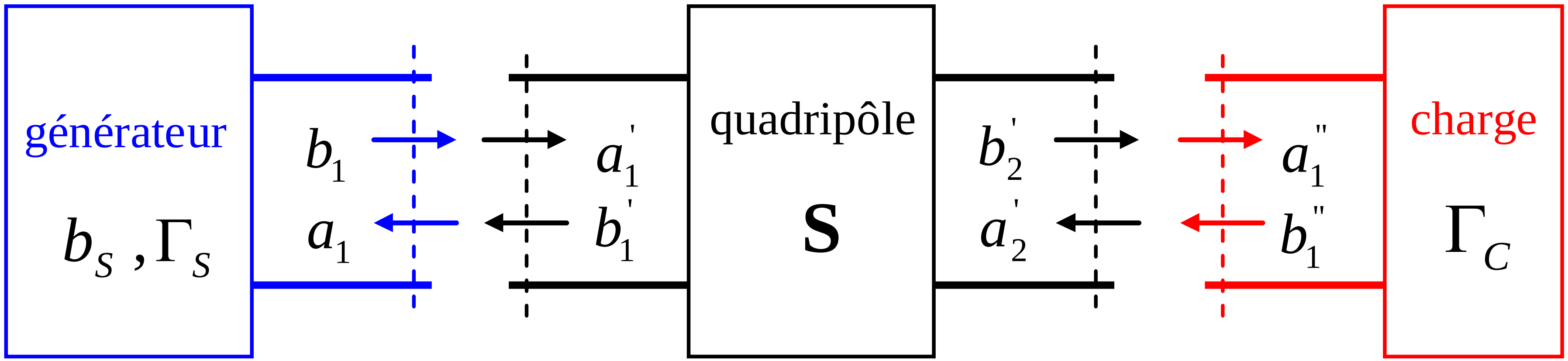
Conditions de continuité

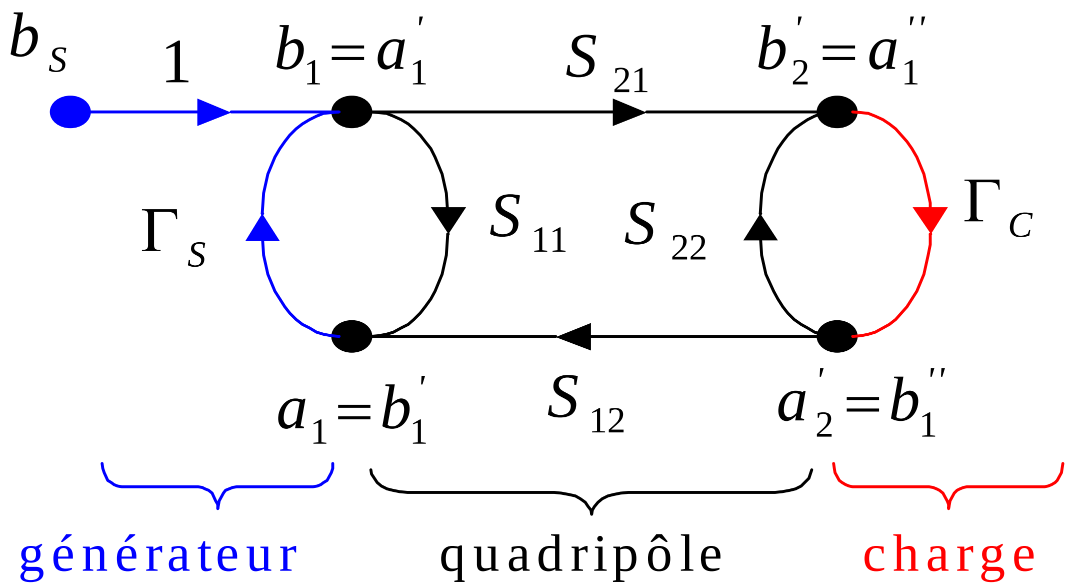
$$a_i' = b_i$$

$$b_i' = a_i$$



Exemple d'association de graphes de fluence



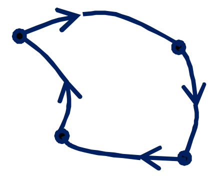


Résolution des graphes de fluence à l'aide de la règle de Mason

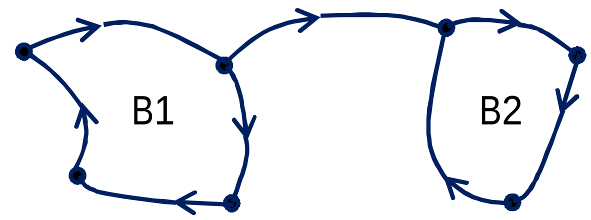
➢ La règle Mason permet de déterminer le rapport entre deux variables du graphe, la variable du dénominateur devant être une variable indépendante

Terminologie :

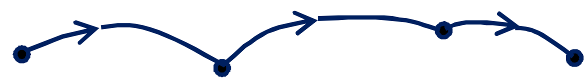
- boucle: chemin orienté fermé ne passant pas deux fois par le même nœud



- Boucle indépendantes: 2 boucles sont indépendantes si elles n'ont ni chemin ni nœud en commun



- Chemin direct : chemin orienté permettant d'aller d'un nœud à l'autre sans passer deux fois par le même nœud



- Gain d'une boucle ou d'un chemin : produit des gains des différents chemins qui constituent la boucle ou le chemin

- Sous graphe associé à un chemin: graphe obtenu en enlevant le chemin direct du graphe (nœuds et chemins)

Résolution des graphes de fluence à l'aide de la règle de Mason

Fonction de transfert entre deux variables du graphe

$$T = \frac{\sum_k T_k.\Delta_k}{\Delta}$$

$$\Delta = 1 - \sum B_1 + \sum B_2 - \sum B_3 + \sum B_4 + ...$$

$\sum B_1 =$ somme des gains des boucles du graphe

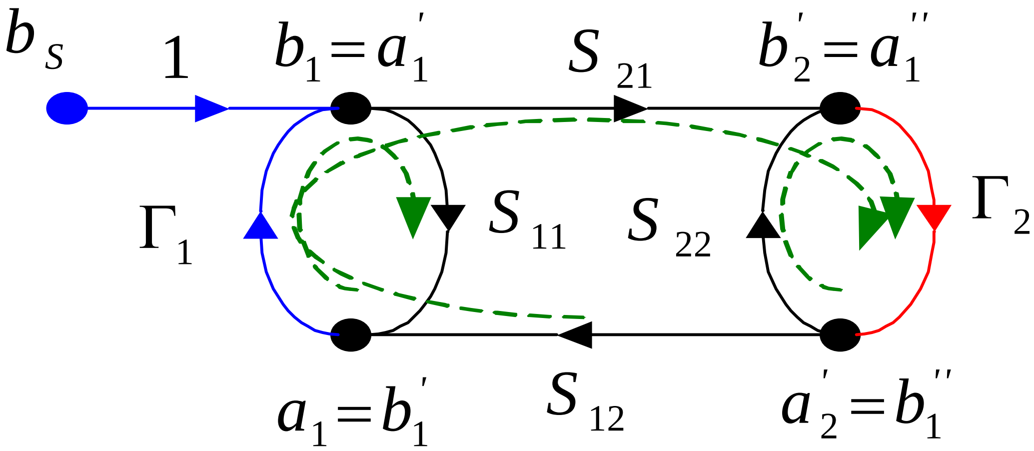
$\sum B_2 =$ somme des produits des gains des boucles indépendantes 2 à 2

$\sum B_3 =$ somme des produits des gains des boucles indépendantes 3 à 3

$T_k =$ gain du $k^{ième}$ chemin direct entre les noeuds considérés

$\Delta_k =$ valeur de Δ du sous graphe associé au $k^{ième}$ chemin direct

Exemple d'utilisation de la règle de Mason



➢ exemple : calcul de $T = \dfrac{b_2'}{b_s}$

- Trois boucles dont deux indépendantes:

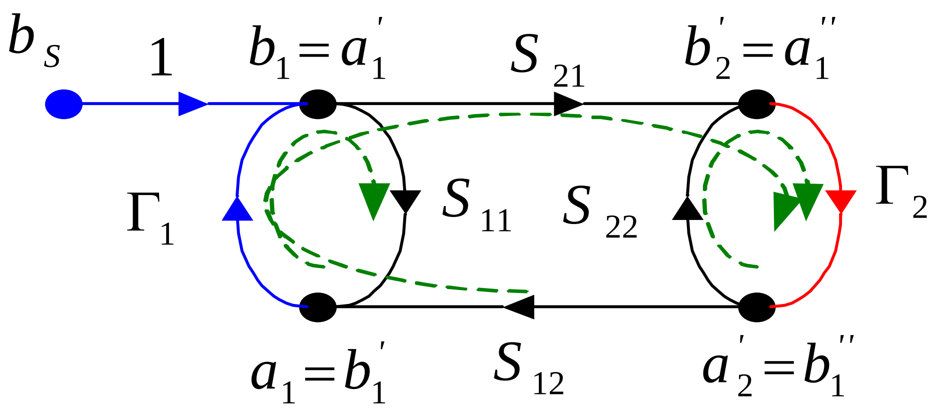
gain boucle 1	gain boucle 2	gain boucle 3
$S_{11}\Gamma_1$	$S_{22}\Gamma_2$	$S_{21}\Gamma_2 S_{12}\Gamma_1$

$$\Delta = 1 - \sum B_1 + \sum B_2 - \sum B_3 + \sum B_4 + ...$$

Calcul de Δ

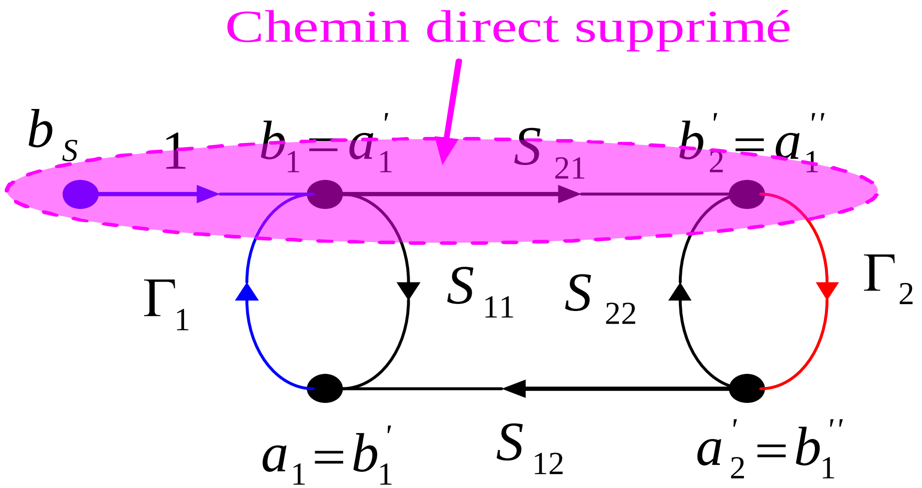
$$\Delta = 1 - \overbrace{\left(S_{11}\Gamma_1 + S_{22}\Gamma_2 + S_{12}S_{21}\Gamma_1\Gamma_2\right)} + \overbrace{S_{11}\Gamma_1 S_{22}\Gamma_2}$$

Exemple d'utilisation de la règle de Mason



- ➢ exemple : calcul de $T = \dfrac{b_2^{'}}{b_s}$

- Un seul chemin direct : $T_1 = 1.S_{21}$

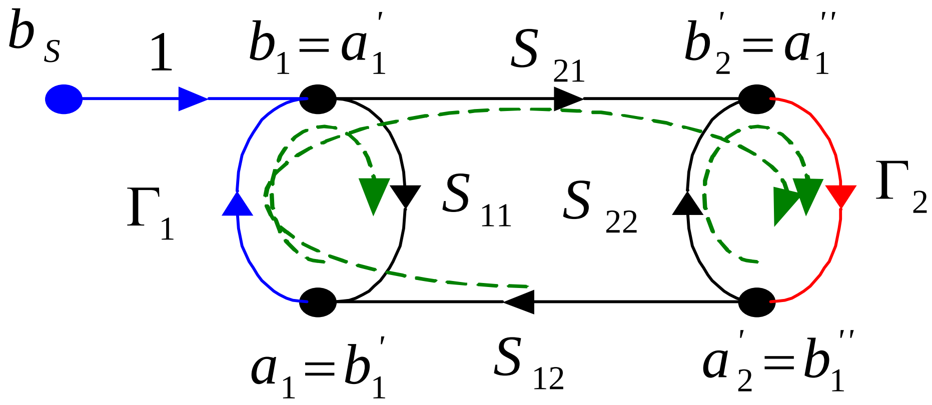


Sous graphe associé à T_1

Pas de boucle donc $\Delta_1=1$

$$T = \frac{b_2^{'}}{b_s} = \frac{T_1\Delta_1}{\Delta} = \frac{S_{21}}{1-\left(S_{11}\Gamma_1 + S_{22}\Gamma_2 + S_{12}S_{21}\Gamma_1\Gamma_2\right) + S_{11}S_{22}\Gamma_1\Gamma_2}$$

Exemple d'utilisation de la règle de Mason



- 2 ième exemple : calcul de $T = \dfrac{b_1'}{b_s}$

Δ identique $\quad \Delta = 1 - \left(S_{11}\Gamma_1 + S_{22}\Gamma_2 + S_{12}S_{21}\Gamma_1\Gamma_2\right) + S_{11}\Gamma_1 S_{22}\Gamma_2$

2 chemins directs $\quad T_1 = 1.S_{11} \quad et \quad T_2 = 1.S_{21}.\Gamma_2.S_{12}$

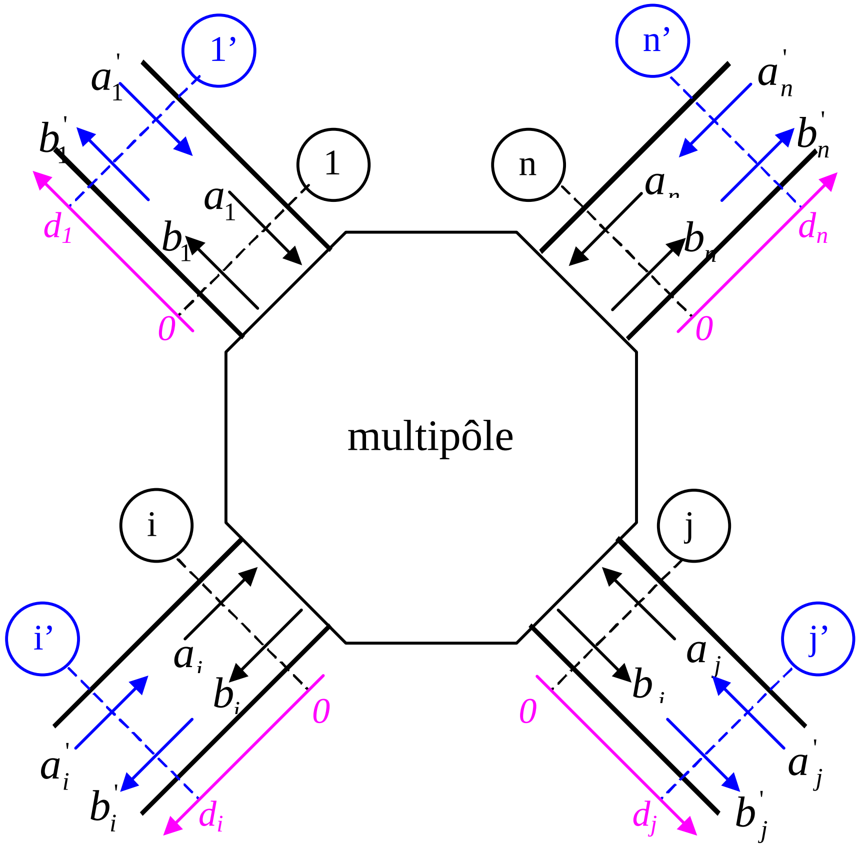
Δ_1 associé à T_1 (1 boucle) $\quad \Delta_1 = 1 - \Gamma_2 S_{22}$

Δ_2 associé à T_2 (pas de boucle) $\quad \Delta_2 = 1$

$$\boxed{T = \frac{b_1'}{b_s} = \frac{T_1\Delta_1 + T_2\Delta_2}{\Delta} = \frac{S_{11}\left(1 - \Gamma_2 S_{22}\right) + S_{21}\Gamma_2 S_{12}}{1 - \left(S_{11}\Gamma_1 + S_{22}\Gamma_2 + S_{12}S_{21}\Gamma_1\Gamma_2\right) + S_{11}S_{22}\Gamma_1\Gamma_2}}$$

Propriétés des multipôles (changement plan de référence n→n')

Le mode de propagation de chaque guide est caractérisé par son facteur de de propagation γ_i



A chaque accès on a :

$$a_i' = a_i e^{\gamma_i d_i}$$

$$b_i' = b_i e^{-\gamma_i d_i}$$

D est la matrice de changement de plan de référence

$$\mathbf{D} = \begin{pmatrix} e^{-\gamma_1 d_1} & . & 0 & . & 0 \\ . & . & . & . & . \\ 0 & . & e^{-\gamma_i d_i} & . & 0 \\ . & . & . & . & . \\ 0 & . & 0 & . & e^{-\gamma_n d_n} \end{pmatrix}$$

On a :

$$b' = D.b \quad et \quad a' = D^{-1}.a$$

$$b = S.a \quad et \quad b' = S'.a'$$

$$\boxed{S' = D.S.D}$$

$$\boxed{S_{ij}' = S_{ij} e^{-\left(\gamma_i d_i + \gamma_j d_j\right)}}$$

Propriétés des multipôles

- **Réciprocité** Transfert identique entre les différents accès

Notation : *(L'exposant t représente la matrice transposée)*

$$\mathbf{S}=\mathbf{S}^t \qquad S_{ij}=S_{ji}$$

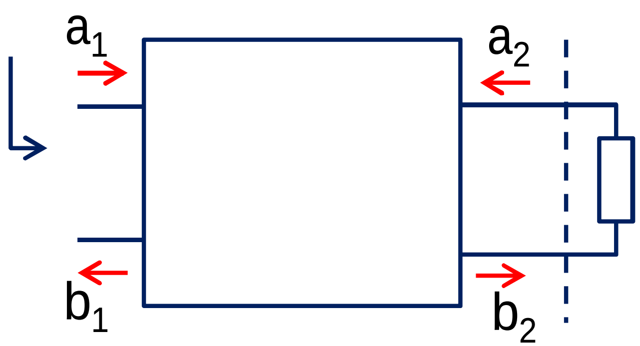
$$\mathbf{Y}=\mathbf{Y}^t \qquad Y_{ij}=Y_{ji}$$

$$\mathbf{Z}=\mathbf{Z}^t \qquad Z_{ij}=Z_{ji}$$

- **adaptation** $S_{ii}=0$ Adaptation à l'accès i si le coefficient de réflexion propre de cet accès est nul

Ne pas confondre un accès adapté et la fermeture d'un accès par une charge adaptée

Accès adapté si $S_{11}=b_1/a_1=0$



Fermeture par une charge adaptée permet d'annuler l'onde a_2

Propriétés des multipôles

➢ Puissance dissipée dans le multipôle (impédance caractéristique réelle)

$$a_i = \frac{V_i + R_{0i} I_i}{2\sqrt{R_{0i}}} \quad et \quad b_i = \frac{V_i - R_{0i} I_i}{2\sqrt{R_{0i}}} \quad \Longrightarrow \quad V_i = \sqrt{R_{0i}}\left(a_i + b_i\right) \quad et \quad I_i = \frac{1}{\sqrt{R_{0i}}}\left(a_i - b_i\right)$$

$$P = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{i=n} \Re e\left(V_i I_i^*\right) = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{i=n} \Re e\left(\left(a_i + b_i\right)\left(a_i^* - b_i^*\right)\right) = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{i=n} \Re e\left(\left|a_i\right|^2 - \left|b_i\right|^2 - \boxed{a_i b_i^* + b_i a_i^*}\right)$$

Partie réelle nulle

$$\boxed{P = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{i=n}\left|a_i\right|^2 - \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{i=n}\left|b_i\right|^2}$$

En utilisant le formalisme matriciel

Notation : ($M^+ = M^{t*}$ matrice transposée complexe conjuguée)

$P = \frac{1}{2}\left(\mathrm{a}^+\mathrm{a} - \mathrm{b}^+\mathrm{b}\right)$ *En introduisant la matrice S on obtient :* $P = \frac{1}{2}\mathrm{a}^+.\left(1 - \mathrm{S}^+.\mathrm{S}\right).\mathrm{a}$

on appelle Q_s la matrice de dissipation du multipôles $\quad \mathrm{Q_s} = 1 - \mathrm{S}^+.\mathrm{S}$

Formalisme matrice Z $\quad \mathrm{Q_z} = \frac{1}{2}\left(Z + Z^+\right)$

Formalisme matrice Y $\quad \mathrm{Q_y} = \frac{1}{2}\left(Y + Y^+\right)$

Propriétés des multipôles

- Condition de perfection (multipôle sans pertes)

Le multipôle est parfait ou sans pertes si la puissance dissipée dans celui-ci est nulle

$$Q_S = 0 \qquad \mathbf{S^+ . S = 1}$$

$$Q_Z = 0 \quad \Rightarrow \quad \mathbf{Z + Z^+ = 0}$$

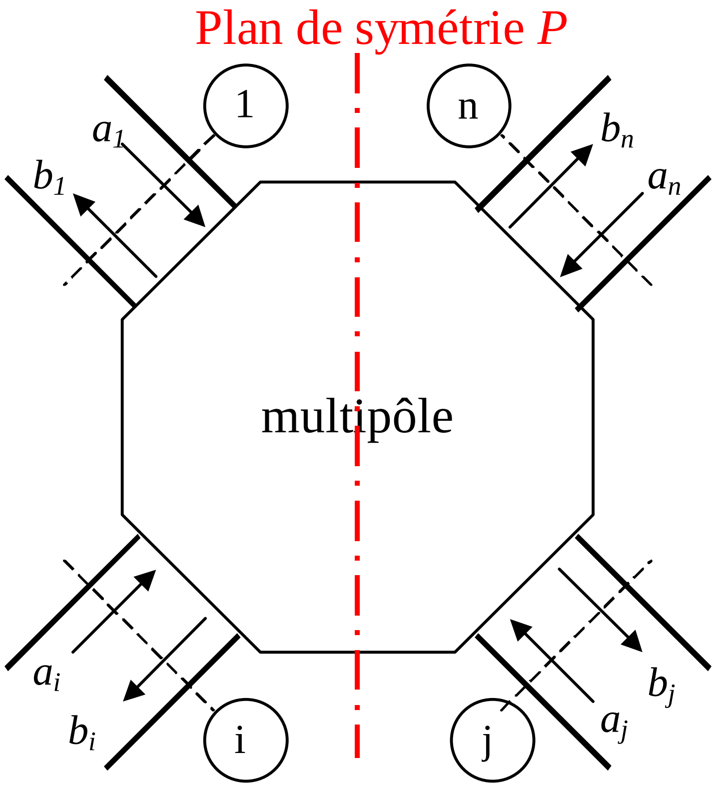
$$Q_Y = 0 \qquad \mathbf{Y + Y^+ = 0}$$

1 est la Matrice S unitaire

Multipôle réciproque $\Rightarrow$ $\mathbf{Z^+ = Z^*}$ et $\mathbf{Y^+ = Y^*}$

Matrices Z et Y imaginaires pures

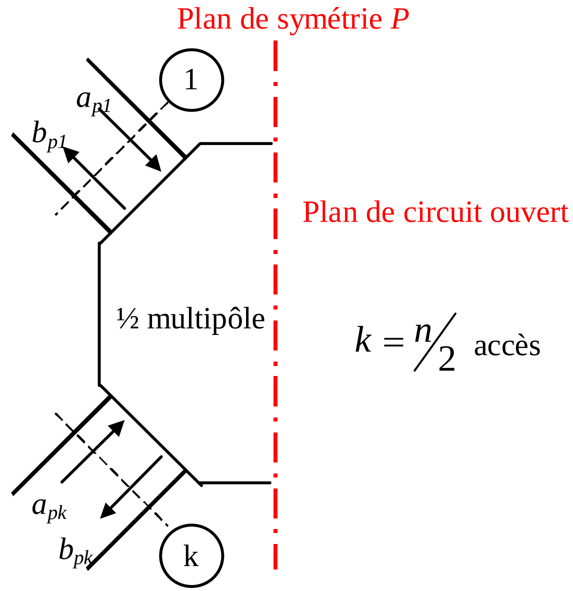
Multipôles possédant un plan de symétrie



Excitation symétrique
Mode pair

$$a_{pj} = a_{p(j+k)}$$

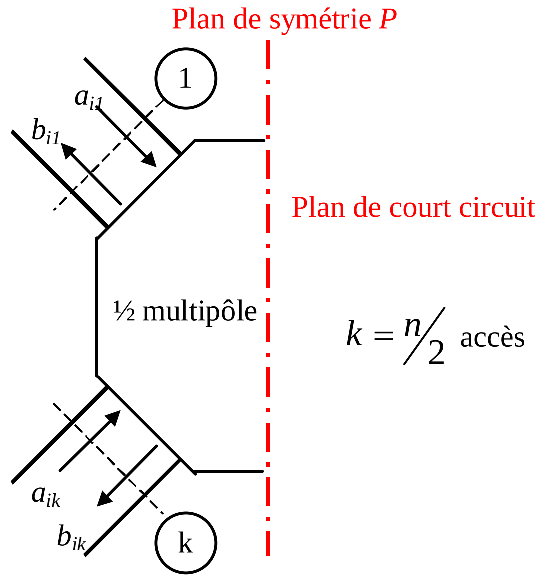
$$\boxed{\mathbf{b_p = S_p . a_p}}$$



Excitation antisymétrique
Mode impair

$$a_{ij} = -a_{i(j+k)}$$

$$\boxed{\mathbf{b_i = S_i . a_i}}$$

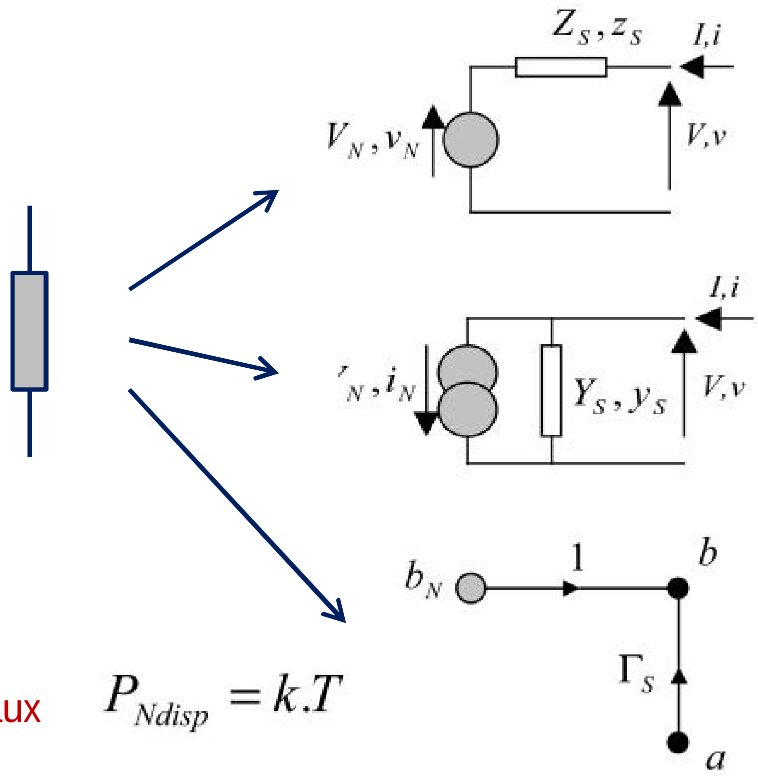


$$\mathbf{b = S . a} \quad \mathbf{S} = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} \mathbf{S_p + S_i} & \vdots & \mathbf{S_p - S_i} \\ \cdots & & \cdots \\ \mathbf{S_p - S_i} & \vdots & \mathbf{S_p + S_i} \end{pmatrix}$$

Bruit dans les multipôles

➢ Représentation du bruit dans un dipôle

Dipôle
bruyant
T



$$V = Z_S.I + V_N$$
$$v = z_S.i + v_N$$

$$I = Y_S.V + I_N$$
$$i = y_S.v + i_N$$

$$b = \Gamma_S.a + b_N$$

Densité spectrale de puissance disponible aux bornes du dipôle

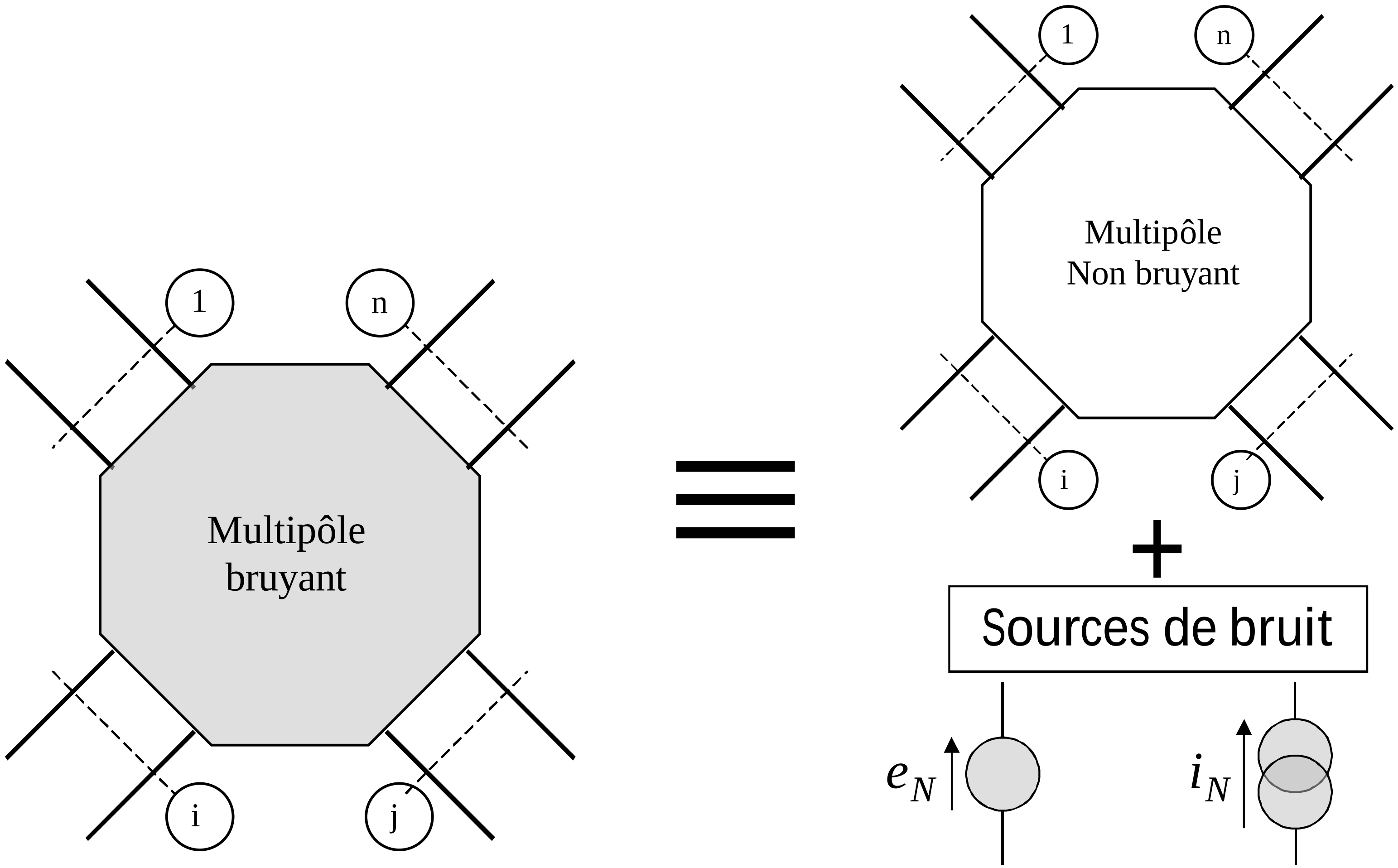
$$P_{Ndisp} = k.T$$

Valeurs quadratiques moyennes des sources de bruit

$$< v_N^2 >= 4.k.T.\Delta f.\Re e(z_S) \Leftrightarrow < V_N^2 >= 4.k.T.\Delta f.\Re e(Z_S)$$
$$< i_N^2 >= 4.k.T.\Delta f.\Re e(y_S) \Leftrightarrow < I_N^2 >= 4.k.T.\Delta f.\Re e(Y_S)$$
$$< b_N^2 >= k.T.\Delta f.\left(1 - |\Gamma_S|^2\right)$$

Bruit origine thermique → T est la température thermodynamique du dipôle

Bruit dans les multipôles



Valeur quadratique moyenne propre : $< e_N^2 >$ $< i_N^2 >$

Sources non indépendantes

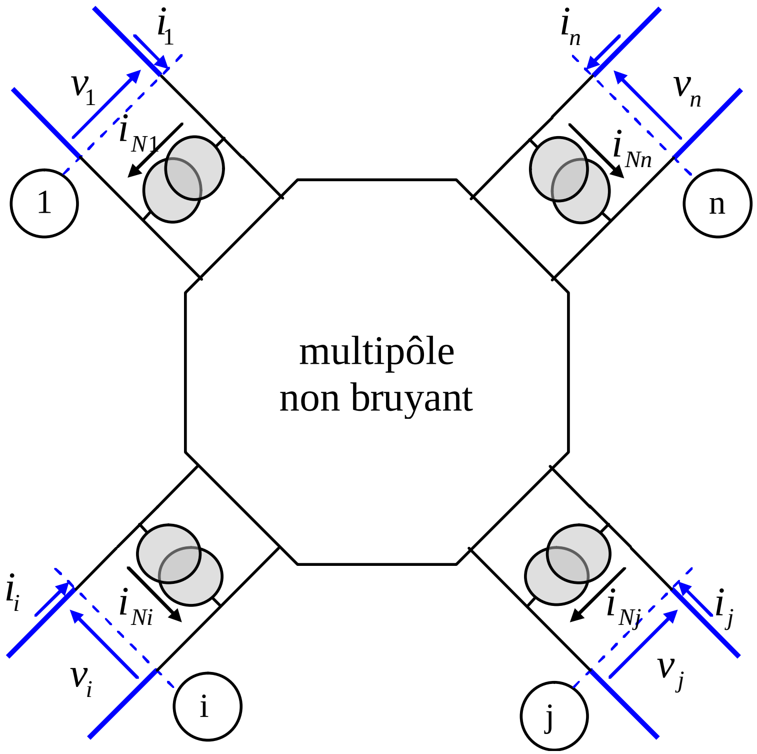
⇩

Valeur quadratique moyenne croisée : $< e_N . i_N^* >$

Bruit dans les multipôles

➢ Représentation admittance (grandeur normalisée)

$$\mathbf{i} = \mathbf{y}.\mathbf{v} + \mathbf{i}_N$$



Matrice de corrélation

$$\mathbf{C_y} = <\mathbf{i_N}.\mathbf{i_N^+}> = \begin{pmatrix} <i_{N1}i_{N1}^*> & . & <i_{N1}i_{Ni}^*> & . & <i_{N1}i_{Nn}^*> \\ . & . & . & . & . \\ <i_{Ni}i_{N1}^*> & . & <i_{Ni}i_{Ni}^*> & . & <i_{Ni}i_{Nn}^*> \\ . & . & . & . & . \\ <i_{Nn}i_{N1}^*> & . & <i_{Ni}i_{Nn}^*> & . & <i_{Nn}i_{Nn}^*> \end{pmatrix}$$

Valeurs quadratiques moyennes

Termes diagonaux: propres

Termes non diagonaux: croisées (corrélation)

➢ relations dénormalisation

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} \sqrt{Z_{01}} & . & 0 & . & 0 \\ . & . & . & . & \\ 0 & . & \sqrt{Z_{0i}} & . & 0 & . \\ . & . & . & . & \\ 0 & . & 0 & . & \sqrt{Z_{0n}} \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{C_Y} = \left\langle \mathbf{I_N}.\mathbf{I_N^+} \right\rangle$$

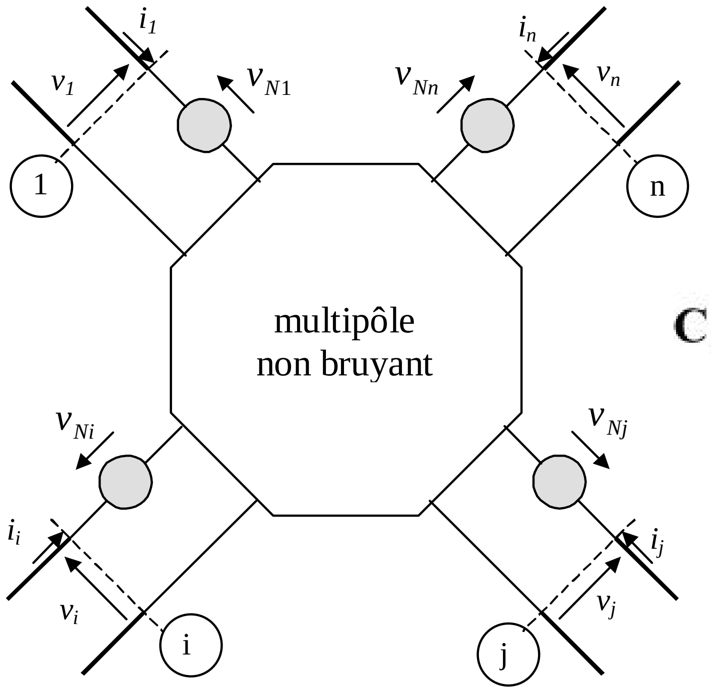
$$\mathbf{I_N} = \mathbf{A}^{-1}.\mathbf{i_N}$$

$$\longrightarrow \quad \mathbf{C_Y} = \mathbf{A}^{-1}.\mathbf{C_y}.\left(\mathbf{A}^{+}\right)^{-1}$$

Si les Z_{0i} sont réels alors A et A^+ sont identiques $\longrightarrow$ $C_{Yij} = \dfrac{C_{yij}}{\sqrt{Z_{0i}Z_{0j}^*}}$

Bruit dans les multipôles

➢ Représentation impédance (grandeur normalisée)



$$\mathbf{v = z.i + v_N}$$

$$\mathbf{C_z} = <\mathbf{v_N}.\mathbf{v_N^+}> = \begin{pmatrix} <v_{N1}.v_{N1}^*> & . & <v_{N1}.v_{Ni}^*> & . & <v_{N1}.v_{Nn}^*> \\ . & . & . & . & . \\ <v_{Ni}.v_{N1}^*> & . & <v_{Ni}.v_{Ni}^*> & . & <v_{Ni}.v_{Nn}^*> \\ . & . & . & . & . \\ <v_{Nn}.v_{N1}^*> & . & <v_{Ni}.v_{Nn}^*> & . & <v_{Nn}.v_{Nn}^*> \end{pmatrix}$$

➢ relations dénormalisation

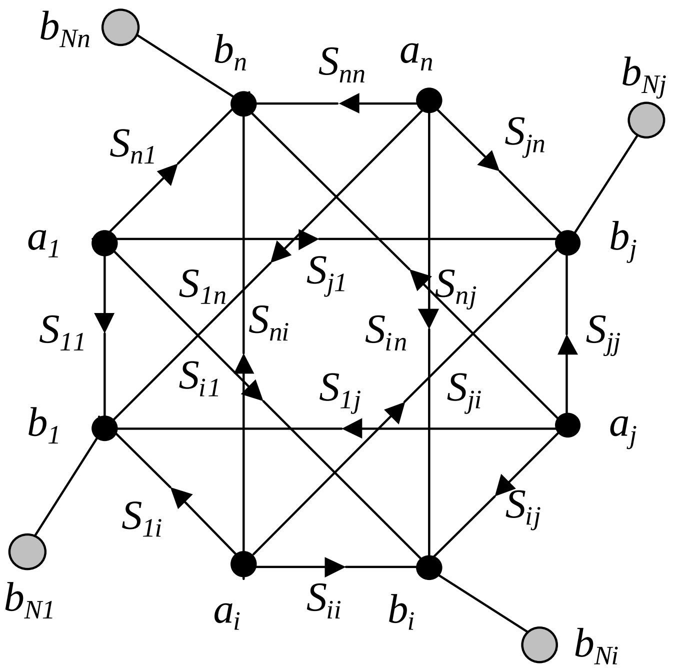
$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} \sqrt{Z_{01}} & . & 0 & . & 0 \\ . & . & . & . & \\ 0 & . & \sqrt{Z_{0i}} & . & 0 \\ . & . & . & . & \\ 0 & . & 0 & . & \sqrt{Z_{0n}} \end{pmatrix}.$$

$$\mathbf{C_Z} = \left\langle \mathbf{V_N}.\mathbf{V_N^+} \right\rangle$$
$$\mathbf{V_N} = \mathbf{A}.\mathbf{v_N} \longrightarrow \mathbf{C_Z} = \mathbf{A}.\mathbf{C_z}.\mathbf{A}^+$$

Si les Z_{0i} sont réels alors
A et A^+ sont identiques $\longrightarrow$ $C_{Zij} = \sqrt{Z_{0i} Z_{0j}^*}\, C_{zij}$

Bruit dans les multipôles

➤ Représentation en onde de puissance



$$\mathbf{b = S.a + b_N}$$

$$\mathbf{C_S} = <\mathbf{b_N}.\mathbf{b_N^+}> = \begin{pmatrix} <b_{N1}.b_{N1}^*> & . & <b_{N1}.b_{Ni}^*> & . & <b_{N1}.b_{Nn}^*> \\ . & . & . & . & . \\ <b_{Ni}.b_{N1}^*> & . & <b_{Ni}.b_{Ni}^*> & . & <b_{Ni}.b_{Nn}^*> \\ . & . & . & . & . \\ <b_{Nn}.b_{N1}^*> & . & <b_{Ni}.b_{Nn}^*> & . & <b_{Nn}.b_{Nn}^*> \end{pmatrix}$$

Bruit dans les multipôles

- Cas des multipôles passifs, bruit uniquement d'origine thermique
  lien avec les matrices de dissipation

$$\mathbf{Q_z} = \frac{1}{2}\left(\mathbf{z} + \mathbf{z}^{+}\right) \qquad \mathbf{C_z} = 4kT\Delta f\,.\mathbf{Q_z}$$

$$\mathbf{Q_y} = \frac{1}{2}\left(\mathbf{y} + \mathbf{y}^{+}\right) \qquad \mathbf{C_y} = 4kT\Delta f\,.\mathbf{Q_y}$$

$$\mathbf{Q_S} = \mathbf{1} - \mathbf{S}^{+}.\mathbf{S} \qquad \mathbf{C_S} = kT\Delta f\,.\mathbf{Q_S}$$

Si le multipôle est réciproque $\longrightarrow$

$$\mathbf{z} + \mathbf{z}^{+} = \mathbf{z} + \mathbf{z}^{*} = 2.\Re e(\mathbf{z})$$

$$\mathbf{y} + \mathbf{y}^{+} = \mathbf{y} + \mathbf{y}^{*} = 2.\Re e(\mathbf{y})$$

$$\Longrightarrow \quad \mathbf{C_z} = 4kT\Delta f\ \Re e(\mathbf{z})$$

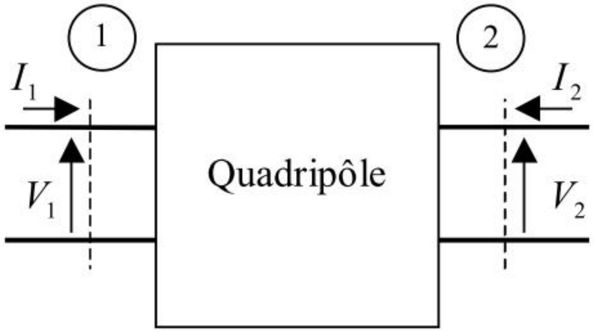
$$\mathbf{C_y} = 4kT\Delta f\ \Re e(\mathbf{y})$$

$$\mathbf{C_S} = kT\Delta f\left(\mathbf{I} - \mathbf{S}^{*}.\mathbf{S}\right)$$

II - Quadripôles linéaires

II – QUADRIPOLES LINEAIRES

➢ Matrice de chaîne



$$\begin{pmatrix} V_1 \\ I_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} \\ C_{21} & C_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_2 \\ -I_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} . \begin{pmatrix} V_2 \\ -I_2 \end{pmatrix} = \mathbf{C}. \begin{pmatrix} V_2 \\ -I_2 \end{pmatrix}$$

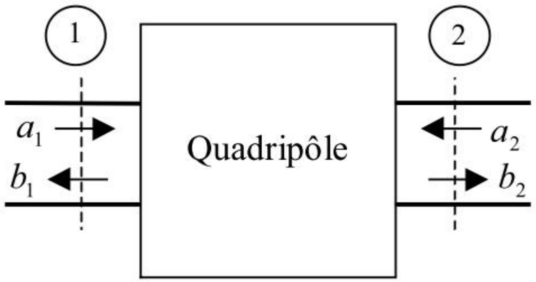
$$\begin{pmatrix} v_1 \\ i_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_1 \\ -i_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} . \begin{pmatrix} v_2 \\ -i_2 \end{pmatrix} = \mathbf{c}. \begin{pmatrix} v_2 \\ -i_2 \end{pmatrix}$$

Relations de normalisation

$$a = A\sqrt{\frac{Z_{02}}{Z_{01}}} \qquad b = \frac{B}{\sqrt{Z_{01}Z_{02}}}$$

$$c = C\sqrt{Z_{01}Z_{02}} \qquad d = D\sqrt{\frac{Z_{01}}{Z_{02}}}$$

➢ Matrice de transfert



$$\begin{pmatrix} a_1 \\ b_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{pmatrix} . \begin{pmatrix} b_2 \\ a_2 \end{pmatrix} = \mathbf{T}. \begin{pmatrix} b_2 \\ a_2 \end{pmatrix}$$

Utilise le formalisme des ondes de puissance

➡ Pratique pour la mise en cascade de quadripôles

Association de quadripôles

Conditions de validité

Les grandeurs utilisées aux accès (tension, courant, ondes de puissance) sont définies dans des plans de référence. Un changement de plan de référence modifie ces grandeurs et par conséquent les matrices caractéristiques du quadripôle.

↓

Les plans de référence aux accès connectés entre eux doivent être confondus

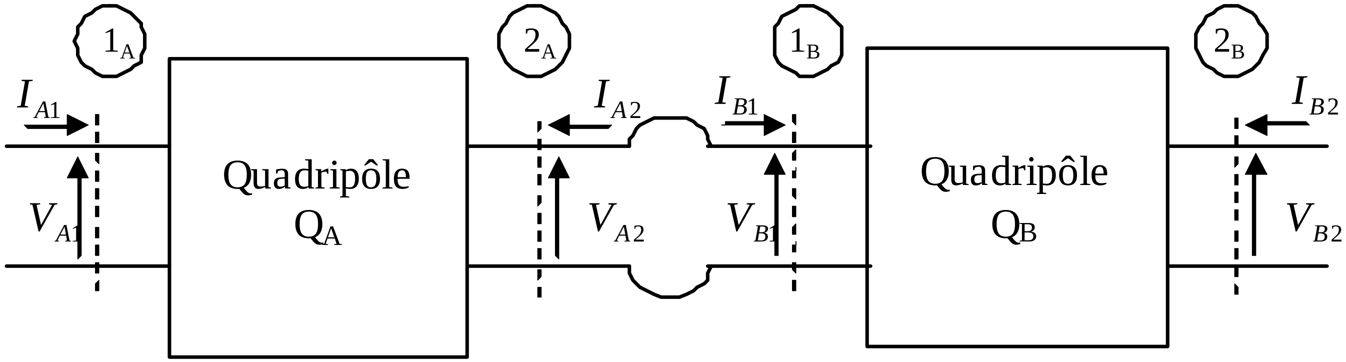
Lors de l'utilisation de grandeurs normalisées, la combinaison de ces grandeurs ne peut se faire de manière simple que si elle sont normalisées par rapport à la même référence.

↓

Les ondes de référence des accès connectés entre eux doivent être identiques

Association de quadripôles

➢ Association cascade



Formalisme matrice de chaîne

Plans de références 1_B et 2_A confondus $\Longrightarrow$ $\boxed{\mathbf{C} = \mathbf{C_A}.\mathbf{C_B}}$

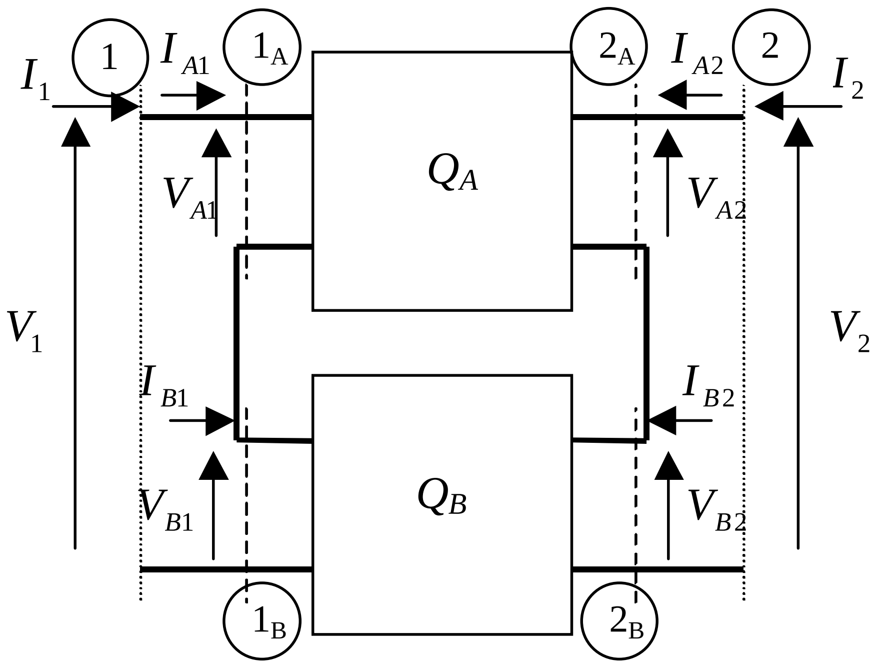
\+ Guides 1_B et 2_A identiques $\Longrightarrow$ $\boxed{\mathbf{c} = \mathbf{c_A}.\mathbf{c_B}}$

Formalisme matrice de transfert

Deux conditions remplies $\Longrightarrow$ $\boxed{\mathbf{T} = \mathbf{T_A}.\mathbf{T_B}}$

Association de quadripôles

➢ Association série



Quadripôles équilibrés en courant
La connexion des deux quadripôles en série ne modifie pas les matrices impédances des quadripôles pris isolément.

Plans de référence 1, 1_A et 1_B confondus, de même que les plans de référence 2, 2_A et 2_B.

$$\boxed{\mathbf{Z} = \mathbf{Z}_\mathbf{A} + \mathbf{Z}_\mathbf{B}}$$

Normalisation

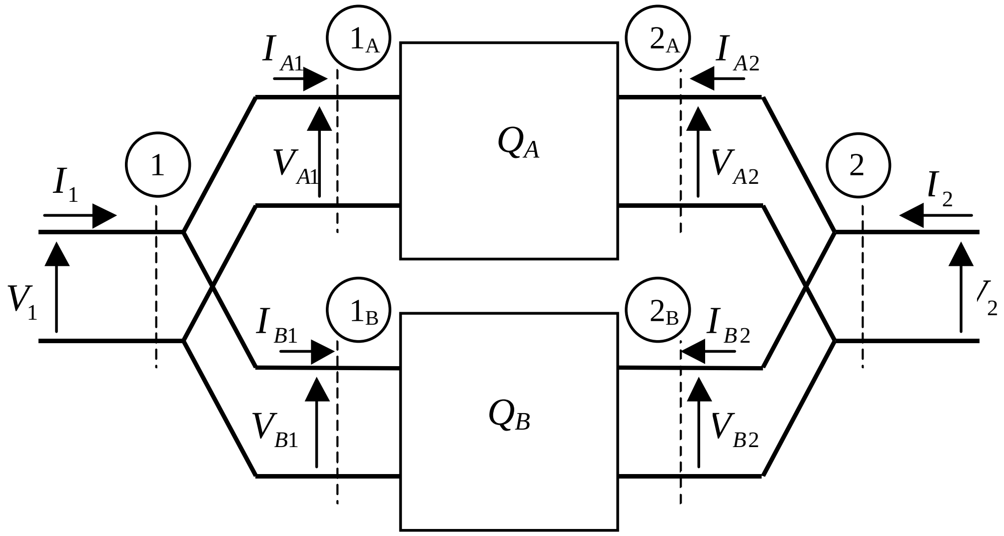
+

Guides d'accès 1, 1_A et 1_B identiques, de même que les guides d'accès 2, 2_A et 2_B.

$$\boxed{\mathbf{z} = \mathbf{z}_\mathbf{A} + \mathbf{z}_\mathbf{B}}$$

Association de quadripôles

➢ Association parallèle



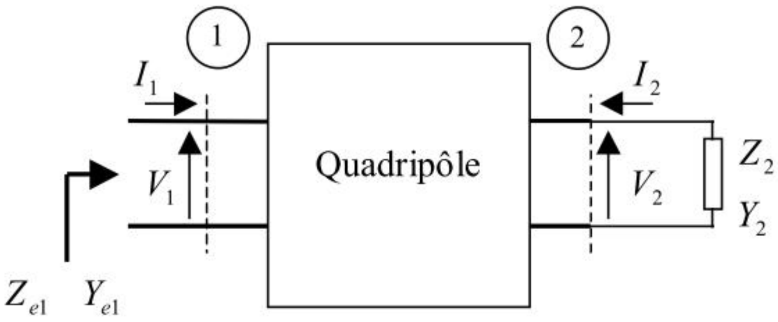
Conditions identiques à celles de l'association en série

Quadripôles équilibrés en tension
La connexion des deux quadripôles en parallèle ne modifie pas les matrices admittances des quadripôles pris isolément.

$$\boxed{\mathbf{Y} = \mathbf{Y}_{\mathbf{A}} + \mathbf{Y}_{\mathbf{B}}}$$

$$\boxed{\mathbf{y} = \mathbf{y}_{\mathbf{A}} + \mathbf{y}_{\mathbf{B}}}$$

Impédances et coefficient de réflexion aux accès



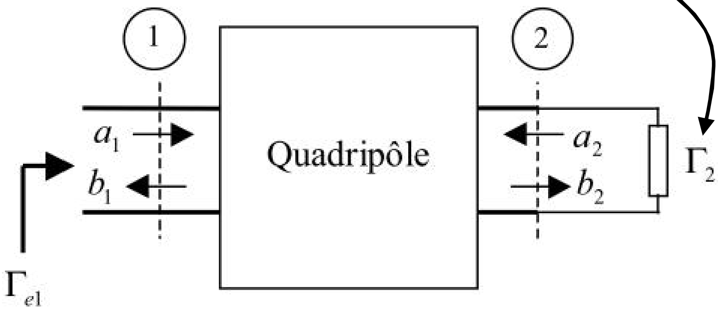
Relation intrinsèque: $\mathbf{V = Z.I}$

Relation de fermeture: $V_2 = -Z_2 I_2$

Impédance d'entrée: $Z_{e1} = \dfrac{V_1}{I_1}$

$$\boxed{Z_{e1} = Z_{11} - \frac{Z_{12}Z_{21}}{Z_{22} + Z_2} = \frac{\Delta_Z + Z_{11}Z_2}{Z_{22} + Z_2}}$$

Coefficient de réflexion sur l'impédance de fermeture



Relation intrinsèque: $\mathbf{b = S.a}$

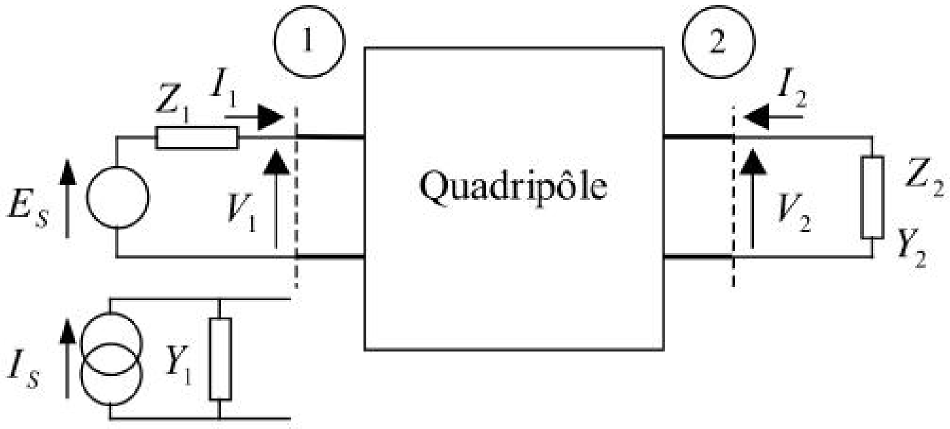
Relation de fermeture: $a_2 = \Gamma_2 b_2$

Coefficient de réflexion en entrée: $\Gamma_{e1} = \dfrac{b_1}{a_1}$

$$\boxed{\Gamma_{e1} = S_{11} + \frac{S_{12}S_{21}\Gamma_2}{1 - S_{22}\Gamma_2} = \frac{S_{11} - \Delta_S \Gamma_2}{1 - S_{22}\Gamma_2}}$$

$$\Delta_s = S_{11}S_{22} - S_{12}S_{21}$$

Gain en tension et en courant



Gain en tension: $G_V = \dfrac{V_2}{V_1}$

Gain en tension composite: $G_{CV} = \dfrac{V_2}{E_S}$

Gain en courant: $G_I = \dfrac{-I_2}{I_1}$

Gain en courant composite: $G_{CI} = \dfrac{-I_2}{I_S}$

Relation intrinsèque: **V=Z.I**

Relation de fermeture:
$$V_1 = E_S - Z_1 I_1$$
$$V_2 = -Z_2 I_2$$

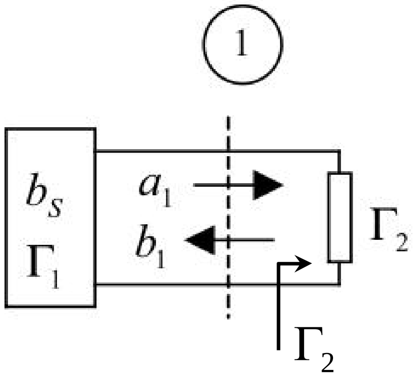
$$\boxed{G_V = \frac{Z_{21} Z_2}{Z_{11} Z_2 + \Delta_Z}}$$

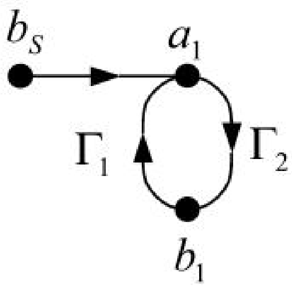
$$\boxed{G_{CV} = \frac{Z_{21} Z_2}{(Z_{11} + Z_1)(Z_{22} + Z_2) - Z_{12} Z_{21}}}$$

Calculs analogues pour les gains en courant

Gain en puissance

➢ Puissance maximum disponible d'un générateur





Résolution du graphe de fluence

$$\left.\begin{aligned} a_1 &= b_s + \Gamma_1 b_1 \\ b_1 &= \Gamma_2 a_1 \end{aligned}\right\} \Rightarrow a_1 = \frac{b_s}{1-\Gamma_1\Gamma_2}$$

La puissance fournie à la charge s'écrit

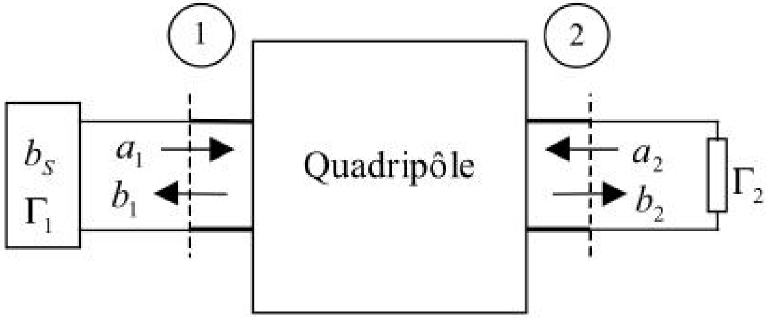
$$P_2 = \frac{1}{2}\left(|a_1|^2 - |b_1|^2\right) \longrightarrow P_2 = \frac{|b_S|^2}{2}\frac{1-|\Gamma_2|^2}{|1-\Gamma_1.\Gamma_2|^2}$$

La puissance sera max si :

$$\boxed{\Gamma_2 = \Gamma_1^*} \rightarrow \boxed{P_2 = P_{disp} = \frac{|b_S|^2}{2}\frac{1}{1-|\Gamma_1|^2}}$$

P_{disp} est la puissance maximum disponible

Gain en puissance, définitions



-Gain en puissance

ne dépend que de la charge en 2

$$G_P = \frac{\text{puissance fournie à la charge}}{\text{puissance entrant à l'accès 1 du quadripôle}}$$

- Gain transducique

dépend des charges en 1 et 2, représente le mieux le transfert de puissance entre le générateur et la charge

$$G_T = \frac{\text{puissance fournie à la charge}}{\text{puissance maximum disponible au générateur}}$$

- Gain en puissance disponible

ne dépend que de la charge en 1, utile dans les calculs liés au facteur de bruit

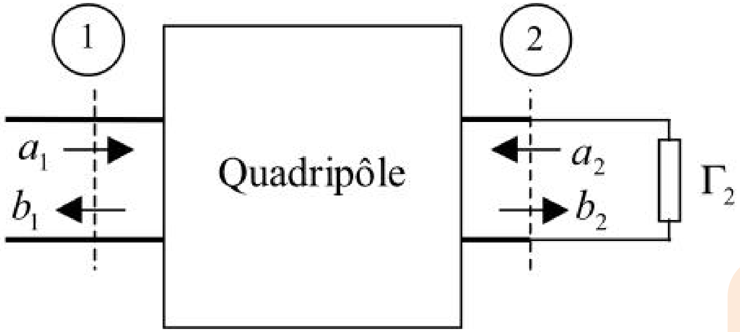
$$G_d = \frac{\text{puissance maximum disponible à l'accès 2 du quadripôle}}{\text{puissance maximum disponible au générateur}}$$

- Gain d'insertion

dépend des charges en 1 et 2, il est directement accessible par la mesure

$$G_i = \frac{\text{puissance fournie à la charge, quadripôle inséré}}{\text{puissance fournie à la charge, quadripôle non inséré}}$$

Gain en puissance, G_p

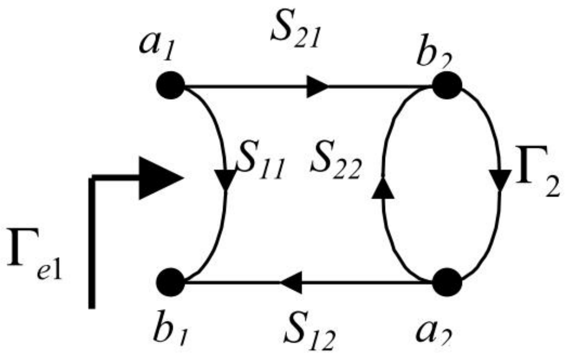


Puissance fournie à la charge

$$P_2 = \frac{1}{2}\left(|b_2|^2 - |a_2|^2\right) = \frac{1}{2}|b_2|^2\left(1 - |\Gamma_2|^2\right)$$

Puissance entrant à l'accès 1

$$P_1 = \frac{1}{2}\left(|a_1|^2 - |b_1|^2\right) = \frac{1}{2}|a_1|^2\left(1 - |\Gamma_{e1}|^2\right) \text{ avec } \Gamma_{e1} = \frac{S_{11} - \Delta_S \Gamma_2}{1 - S_{22}\Gamma_2}$$



Résolution du graphe de fluence

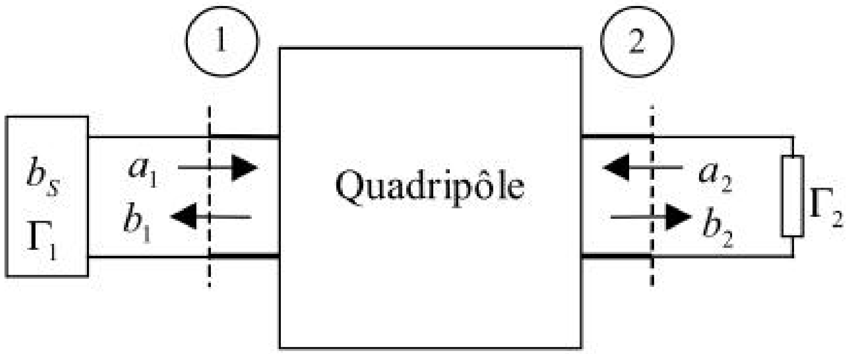
$$\left.\begin{aligned} b_2 &= S_{21}a_1 + S_{22}a_2 \\ a_2 &= \Gamma_2 b_2 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{b_2}{a_1} = \frac{S_{21}}{1 - S_{22}\Gamma_2}$$

Gain en puissance:

$$\boxed{G_P = \frac{|S_{21}|^2\left(1 - |\Gamma_2|^2\right)}{|1 - S_{22}\Gamma_2|^2\left(1 - |\Gamma_{e1}|^2\right)}}$$

$$G_P = \frac{|S_{21}|^2\left(1 - |\Gamma_2|^2\right)}{\left(1 - |S_{11}|^2\right) + \left(|S_{22}|^2 - |\Delta_S|^2\right)|\Gamma_2|^2 - 2\Re e\left(C_2\Gamma_2\right)} \quad \text{avec } C_2 = S_{22} - S_{11}^*\Delta_S$$

Gain transducique, G_t

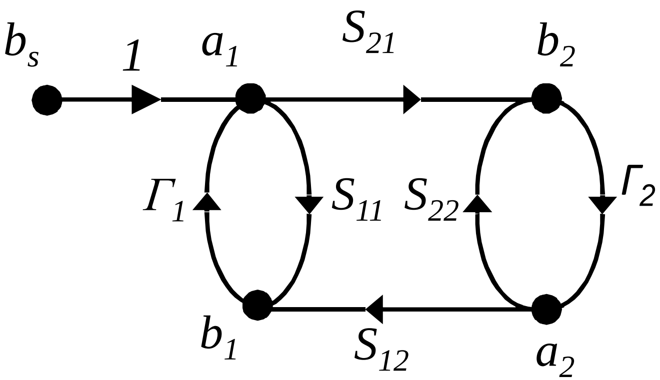


Puissance fournie à la charge

$$P_2 = \frac{1}{2}\left(|b_2|^2 - |a_2|^2\right) = \frac{1}{2}|b_2|^2\left(1 - |\Gamma_2|^2\right)$$

Puissance max disponible à l'accès 1

$$P_{1disp} = \frac{|b_S|^2}{2}\frac{1}{1-|\Gamma_1|^2}$$



Pour calculer b_2/b_s on va utiliser la règle de Mason

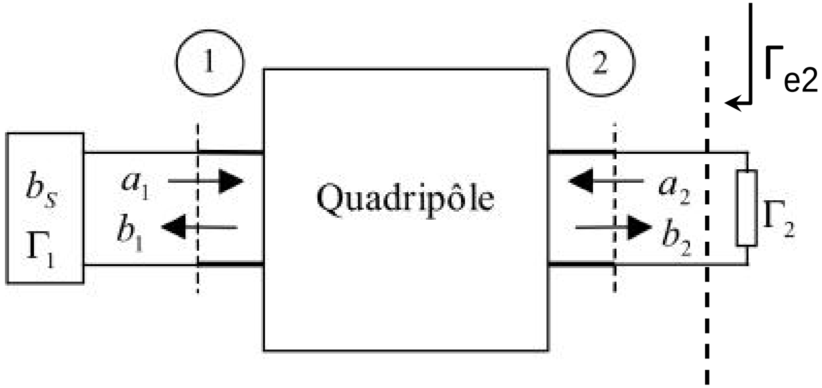
1 seul chemin direct pour aller de b_s à b_2 3 boucles dont deux sont indépendantes 2 à 2

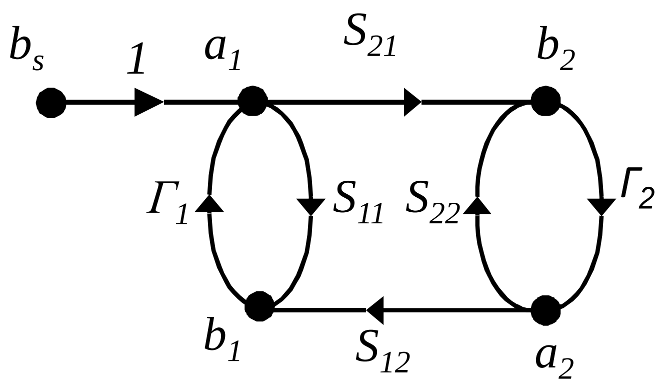
$$\frac{b_2}{b_s} = \frac{T_1\Delta_1}{\Delta} = \frac{S_{21}}{1-(S_{11}\Gamma_1 + S_{22}\Gamma_2 + S_{21}S_{12}\Gamma_2\Gamma_1) + (S_{22}\Gamma_2 S_{11}\Gamma_1)} = \frac{S_{21}}{(1-S_{11}\Gamma_1)(1-S_{22}\Gamma_2) - S_{21}S_{12}\Gamma_2\Gamma_1}$$

$$\boxed{G_T = \frac{|S_{21}|^2\left(1-|\Gamma_1|^2\right)\left(1-|\Gamma_2|^2\right)}{\left|(1-S_{11}\Gamma_1)(1-S_{22}\Gamma_2) - S_{12}S_{21}\Gamma_1\Gamma_2\right|^2}}$$

Peut se mettre sous d'autres formes cf poly

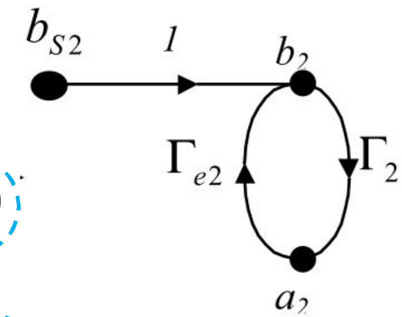
Gain en puissance disponible, G_d





- On peut définir le générateur équivalent vu de l'accès 2

  b_{s2} représente l'onde b_2 lorsque $\Gamma_2=0$



$$\Gamma_{e2} = \frac{S_{22} - \Delta_S . \Gamma_1}{1 - S_{11} . \Gamma_1}$$

$$b_{S2} = \frac{S_{21}}{1 - S_{11} . \Gamma_1} . b_S$$

cf formule planche précédente

Puissance max disponible à l'accès 1

$$P_{1disp} = \frac{|b_S|^2}{2} \frac{1}{1 - |\Gamma_1|^2}$$

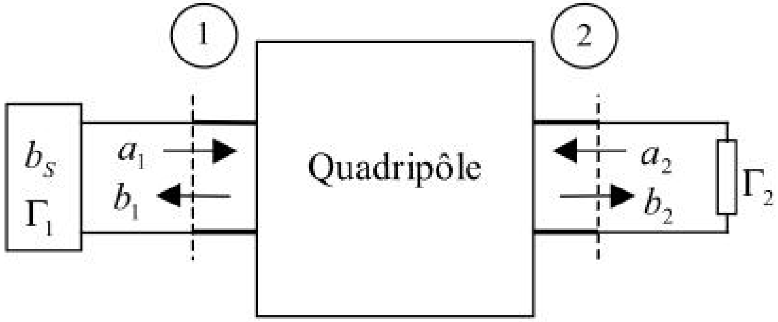
Puissance max disponible à l'accès 2

$$P_{2disp} = \frac{|b_{S2}|^2}{2} \frac{1}{1 - |\Gamma_{e2}|^2}$$

$$\boxed{G_d = \frac{|S_{21}|^2 \left(1 - |\Gamma_1|^2\right)}{|1 - S_{11}\Gamma_1|^2 \left(1 - |\Gamma_{e2}|^2\right)}}$$

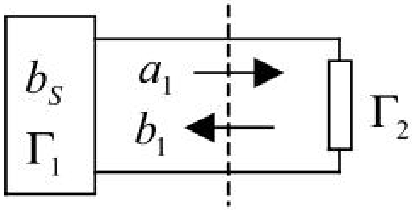
Remarque : on peut retrouver ce résultat à partir du gain transducique en faisant : $\Gamma_2 = \Gamma_{e2}^*$

Gain d'insertion, G_i



Puissance fournie à la charge avec Q

$$P_{2Q} = \frac{1}{2}\left(|b_2|^2 - |a_2|^2\right) = \frac{1}{2}|b_2|^2\left(1 - |\Gamma_2|^2\right)$$



Puissance fournie à la charge sans Q

$$P_{2S} = \frac{|b_S|^2}{2}\frac{1 - |\Gamma_2|^2}{|1 - \Gamma_1.\Gamma_2|^2}$$

$$G_i = \frac{|b_2|^2 |1 - \Gamma_1\Gamma_2|^2}{|b_s|^2} = \frac{|S_{21}|^2 |1 - \Gamma_1\Gamma_2|^2}{|(1 - S_{11}\Gamma_1)(1 - S_{22}\Gamma_2) - S_{12}S_{21}\Gamma_1\Gamma_2|^2}$$

Propriétés des quadripôles

Réciprocité

$$Z_{12} = Z_{21}$$
$$Y_{12} = Y_{21}$$
$$S_{12} = S_{21}$$
$$H_{12} = -H_{21}$$
$$\Delta_T = 1$$
$$\Delta_C = 1$$

Symétrie

$$Z_{12} = Z_{21} \text{ et } Z_{11} = Z_{22}$$
$$Y_{12} = Y_{21} \text{ et } Y_{11} = Y_{22}$$
$$S_{12} = S_{21} \text{ et } S_{11} = S_{22}$$
$$H_{12} = -H_{21} \text{ et } \Delta_H = 1$$
$$\Delta_T = 1 \quad \text{et } T_{12} = -T_{21}$$
$$\Delta_C = 1 \quad \text{et } A = D$$

Unilatéralité

$$S_{12} = 0$$
$$z_{12} = 0$$
$$y_{12} = 0$$
$$h_{12} = 0$$
$$\Delta_C = \Delta_T = 0$$

Condition de perfection $\Longrightarrow$ Quadripôle sans pertes

$$\mathbf{S}^{+}.\mathbf{S} = \mathbf{I} \quad \Rightarrow \begin{cases} |S_{11}|^2 + |S_{21}|^2 = 1 \\ |S_{12}|^2 + |S_{22}|^2 = 1 \\ S_{11}S_{12}^* + S_{21}S_{22}^* = 0 \end{cases}$$

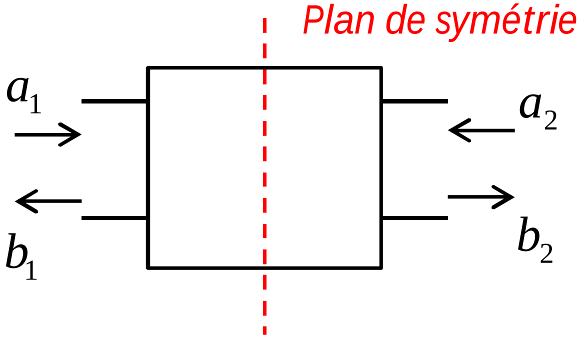
$$\begin{bmatrix} S_{11}^* & S_{21}^* \\ S_{12}^* & S_{22}^* \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$|\Delta_C| = |\Delta_T| = 1$$

Quadripôle réciproque: A et D sont réels
B et C sont imaginaires purs

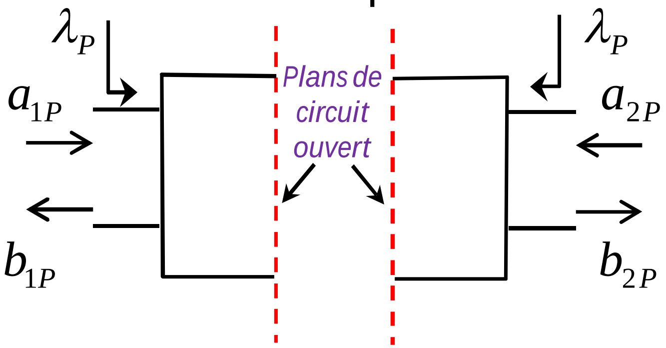
Quadripôles avec un plan de symétrie

$$\begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{12} & S_{11} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix}$$

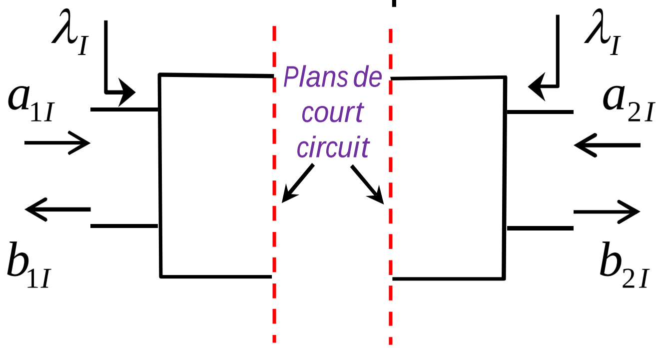


Mode pair

$$b_{1P} = \lambda_P a_{1P}$$
$$b_{2P} = \lambda_P a_{2P}$$



Mode impair



$$b_{1I} = \lambda_I a_{1I}$$
$$b_{2I} = \lambda_I a_{2I}$$

Propriétés des modes pair et impair $\Rightarrow$ $a_{1P} = a_{2P} \quad et \quad a_{1I} = -a_{2I}$

Superposition des 2 modes $\Rightarrow$

$$a_1 = a_{1P} + a_{1I} \qquad b_1 = b_{1P} + b_{1I}$$
$$a_2 = a_{2P} + a_{2I} \qquad b_2 = b_{2P} + b_{2I}$$

$$\Rightarrow \quad a_1 + a_2 = 2a_{1P} \quad et \quad a_1 - a_2 = 2a_{1I}$$

Quadripôles avec un plan de symétrie

$$b_1 = b_{1P} + b_{1I} = \lambda_P a_{1P} + \lambda_I a_{1I} = \lambda_P \left(\frac{a_1 + a_2}{2} \right) + \lambda_I \left(\frac{a_1 - a_2}{2} \right)$$

$$b_1 = \frac{1}{2}\left(a_1(\lambda_P + \lambda_I) + a_2(\lambda_P - \lambda_I) \right)$$

$$b_2 = b_{2P} + b_{2I} = \lambda_P a_{2P} + \lambda_I a_{2I} = \lambda_P \left(\frac{a_1 + a_2}{2} \right) + \lambda_I \left(\frac{-(a_1 - a_2)}{2} \right)$$

$$b_2 = \frac{1}{2}\left(a_1(\lambda_P - \lambda_I) + a_2(\lambda_P + \lambda_I) \right)$$

$$\boxed{\begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{12} & S_{11} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \dfrac{\lambda_P + \lambda_I}{2} & \dfrac{\lambda_P - \lambda_I}{2} \\ \dfrac{\lambda_P - \lambda_I}{2} & \dfrac{\lambda_P + \lambda_I}{2} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix}}$$

Classification des quadripôles

- Quadripôle réciproque et sans pertes: Si on pose $|S_{11}| = \cos(\varphi)$ $\varphi \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$

$$\mathbf{S} = \begin{pmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{12} & S_{22} \end{pmatrix} \qquad \begin{aligned} |S_{11}|^2 + |S_{12}|^2 &= 1 \\ |S_{12}|^2 + |S_{22}|^2 &= 1 \\ S_{11}S_{12}^* + S_{12}S_{22}^* &= 0 \end{aligned} \Rightarrow \mathbf{S} = \begin{pmatrix} \cos\varphi\, e^{j\psi_{11}} & j\sin\varphi\, e^{j\frac{\psi_{11}+\psi_{22}}{2}} \\ j\sin\varphi\, e^{j\frac{\psi_{11}+\psi_{22}}{2}} & \cos\varphi\, e^{j\psi_{22}} \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{Z} = \begin{pmatrix} jX_{11} & jX_{12} \\ jX_{12} & jX_{22} \end{pmatrix} \qquad \mathbf{Y} = \begin{pmatrix} jB_{11} & jB_{12} \\ jB_{12} & jB_{22} \end{pmatrix}$$

Matrices Z et Y imaginaires pures

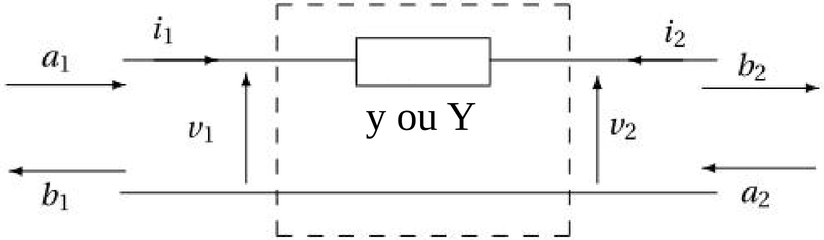
- Quadripôle déphaseur pur: $\mathbf{S} = \begin{pmatrix} 0 & e^{j\psi_{12}} \\ e^{j\psi_{21}} & 0 \end{pmatrix}$ sans pertes et adapté aux deux accès

- Quadripôle atténuateur pur: $\mathbf{S} = \begin{pmatrix} 0 & |S_{12}| \\ |S_{21}| & 0 \end{pmatrix}$ avec $|S_{21}| < 1 \quad et \quad |S_{12}| < 1$ dissipatif

Classification des quadripôles

- Quadripôle impédance série: *Z_0 Impédance de normalisation accès 1 et 2*

quadripôle réciproque avec $\boxed{i_1 = -i_2}$



$$\mathbf{Y} = \begin{pmatrix} Y & -Y \\ -Y & Y \end{pmatrix} \longrightarrow y = Z_0.Y$$

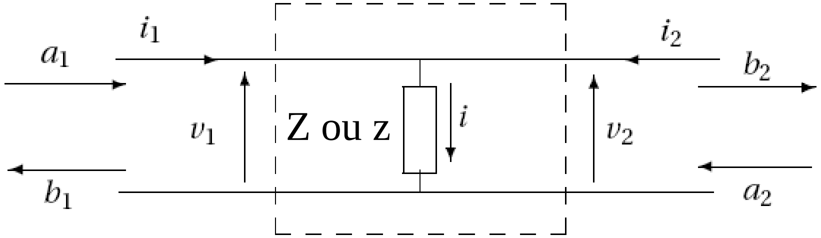
$$\left.\begin{array}{l} i_1 = yv_1 - yv_2 \\ i_2 = -yv_1 + yv_2 \\ v_1 = a_1 + b_1 \\ v_2 = a_2 + b_2 \\ i_1 = a_1 - b_1 \\ i_2 = a_2 - b_2 \end{array}\right\} \Rightarrow S = \begin{bmatrix} \dfrac{1}{1+2y} & \dfrac{2y}{1+2y} \\ \dfrac{2y}{1+2y} & \dfrac{1}{1+2y} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{S} = \begin{pmatrix} S_{11} & 1-S_{11} \\ 1-S_{11} & S_{11} \end{pmatrix} \qquad \begin{cases} S_{11} = \dfrac{1}{1+2y} \\ S_{12} = \dfrac{2y}{1+2y} \end{cases} \qquad y = \frac{1-S_{11}}{2S_{11}} = \frac{S_{12}}{2S_{11}}$$

Classification des quadripôles

- Quadripôle impédance parallèle: *Z_0 Impédance de normalisation accès 1 et 2*

  quadripôle réciproque avec $\boxed{V_1=V_2}$



$$Z=\begin{pmatrix} Z & Z \\ Z & Z \end{pmatrix} \longrightarrow z=\frac{Z}{Z_0}$$

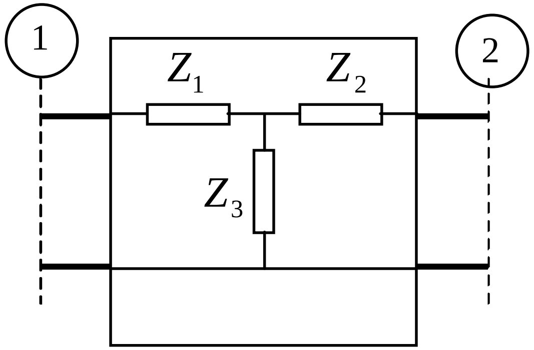
$$\left.\begin{aligned} v_1 &= zi_1+zi_2 \\ v_2 &= zi_1+zi_2 \\ v_1 &= a_1+b_1 \\ v_2 &= a_2+b_2 \\ i_1 &= a_1-b_1 \\ i_2 &= a_2-b_2 \end{aligned}\right\} \Rightarrow S=\begin{bmatrix} \dfrac{-1}{1+2z} & \dfrac{2z}{1+2z} \\ \dfrac{2z}{1+2z} & \dfrac{-1}{1+2z} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{S}=\begin{pmatrix} S_{11} & 1+S_{11} \\ 1+S_{11} & S_{11} \end{pmatrix} \qquad \begin{cases} S_{11}=\dfrac{-1}{1+2z} \\ S_{12}=\dfrac{2z}{1+2z} \end{cases} \qquad z=\frac{1+S_{11}}{-2S_{11}}=\frac{-S_{12}}{2S_{11}}$$

Schémas équivalents

➢ Quadripôle réciproques

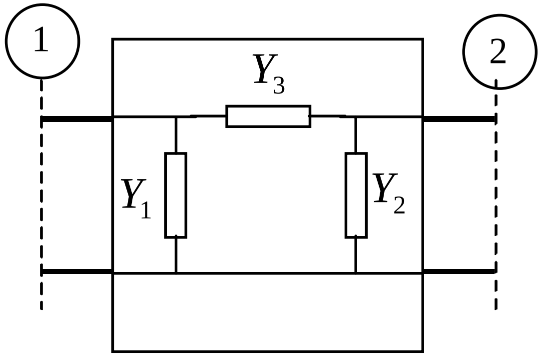
- schéma équivalent en Té:



$$\mathbf{Z} = \begin{pmatrix} Z_1 + Z_3 & Z_3 \\ Z_3 & Z_2 + Z_3 \end{pmatrix}$$

$$Z_1 = Z_{11} - Z_{12}$$
$$Z_2 = Z_{22} - Z_{12}$$
$$Z_3 = Z_{12}$$

- schéma équivalent en Pi:



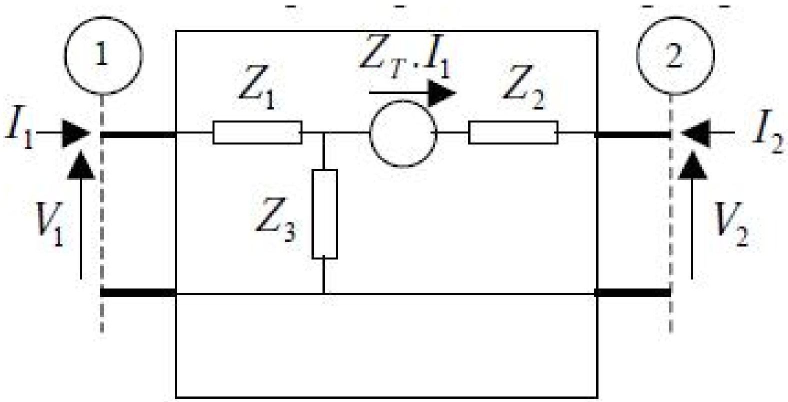
$$\mathbf{Y} = \begin{pmatrix} Y_1 + Y_3 & -Y_3 \\ -Y_3 & Y_2 + Y_3 \end{pmatrix}$$

$$Y_1 = Y_{11} + Y_{12}$$
$$Y_2 = Y_{22} + Y_{12}$$
$$Y_3 = -Y_{12}$$

Schémas équivalents

➢ Quadripôle non réciproques (représentation à l'aide de générateurs commandés)

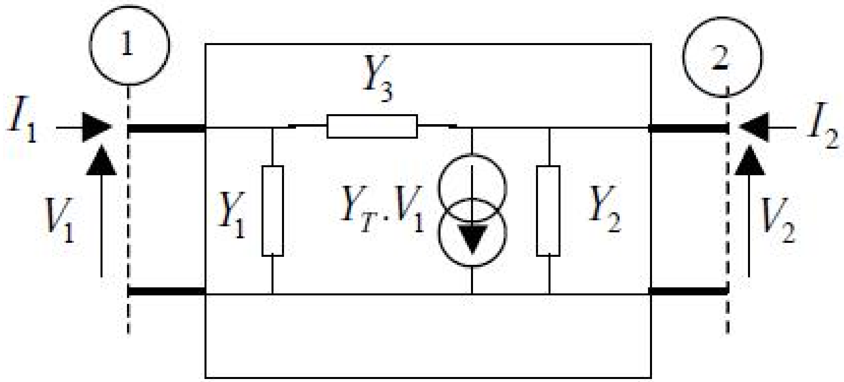
- schéma équivalent en Té:



$$Z=\begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} Z_3+Z_1 & Z_3 \\ Z_3+Z_T & Z_3+Z_2 \end{bmatrix}$$

$$\boxed{\begin{aligned} Z_1 &= Z_{11}-Z_{12} \\ Z_2 &= Z_{22}-Z_{12} \\ Z_3 &= Z_{12} \\ Z_T &= Z_{21}-Z_{12} \end{aligned}}$$

- schéma équivalent en Pi:

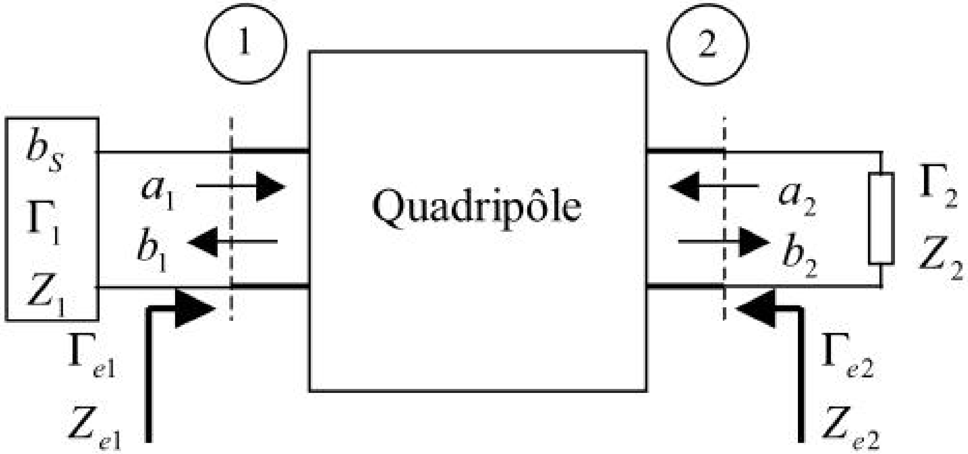


$$Y=\begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} Y_3+Y_1 & -Y_3 \\ Y_T-Y_3 & Y_3+Y_2 \end{bmatrix}$$

$$\boxed{\begin{aligned} Y_1 &= Y_{11}+Y_{12} \\ Y_2 &= Y_{22}+Y_{12} \\ Y_3 &= -Y_{12} \\ Y_T &= Y_{21}-Y_{12} \end{aligned}}$$

Stabilité des quadripôles

- Stabilité externe des quadripôles ou stabilité vis-à-vis des impédances de charge aux accès du quadripôle



Stabilité inconditionnelle

$$\Re e(Z_{e1}) > 0 \text{ et } \Re e(Z_{e2}) > 0$$

$$\forall Z_1 \text{ et } Z_2 \text{ à partie réelle positive}$$

$$|\Gamma_{e1}| < 1 \text{ et } |\Gamma_{e2}| < 1$$

$$\forall \Gamma_1 \text{ et } \Gamma_2 \text{ de module} < 1$$

Stabilité des quadripôles

➢ Conditions de stabilité inconditionnelles

Déterminant matrice S

$$\Delta_S = S_{11}S_{22} - S_{12}S_{21}$$

$$\left.\begin{aligned} |\Gamma_{e1}| &= \left|\frac{S_{11} - \Delta_S \Gamma_2}{1 - S_{22}\Gamma_2}\right| \leq 1 \\ |\Gamma_{e2}| &= \left|\frac{S_{22} - \Delta_S \Gamma_1}{1 - S_{11}\Gamma_1}\right| \leq 1 \end{aligned}\right\} \forall\ \Gamma_1\ et\ \Gamma_2$$

de module <1

$$\Gamma_{e1} = \frac{S_{11} - \Delta_S \Gamma_2}{1 - S_{22}\Gamma_2} = \frac{\Delta_S}{S_{22}} + \frac{S_{12}S_{21}}{S_{22}} \frac{1}{1 - S_{22}\Gamma_2}$$

Ensemble des points représentant Γ_{e1} quand Γ_2 est situé à l'intérieur du cercle unité

⇨

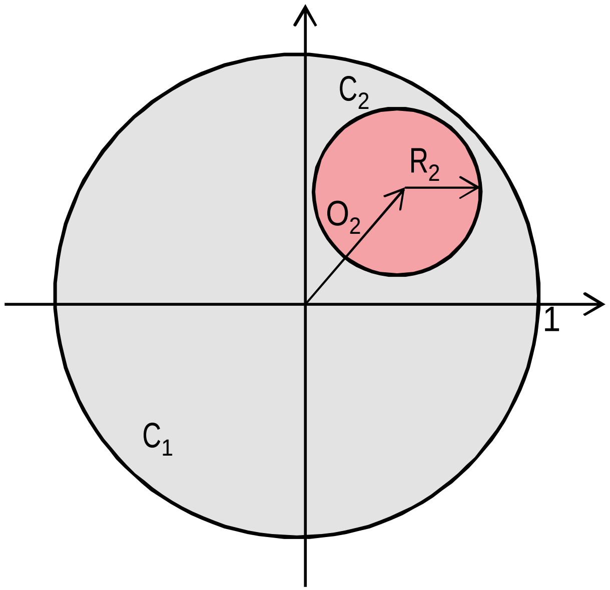
C'est un cercle de centre O_2 et de rayon R_2

$$O_2 = \frac{S_{11} - S_{22}^*.\Delta_S}{1 - |S_{22}|^2} \quad \text{et} \quad R_2 = \frac{|S_{12}.S_{21}|}{\left|1 - |S_{22}|^2\right|}$$

Stabilité des quadripôles

➤ Conditions de stabilité inconditionnelles

$$O_2 = \frac{S_{11} - S_{22}^* \Delta_S}{1 - |S_{22}|^2} \quad et \quad R_2 = \frac{|S_{12}S_{21}|}{\left|1 - |S_{22}|^2\right|}$$



Inconditionnellement stable à l'accès 1 si:

$\boxed{R_2 < 1}$ et $\boxed{|O_2| + R_2 < 1}$

$\boxed{|S_{22}| < 1 \text{ et } 1 - |S_{22}|^2 > |S_{12}S_{21}|}$ et $\boxed{1 - |S_{11}|^2 - |S_{22}|^2 + |\Delta_S|^2 > 2|S_{12}S_{21}|}$

En permutant les indices on trouve les conditions pour l'accès 2 :

$$\left.\begin{array}{l} 1 - |S_{11}|^2 > |S_{12}S_{21}| \\ 1 - |S_{22}|^2 > |S_{12}S_{21}| \end{array}\right\} \Rightarrow |\Delta_S| < 1$$

$$K = \frac{1 - |S_{11}|^2 - |S_{22}|^2 + |\Delta_S|^2}{2|S_{12}S_{21}|} > 1$$

$$\Delta_S = S_{11}S_{22} - S_{12}S_{21}$$

K est appelé facteur de stabilité ou facteur de Rollet

$$\boxed{K > 1 \quad et \quad |\Delta_S| < 1}$$

Stabilité des quadripôles

- Stabilité conditionnelle - instabilité potentielle

$$K < 1 \quad ou \quad |\Delta_S| > 1$$

On cherche l'ensemble des points Γ_1 ou Γ_2 rendant le quadripôle instable

Cercles de stabilité accès 1

$$\Gamma_1 \quad tel\ que \quad |\Gamma_{e2}| < 1$$

$$centre : O_1 = \frac{S_{11}^* - S_{22}\Delta_S^*}{|S_{11}|^2 - |\Delta_S|^2}$$

$$rayon : R_1 = \frac{|S_{12}S_{21}|}{\left||S_{11}|^2 - |\Delta_S|^2\right|}$$

Cercles de stabilité accès 2

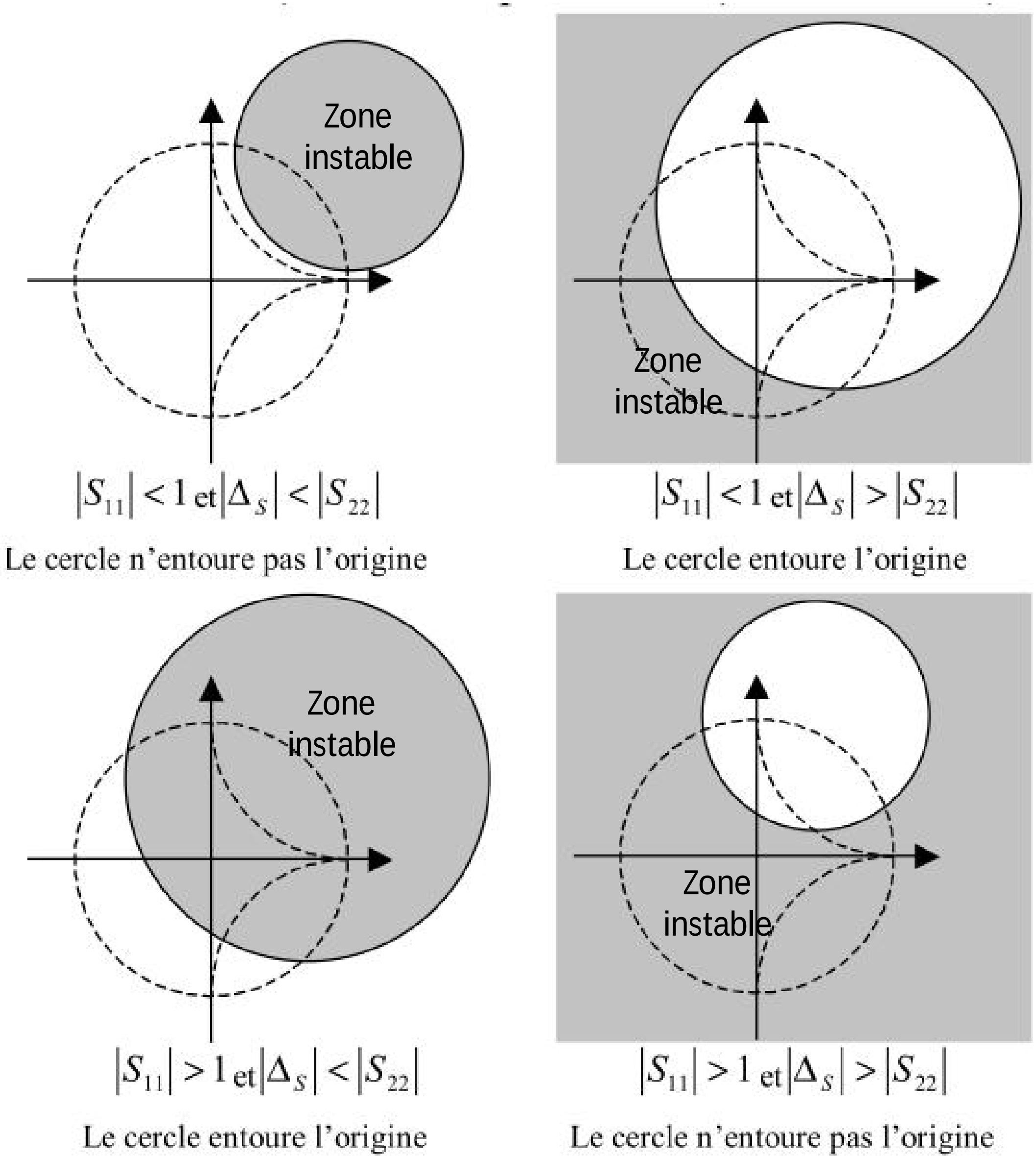
$$\Gamma_2 \quad tel\ que \quad |\Gamma_{e1}| < 1$$

$$centre : O_2 = \frac{S_{22}^* - S_{11}\Delta_S^*}{|S_{22}|^2 - |\Delta_S|^2}$$

$$rayon : R_2 = \frac{|S_{12}S_{21}|}{\left||S_{22}|^2 - |\Delta_S|^2\right|}$$

Ces cercles partagent le plan complexe en deux régions correspondant respectivement aux zones de stabilité et d'instabilité du quadripôle.

Stabilité des quadripôles

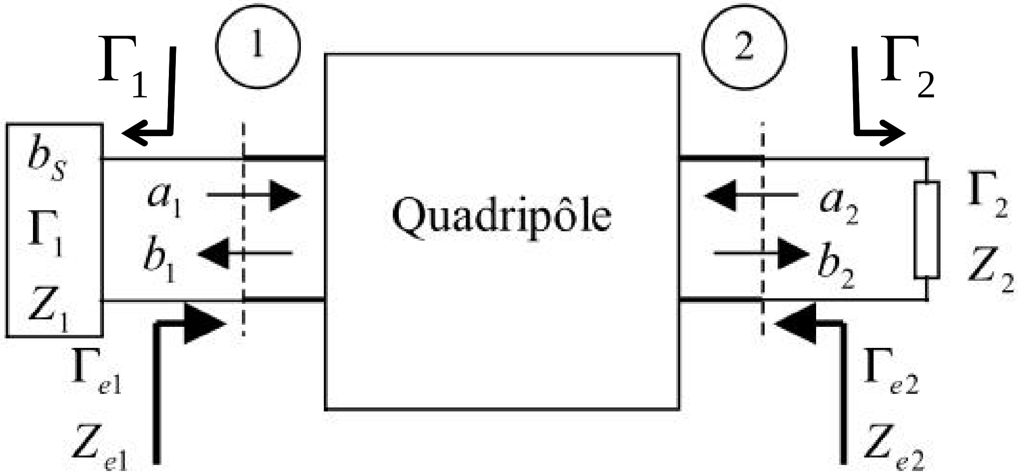


Ex :Cercles de stabilité accès 2

les quatre cas à considérer suivant que le cercle entoure ou non l'origine et que le module de S_{11} est supérieur ou inférieur à 1

Adaptation en puissance

➢ conditions de transfert maximum de puissance



✓ Le transfert de puissance entre le générateur et l'accès 1 doit être maximum : $P_1=P_{1disp}$

→ Adaptation conjuguée en entrée $\Gamma_{e1} = \Gamma_1^*$

✓ Le transfert de puissance entre l'accès 2 et la charge doit être maximum : $P_2=P_{2disp}$

→ Adaptation conjuguée en sortie $\Gamma_{e2} = \Gamma_2^*$

$$\boxed{\frac{S_{11} - \Delta_S \Gamma_2}{1 - S_{22}\Gamma_2} = \Gamma_1^* \quad et \quad \frac{S_{22} - \Delta_S \Gamma_1}{1 - S_{11}\Gamma_1} = \Gamma_2^*}$$

Adaptation en puissance simultanée entrée / sortie

➢ Transfert maximum de puissance: adaptation conjuguée

résolution du système d'équations

→ Equation du second degré: $C_1\Gamma_1^2 - B_1\Gamma_1 + C_1^* = 0$ *avec* $\begin{cases} B_1 = 1 + |S_{11}|^2 - |S_{22}|^2 - |\Delta_S|^2 \\ C_1 = S_{11} - S_{22}^*\Delta_S \end{cases}$

(Γ_{m2} se trouve par permutation des indices)

$$\boxed{\Gamma_{m1} = \frac{B_1 \pm 2|S_{12}S_{21}|\sqrt{K^2 - 1}}{2C_1}}$$

K :facteur de stabilité

$$B_1 > 0 \quad \Rightarrow \quad |\Gamma_{m1}| < 1 \ \textbf{avec le signe -}$$

$$B_1 < 0 \quad \Rightarrow \quad |\Gamma_{m1}| < 1 \ \textbf{avec le signe} +$$

Gain transducique dans les conditions d'adaptation conjuguée

Règles de signe identique à Γ_{m1}

$$\boxed{G_{Tm} = \left|\frac{S_{21}}{S_{12}}\right|\left(K \pm \sqrt{K^2 - 1}\right)}$$

Relation entre stabilité et adaptation conjuguée

➢ Quadripôle inconditionnellement stable

- Adaptation conjuguée possible simultanément aux deux accès
- Le gain transducique est maximum
- B_1 et B_2 sont positifs on utilise le signe – dans les expressions

$$\begin{cases} K > 1 \\ |\Delta_S| < 1 \end{cases} \Longrightarrow \begin{aligned} \Gamma_{m1} &= \frac{B_1 - 2|S_{12}S_{21}|\sqrt{K^2 - 1}}{2C_1} \\ \Gamma_{m2} &= \frac{B_2 - 2|S_{12}S_{21}|\sqrt{K^2 - 1}}{2C_2} \\ G_{T\max} &= \left|\frac{S_{21}}{S_{12}}\right|\left(K - \sqrt{K^2 - 1}\right) \end{aligned}$$

Relation entre stabilité et adaptation conjuguée

- Quadripôle potentiellement instable
  - Condition sur le facteur de stabilité K remplie

    - Adaptation conjuguée simultanée aux deux accès possible

    - Le gain transducique n'est pas maximum

    - B_1 et B_2 sont négatifs on utilise le signe +

$$\begin{cases} K > 1 \\ |\Delta_S| > 1 \end{cases} \Rightarrow \quad \Gamma_{m1} = \frac{B_1 + 2|S_{12}S_{21}|\sqrt{K^2 - 1}}{2C_1} \qquad \Gamma_{m2} = \frac{B_2 + 2|S_{12}S_{21}|\sqrt{K^2 - 1}}{2C_2}$$

$$G_{T\max} = \left|\frac{S_{21}}{S_{12}}\right|\left(K + \sqrt{K^2 - 1}\right)$$

  - Condition sur le facteur de stabilité K non remplie

K<1 → Adaptation conjuguée simultanée aux deux accès est impossible

Cercles à gain constant

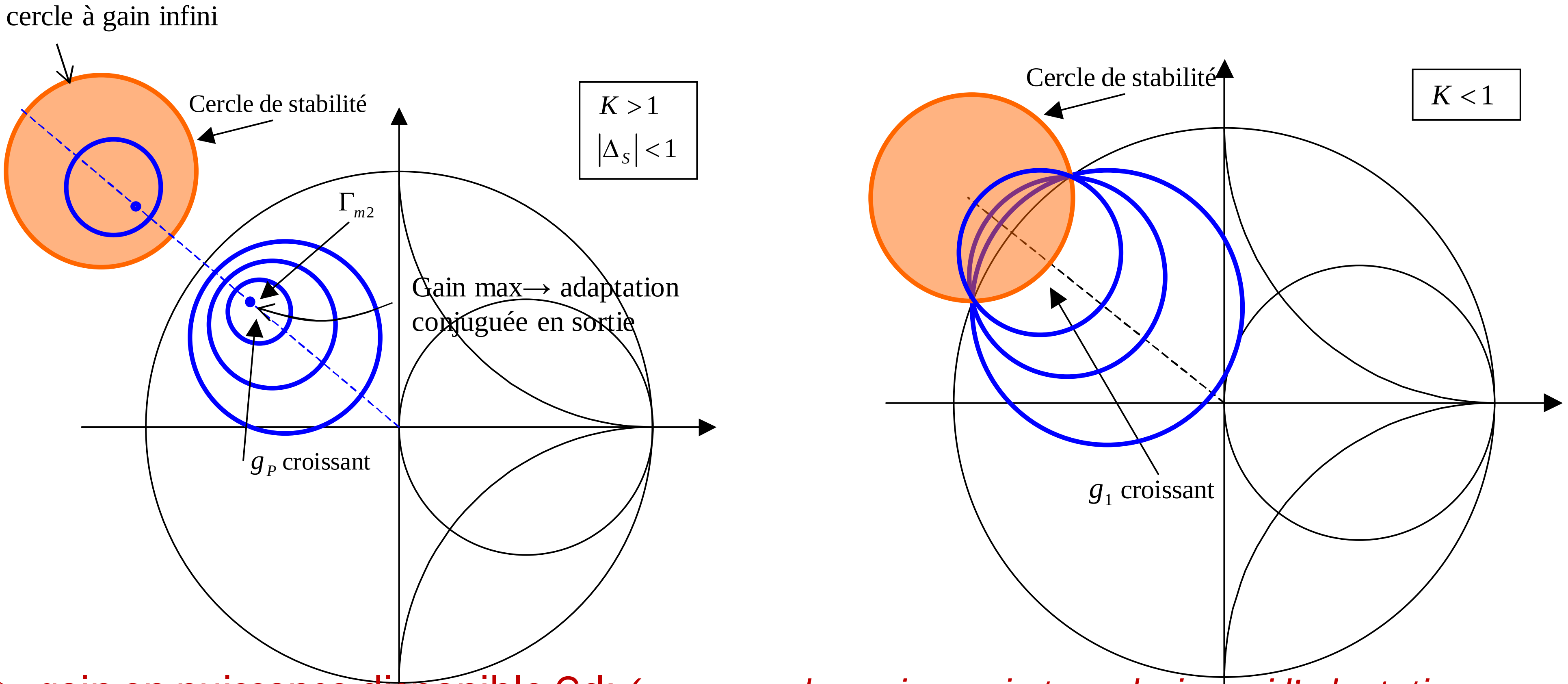
- gain en puissance: *(correspond aussi au gain transducique si l'adaptation conjuguée en entrée a été réalisée)*

$$G_P = \frac{|S_{21}|^2\left(1-|\Gamma_2|^2\right)}{\left(1-|S_{11}|^2\right)+\left(|S_{22}|^2-|\Delta_S|^2\right)|\Gamma_2|^2-2\Re e\left(C_2\Gamma_2\right)}$$

$$C_2 = S_{22} - S_{11}^*\Delta_S$$

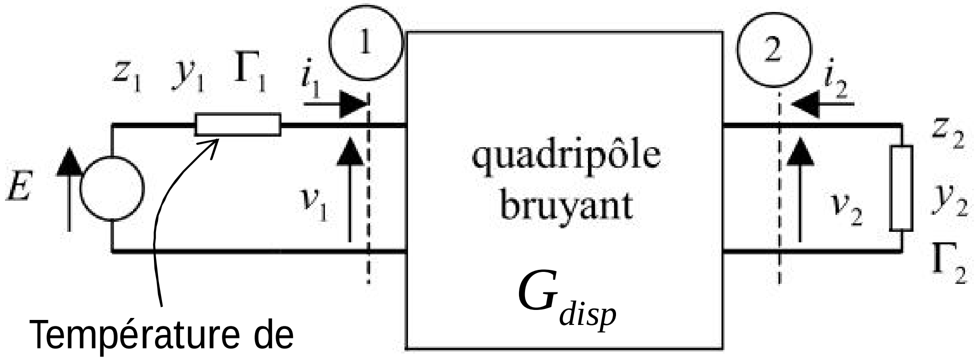
$$g_p = \frac{G_p}{|S_{21}|^2}$$

Lieu de Γ_2 tels que g_P soit constant $\longrightarrow$ Faisceaux de cercles dans le plan Γ_2



- gain en puissance disponible Gd: *(correspond aussi au gain transducique si l'adaptation conjuguée en sortie a été réalisée) → résultat identique en permutant les indices 1 et 2*

Facteur de bruit d'un quadripôle



Température de référence T_0=290K

$N_{i\,disp}$ *puissance disponible de bruit à l'accès i*

$S_{i\,disp}$ *puissance disponible de signal à l'accès i*

$\left(\dfrac{S_{i\,disp}}{N_{i\,disp}}\right)$ *rapport signal sur bruit à l'accès i*

Facteur de bruit

caractérise la dégradation du rapport signal sur bruit entre les deux accès du quadripôle.

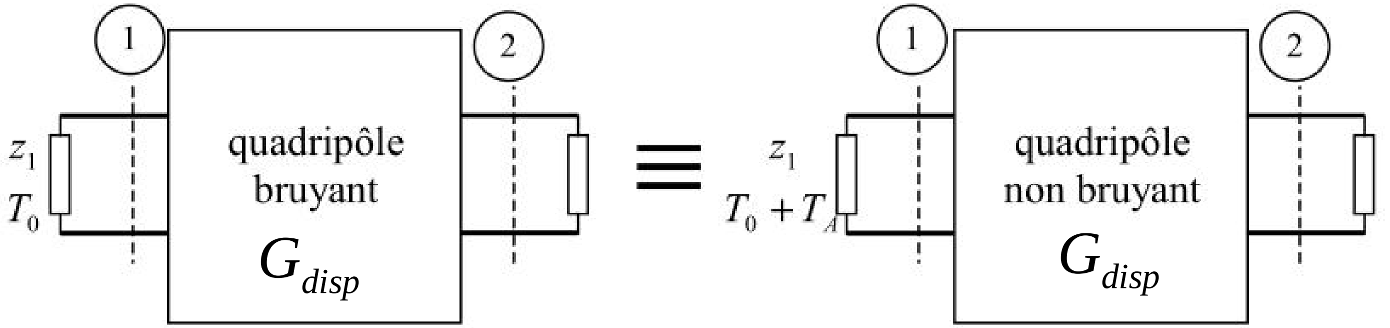
$$\boxed{F = \left.\frac{\left(\dfrac{S_{1disp}}{N_{1disp}}\right)}{\left(\dfrac{S_{2disp}}{N_{2disp}}\right)}\right|_{T_0=290K}}$$

En sortie : $$F = \frac{N_{2disp}}{G_{disp}N_{1disp}} = \frac{\text{puissance totale de bruit disponible en sortie}}{\text{puissance due à l'impédance interne du générateur à } T_0}$$

En entrée : $$F = \frac{N_{2disp}/G_{disp}}{N_{1disp}} = \frac{\text{puissance totale de bruit disponible ramenée en entrée}}{\text{puissance disponible de l'impédance interne du générateur à } T_0}$$

Température additionnelle de bruit

La température additionnelle de bruit T_A est l'augmentation de température qu'il faut apporter à l'impédance interne du générateur pour retrouver à la sortie (Q étant non bruyant) la même puissance de bruit disponible



$$F = \frac{N_{2disp}}{G_{disp} N_{1disp}} = \frac{\left(kT_0\Delta_f + kT_A\Delta_f\right)G_{disp}}{kT_0\Delta_f G_{disp}} = 1 + \frac{T_A}{T_0}$$

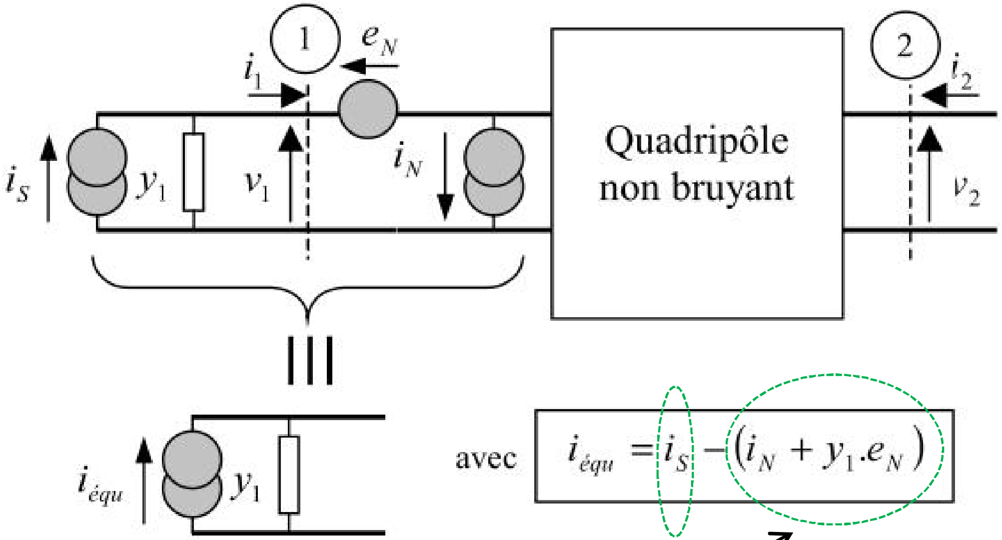
Pour une mesure à T≠T_0

$$F_T = 1 + \frac{T_A}{T} = 1 + \frac{T_A}{T_0}\frac{T_0}{T} = 1 + \frac{T_0}{T}(F - 1)$$

$$F = 1 + \frac{T(F_T - 1)}{T_0}$$

Influence de l'impédance placée à l'accès 1

Formalisme de la matrice de chaîne → ramène toutes les sources de bruit en entrée



avec $i_{équ} = i_S - (i_N + y_1.e_N)$

Pas de corrélation

Puissance de bruit disponible aux bornes du générateur

$$N_g = \frac{1}{4\Re(y_1)}\left\langle i_S^2 \right\rangle$$

Puissance de bruit totale disponible à l'accès 1

$$N_{disp} = \frac{1}{4\Re e(y_1)} < i_{équ}^2 >$$

$$N_{disp} = \frac{1}{4\Re e(y_1)}\left(< i_S^2 > + < (i_N + y_1 e_N)^2 >\right)$$

$$F = \frac{< i_S^2 > + < (i_N + y_1 e_N)^2 >}{< i_S^2 >} = 1 + \frac{< (i_N + y_1 e_N)^2 >}{< i_S^2 >}$$

Influence de l'impédance placée à l'accès 1

On introduit l'admittance de corrélation y_c pour exprimer la Corrélation partielle entre les sources

Partie non corrélé

$$\Longrightarrow \quad i_N = i_{NC} + y_C e_N$$

$$< (i_N + y_1.e_N)^2 > = < (i_{NC} + (y_1 + y_C).e_N)^2 >$$

$$= < i_{NC}^2 > + |y_1 + y_C|^2 < e_N^2 >$$

$$< i_S^2 > = 4kT_0 \Delta f \; \Re e(y_1)$$

$$< e_N^2 > = 4kT_0 \Delta f \; r_N$$

$$< i_{NC}^2 > = 4kT_0 \Delta f \; g_N$$

$$\boxed{F = 1 + \frac{g_N + r_N |y_1 + y_C|^2}{\Re e(y_1)}}$$

$$R_N = Z_{01}.r_N \qquad G_N = \frac{g_N}{Z_{01}}$$

et

$$Y_1 = \frac{y_1}{Z_{01}} \qquad Y_C = \frac{y_C}{Z_{01}}$$

.

$$\boxed{F = 1 + \frac{G_N + R_N.|Y_1 + Y_C|^2}{\Re e(Y_1)}}$$

4 paramètres de bruit propre au quadripôle

$$F = 1 + \frac{g_N + r_N \left|y_1 + y_C\right|^2}{\Re e(y_1)} \Rightarrow$$

Le facteur de bruit dépend de l'admittance y_1 placée à l'accès 1

$$y_1 = g_1 + jb_1$$
$$y_c = g_c + jb_c$$

L'objectif est de trouver les conditions sur y_1 pour avoir le facteur de bruit minimum

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{\partial F}{\partial b_1} = 0 \\ \dfrac{\partial F}{\partial g_1} = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow$$

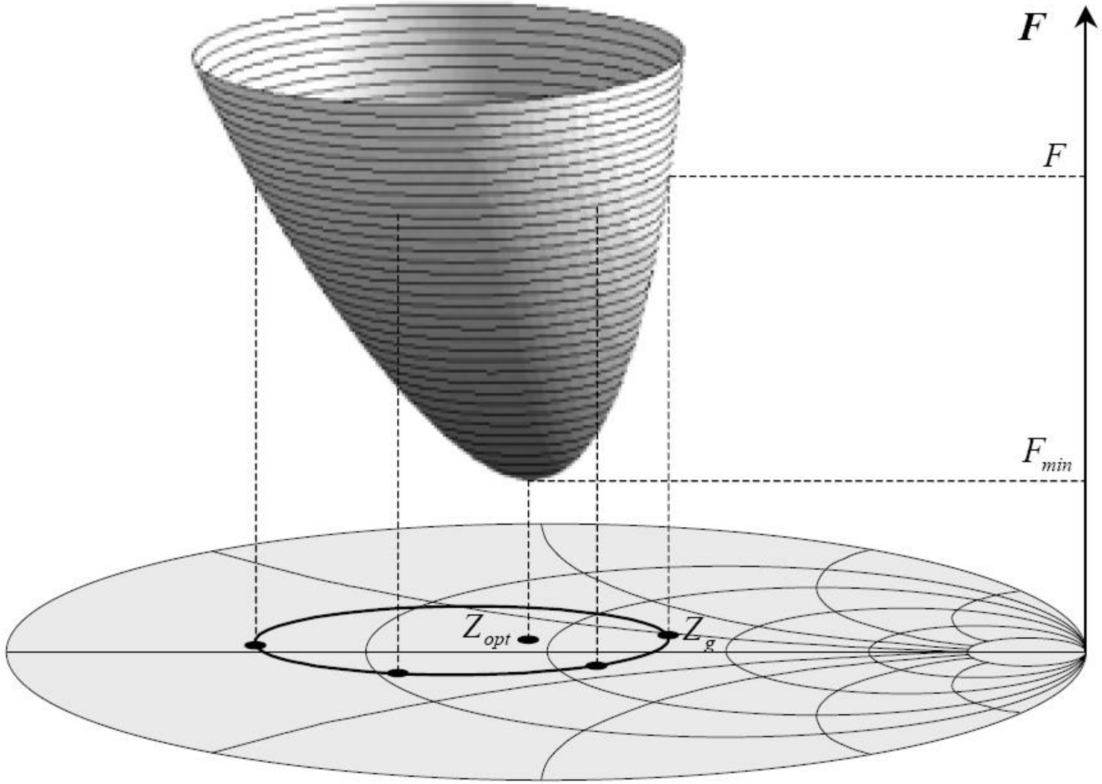
admittance optimale en bruit

$$y_{opt} = g_{opt} + jb_{opt} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} g_{opt} = \sqrt{g_C^2 + \dfrac{g_N}{r_N}} \\ b_{opt} = -b_C \end{cases}$$

$$si\ y_1 = y_{opt} \Rightarrow F = F_{\min} = 1 + 2r_N\left(g_C + g_{opt}\right)$$

$$\boxed{F = F_{\min} + \frac{r_N}{\Re e(y_1)}\left|y_1 - y_{opt}\right|^2}$$

4 paramètres de bruit propre au quadripôle



$$F = F_{\min} + \frac{G_N}{\Re e(Z_1)} \left| Z_1 - Z_{opt} \right|^2$$

$$F = F_{\min} + \frac{R_N}{\Re e(Y_1)} \left| Y_1 - Y_{opt} \right|^2$$

$$F = F_{\min} + \frac{4R_N}{Z_{01}} \frac{\left| \Gamma_1 - \Gamma_{opt} \right|^2}{\left(1 - \left| \Gamma_1 \right|^2\right) \left| 1 + \Gamma_{opt} \right|^2}$$

4 paramètres
de bruit propre
au quadripôle

$$\Longrightarrow \quad F_{\min} \qquad \left\{ \begin{array}{l} Y_{opt} \\ Z_{opt} \\ \Gamma_{opt} \end{array} \right. \qquad R_N$$

Cercles à facteur de bruit constant

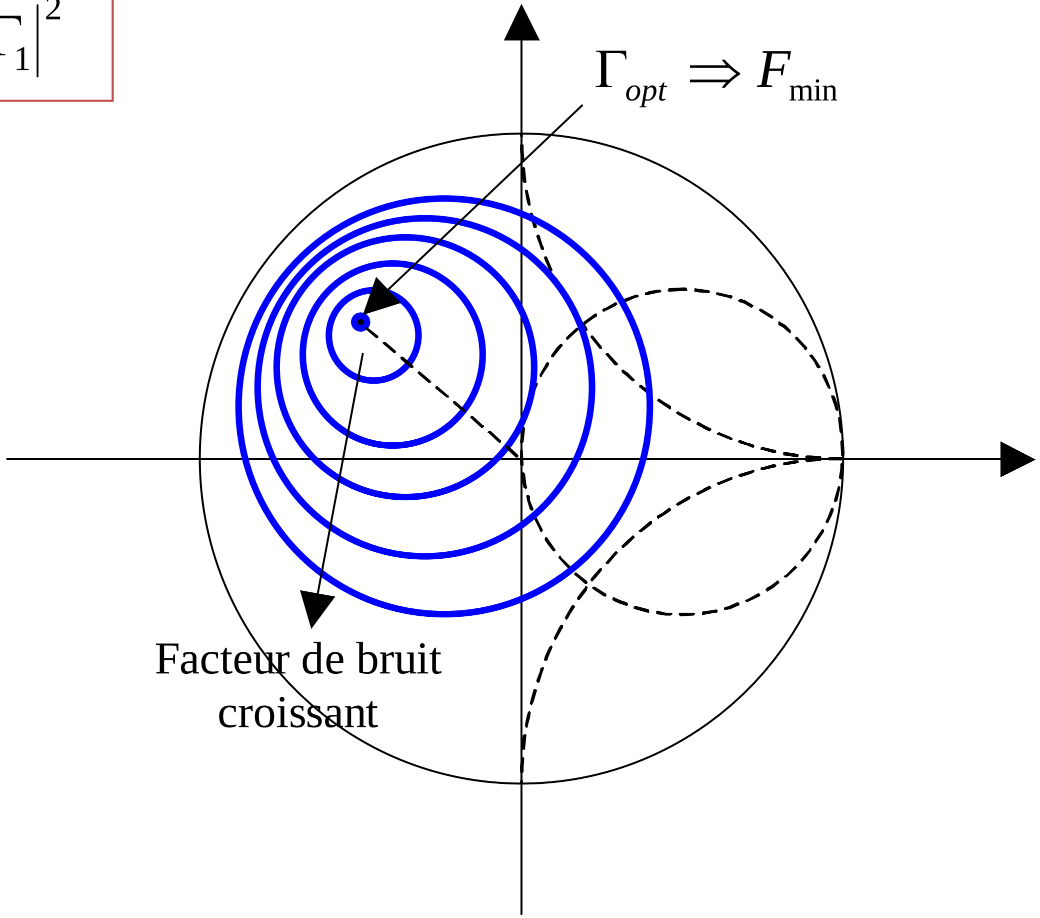
Formalisme des coefficients de réflexion:

$$\Gamma_1 = \frac{1-y_1}{1+y_1} \qquad \Gamma_{opt} = \frac{1-y_{opt}}{1+y_{opt}}$$

$$\boxed{F = F_{\min} + \frac{4r_N}{\left|1+\Gamma_{opt}\right|^2}\frac{\left|\Gamma_1 - \Gamma_{opt}\right|^2}{1-\left|\Gamma_1\right|^2}}$$

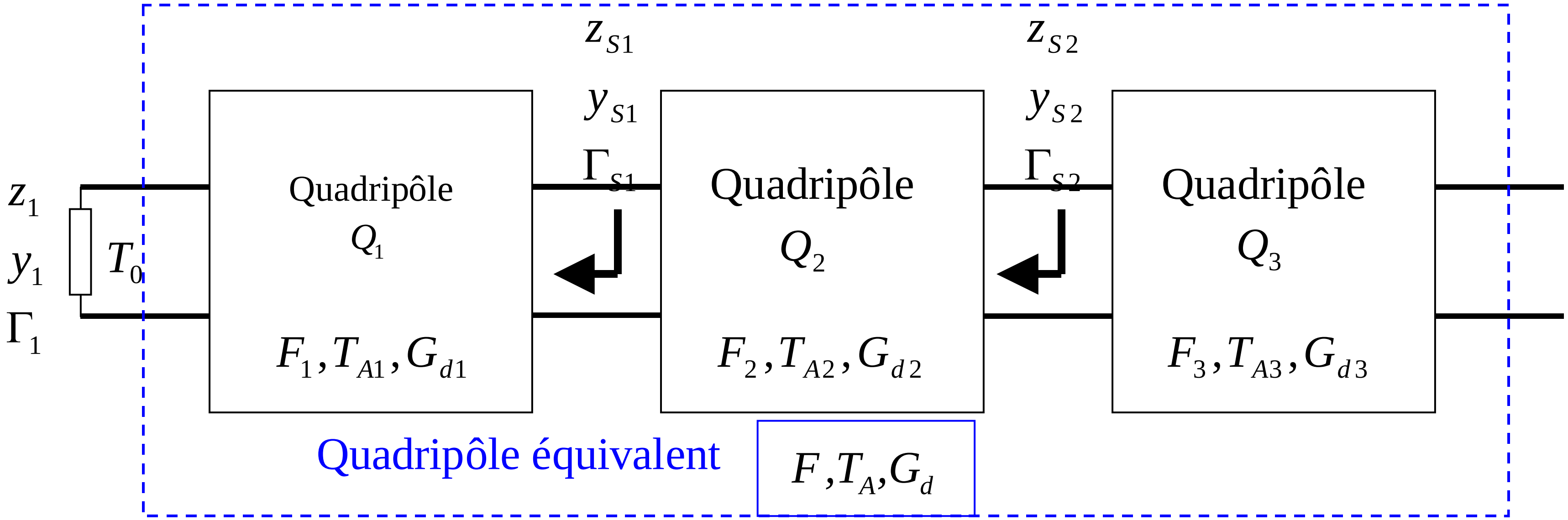
$$\begin{cases} O_N = \dfrac{\Gamma_{opt}}{1+N} \\ R_N = \dfrac{\sqrt{N\left(1+N-\left|\Gamma_{opt}\right|^2\right)}}{1+N} \end{cases}$$

$$N = \frac{F-F_{\min}}{4r_N}\left|1+\Gamma_{opt}\right|^2$$



Faisceau de cercles dans le plan d'entrée du quadripôle

Quadripôles en cascade – formule de Friis



- Gain en puissance disponible: $G_d = G_{d1} G_{d2} G_{d3}$
- Puissance de bruit disponible en sortie:

$$N_S = \underbrace{k\Delta f\, T_0 G_{d1} G_{d2} G_{d3}}_{\text{Charge en entrée}} + \underbrace{k\Delta f\, T_{A1} G_{d1} G_{d2} G_{d3}}_{\text{Quadripôle } Q_1} + \underbrace{k\Delta f\, T_{A2} G_{d2} G_{d3}}_{\text{Quadripôle } Q_2} + \underbrace{k\Delta f\, T_{A3} G_{d3}}_{\text{Quadripôle } Q_3}$$

$$N_S = k(T_0 + T_A)\Delta f\, G_d \Longrightarrow \boxed{T_A = T_{A1} + \frac{T_{A2}}{G_{d1}} + \frac{T_{A3}}{G_{d1} G_{d2}}}$$

$$F = 1 + \frac{T_A}{T_0} \Longrightarrow \boxed{F = F_1 + \frac{F_2 - 1}{G_{d1}} + \frac{F_3 - 1}{G_{d1} G_{d2}}}$$

Formule de Friis :

Relation entre paramètres de bruit et la matrice chaîne de corrélation

$$i_N = i_{NC} + y_C . e_N$$

$$< e_N e_N^* >= 4kT_0 \Delta f \; r_N$$

$$< i_{NC} i_{NC}^* >= 4kT_0 \Delta f \; g_N$$

$$\mathbf{C_c} =< \mathbf{n}.\mathbf{n}^+ >= \begin{pmatrix} < e_N e_N^* > & < e_N i_N^* > \\ < e_N^* i_N > & < i_N i_N^* > \end{pmatrix}$$

$$\mathrm{n} = \begin{pmatrix} e_N \\ i_N \end{pmatrix} \qquad \mathrm{n}^+ = \begin{pmatrix} e_N^* & i_N^* \end{pmatrix}$$

$$C_{c11} =< e_N e_N^* >= 4kT_0 \Delta f \; r_N$$

$$C_{c21} =< e_N^* i_N >= y_C < e_N^* e_N >= 4kT_0 \Delta f \; r_N y_C$$

$$C_{c22} =< i_N i_N^* >=< i_{NC} i_{NC}^* > + |y_C|^2 < e_N e_N^* >= 4kT_0 \Delta f \left(g_N + |y_C|^2 r_N \right)$$

$$C_{c12} =< e_N i_N^* >= y_c^* < e_N^* e_N >= 4kT_0 \Delta f \; r_N y_c^*$$

En utilisant les paramètres de bruit $\Longrightarrow$

$$y_C = \frac{F_{\min} - 1}{2.r_N} - y_{opt} \qquad g_N + |y_C|^2 .r_N = r_N . |y_{opt}|^2$$

$$\mathbf{C_c} = 4kT_0 \Delta f \begin{pmatrix} r_N & \dfrac{F_{\min} - 1}{2} - r_N y_{opt}^* \\ \dfrac{F_{\min} - 1}{2} - r_N y_{opt} & r_N |y_{opt}|^2 \end{pmatrix}$$

$$r_N = \frac{C_{c11}}{4kT_0 \Delta f}$$

$$y_{opt} = \sqrt{\frac{C_{c22}}{C_{c11}} - \Im m^2 \left(\frac{C_{c12}}{C_{c11}} \right)} + j \Im m \left(\frac{C_{c12}}{C_{c11}} \right)$$

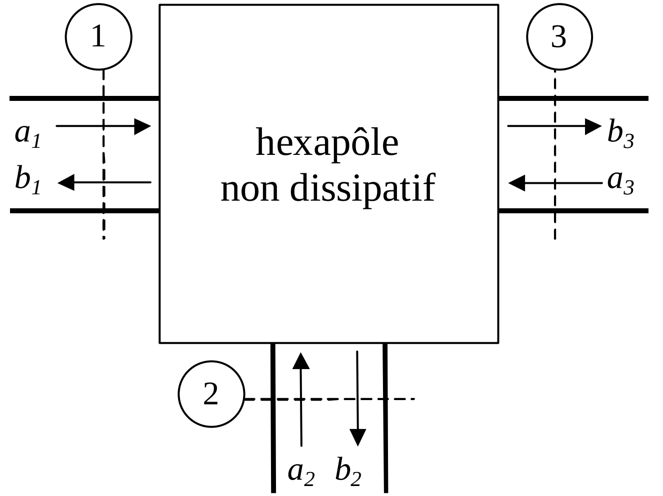
$$F_{\min} = 1 + 2 r_N \Re e \left(y_{opt} + \frac{C_{c12}}{C_{c11}} \right)$$

III – Octopôles et hexapôles linéaires

Hexapôles et octopôles

➢ Hexapôle réciproque et sans pertes

$$\mathbf{S}^{+}.\mathbf{S} = \mathbf{1}$$
$$\mathbf{S} = \mathbf{S}^{t} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\mathbf{S}^{*} = \mathbf{S}^{-1}}$$



Conditions d'adaptation : S_{ii}=0

$$\mathbf{S} = \begin{pmatrix} 0 & S_{12} & S_{13} \\ S_{12} & 0 & S_{23} \\ S_{13} & S_{23} & 0 \end{pmatrix} \Longrightarrow$$

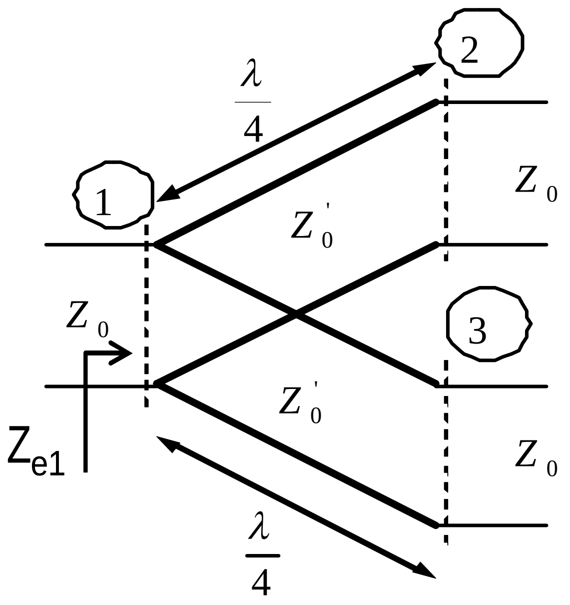
$S^* = S^{-1}$ les éléments diagonaux de S^{-1} sont nuls $\Longrightarrow$ les cofacteurs M_{ii} associés aux éléments diagonaux sont nuls

$$\left.\begin{aligned} M_{11} &= -S_{23}^2 = 0 \\ M_{22} &= -S_{13}^2 = 0 \\ M_{33} &= -S_{12}^2 = 0 \end{aligned}\right\} \Rightarrow S_{12} = S_{13} = S_{23} = 0$$

↳ Adaptation simultanée aux 3 accès impossible

Un hexapôle réciproque et sans pertes n'est adaptable qu'à un seul de ses accès

Ex : Diviseur de puissance réciproque et sans pertes



- On adapte à l'accès 1, (2 et 3 étant fermés par Z_0)
- L'impédance d'entrée $Z_{e1} = Z_0$

$$Z_{e1} = Z'_{e1} // Z'_{e1}$$

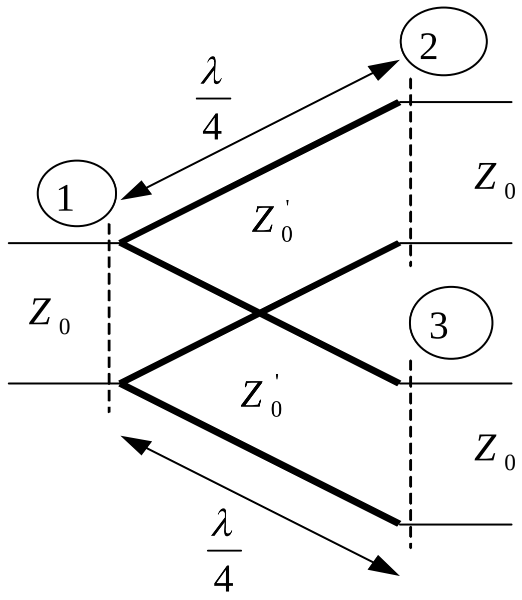
Z'_{e1} : Impédance d'entrée d'une ligne λ/4 fermée par Z_0

$$Z_{e1} = \left(\frac{Z_0^{'2}}{Z_0}\right) // \left(\frac{Z_0^{'2}}{Z_0}\right) = \frac{Z_0^{'2}}{2Z_0} \Rightarrow \boxed{Z'_0 = Z_0\sqrt{2}}$$

- Symétrie des accès 2 et 3 : $S_{12} = S_{13} \; et \; S_{22} = S_{33}$

$$S = \begin{pmatrix} 0 & S_{12} & S_{12} \\ S_{12} & S_{22} & S_{23} \\ S_{12} & S_{23} & S_{22} \end{pmatrix} \xrightarrow[\text{Sans pertes}]{S^+.S = 1} \begin{cases} 2.|S_{12}|^2 = 1 \\ |S_{12}|^2 + |S_{22}|^2 + |S_{23}|^2 = 1 \\ S_{12}.S_{22}^* + S_{12}.S_{23}^* = 0 \\ S_{12}.S_{12}^* + S_{22}.S_{23}^* + S_{23}.S_{22}^* = 0 \end{cases}$$

Ex : Diviseur de puissance réciproque et sans pertes



$$\begin{cases} 2.|S_{12}|^2 = 1 \\ |S_{12}|^2 + |S_{22}|^2 + |S_{23}|^2 = 1 \\ S_{12}.S_{22}^* + S_{12}.S_{23}^* = 0 \\ S_{12}.S_{12}^* + S_{22}.S_{23}^* + S_{23}.S_{22}^* = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{array}{l} |S_{12}| = \frac{1}{\sqrt{2}} \\ S_{22} = -S_{23} \\ |S_{22}| = \frac{1}{2} \end{array}$$

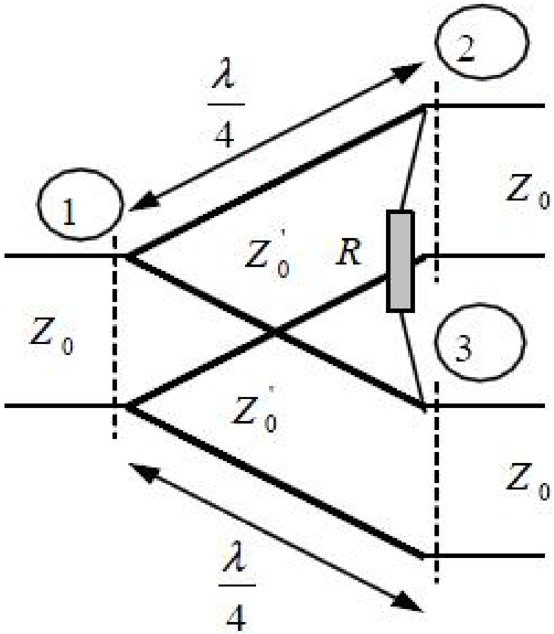
- Accès 1 vers 2 et 1 vers 3 fait par une ligne λ/4 $\Rightarrow$ Déphasage introduit pour S_{12} est de $-\pi/2$

- Accès 2 vers 3 fait par une ligne 2λ/4 $\Rightarrow$ Déphasage introduit pour S_{23} est de $-\pi$

$$\boxed{\mathbf{S} = \begin{pmatrix} 0 & -j\frac{1}{\sqrt{2}} & -j\frac{1}{\sqrt{2}} \\ -j\frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -j\frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}}$$

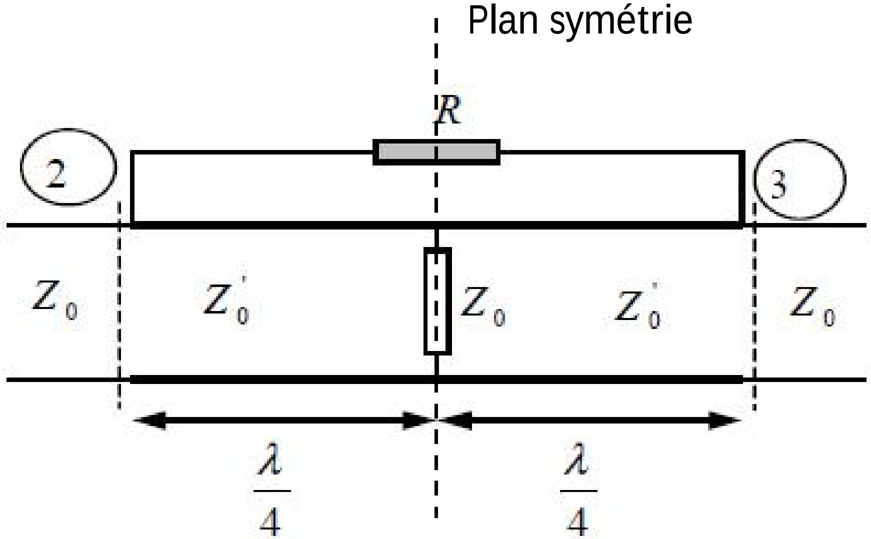
Hexapôle réciproque et dissipatif (ex : diviseur de Wilkinson)

La matrice de dissipation est différente de 0 : $\mathbf{Q_S} = \mathbf{1} - \mathbf{S}^{+}.\mathbf{S} \neq \mathbf{0}$



➢ La position de la résistance permet de conserver la symétrie et ne modifie pas le fonctionnement du dispositif lorsque celui-ci est excité à l'accès 1 et que les accès 2 et 3 sont fermés par des charges adaptées. Dans ces conditions, la résistance ne modifie pas le paramètres S_{11} ni les transmissions de 1 vers 2 et 3

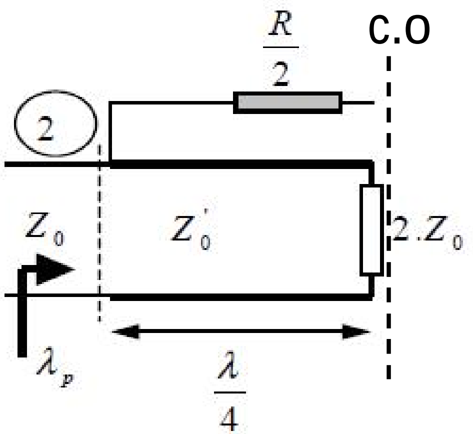
➢ si l'accès 1 est fermé par une charge adaptée la résistance modifie les paramètres du quadripôle équivalent entre 2 et 3 ⇨



Ce dispositif présente un plan de symétrie et peut donc être étudié par la technique des modes pair et impair

Hexapôle réciproque et dissipatif (ex : diviseur de Wilkinson)

Mode pair :

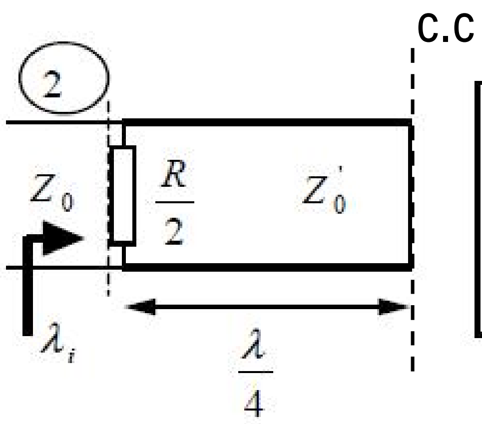


$$Z_0' = Z_0.\sqrt{2}$$

$$Z_{ep} = \frac{Z_0'^2}{2.Z_0} = Z_0$$

$$\lambda_p = 0$$

Mode impair :



$$Z_{ei} = \frac{R}{2}$$

$$\lambda_i = \frac{R - 2.Z_0}{R + 2.Z_0}$$

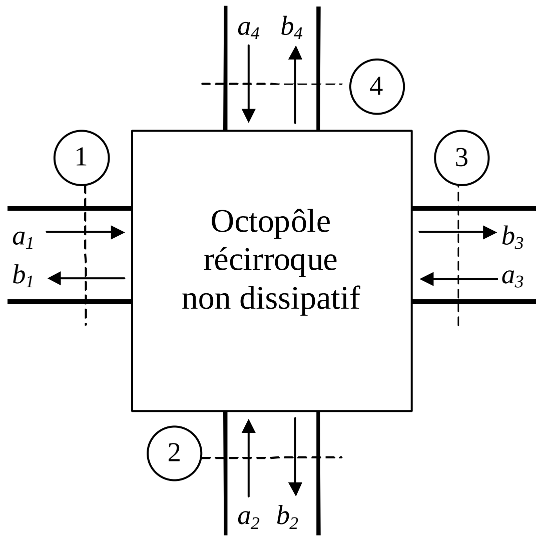
$$S' = \begin{bmatrix} \frac{\lambda_p + \lambda_i}{2} & \frac{\lambda_p - \lambda_i}{2} \\ \frac{\lambda_p - \lambda_i}{2} & \frac{\lambda_p + \lambda_i}{2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{R - 2Z_0}{2(R + 2Z_0)} & \frac{2Z_0 - R}{2(R + 2Z_0)} \\ \frac{2Z_0 - R}{2(R + 2Z_0)} & \frac{R - 2Z_0}{2(R + 2Z_0)} \end{bmatrix}$$

$\Rightarrow$ Si on choisit $R=2Z_0$ alors $S'=0$

$$\mathbf{S} = \begin{pmatrix} 0 & -j\frac{1}{\sqrt{2}} & -j\frac{1}{\sqrt{2}} \\ -j\frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & 0 \\ -j\frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$Z_0' = Z_0\sqrt{2} \;\; et \;\; R = 2Z_0$$

Octopôle réciproque et non dissipatif



Réciproque et sans pertes

$$\boxed{\mathbf{S}^* = \mathbf{S}^{-1}}$$

Conditions d'adaptation s_{ii}=0

$$\mathbf{S} = \begin{pmatrix} 0 & S_{12} & S_{13} & S_{14} \\ S_{12} & 0 & S_{23} & S_{24} \\ S_{13} & S_{23} & 0 & S_{34} \\ S_{14} & S_{24} & S_{34} & 0 \end{pmatrix}$$

$$M_{11} = 2S_{23}S_{24}S_{34} = 0$$
$$M_{22} = 2S_{14}S_{13}S_{34} = 0$$
$$M_{33} = 2S_{14}S_{12}S_{24} = 0$$
$$M_{44} = 2S_{13}S_{12}S_{23} = 0$$

$$\boxed{S_{12} = S_{34} = 0} \rightarrow \text{Sol 1}$$

ou

$$S_{13} = S_{24} = 0$$

ou

$$S_{14} = S_{23} = 0$$

Sol 1 retenue

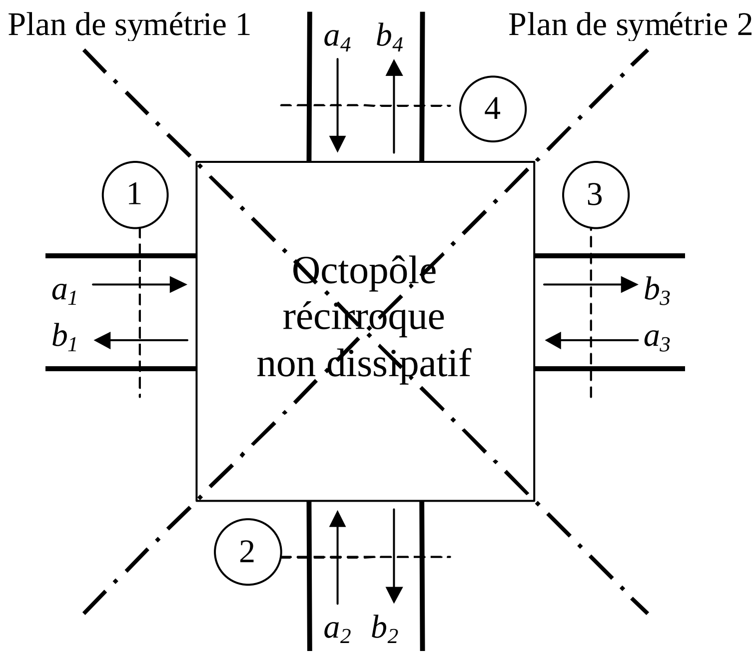
$$\mathbf{S} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & S_{13} & S_{14} \\ 0 & 0 & S_{23} & S_{24} \\ S_{13} & S_{23} & 0 & 0 \\ S_{14} & S_{24} & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{S}^*.\mathbf{S} = 1 \Rightarrow \begin{cases} |S_{13}|^2 + |S_{14}|^2 = 1 \\ |S_{23}|^2 + |S_{24}|^2 = 1 \\ |S_{13}|^2 + |S_{23}|^2 = 1 \\ |S_{14}|^2 + |S_{24}|^2 = 1 \\ S_{13}S_{23}^* + S_{14}S_{24}^* = 0 \\ S_{13}S_{14}^* + S_{23}S_{24}^* = 0 \end{cases}$$

$$\boxed{\begin{cases} \left.\begin{matrix} |S_{14}| = |S_{23}| = \alpha \\ |S_{13}| = |S_{24}| = \beta \end{matrix}\right\} \quad avec \quad \alpha^2 + \beta^2 = 1 \\ \varphi_{13} - \varphi_{23} = \varphi_{14} - \varphi_{24} + \pi + 2k.\pi \end{cases}}$$

Coupleur directif
Adaptable aux 4 accès

Octopôle possédant deux plans de symétrie



$$\begin{cases} S_{14} = S_{23} \\ S_{13} = S_{24} \end{cases} \qquad \begin{cases} \varphi_{14} = \varphi_{23} & \textit{Plan symétrie 1} \\ \varphi_{13} = \varphi_{24} & \textit{Plan symétrie 2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \boxed{\varphi_{13} = \varphi_{14} + \frac{\pi}{2} + k\pi}$$

$$si\ on\ prend\ \varphi_{14} = 0 \quad \Rightarrow \quad \mathbf{S} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \pm j\beta & \alpha \\ 0 & 0 & \alpha & \pm j\beta \\ \pm j\beta & \alpha & 0 & 0 \\ \alpha & \pm j\beta & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Coupleur directif 90°

Octopôle possédant un plan de symétrie et un plan d'anti-symétrie

$$\begin{cases} \left.\begin{aligned} |S_{14}| = |S_{23}| = \alpha \\ |S_{13}| = |S_{24}| = \beta \end{aligned}\right\} \quad avec \quad \alpha^2 + \beta^2 = 1 \\ \varphi_{13} - \varphi_{23} = \varphi_{14} - \varphi_{24} + \pi + 2k.\pi \end{cases}$$

$\Longleftarrow$ Réciproque et non dissipatif

$S_{14} = -S_{23}$ *Plan d'anti-symétrie*

$S_{13} = S_{24}$ *Plan symétrie*

$\Rightarrow$

$$\varphi_{13} = \varphi_{24}$$

$$\varphi_{14} = \varphi_{23} + \pi$$

$\Rightarrow$ $\boxed{\varphi_{13} = \varphi_{14} + k\pi}$

$$si\ on\ prend\ \varphi_{14} = 0 \qquad \mathbf{S} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \pm\beta & \alpha \\ 0 & 0 & -\alpha & \pm\beta \\ \pm\beta & -\alpha & 0 & 0 \\ \alpha & \pm\beta & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

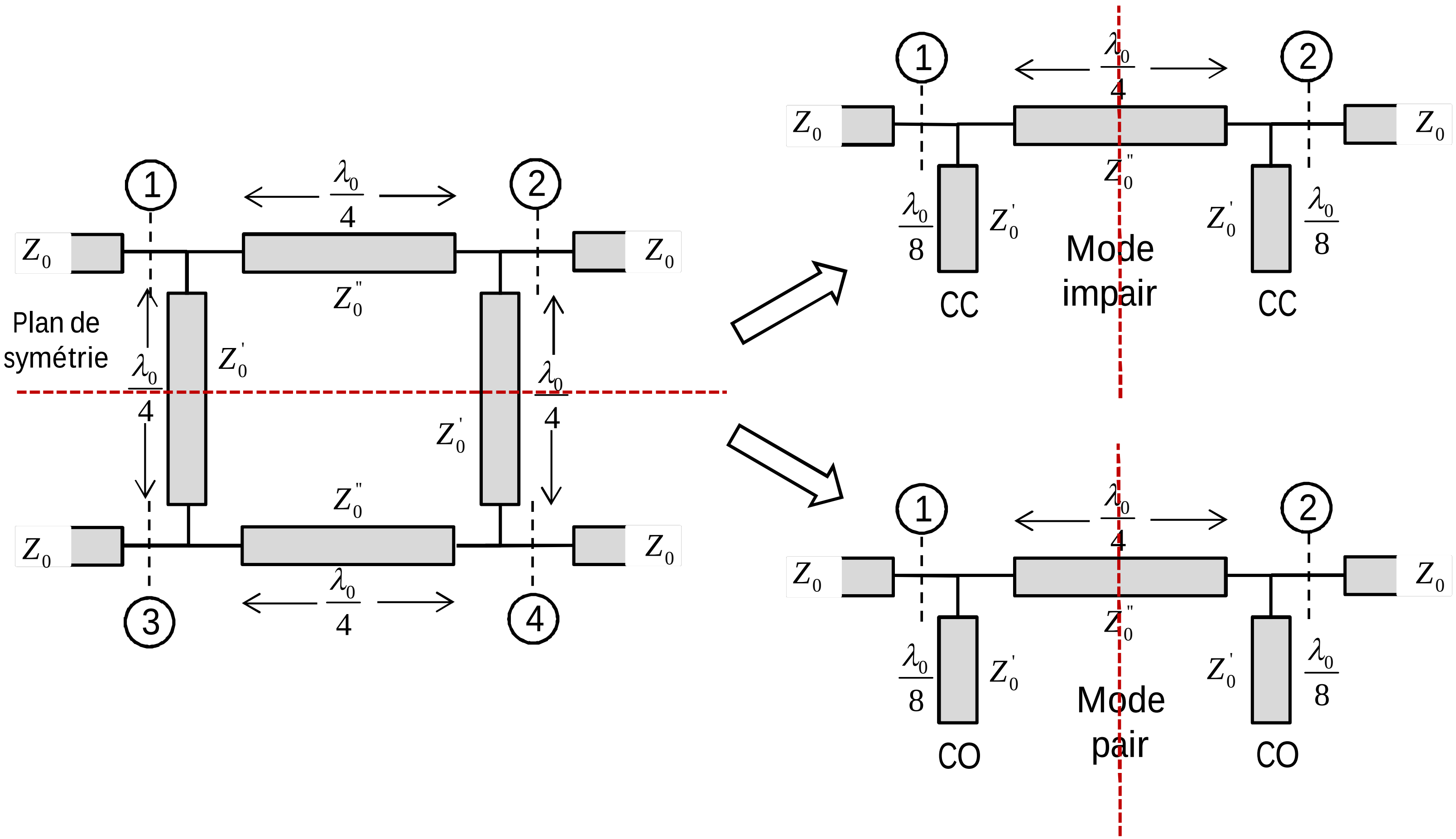
Coupleur 180°

- Cas particulier coupleur 3dB : $\alpha = \beta = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$

- Séparer une onde entrant à l'accès 1 (ou à l'accès 2) en deux ondes d'égale amplitude et en phase (ou en opposition de phase) sur les accès 3 et 4.

- Obtenir sur les accès 3 et 4 la somme et la différence de deux ondes entrantes aux accès 1 et 2.

Ex :Coupleur 90° Branch-line

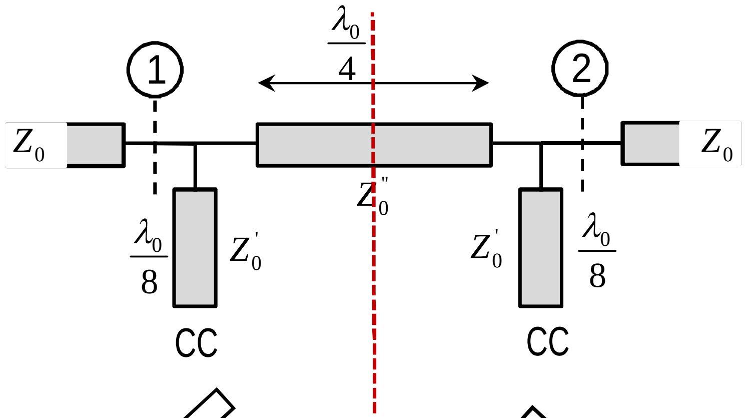


$$\mathbf{S_I}=\begin{pmatrix} S_{I11} & S_{I12} \\ S_{I12} & S_{I11} \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{S_P}=\begin{pmatrix} S_{P11} & S_{P12} \\ S_{P12} & S_{P11} \end{pmatrix}$$

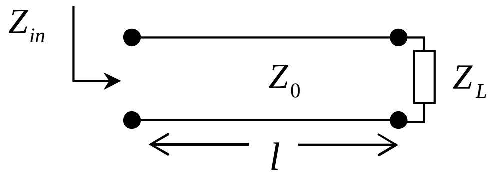
$$\mathbf{S}=\frac{1}{2}\begin{pmatrix} \mathbf{S_P}+\mathbf{S_I} & \vdots & \mathbf{S_P}-\mathbf{S_I} \\ \cdots & & \cdots \\ \mathbf{S_P}-\mathbf{S_I} & \vdots & \mathbf{S_P}+\mathbf{S_I} \end{pmatrix}$$

Mode impair



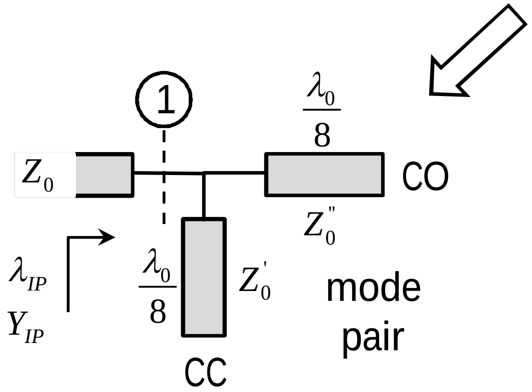
Rappel:

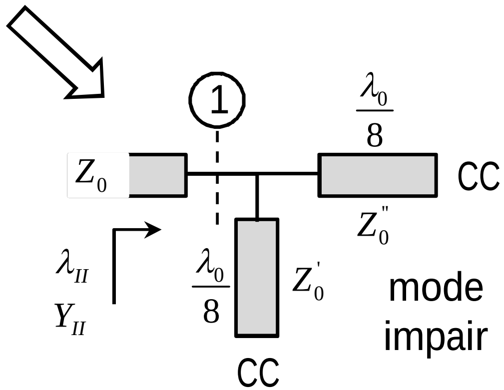
$$Z_{in} = Z_0 \frac{Z_L + jZ_0 \, tg\, \beta l}{Z_0 + jZ_L \, tg\, \beta l}$$



$$Z_L = CO \Rightarrow Z_{in} = \frac{Z_0}{jtg(\beta l)}$$

$$Z_L = CC \Rightarrow Z_{in} = jZ_0 tg(\beta l)$$





$$a = \frac{Z_0}{Z_0'} \quad et \quad b = \frac{Z_0}{Z_0''}$$

$$Y_{IP} = j\left(\frac{1}{Z_0''} - \frac{1}{Z_0'}\right)$$

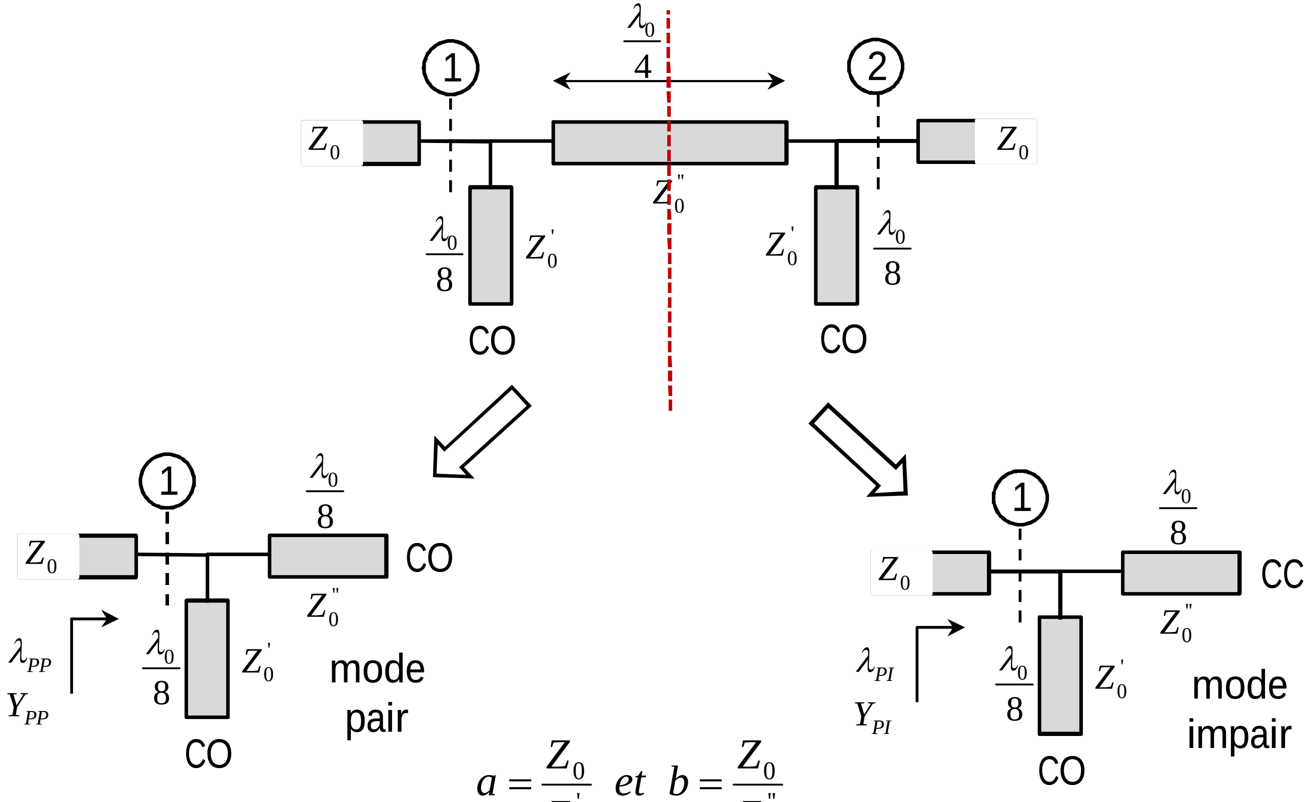
$$\lambda_{IP} = \frac{1 - Y_{IP} Z_0}{1 + Y_{IP} Z_0} = \frac{1 - j(b-a)}{1 + j(b-a)}$$

$$Y_{IP} = -j\left(\frac{1}{Z_0''} + \frac{1}{Z_0'}\right)$$

$$\lambda_{II} = \frac{1 - Y_{II} Z_0}{1 + Y_{II} Z_0} = \frac{1 + j(a+b)}{1 - j(a+b)}$$

$$\Rightarrow \quad S_I = \begin{bmatrix} \frac{\lambda_{IP} + \lambda_{II}}{2} & \frac{\lambda_{IP} - \lambda_{II}}{2} \\ \frac{\lambda_{IP} - \lambda_{II}}{2} & \frac{\lambda_{IP} + \lambda_{II}}{2} \end{bmatrix}$$

Mode pair



$$a = \frac{Z_0}{Z_0'} \quad et \quad b = \frac{Z_0}{Z_0''}$$

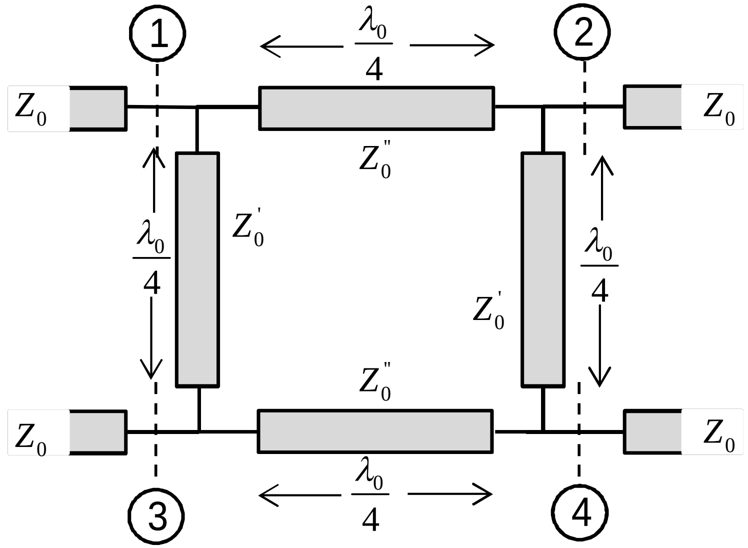
$$Y_{PP} = j\left(\frac{1}{Z_0''} + \frac{1}{Z_0'}\right)$$

$$\lambda_{PP} = \frac{1 - Y_{PP} Z_0}{1 + Y_{PP} Z_0} = \frac{1 - j(b+a)}{1 + j(b+a)}$$

$$Y_{PI} = j\left(\frac{1}{Z_0'} - \frac{1}{Z_0''}\right)$$

$$\lambda_{PI} = \frac{1 - Y_{PI} Z_0}{1 + Y_{PI} Z_0} = \frac{1 + j(a-b)}{1 - j(a-b)}$$

$$\boxed{S_P = \begin{bmatrix} \frac{\lambda_{PP} + \lambda_{PI}}{2} & \frac{\lambda_{PP} - \lambda_{PI}}{2} \\ \frac{\lambda_{PP} - \lambda_{PI}}{2} & \frac{\lambda_{PP} + \lambda_{PI}}{2} \end{bmatrix}}$$



$$S = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} S_P + S_I & : & S_P - S_I \\ .. & .. & .. \\ S_P - S_I & : & S_P + S_I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & S_{14} \\ S_{12} & S_{11} & S_{14} & S_{13} \\ S_{13} & S_{14} & S_{11} & S_{12} \\ S_{14} & S_{13} & S_{12} & S_{11} \end{bmatrix}$$

$$S_{11} = \frac{(1-a^2+b^2)(1+a^2-b^2)}{1+2.(a^2+b^2)+(a^2-b^2)^2} \qquad S_{13} = \frac{-2.j.a.(1+a^2-b^2)}{1+2.(a^2+b^2)+(a^2-b^2)^2}$$

$$S_{12} = \frac{-2.j.b.(1-a^2+b^2)}{1+2.(a^2+b^2)+(a^2-b^2)^2} \qquad S_{14} = \frac{-4.a.b}{1+2.(a^2+b^2)+(a^2-b^2)^2}$$

$\Rightarrow$ Adaptation simultanée aux 4 accès

$$a^2 - b^2 = 1 \;\; ou \;\; b^2 - a^2 = 1$$

➢ Ex : coupleur 3dB

Les ondes sortantes aux accès 3 et 4 doivent être de même amplitude et de puissance moitié de l'onde incidente à l'accès 1.

$$\Rightarrow \quad S = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -\frac{j}{a} & -\frac{b}{a} \\ 0 & 0 & -\frac{b}{a} & -\frac{j}{a} \\ -\frac{j}{a} & -\frac{b}{a} & 0 & 0 \\ -\frac{b}{a} & -\frac{j}{a} & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$a = \frac{Z_0}{Z_0'} \;\; et \;\; b = \frac{Z_0}{Z_0''}$$

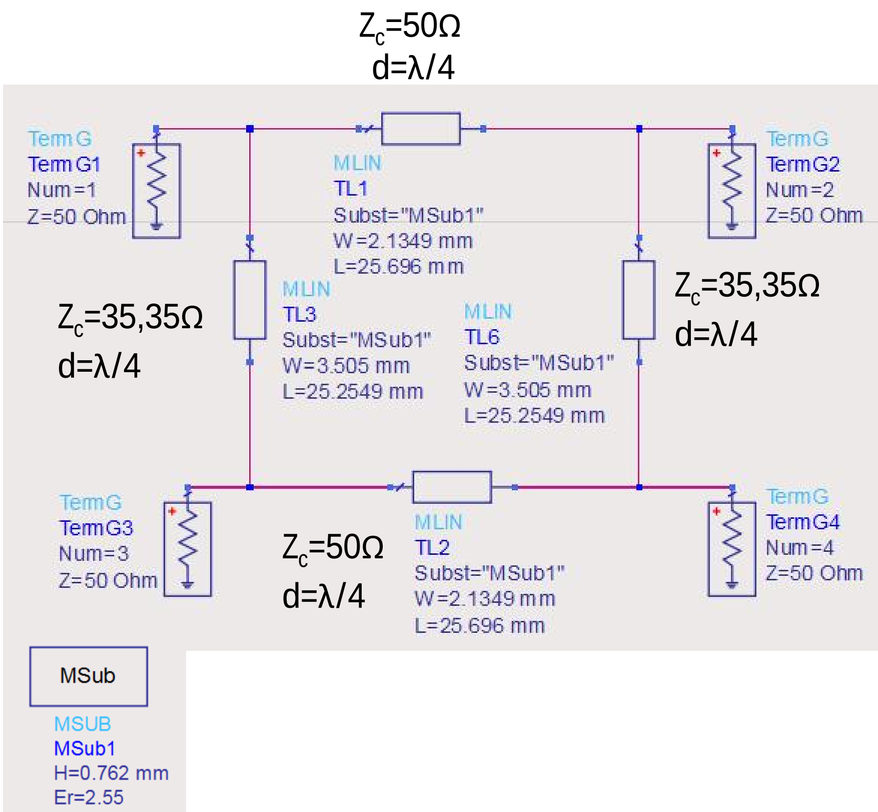
$$|S_{31}| = |S_{41}| = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

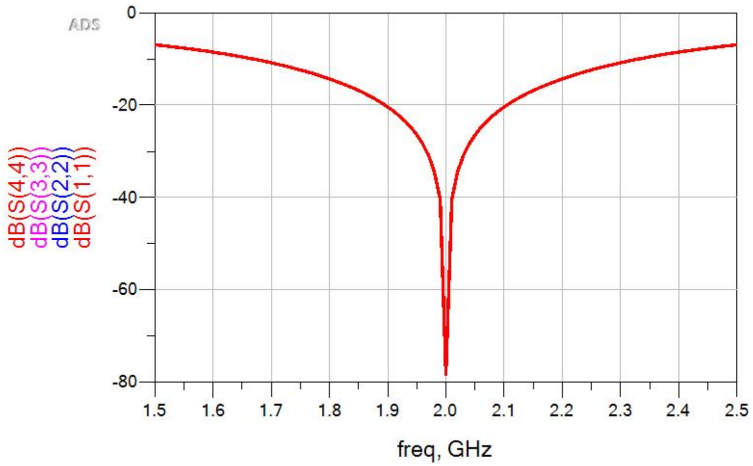
Soit $\boxed{\begin{matrix} b = 1 \\ a = \sqrt{2} \end{matrix}}$ d'où on déduit : $\boxed{\begin{matrix} Z_0' = \frac{Z_0}{\sqrt{2}} \\ Z_0'' = Z_0 \end{matrix}}$

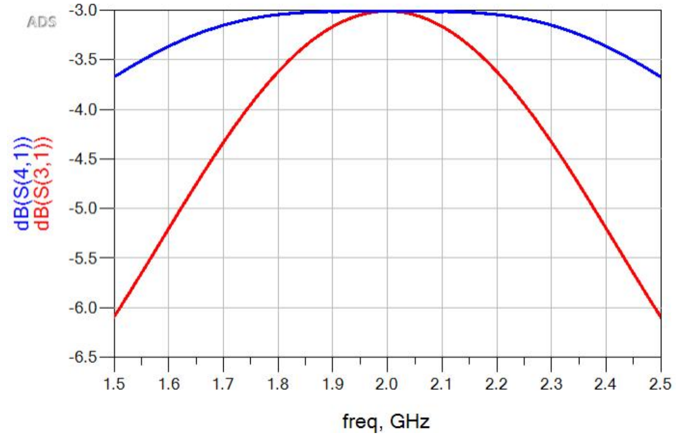
Ex :Coupleur 90° Branch-line (Z_0=50 Ω et F=2GHz)

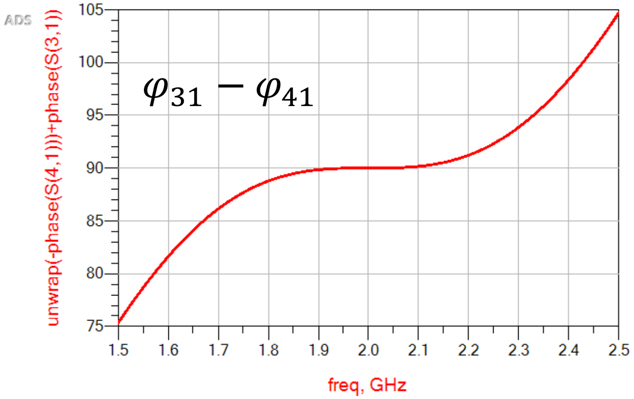
$Z_c = Z_0 = 50\Omega \Rightarrow \begin{cases} \varepsilon_{eff}=2{,}13 \\ W=2{,}13\ mm \\ d = \dfrac{\lambda}{4} = \dfrac{c}{4f\sqrt{\varepsilon_{eff}}} = 25{,}7\ mm \end{cases}$

$Z_c = Z0/\sqrt{2} = 35{,}35\Omega \Rightarrow \begin{cases} \varepsilon_{eff}=2{,}20 \\ W=3{,}50\ mm \\ d = \dfrac{\lambda}{4} = \dfrac{c}{4f\sqrt{\varepsilon_{eff}}} = 25{,}28\ mm \end{cases}$

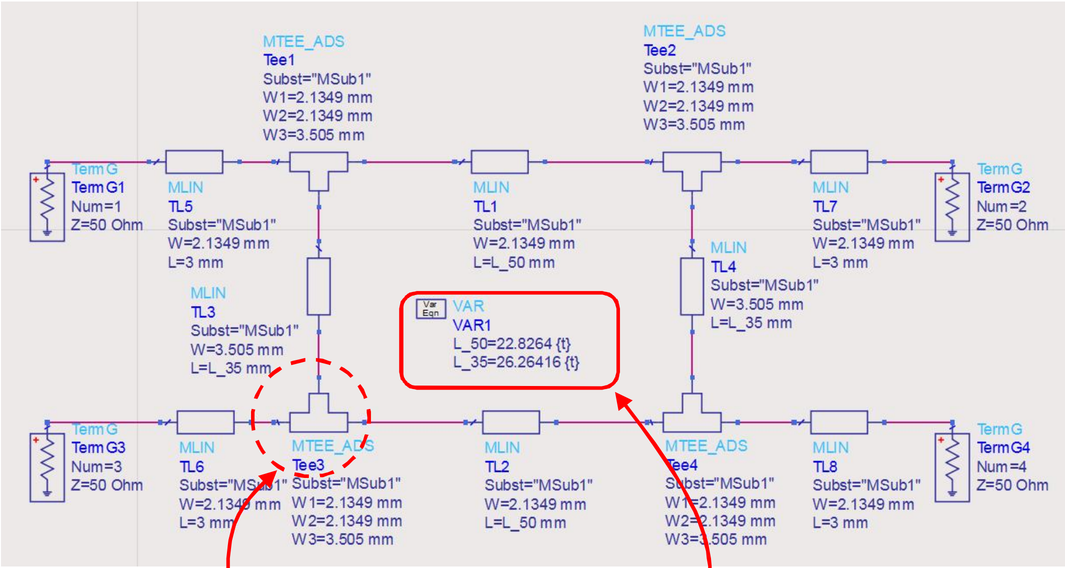


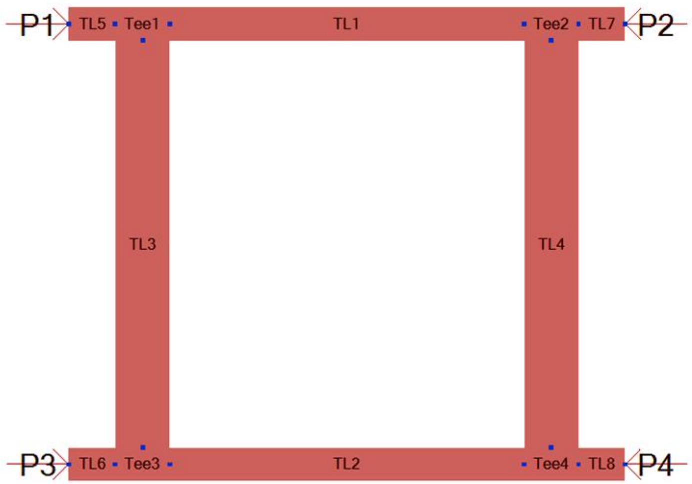






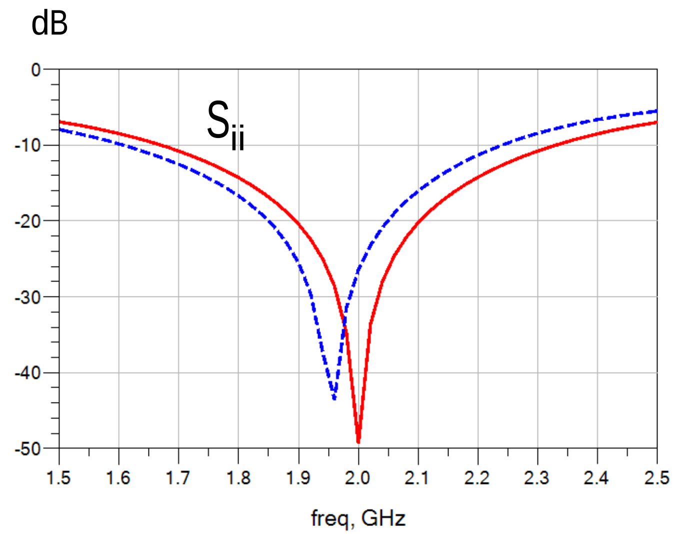
Ex :Coupleur 90° Branch-line (Z_0=50 Ω et F=2GHz)

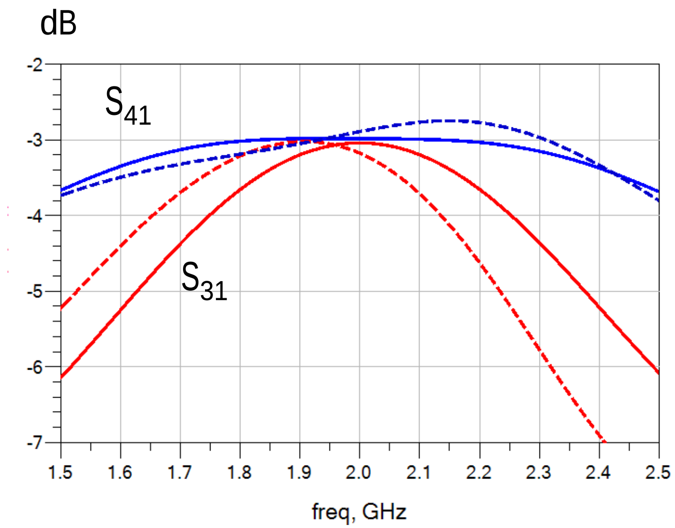


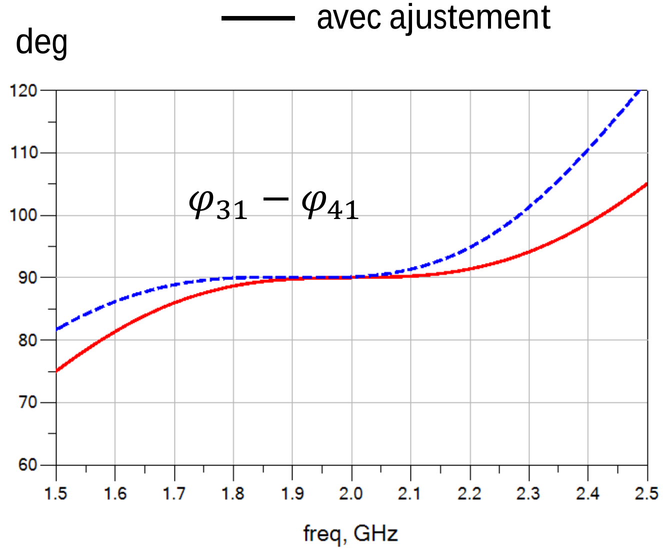


Prise en compte des interconnexions ⟹ Ajuster les longueurs des lignes

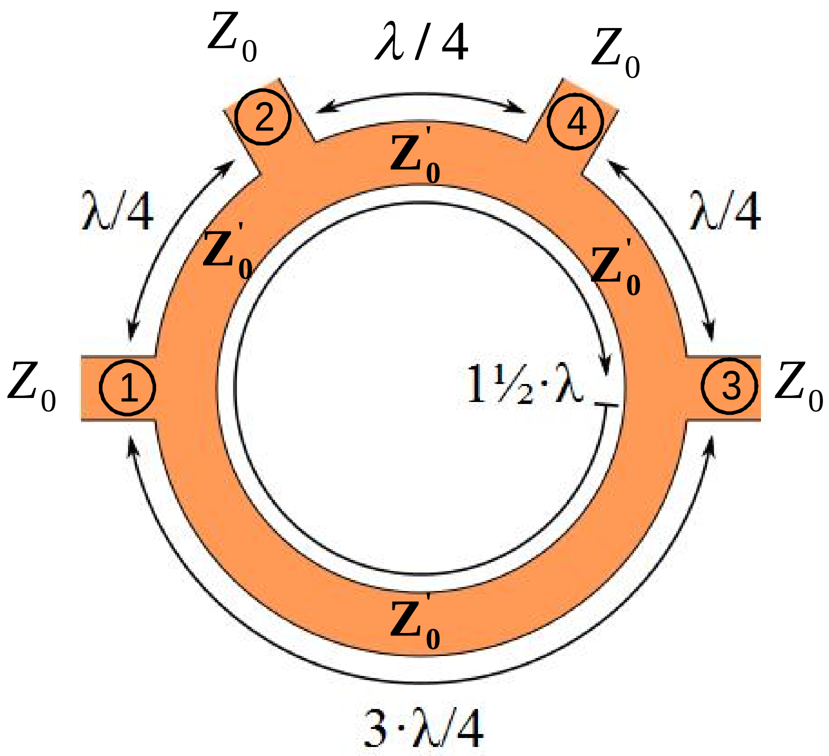
- - - sans ajustement
—— avec ajustement







Ex :Coupleur 180° Rat-Race ou anneau hybride



Condition d'adaptation $\boxed{Z_0' = \sqrt{2}\, Z_0}$

$$S = -\frac{j}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$b_2 = \frac{-j}{\sqrt{2}}(a_1 + a_4)$$

$$b_3 = \frac{-j}{\sqrt{2}}(-a_1 + a_4)$$

- Exemple 1 d'utilisation :
  Signal entrant : voie 1
  Charge adaptée en 4 (a_4=0)

⇨ *Les signaux récupérés en 2 et 3 ont la même amplitude et sont en opposition de phase*

- Exemple 2 d'utilisation :
  Signal entrant : voie 4
  Charge adaptée en 1 (a_1=0)

⇨ *Les signaux récupérés en 2 et 3 ont la même amplitude et sont en phase*

IV - Amplificateurs en régime linéaire

Classification sommaire des amplificateurs micro-ondes

- Puissance de sortie

  Faible puissance:

  - Puissance de sortie de l'ordre de quelques dizaines de mW.
  - Fonctionnement en régime linéaire

  Moyenne puissance:

  - Puissance de sortie entre quelques centaines de mW et quelques W.
  - Fonctionnement essentiellement non linéaire

  Forte puissance:

  - Puissance de sortie supérieure à quelques W.
  - Fonctionnement non linéaire.
  - Dissipation thermique.

- Bande de fréquence de fonctionnement

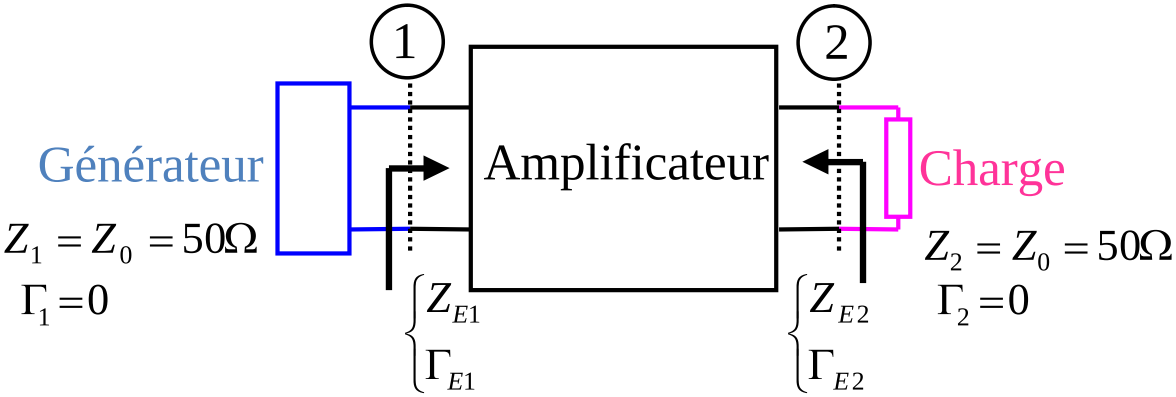
  o Bande étroite: $\frac{\Delta f}{f_0}$ de l'ordre de quelques dizaines de %

  o Large bande: $\frac{f_{\max}}{f_{\min}}$ de l'ordre de l'octave

  o Ultra large bande: $\frac{f_{\max}}{f_{\min}}$ de l'ordre de la décade

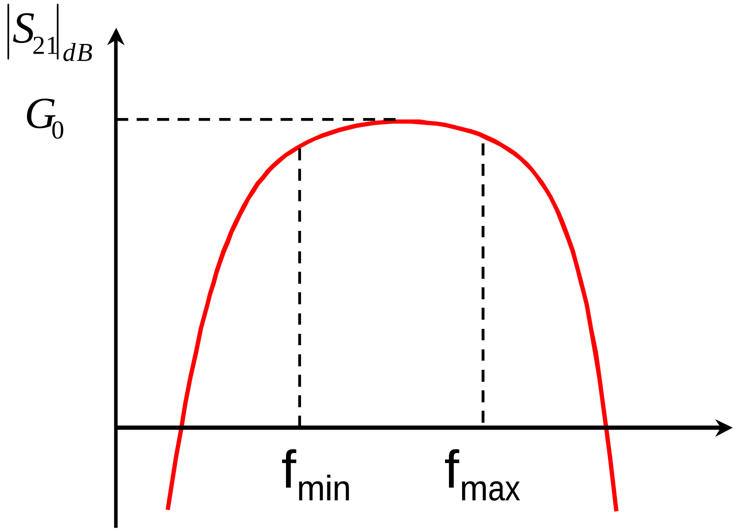
- Amplificateur faible bruit (LNA):

Amplificateur en régime linéaire



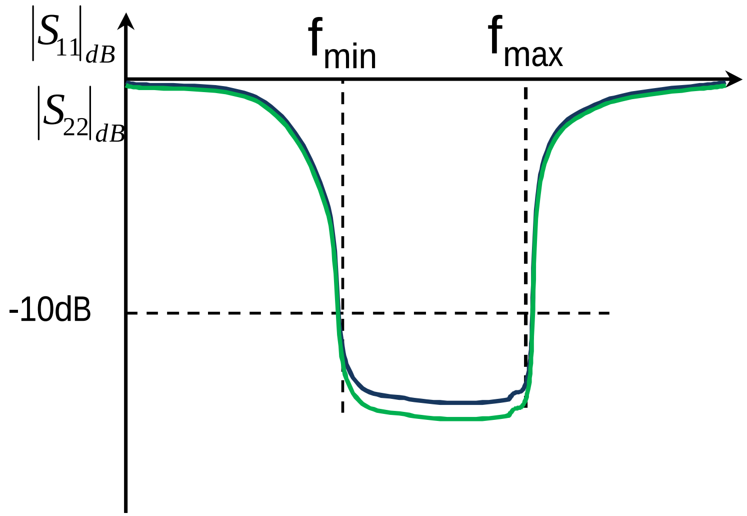
Gain transducique : $G_T = \dfrac{P_2}{P_{1disp}}$

$$\left.\begin{array}{l}\Gamma_1 = 0\\ \Gamma_2 = 0\end{array}\right\} \Rightarrow G_T = |S_{21}|^2 \Rightarrow G_T|_{dB} = 20\,\mathbf{log}|S_{21}| = |S_{21}|_{dB}$$

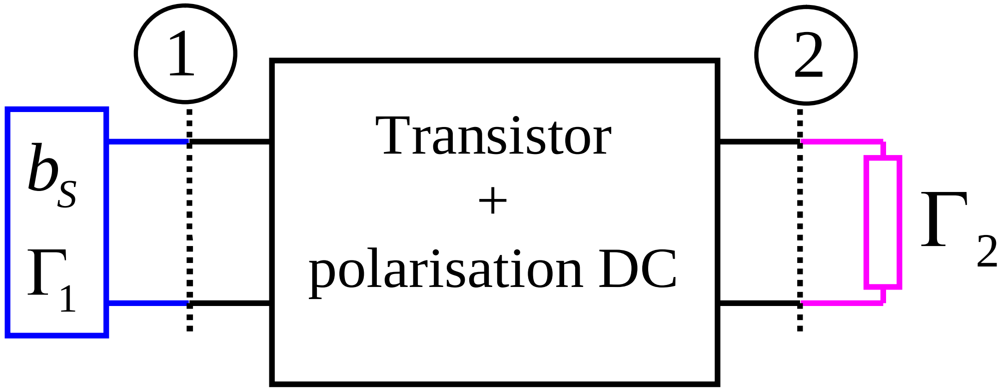


Coefficient de réflexion entrée/sortie :

$$\left.\begin{array}{l}\Gamma_2 = 0\\ \Gamma_1 = 0\end{array}\right\} \Rightarrow \begin{array}{l}\Gamma_{E1} = S_{11}\\ \Gamma_{E2} = S_{22}\end{array}$$



Principe de fonctionnement



Les performances du quadripôle dépendent de:

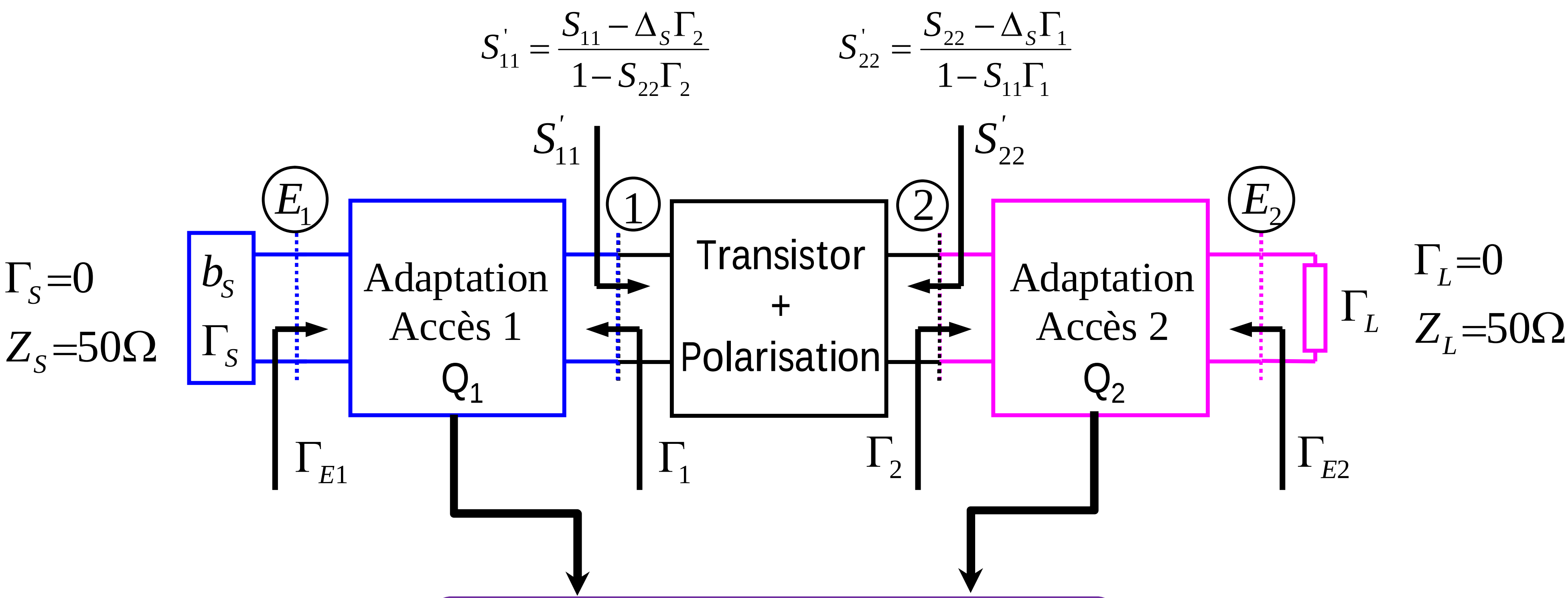
- Caractéristiques du transistor
- Point de polarisation
- Γ_1 et Γ_2

Les impédances d'accès des dispositifs sont généralement 50 Ω

⇩

Nécessité de quadripôles d'adaptation d'impédances.

Structure élémentaire d'un amplificateur



Q_1 et Q_2 sont des quadripôles passifs

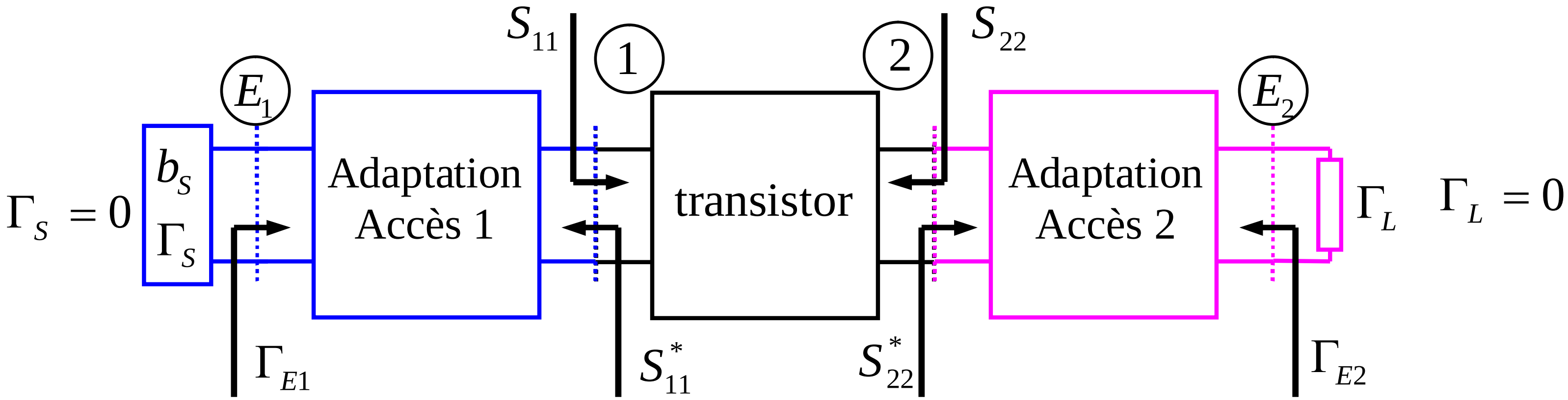
Q_1 et Q_2 tels que Γ_1 et Γ_2 optimaux

Que se passe-t-il dans les plans 1 et 2?

Approximation unilatérale (S_{12}=0)

$$S_{12} = 0 \quad \Rightarrow \begin{cases} S'_{11} = S_{11} \\ S'_{22} = S_{22} \end{cases}$$

$$S_{12} = 0 \quad \Rightarrow \quad G_T = \frac{P_2}{P_{1disp}} = \frac{\left(1-|\Gamma_1|^2\right)}{\left|(1-S_{11}\Gamma_1)\right|^2} |S_{21}|^2 \frac{\left(1-|\Gamma_2|^2\right)}{\left|(1-S_{22}\Gamma_2)\right|^2}$$



Adaptation conjuguée dans les plans 1 et 2 $\Rightarrow$

$$\Gamma_1 = S_{11}^*$$
$$\Gamma_2 = S_{22}^*$$

$\Rightarrow$

$$G_{T\,\max} = \frac{|S_{21}|^2}{(1-|S_{11}|^2).(1-|S_{22}|^2)}$$

$$\left.\begin{matrix} |S_{11}| < 1 \\ |S_{22}| < 1 \end{matrix}\right\} \rightarrow stabilit\acute{e}$$

Adaptation conjuguée dans les plans E1 et E2 $\Rightarrow$

$$\Gamma_{E1} = 0$$
$$\Gamma_{E2} = 0$$

$\rightarrow$ Transfert maximum de puissance

Structure élémentaire d'un amplificateur

Transfert maximum de puissance:
Maximisation du gain

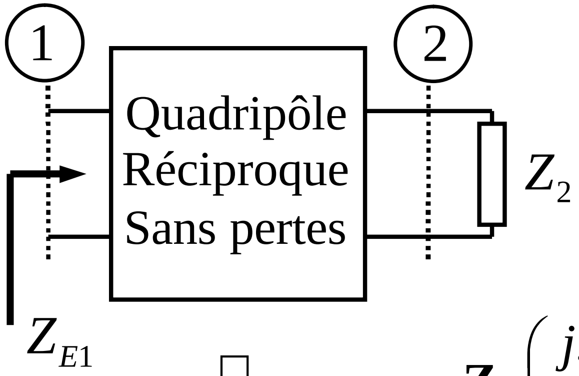
Adaptation conjuguée aux accès 1 et 2

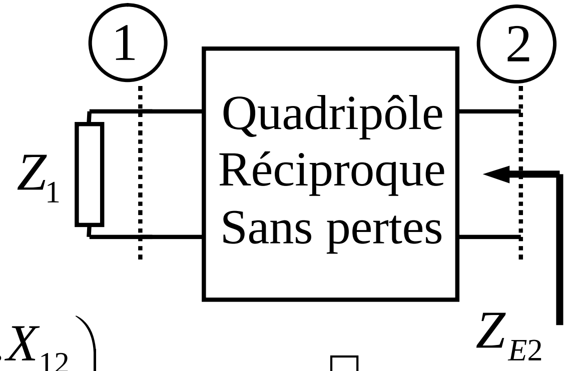
$$\boxed{S'_{11} = \frac{S_{11} - \Delta_S \Gamma_2}{1 - S_{22}\Gamma_2} = \Gamma_1^*}$$

$$\boxed{S'_{22} = \frac{S_{22} - \Delta_S \Gamma_1}{1 - S_{11}\Gamma_1} = \Gamma_2^*}$$

Solution existe en liaison avec la stabilité du dispositif

QUADRIPÔLE SANS PERTES





$$\mathbf{Z}=\begin{pmatrix} j.X_{11} & j.X_{12} \\ j.X_{12} & j.X_{22} \end{pmatrix}$$

$$Z_{E1}=j.X_{11}+\frac{X_{12}^{2}}{j.X_{22}+Z_2}$$

$$Z_{E2}=j.X_{22}+\frac{X_{12}^{2}}{j.X_{11}+Z_1}$$

Quadripôle tel que $Z_{E1}=Z_1^{*}$

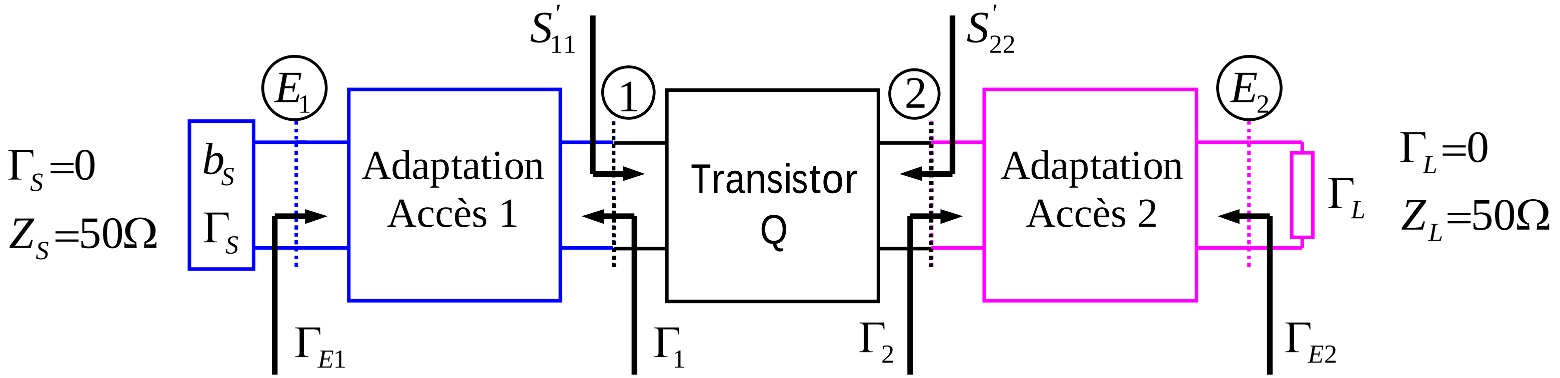
$$Z_1=-j.X_{11}+\frac{X_{12}^{2}}{-j.X_{22}+Z_2^{*}}$$

$$Z_{E2}=j.X_{22}+X_{12}^{2}.\frac{-j.X_{22}+Z_2^{*}}{X_{12}^{2}}$$

$$\boxed{Z_{E2}=Z_2^{*}}$$

Transfert de puissance maximal à l'entrée et à la sortie du quadripôle

Transfert maximum de puissance, lien avec la stabilité



- Condition d'adaptation simultanée entrée/sortie

$$\boxed{S'_{11}=\frac{S_{11}-\Delta_S\Gamma_2}{1-S_{22}\Gamma_2}=\Gamma_1^*} \qquad \boxed{S'_{22}=\frac{S_{22}-\Delta_S\Gamma_1}{1-S_{11}\Gamma_1}=\Gamma_2^*}$$

résolution

Si Q inconditionnellement stable

$$K>1 \qquad K=\frac{1-|S_{11}|^2-|S_{22}|^2+|\Delta_S|^2}{2|S_{12}S_{21}|}$$

$$|\Delta_S|<1 \qquad \Delta_S=S_{11}S_{22}-S_{12}S_{21}$$

$\Rightarrow$

$$\Gamma_{m1}=\frac{B_1-2|S_{12}.S_{21}|\sqrt{K^2-1}}{2.C_1}$$

$$B_1=1+|S_{11}|^2-|S_{22}|^2-|\Delta_S|^2$$

$$C_1=S_{11}-S_{22}^*.\Delta_S$$

$$\Gamma_{m2}=\frac{B_2-2|S_{12}.S_{21}|\sqrt{K^2-1}}{2.C_2}$$

$$B_2=1+|S_{22}|^2-|S_{11}|^2-|\Delta_S|^2$$

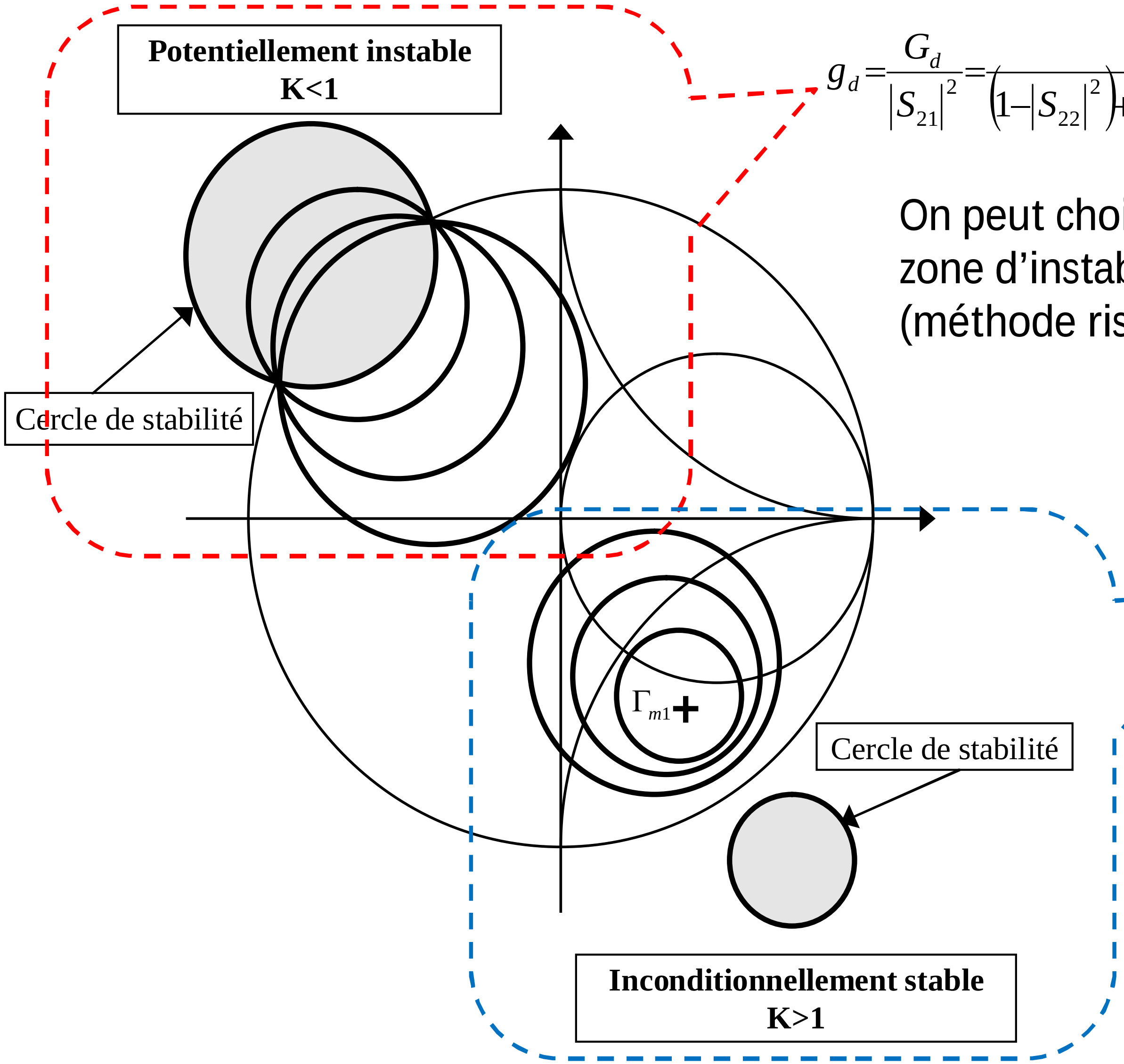
$$C_2=S_{22}-S_{11}^*.\Delta_S$$

$$G_{T\,max}=\left|\frac{S_{21}}{S_{12}}\right|.\left(K-\sqrt{K^2-1}\right)$$

Si Q potentiellement instable $\Rightarrow$ L'adaptation simultanée entrée/sortie est impossible

Transfert maximum de puissance, lien avec la stabilité

Plan du générateur



Cercles à gain en puissance disponible constant

$$g_d = \frac{G_d}{|S_{21}|^2} = \frac{1-|\Gamma_1|^2}{\left(1-|S_{22}|^2\right)+\left(|S_{11}|^2-|\Delta_S|^2\right)|\Gamma_1|^2 - 2.\Re e\left(C_1.\Gamma_1\right)} \qquad \begin{cases} C_1 = S_{11} - S_{22}^*.\Delta_S \\ \Delta_S = S_{11}.S_{22} - S_{12}.S_{21} \end{cases}$$

On peut choisir une solution en dehors de la zone d'instabilité (méthode risquée !!)

On choisit Γ_{m1}

Méthodologie de conception d'un amplificateur

- Choix du transistor
  - filière technologique (silicium, AsGa)
  - Type
  - Fréquence (F_t, F_{max})

- Test du transistor
  - Point de polarisation
  - Analyse de la stabilité

- Circuits de stabilisation si nécessaire

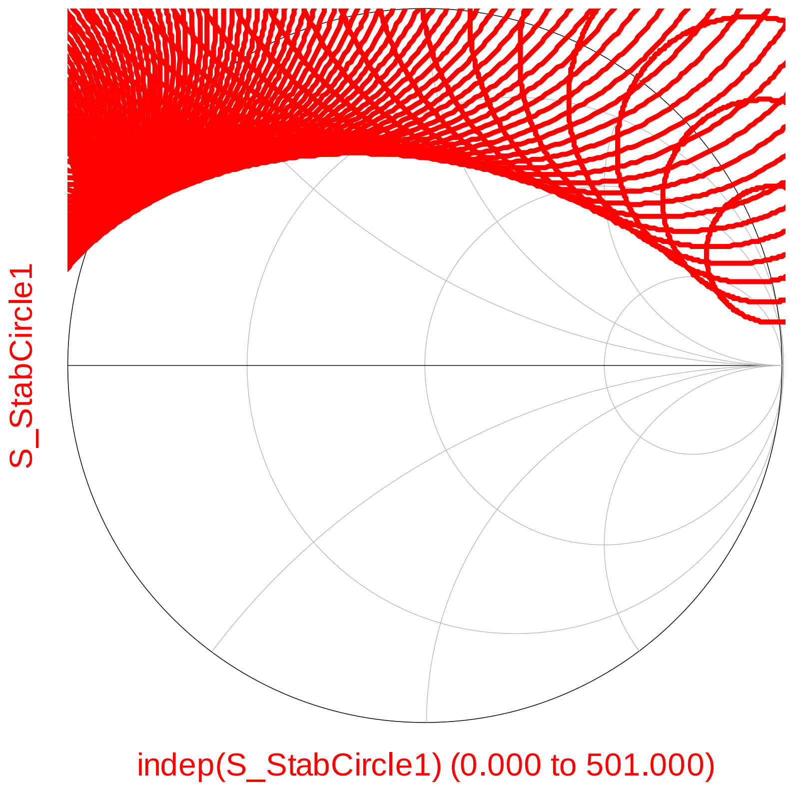
- Circuits de polarisation du transistor
  - Circuits spécifiques
  - Utilisation des circuits d'adaptation
  - Influence sur la stabilité

- Circuits d'adaptation d'impédances
  - Influence de la largeur de bande de l'amplificateur

Test du transistor

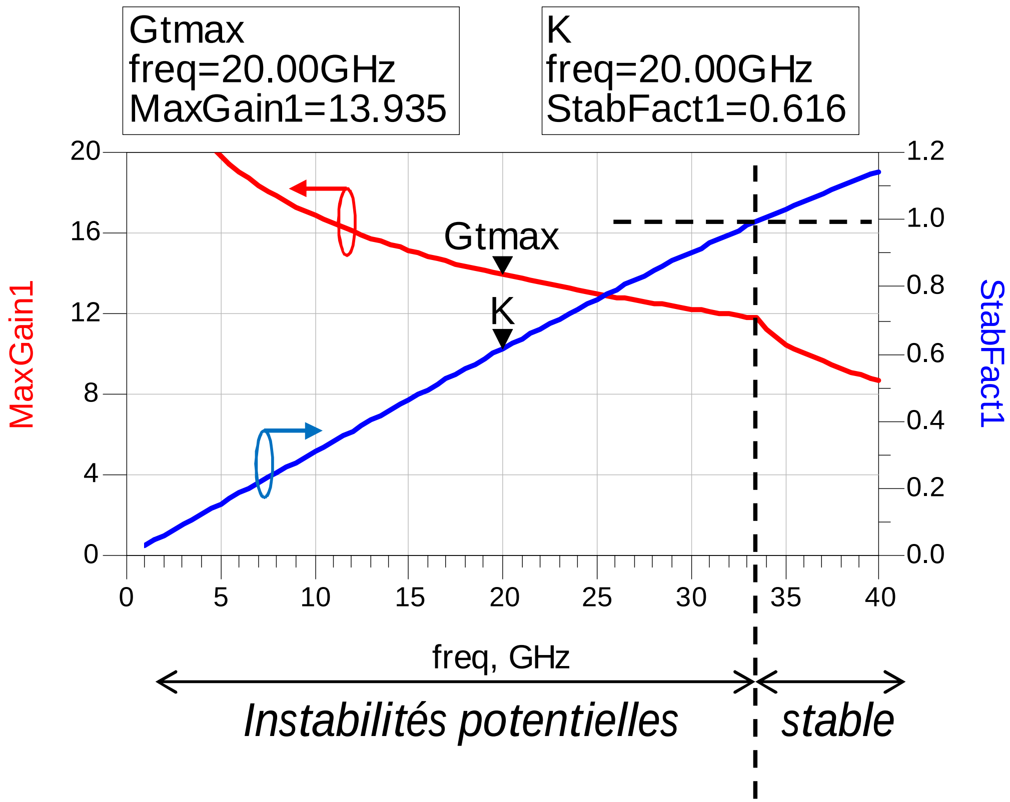
➢ Étude de la stabilité du transistor :

1GHz → 40GHz



Cercles de stabilité dans le plan de l'entrée
Évolution en fonction de la fréquence

$|\Delta_S| < 1$ ⟹ Condition vérifiée

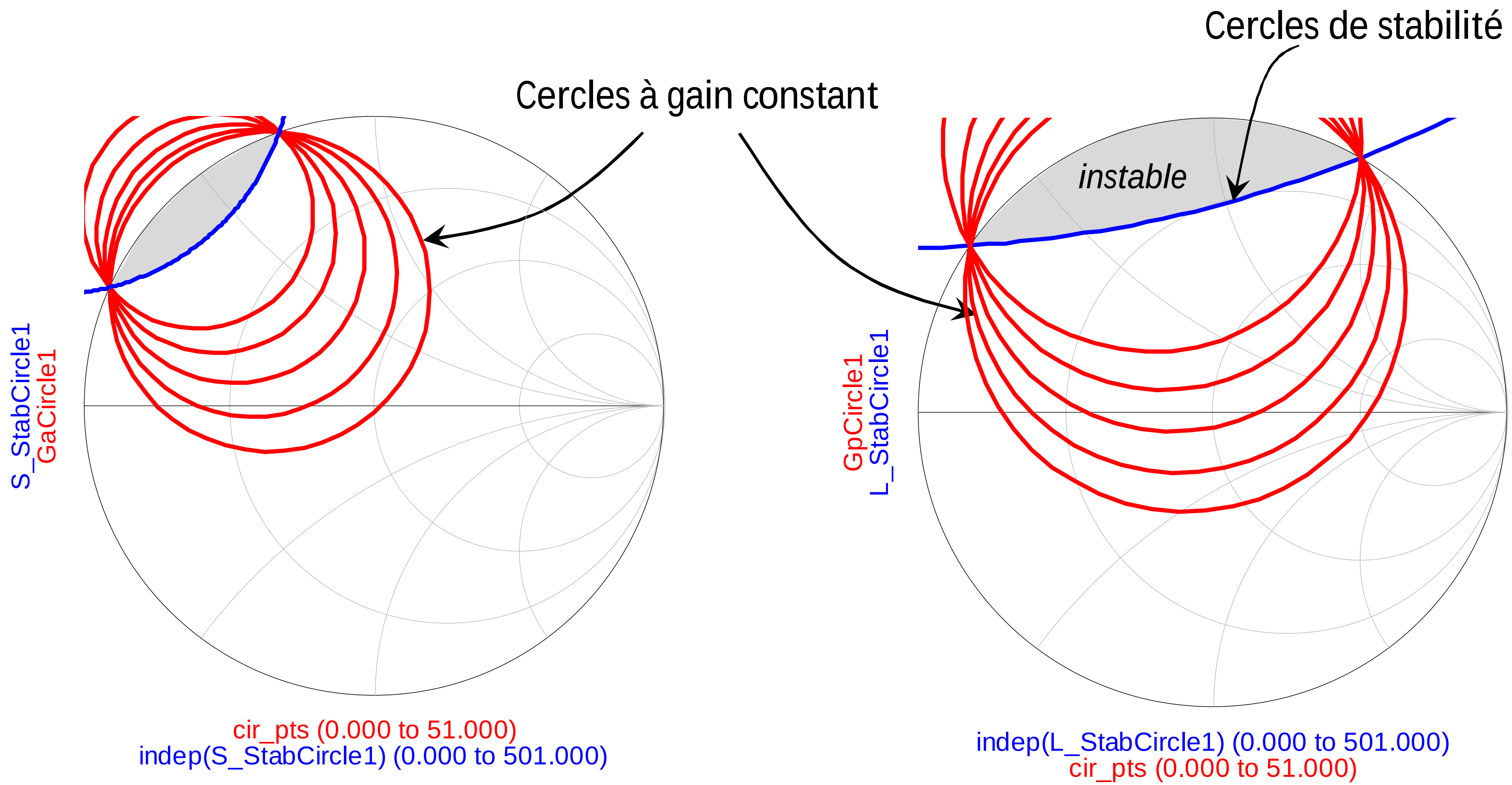


$$K > 1 \Rightarrow G_{T\max} = \left|\frac{S_{21}}{S_{12}}\right|\left(K - \sqrt{K^2 - 1}\right)$$

$$K < 1 \Rightarrow G_{T\max} = G_{MSG} = \left|\frac{S_{21}}{S_{12}}\right| \quad \text{maximum stable gain}$$

Test du transistor

➢ Étude de la stabilité du transistor : @ f=20 GHz



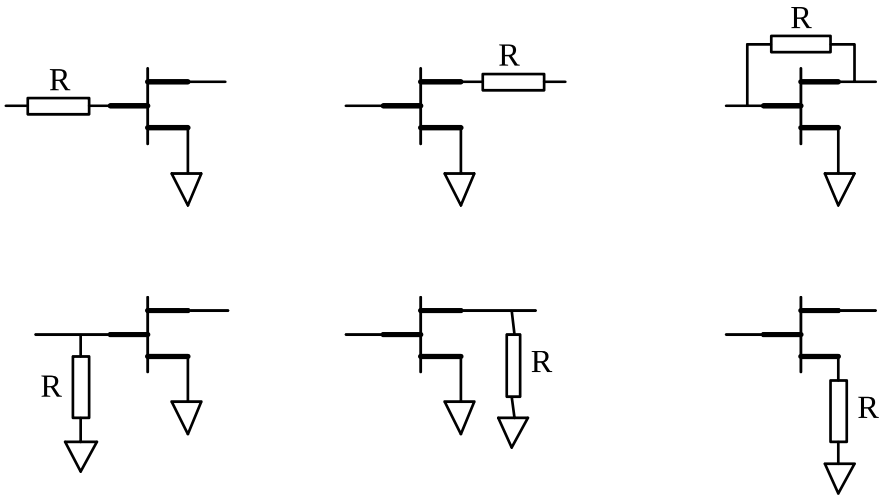
Plan de l'entrée

Plan de la sortie

Transistor potentiellement instable $\Longrightarrow$ *Il faut le ''stabiliser'' !!*

Circuit de stabilisation

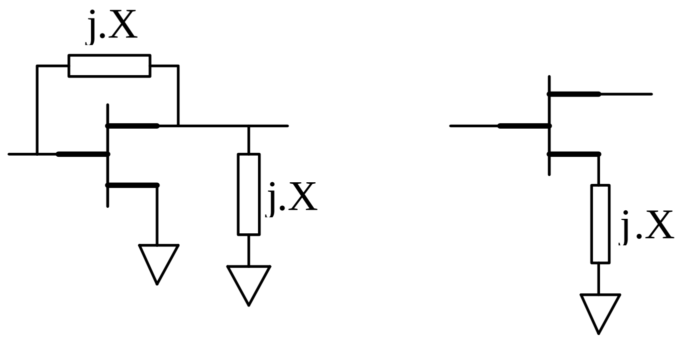
Stabilisation résistive



- Stabilisation large bande

- Augmentation de la puissance dissipée
- Augmentation du bruit additionnel

Stabilisation réactive

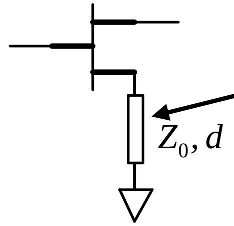


- Puissance dissipée faible
-Faible augmentation du bruit additionnel

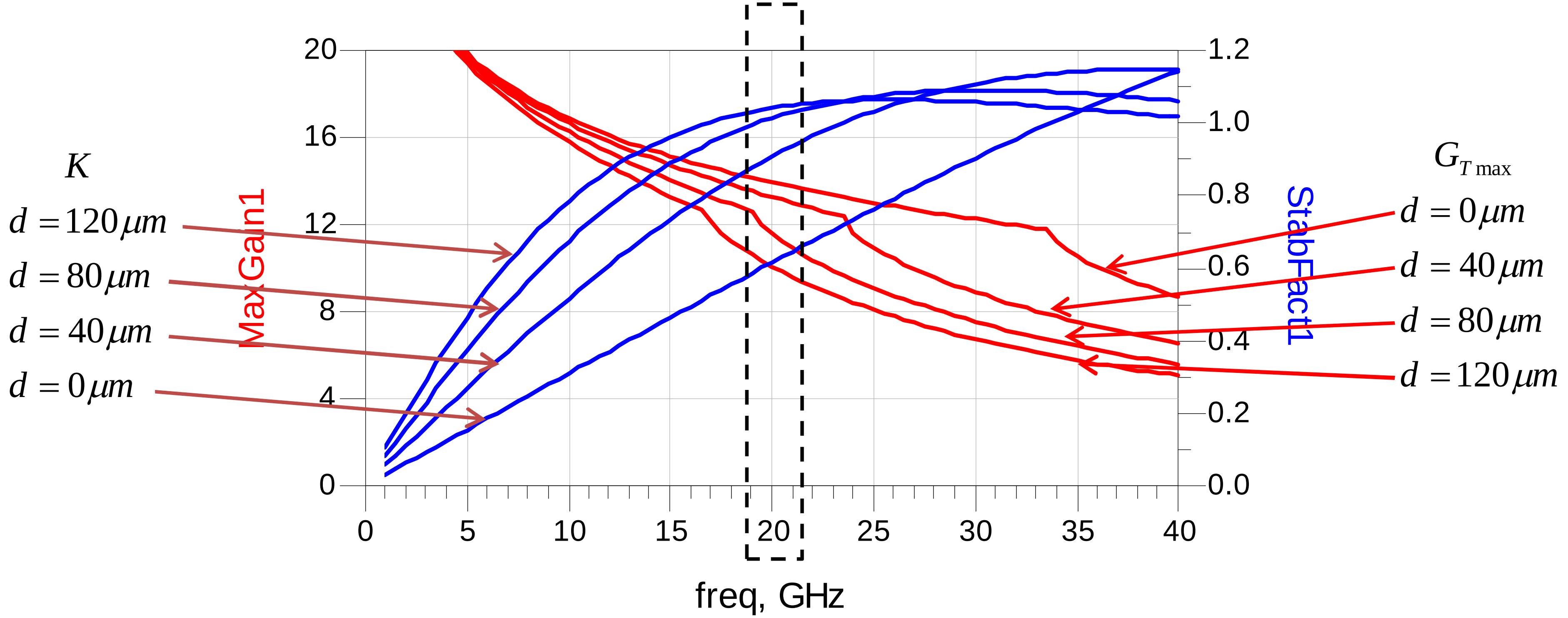
-Stabilisation sensible à la fréquence

Circuit de stabilisation

Stabilisation réactive :



Tronçons de ligne d'impédance caractéristique Z_0 et de longueur d



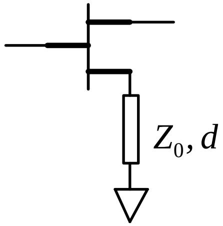
Augmentation du facteur de stabilité
Diminution du gain maximum

⟹ *Compromis gain stabilité*

Stabilisation à la fréquence de fonctionnement

Instabilité potentielle en basse fréquence

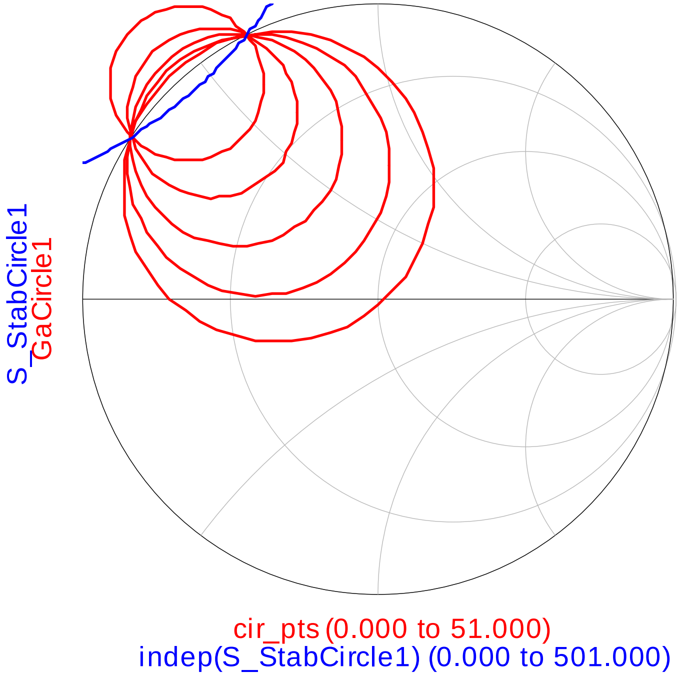
Circuit de stabilisation



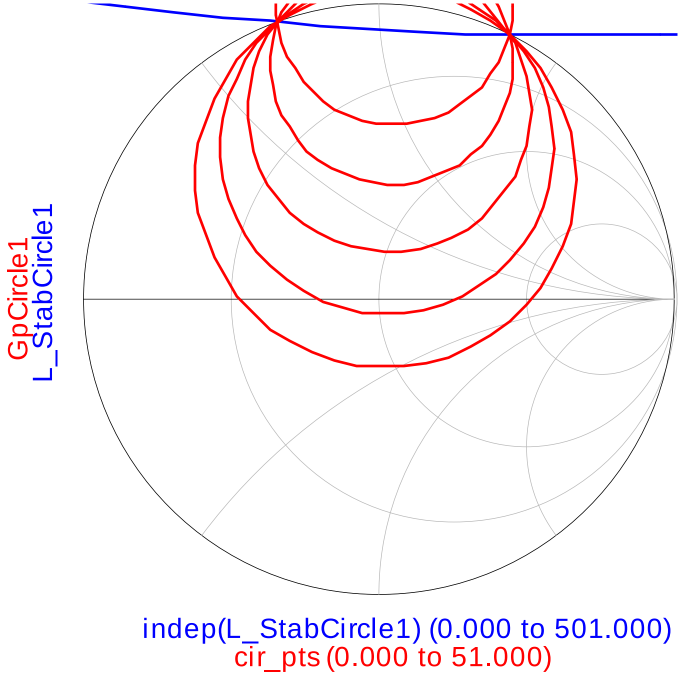
$$d = 40\mu m$$

Cercles à gain constant @ 20GHz

Plan entrée



Plan sortie

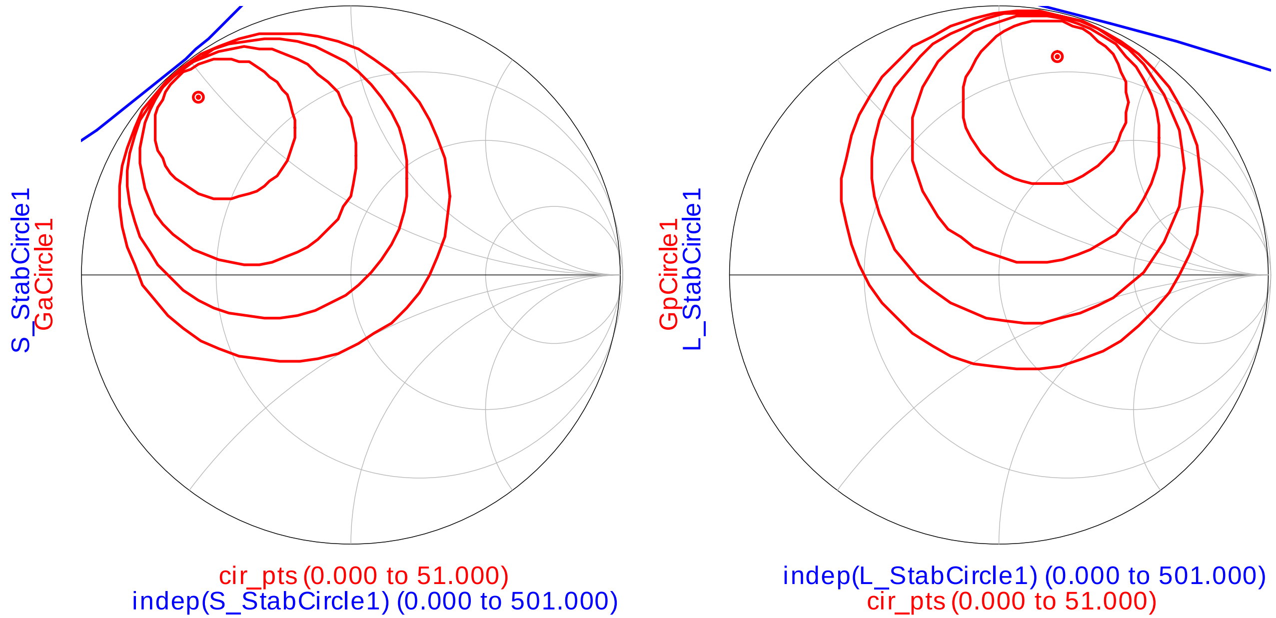


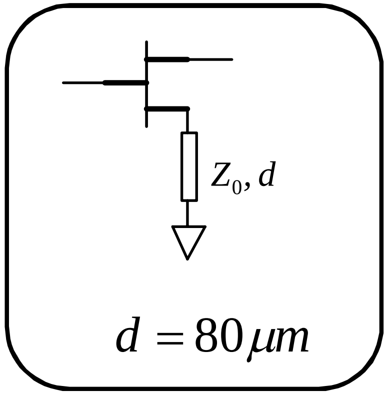
Instabilité potentielle

Circuit de stabilisation

Cercles à gain constant @ 20GHz

Plan entrée — Plan sortie





Lsource
80.000

MaxGain1	StabFact1
11.558	1.013

SmGamma1	SmZ1	SmGamma2	SmZ2
0.875 / 130.503	4.021 + j22.926	0.845 / 75.164	11.196 + j63.7...

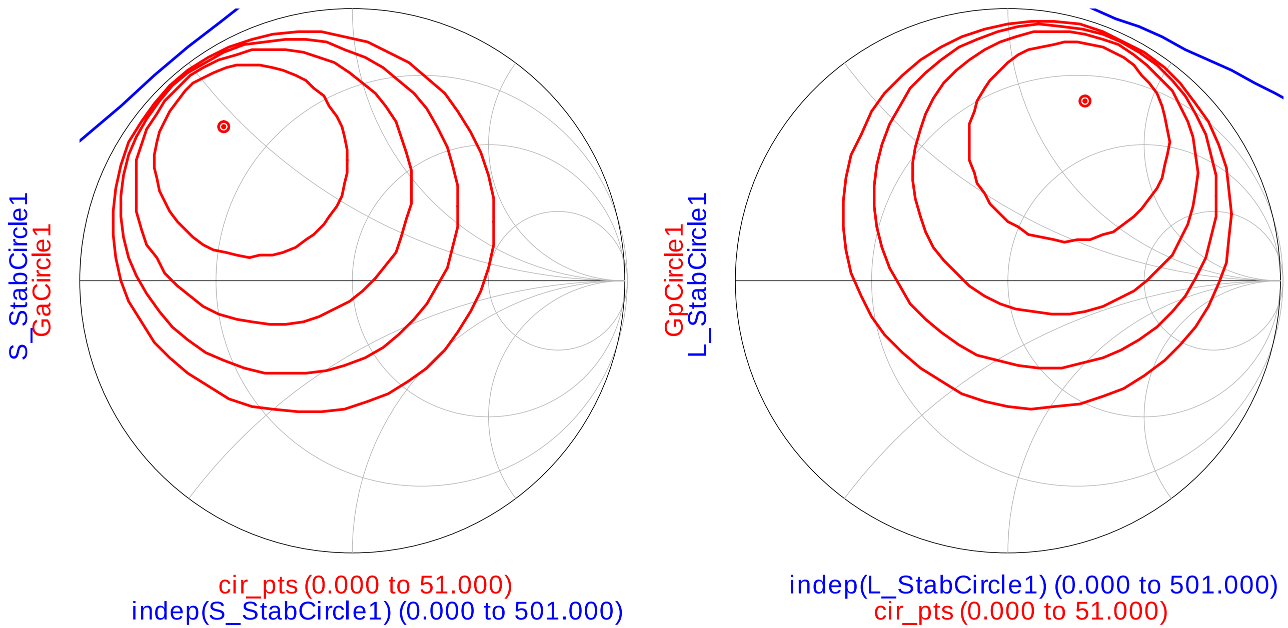
- Stabilité inconditionnelle
- Transfert de puissance maximum possible

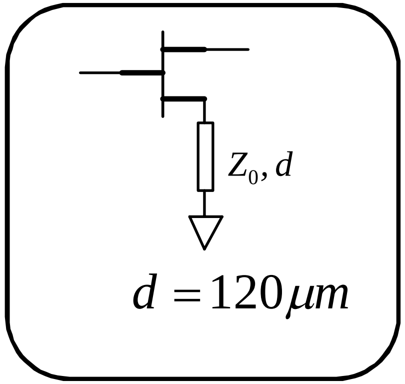
$|\Gamma_{m1}|\ et\ |\Gamma_{m2}|$ *proche de 1* ⇨ *Adaptation conjuguée délicate*

Circuit de stabilisation

Cercles à gain constant @ 20GHz

Plan entrée Plan sortie





Lsource
120.000

MaxGain1	StabFact1
10.049	1.040

SmGamma1	SmZ1
0.735 / 129.711	9.267 + j22.805

SmGamma2	SmZ2
0.720 / 66.680	25.413 + j69.7...

- Stabilité inconditionnelle
- Transfert de puissance maximum possible
- Adaptation conjuguée plus facile

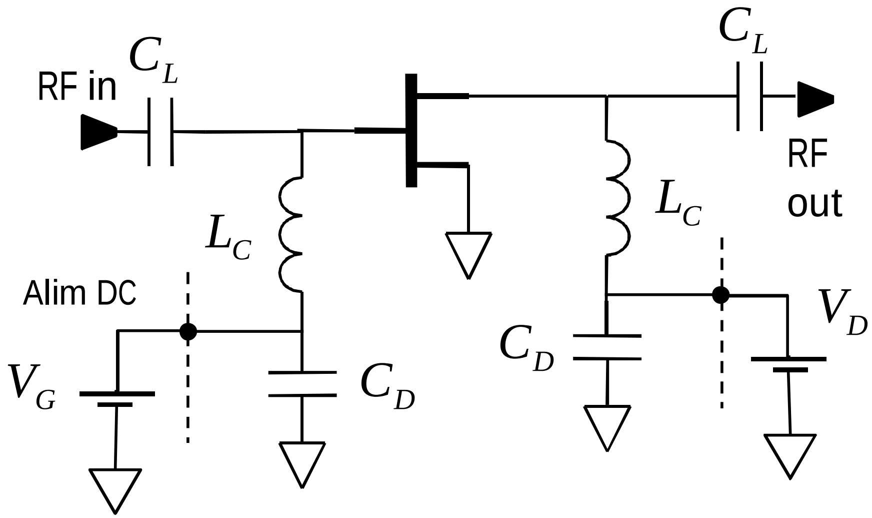
- Diminution de gain maximum

Circuit de polarisation

- Permettre l'alimentation DC des transistors
- Ne pas perturber le fonctionnement de l'amplificateur

<u>Utilisation de circuits spécifiques</u>

- Eléments localisés: inductance, capacité, résistance, ...



L_C : Inductance de choc (bouchon pour les signaux RF et court circuit pour le DC)

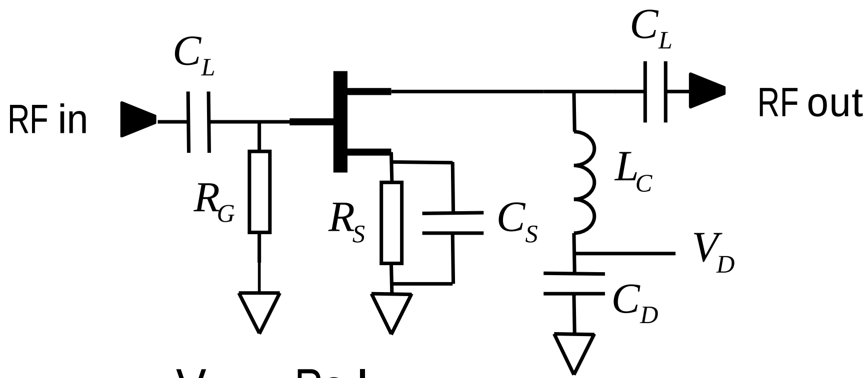
C_L : capacité de liaison (bouchon pour le DC et CC pour les signaux RF)

C_D : capacité de découplage (assure le découplage des alimentations DC)

$L_C \Rightarrow$
- Forte valeur en BF
- Difficultés de réalisation en HF

Circuit de polarisation

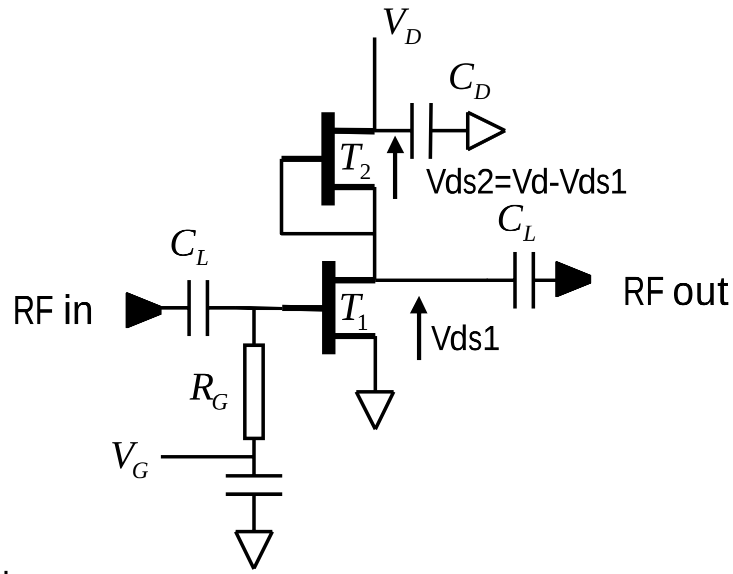
Autopolarisation de grille

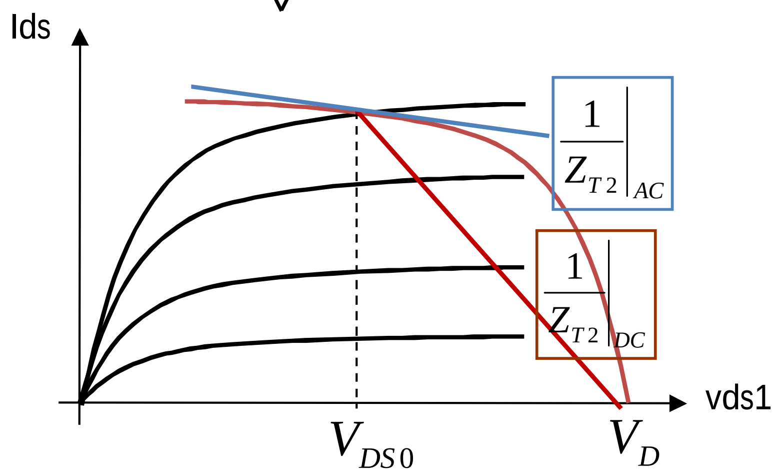


V_{gs0}=-Rs I_{d0}

- Inductance de choc
- capacité de liaison
- Résistance d'autopolarisation

Charge active



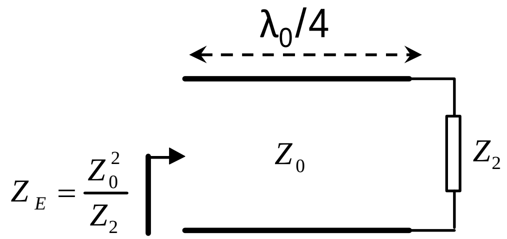


Z_{T2} faible en DC
Z_{T2} élevé en AC

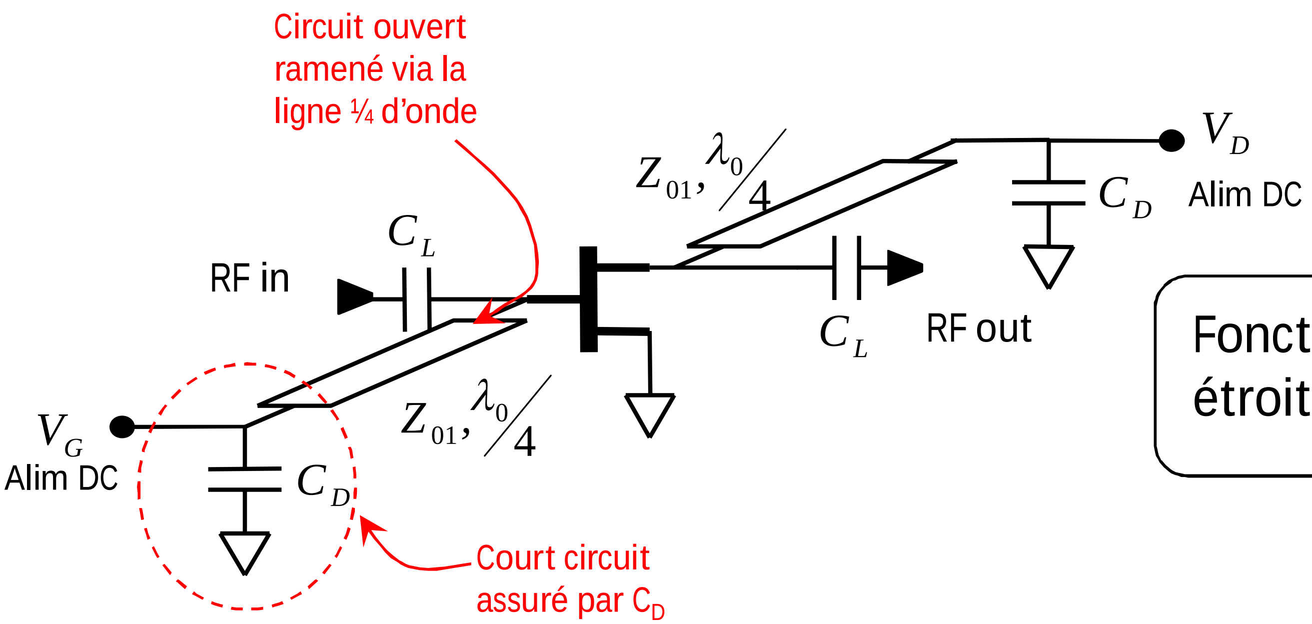
Circuit de polarisation avec des lignes quart d'onde

- Eléments répartis: lignes quart d'onde

Propriété de la ligne quart d'onde



$$Z_2 = 0 \Rightarrow Z_E = \infty$$
$$Z_2 = \infty \Rightarrow Z_E = 0$$



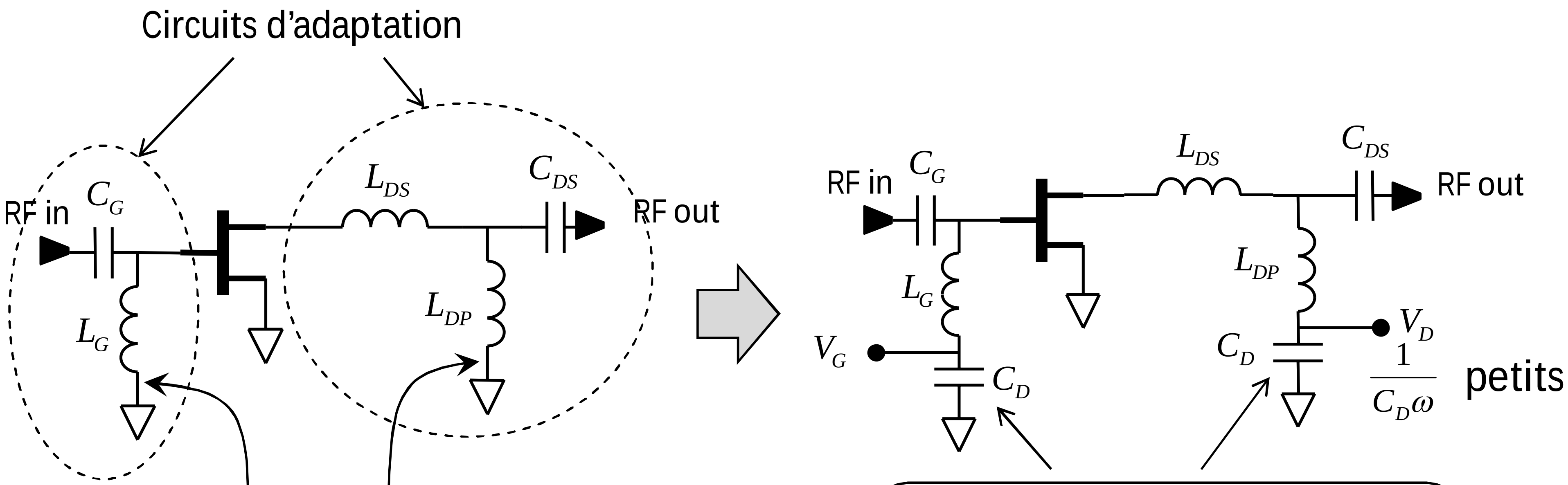
Fonctionnement bande étroite autour de λ_0

- Z_{01} Élevée → comportement inductif
- $\frac{1}{C_L\omega}$ et $\frac{1}{C_D\omega}$ petits

Circuit de polarisation utilisant les circuits d'adaptation

- Diminue le nombre d'éléments supplémentaires
- Fonctionnement plus large bande

➢ Éléments localisés :



On peut polariser en accédant au transistor via les inductances L_G et L_{DP}

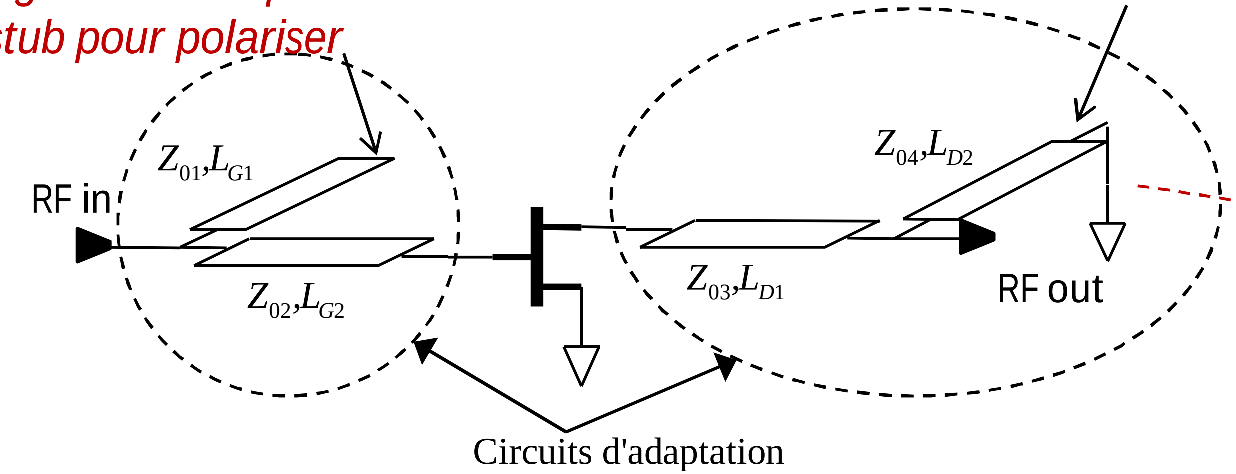
Il suffit de rajouter les capacités C_D afin d'assurer le découplage des alimentations et la mise à la masse des inductances

Circuit de polarisation utilisant les circuits d'adaptation

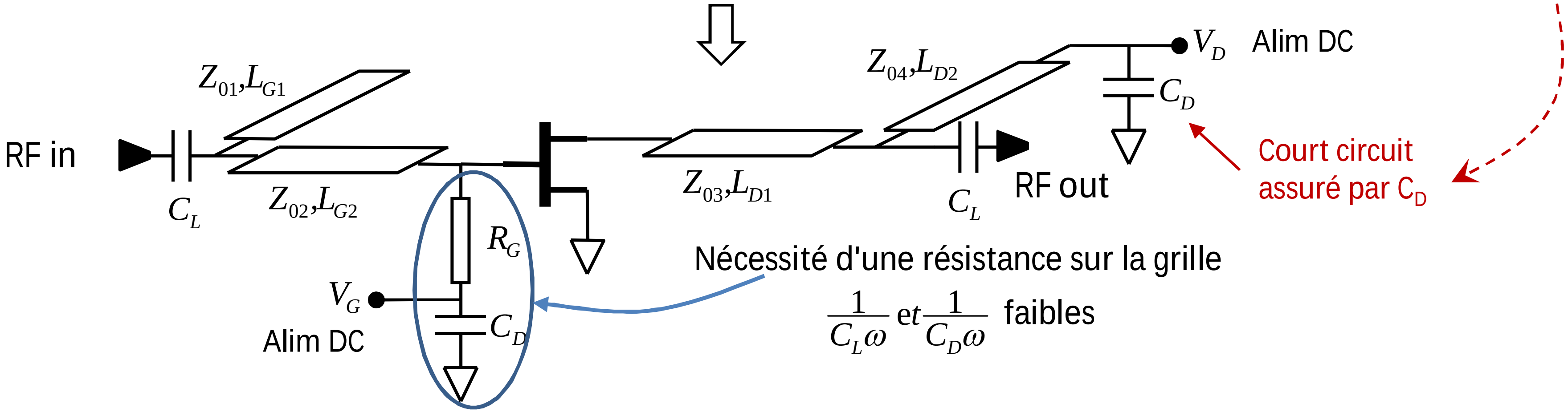
- Éléments répartis :

CO en bout de ligne → on ne peut pas utiliser ce stub pour polariser

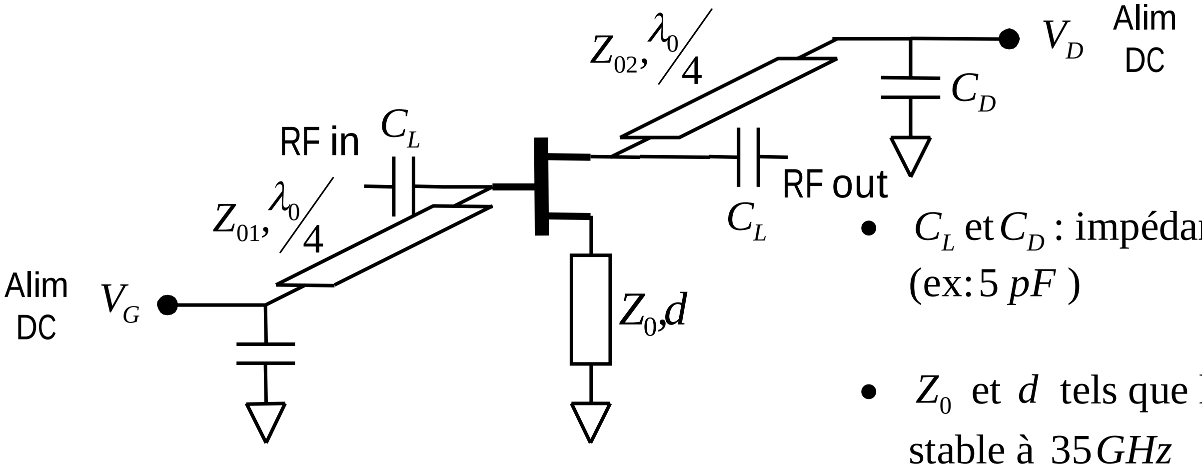
CC en bout de ligne → on peut polariser Vds ici



En rajoutant les capacités de liaison et de découplage



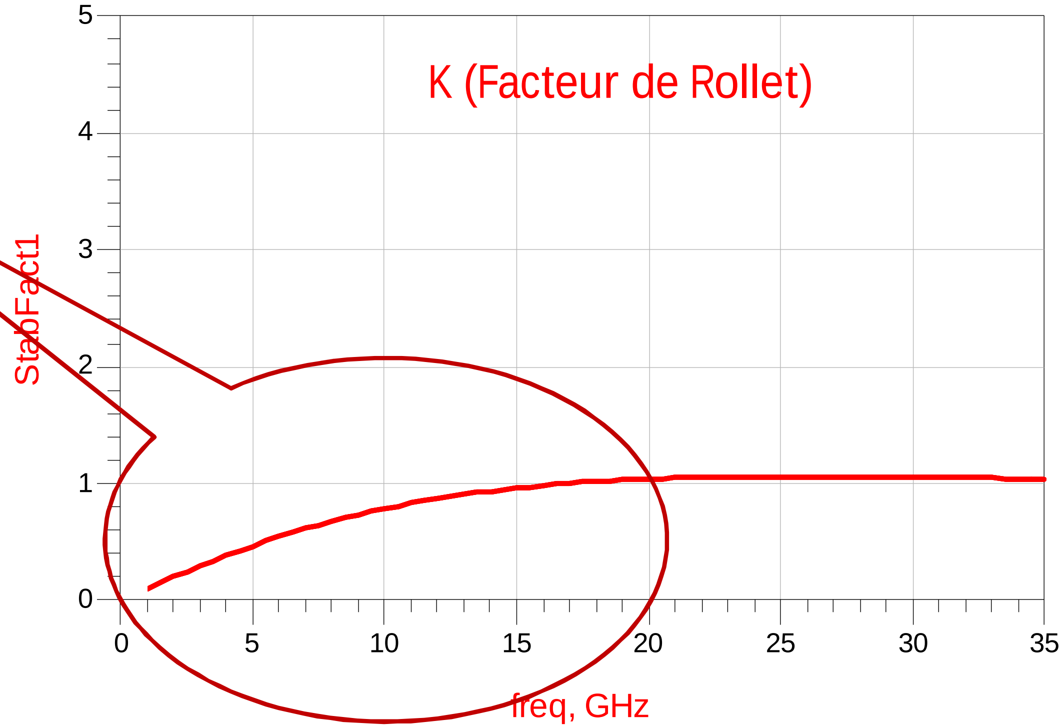
Circuit de polarisation et stabilité



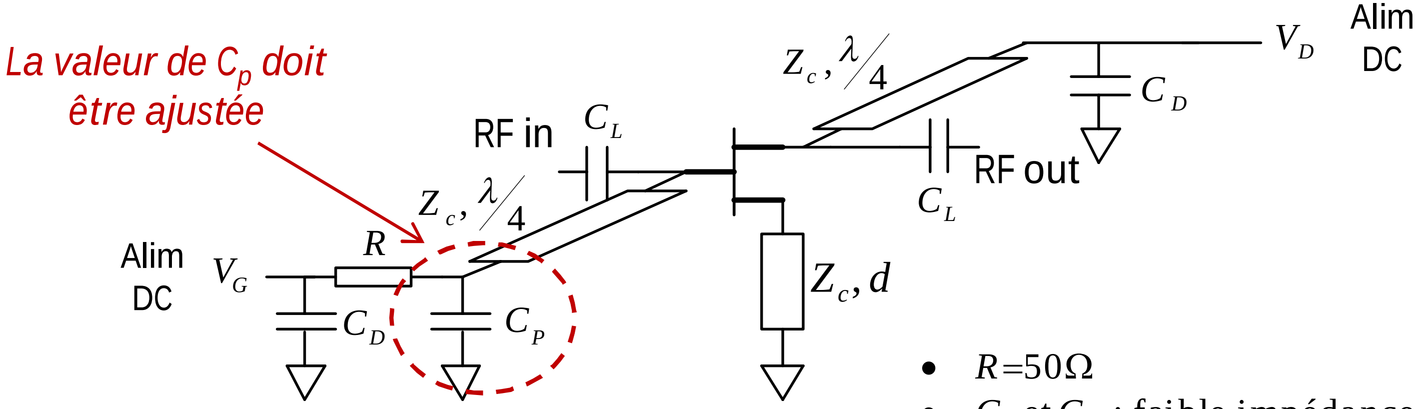
- C_L et C_D : impédance faible à $35GHz$ (ex: $5\ pF$)
- Z_0 et d tels que le transistor soit stable à $35GHz$

Instabilité potentielle en basse fréquence

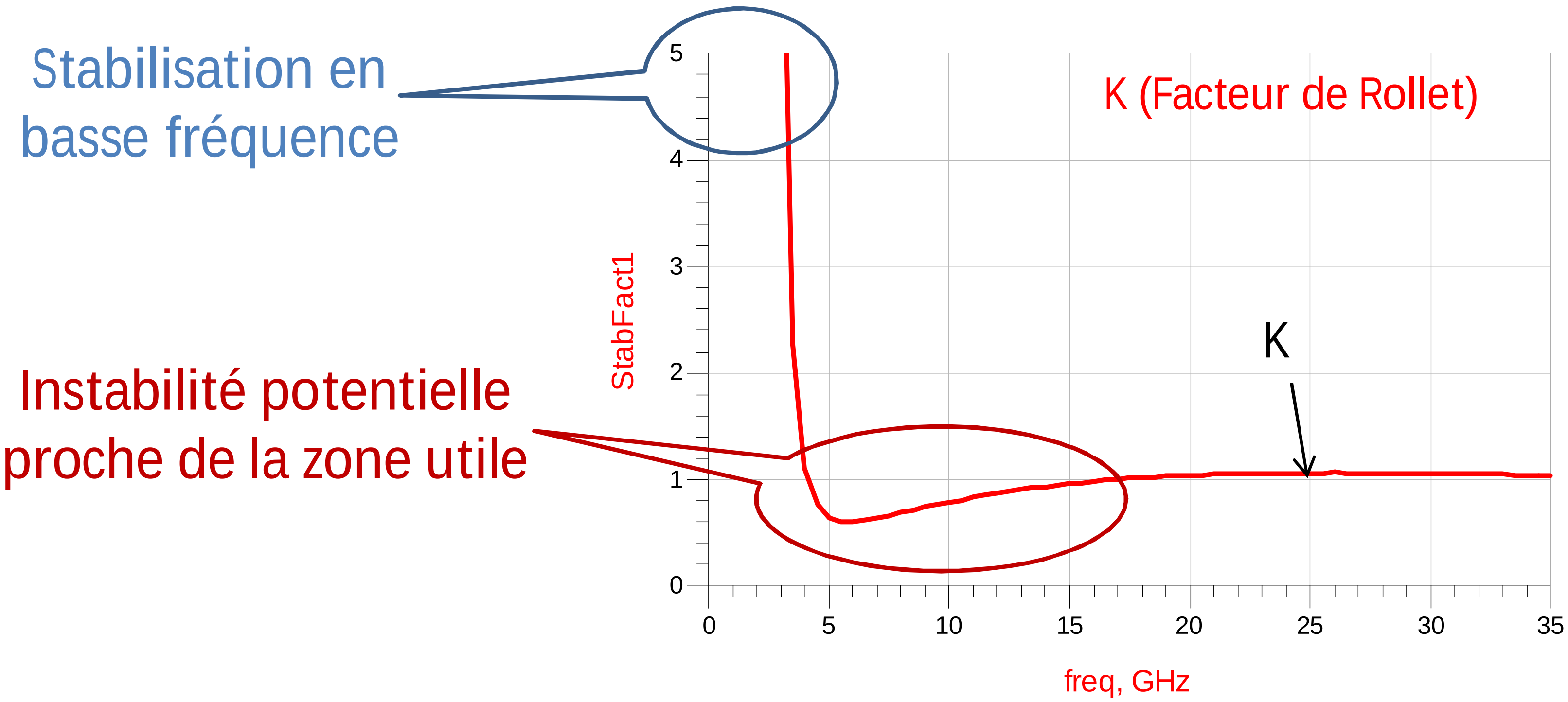
Insertion d'éléments dissipatifs en basse fréquence



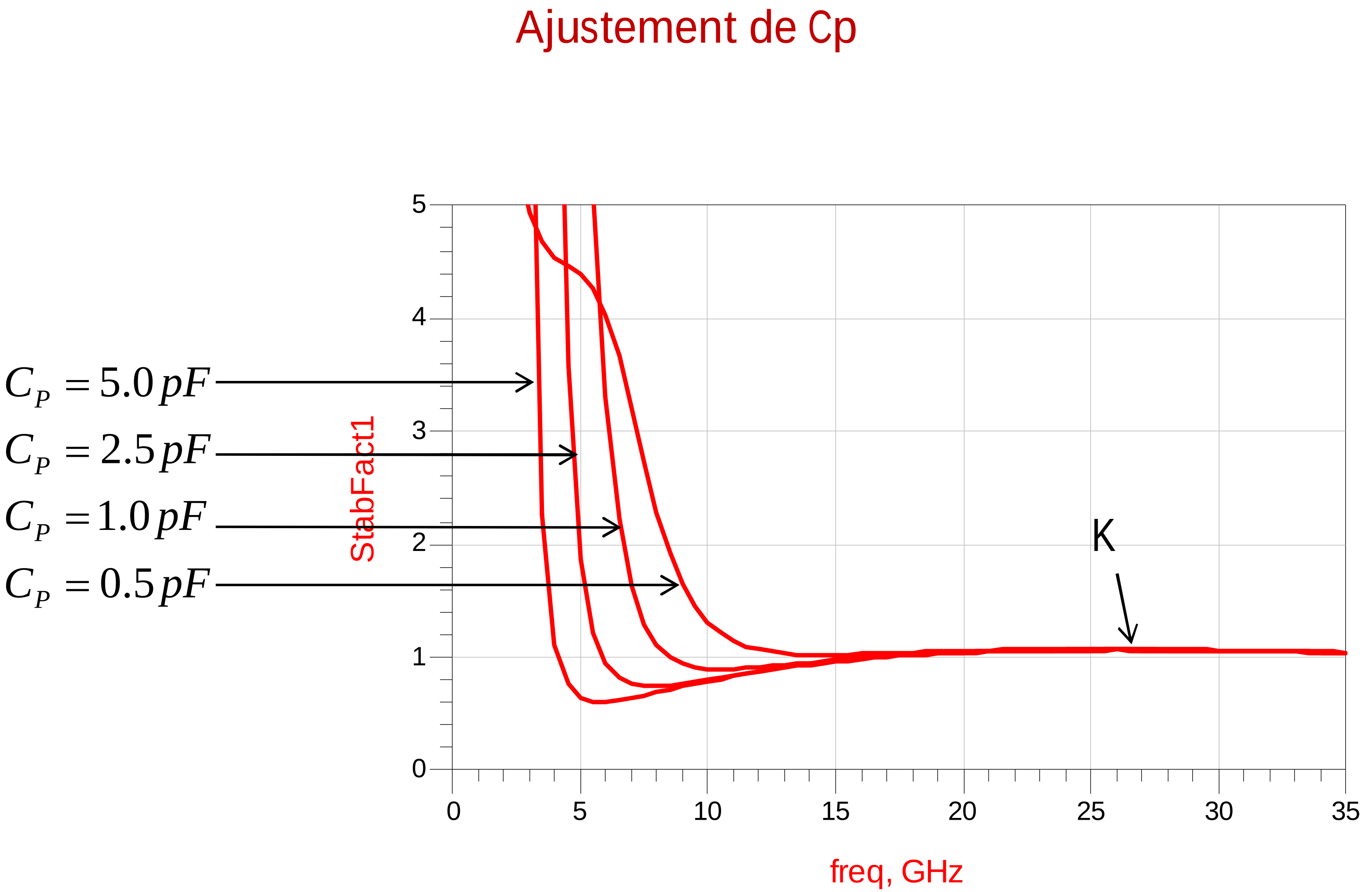
Circuit de polarisation et stabilité



- $R = 50\Omega$
- C_L et C_D : faible impédance à $35\,GHz$
- C_P : faible impédance à $35\,GHz$

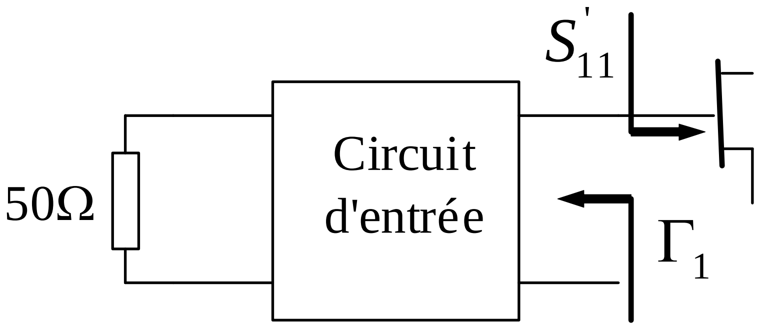


Circuit de polarisation et stabilité



Circuit d'adaptation d'impédance

- Adaptation à l'entrée

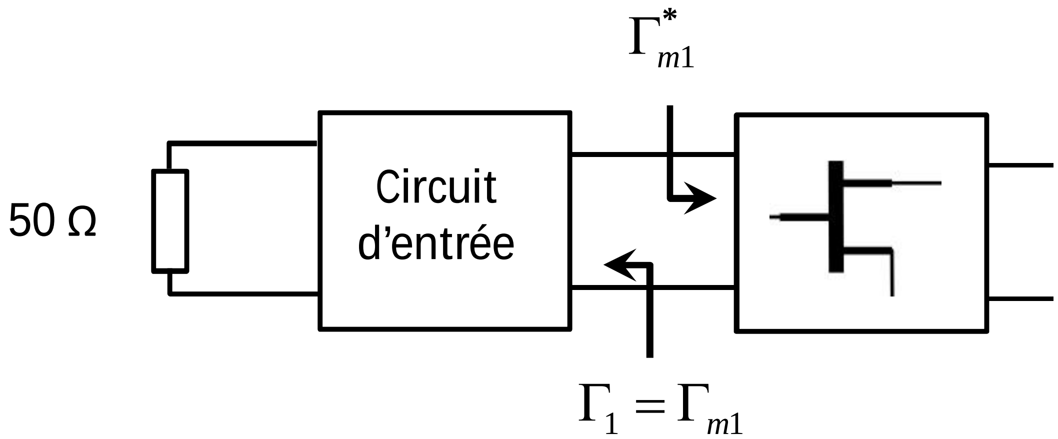


$\Gamma_1 = S'^{*}_{11}$ Gain maximum

ou

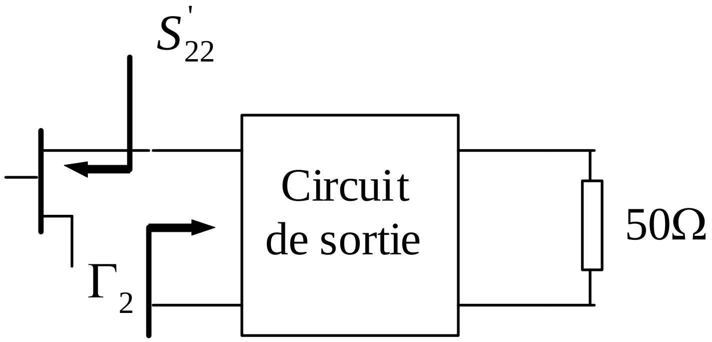
$\Gamma_1 = \Gamma_{opt}$ Facteur de bruit minimum

Conditions d'adaptation simultanée remplies



Circuit d'adaptation d'impédance

- Adaptation en sortie



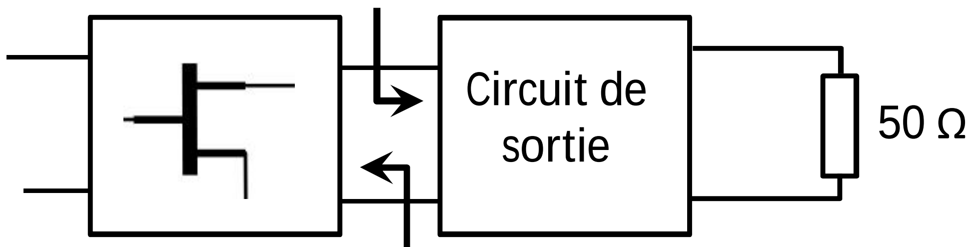
$\Gamma_2 = S'^{*}_{22}$ Gain maximum

⇓

Conditions d'adaptation simultanée remplies

⇓

$\Gamma_2 = \Gamma_{m2}$



Γ^{*}_{m2}

Amplificateurs bande étroite / large bande

- Amplificateur bande étroite:
  - o Bande passante relative $\Delta f/f_0$ inférieure à quelques dizaines de %
  - o Néglige les variations des performances du transistor en fonction de la fréquence
  - o Performances optimales possibles dans toute la bande
  - o Circuits d'adaptation à éléments réactifs

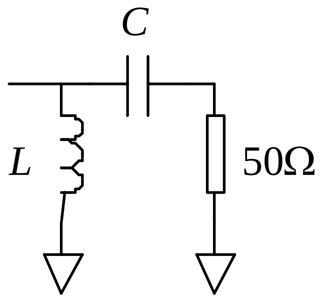
- Amplificateur large bande:
  - o Bande passante supérieure à l'octave voire une décade
  - o Prise en compte des variations des performances du transistor en fonction de la fréquence
  - o Performances optimales impossibles dans toute la bande
  - o Solutions possibles:
    - ✓ Désadaptation sélective
    - ✓ Contre réaction résistive
    - ✓ Adaptation résistive
    - ✓ Amplificateur distribué
    - ✓ ....

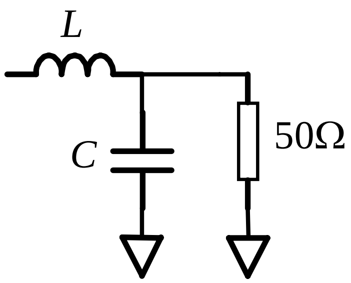
Amplificateurs bande étroite, circuits d'adaptation d'impédance

- Principales propriétés:
  - o Circuits réactifs (transfert maximum de puissance, pas de bruit additionnel)
  - o Eléments localisés: capacités et inductances, basses fréquences
  - o Eléments répartis: lignes de transmission, fréquences élevées
  - o Topologies simples pour minimiser les éléments parasites et les couplages

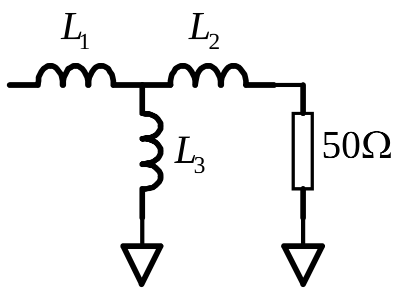
⟹ Dépend de la technologie

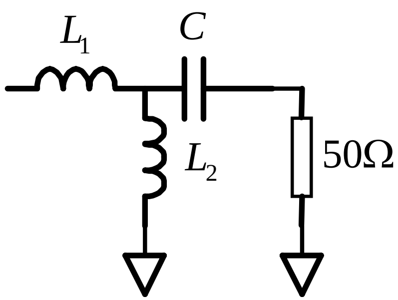
➢ Eléments localisés :





Deux degrés de liberté: adaptation à une fréquence

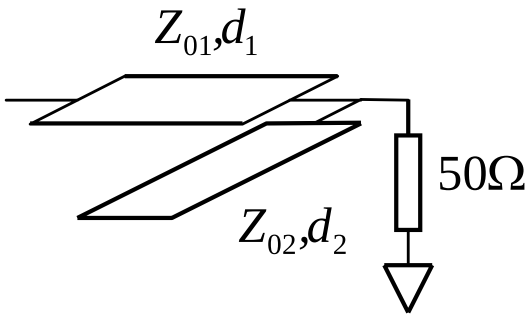




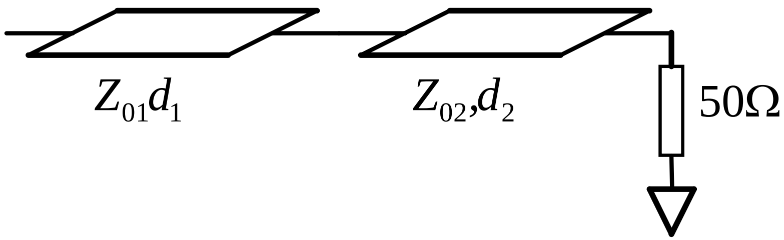
Trois degrés de liberté: augmenter la largeur de bande

Amplificateurs bande étroite, circuits d'adaptation d'impédance

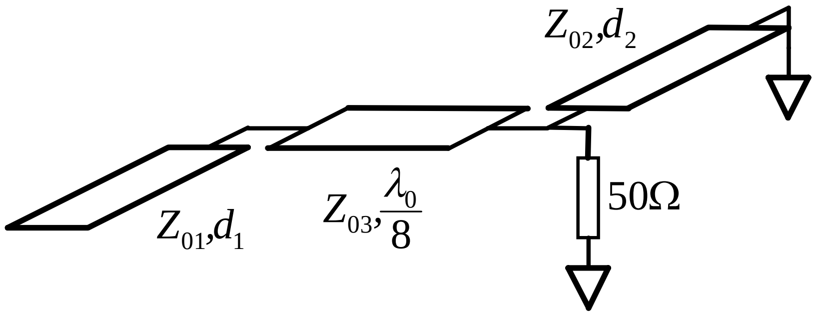
- Eléments localisés : (tronçons de ligne, stubs)



Un tronçon parallèle



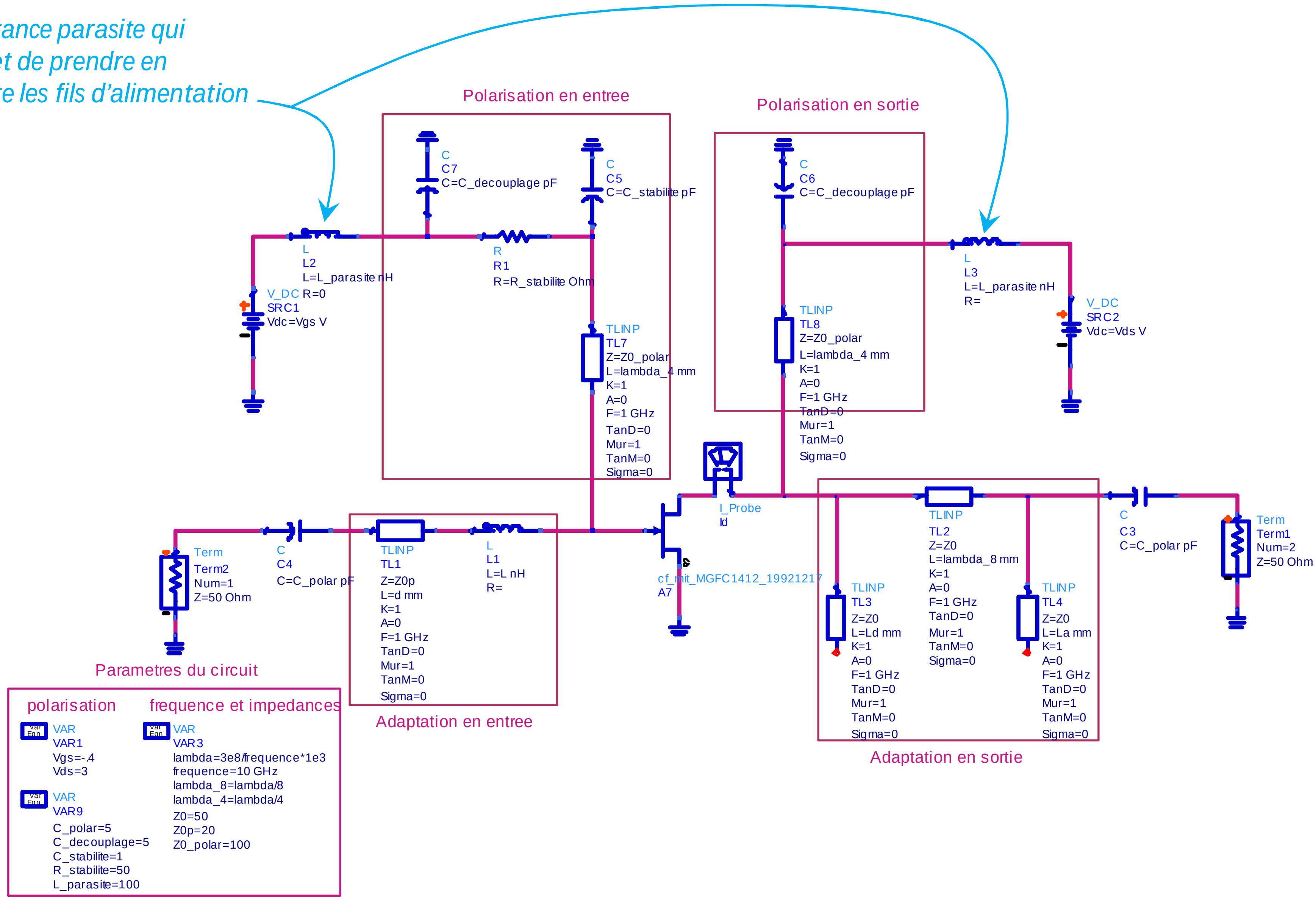
Deux tronçons en cascade



Deux tronçons parallèles
Permet la polarisation

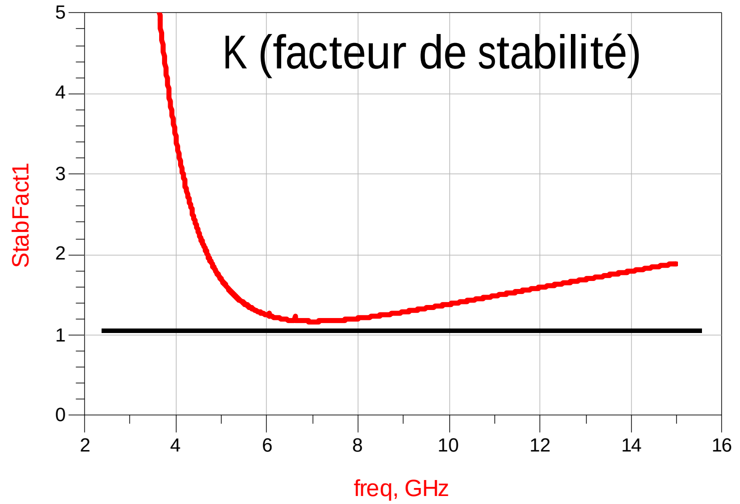
Amplificateurs bande étroite, exemple de circuit

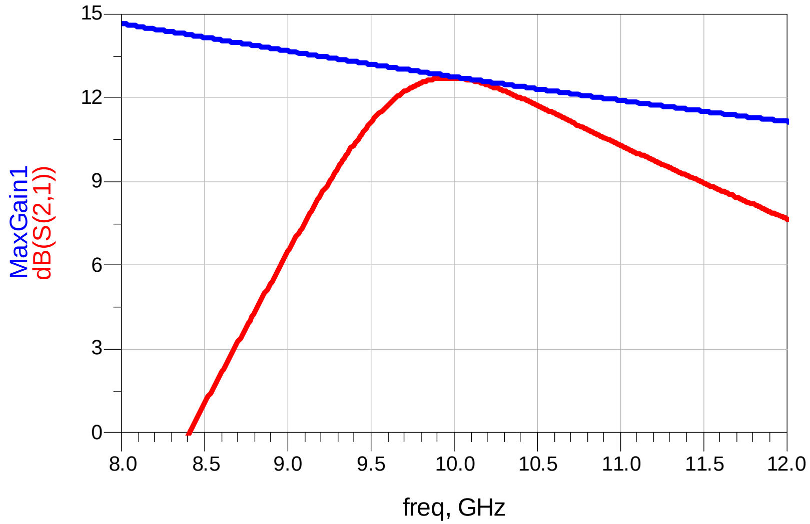
Inductance parasite qui permet de prendre en compte les fils d'alimentation

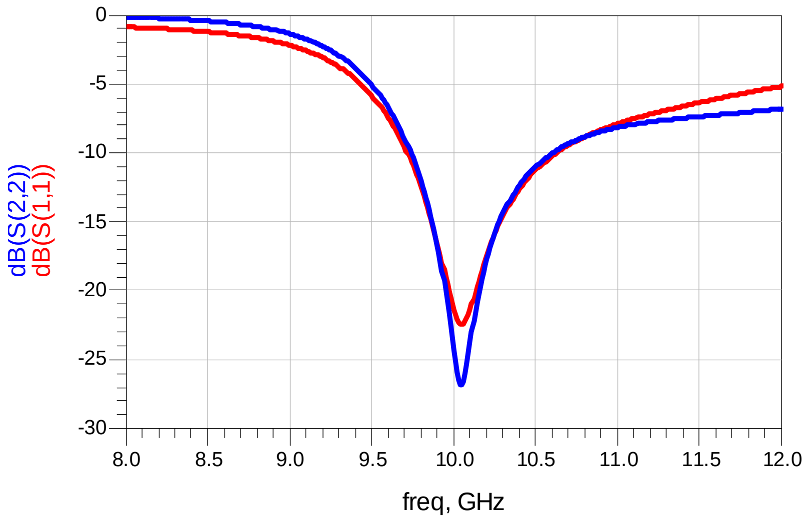


Amplificateurs bande étroite, exemple de circuit

$\left|\Delta_S\right| < 1$ est vérifié







- Stabilité inconditionnelle
- Gain maximum
- Adaptation simultanée entrée-sortie

Amplificateur large bande – Gain plat sur la bande

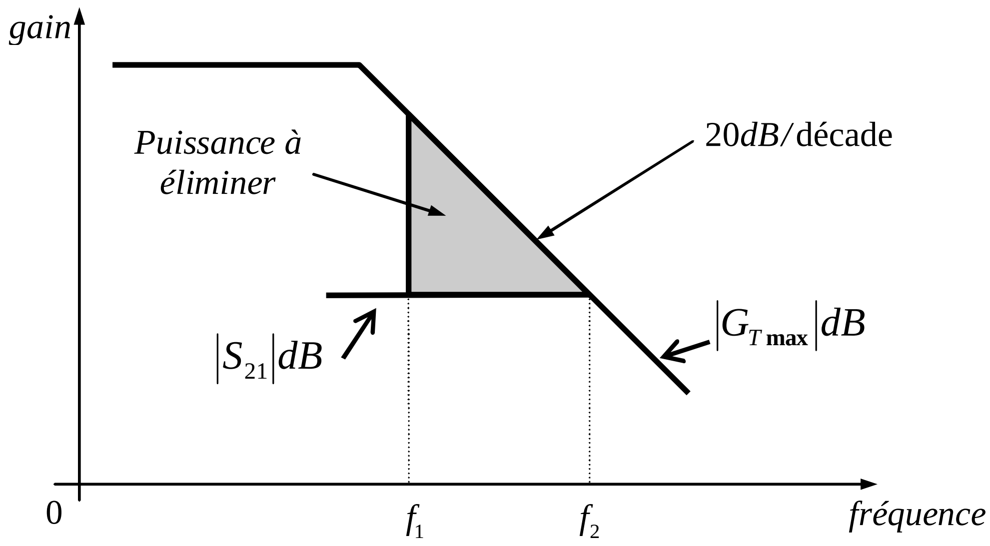
- gain plat sur la bande de fréquence
- diminuer la puissance transmise
- désadaptation sélective

$\Rightarrow$ Amplificateur désadapté à ses accès (Désadaptation selective)

➢ Cas dispositif unilatéral : $G_{T\max} = \dfrac{|S_{21}|^2}{(1-|S_{11}|^2).(1-|S_{22}|^2)}$

Si l'adaptation de sortie est faite : $S_{22}=0$

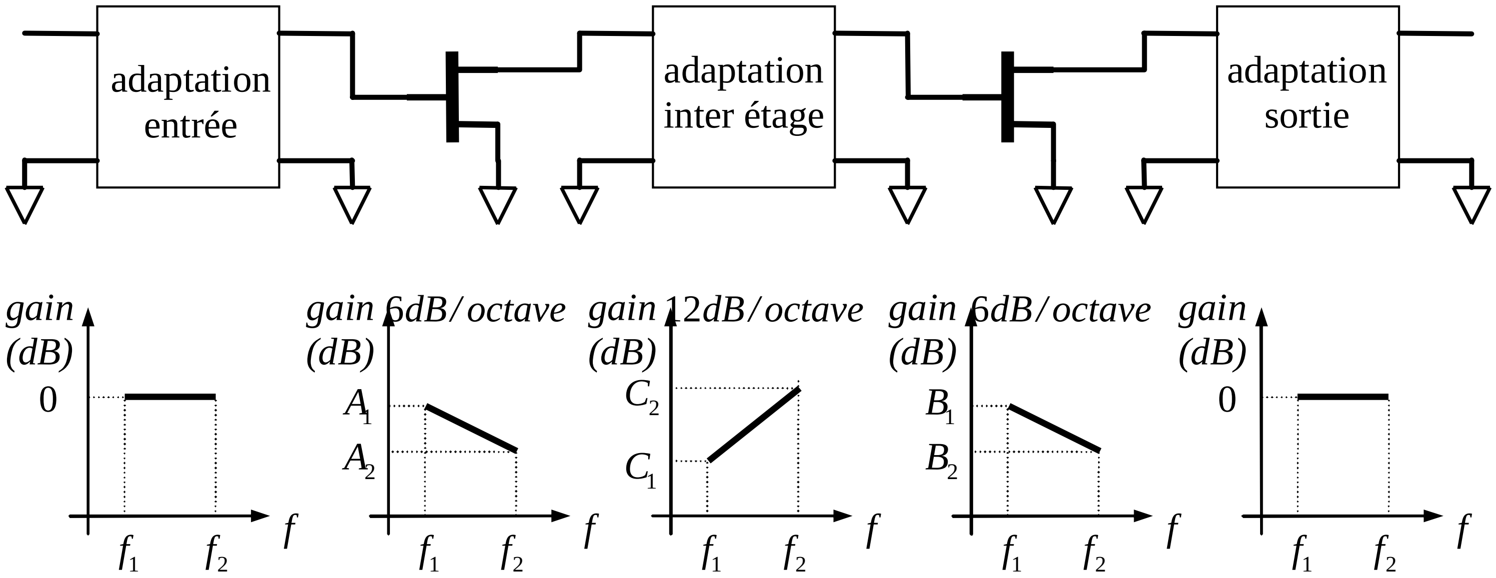
$$|S_{11}|^2 = 1 - \frac{|S_{21}|^2}{G_{T\max}} = 1 - \frac{G_1}{G_{T\max}}$$



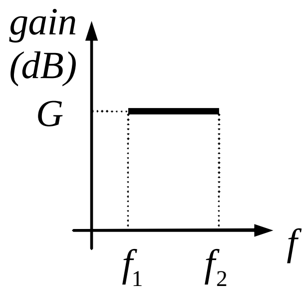
$G_1/G_{T\max}$	$\lvert S_{11}\rvert$	$\lvert S_{11}\rvert_{dB} = return\ loss$
$-0.1dB$	0.15	$-16\ dB$
$-0.5dB$	0.33	$-9.6\ dB$
$-1.0dB$	0.45	$-6.8\ dB$

Amplificateur large bande à deux étages

- Adaptation conjuguée entrée-sortie
- Compensation de gain par le circuit inter-étage
- <u>Nécessite unilatéralité suffisante (important)</u>



$$\boxed{G = A_1 + B_1 + C_1 = A_2 + B_2 + C_2}$$



Adaptation large bande, quadripôle sans pertes

$$|S_{21}|^2 = 1 - |S_{11}|^2 = 1 - |S_{22}|^2$$

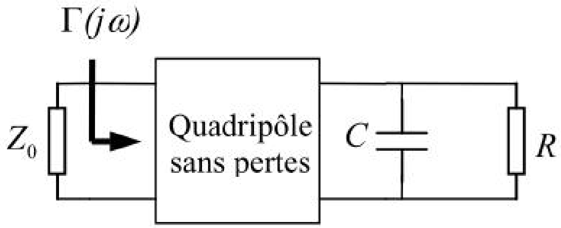
└→ Gain du quadripôle d'adaptation

$|S_{11}|$ le plus petit possible

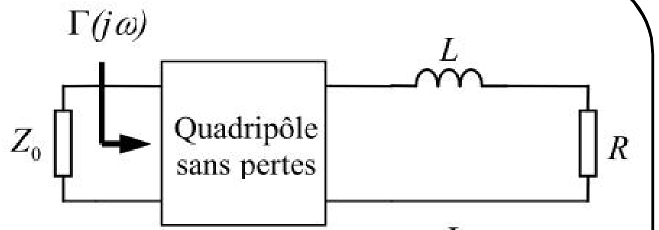
$|S_{21}|$ le plus grand possible: théorie des filtres

Limitation théorique : relation de Bode - Fano

Impédance de type passe bas ⇨



$Q = R.C.\omega_0$



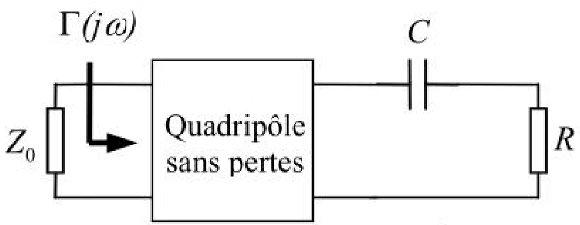
$Q = \dfrac{L.\omega_0}{R}$

$$\int_{\omega_1}^{\omega_2} ln\left(\frac{1}{|\Gamma|_{min}}\right) d\omega = \frac{\pi\omega_0}{Q}$$

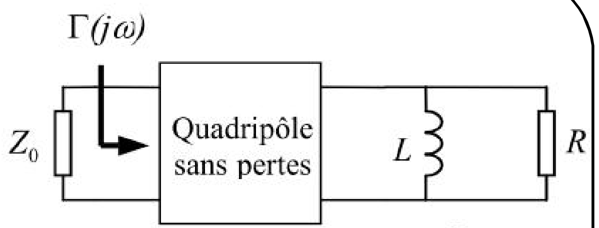
$\omega_0^2 = \omega_1.\omega_2$

(En échelle log)

Impédance de type passe haut ⇨



$Q = \dfrac{1}{R.C.\omega_0}$



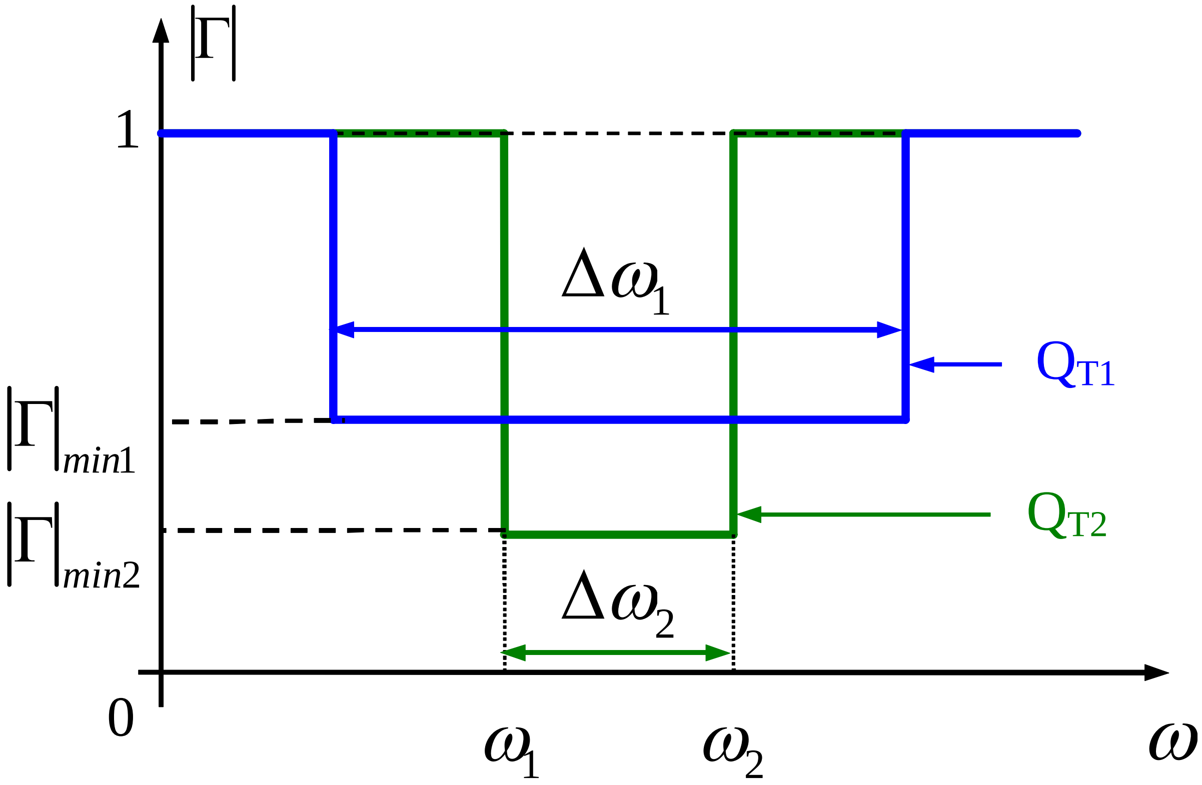
$Q = \dfrac{R}{L.\omega_0}$

$$\int_{\omega_1}^{\omega_2} \frac{1}{\omega^2} ln\left(\frac{1}{|\Gamma|_{min}}\right) d\omega = \frac{\pi}{Q.\omega_0}$$

$\omega_0^2 = \omega_1.\omega_2$

- Limitations théoriques : relation de Bode - Fano

$|\Gamma|_{min} = cte$ dans la bande $[\omega_1, \omega_2]$ $\quad \frac{1}{Q_T} = \frac{\omega_2 - \omega_1}{\omega_0} \Longrightarrow |\Gamma|_{min} = exp\left(-\pi \frac{Q_T}{Q}\right)$



$$\boxed{Q_{T2} > Q_{T1} \Rightarrow \Delta\omega_2 < \Delta\omega_1 \Rightarrow |\Gamma|_{min2} < |\Gamma|_{min1}}$$

- Pour une charge donnée, le module du coefficient de réflexion et la bande passante varient en sens inverse.

Adaptation large bande, synthèse des quadripôles

- Impédance à adapter connue sous forme d'un schéma équivalent *(exemple où l'on peut modéliser l'impédance d'entrée par un RC série)*

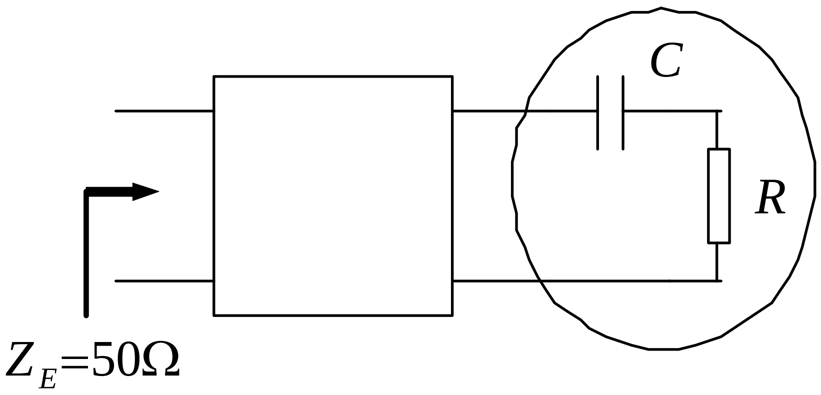


Schéma équivalent à l'entrée du transistor

$$C = 0.6\,pF$$
$$R = 80\Omega$$

Synthèse du filtre en négligeant les éléments réactifs de la charge

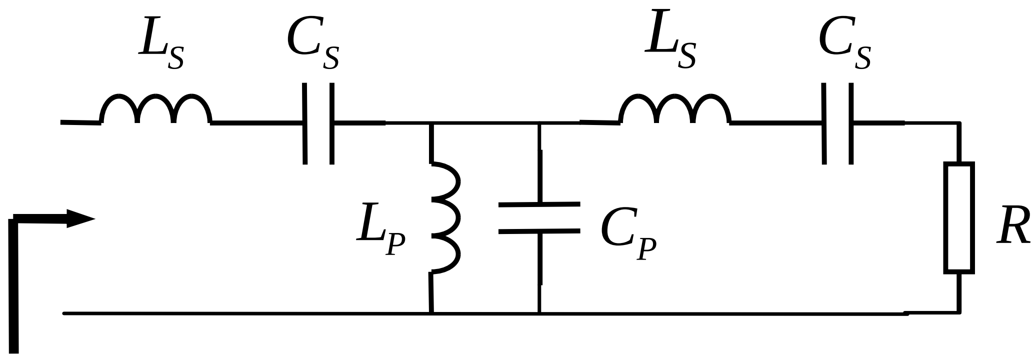
$$\text{donnée : } |S_{11\min}| \Rightarrow |S_{21}|^2 = 1 - |S_{11}|^2 \Rightarrow ondulation = 10.\log|S_{21}|^2$$

$$\text{résistance de normalisation : } R_N = R$$

$$f_0 = \sqrt{f_1.f_2} \qquad B = \frac{f_2 - f_1}{f_0} \text{ bande passante normalisée}$$

Adaptation large bande, synthèse des quadripôles

Théorie classique des filtres passifs



$R_E \neq Z_0$

$f_1 = 4GHz$

$f_2 = 8GHz$

$f_0 = 5.65GHz$

$Q_T = 1.41$

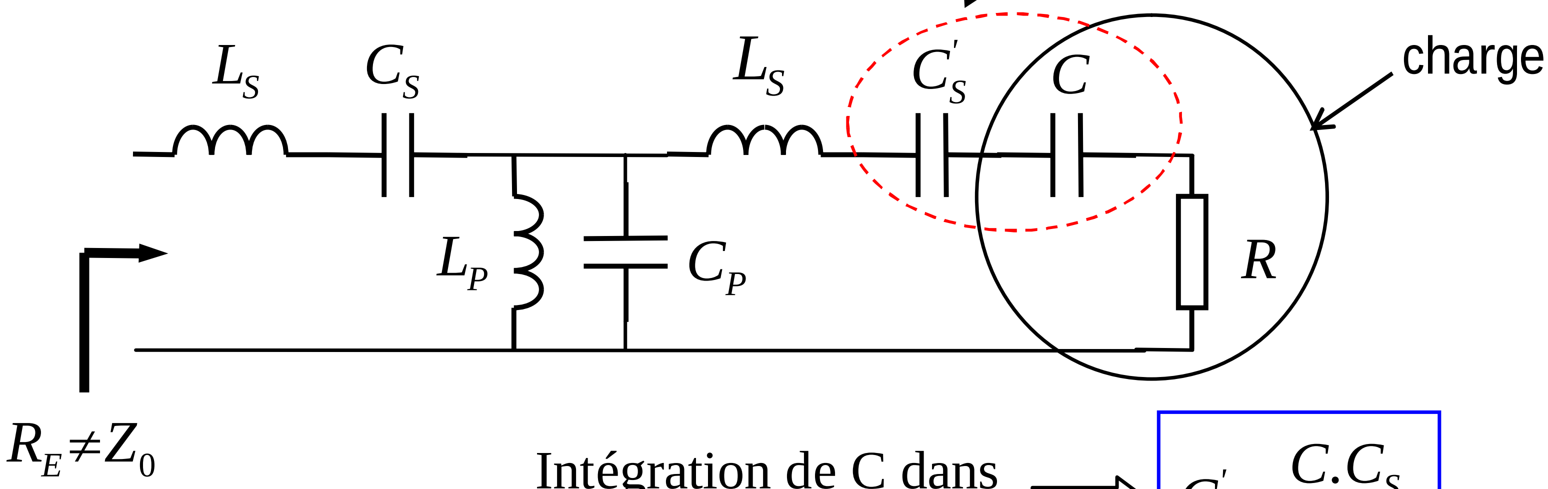
$$Q_C = \frac{1}{R.C.\omega_0} = 0.58$$

$R_E \approx R$ dans la bande passante du filtre

Adaptation large bande, synthèse des quadripôles

Intégration de la réactance de la charge

$$C_S = \frac{C_S' C}{C_S' + C}$$



Intégration de C dans l'impédance de charge $\Rightarrow$ $\boxed{C_S' = \frac{C.C_S}{C - C_S}}$

Possible si $C > C_S$

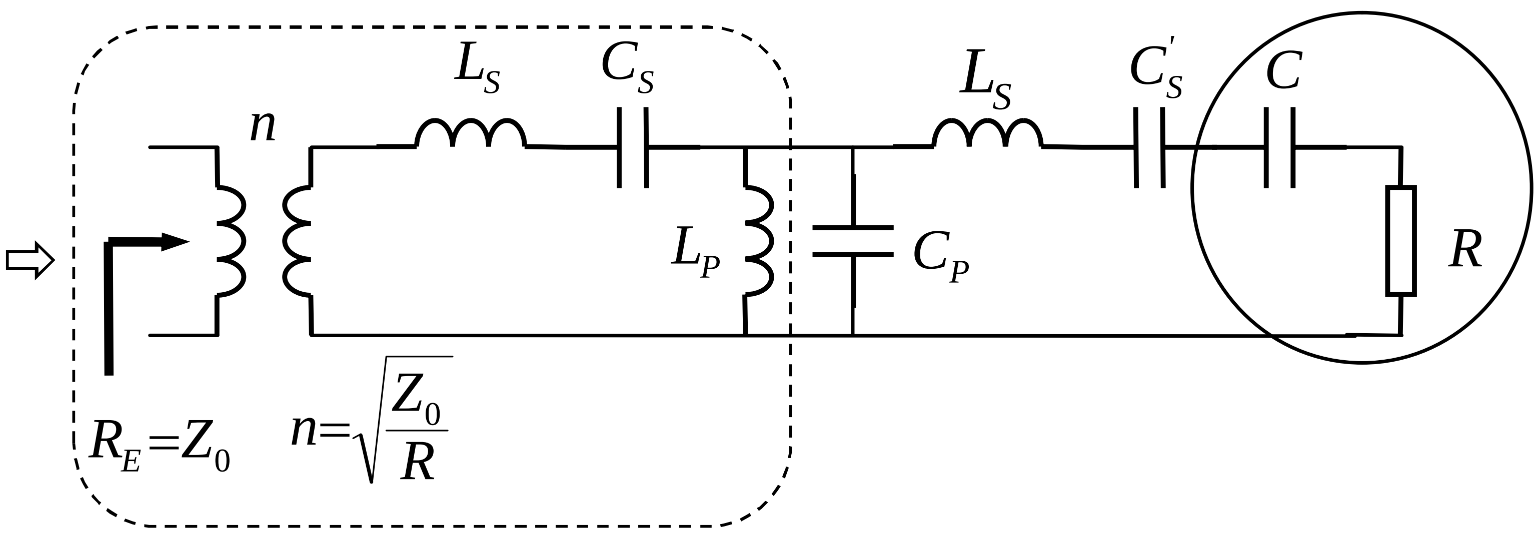
Il existe une condition de validité

Modification des contraintes:

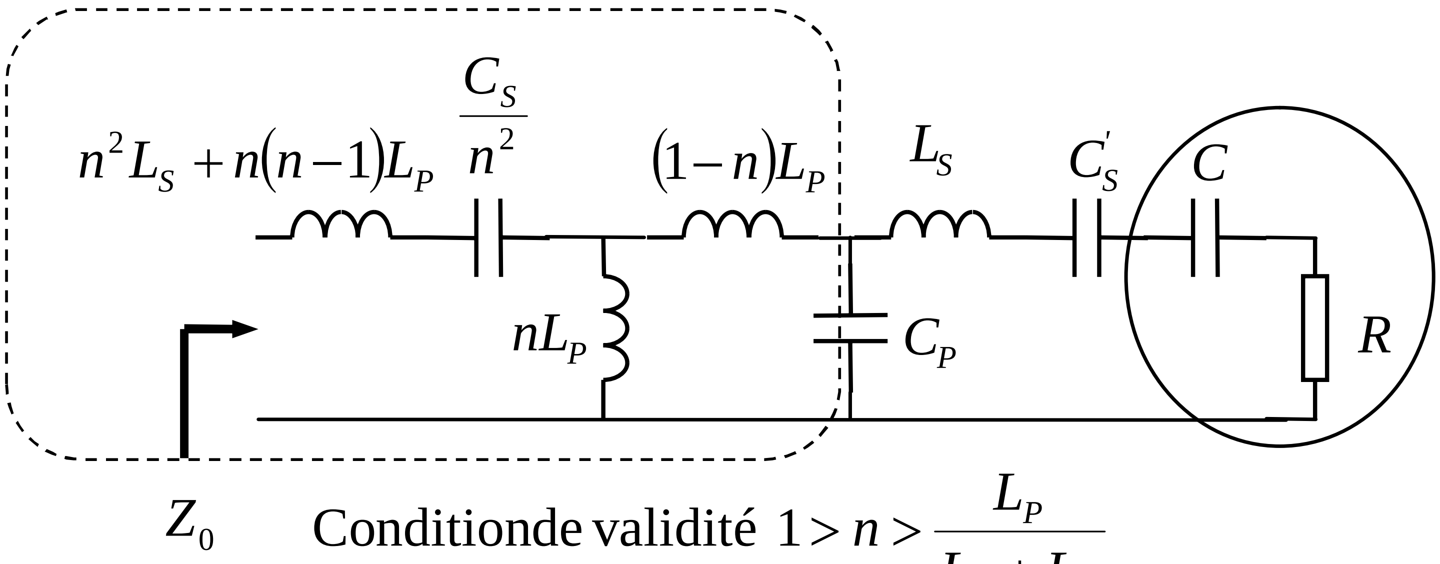
- Ondulation
- Bande passante relative

Adaptation large bande, synthèse des quadripôles

Adaptation sur Z_0 transformateur d'impédance



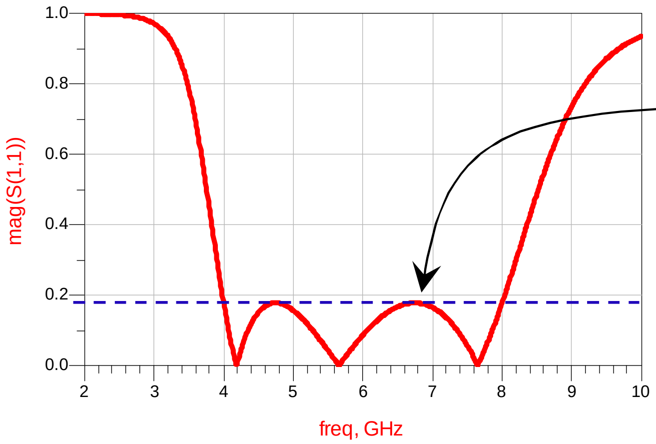
Equivalences de Darlington



Condition de validité $1 > n > \frac{L_P}{L_S + L_P}$

Adaptation large bande, synthèse des quadripôles

Adaptation sur 80 Ω



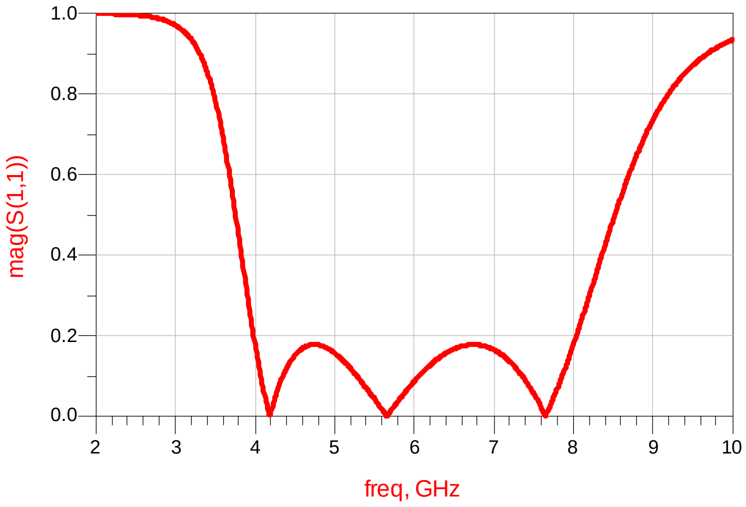
Cs	Cp	Lp	Ls	Cps	n_t
0.222	0.574	1.379	3.563	0.353	0.791

$|S_{11}|$dB = -15 dB

$$C_S < C \Rightarrow \text{intégration de la charge possible}$$

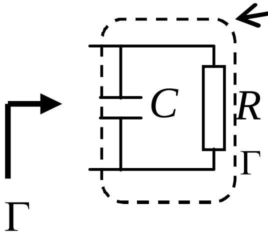
$$n > \frac{L_P}{L_S + L_P} = 0.28 \Rightarrow \text{équivalence Darlington utilisable}$$

Adaptation sur 50 Ω

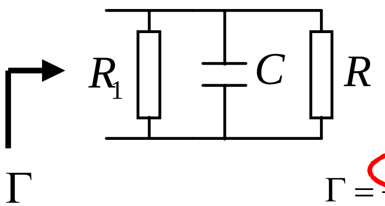


Adaptation large bande, Adaptation résistive

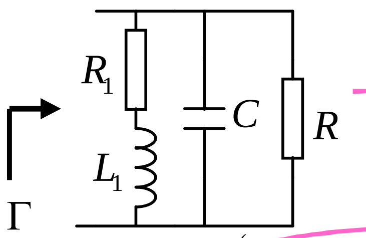
Charge à adapter modélisable par un circuit RC parallèle



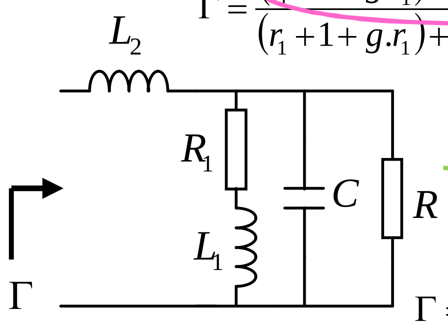
$$\Gamma = \frac{1-g-c.p}{1+g+c.p}$$



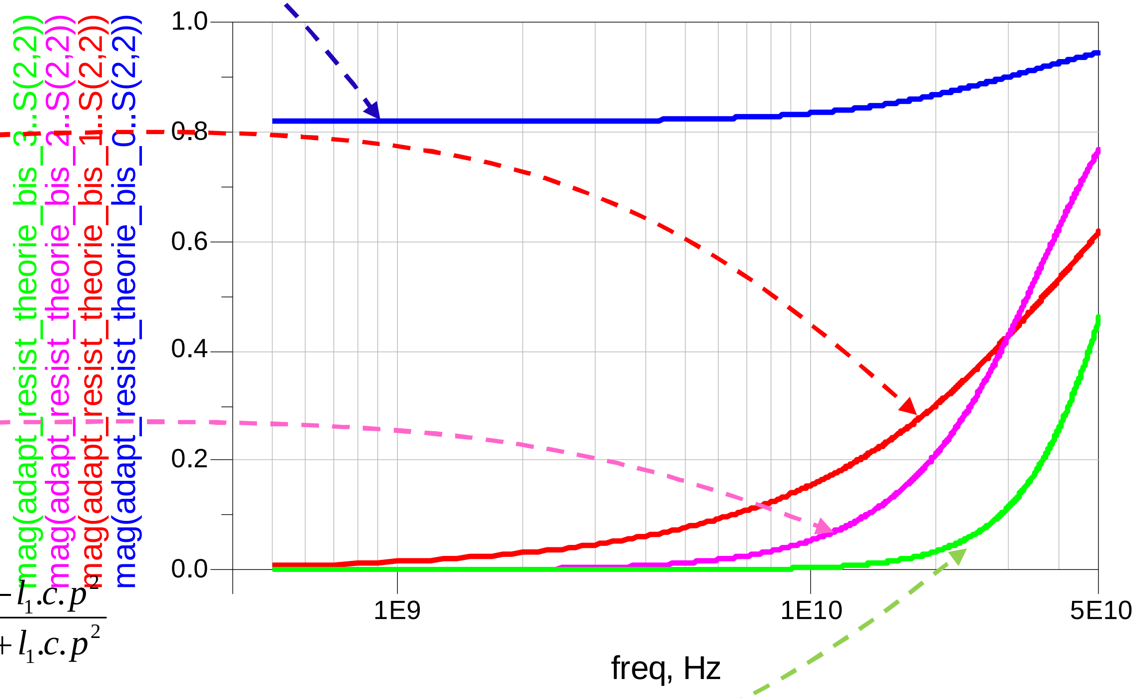
$$\Gamma = \frac{r_1-1-g.r_1-r_1.c.p}{r_1+1+g.r_1+r_1.c.p}$$



$$\Gamma = \frac{(r_1-1-g.r_1)+(l_1-r_1.c-g.l_1).p-l_1.c.p^2}{(r_1+1+g.r_1)+(l_1+r_1.c+g.l_1).p+l_1.c.p^2}$$

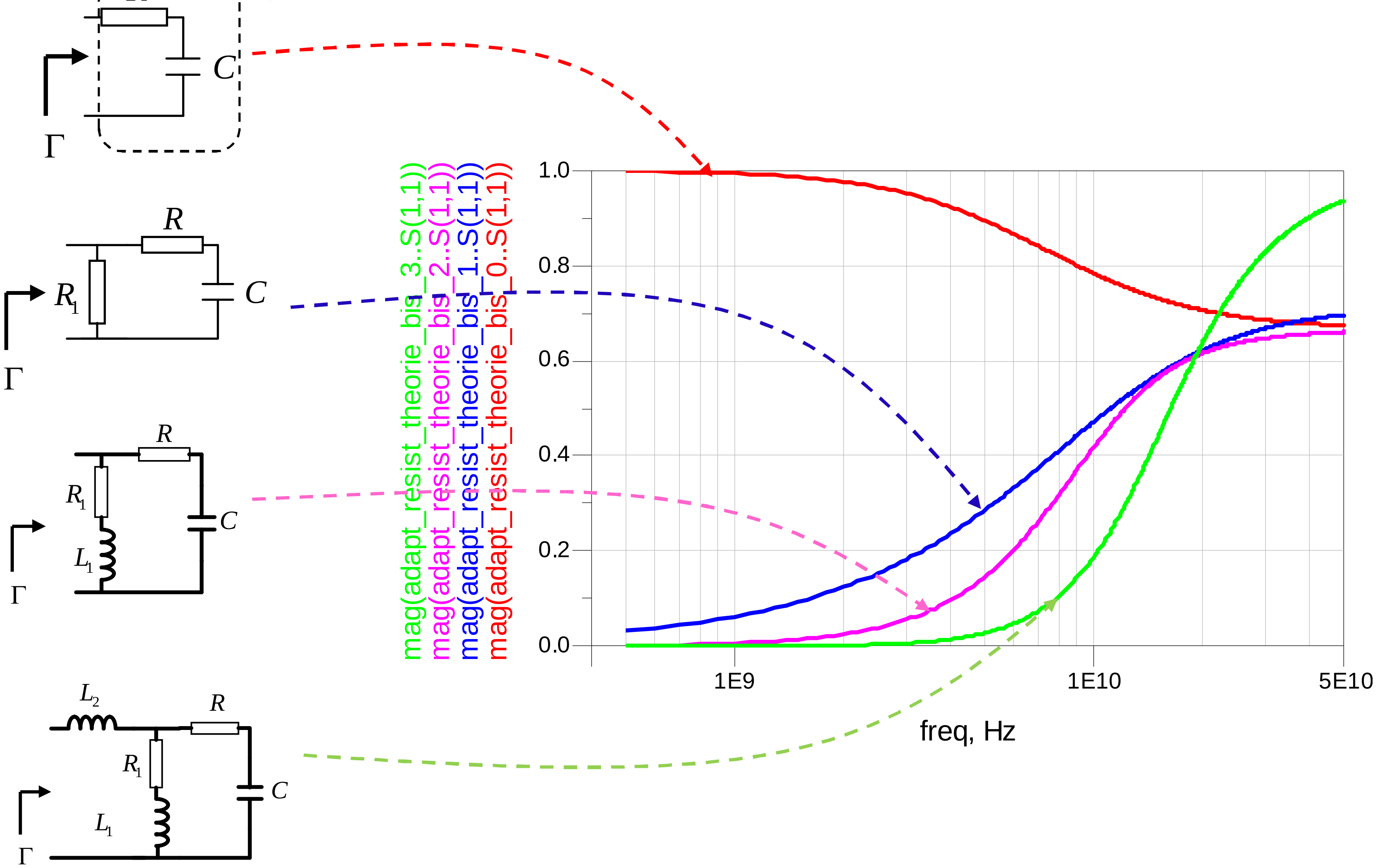


$$\Gamma = \frac{(r_1.(1-g).-1)+(l_1.(1-g)+l_2.(1+g.r_1)-r_1.c).p+(l_2.r_1.c+g.l_1.l_2-l_1.c).p^2+l_1.l_2.c.p^3}{(r_1.(1-g).-1)+(l_1.(1-g)+l_2.(1+g.r_1)-r_1.c).p+(l_2.r_1.c+g.l_1.l_2-l_1.c).p^2+l_1.l_2.c.p^3}$$

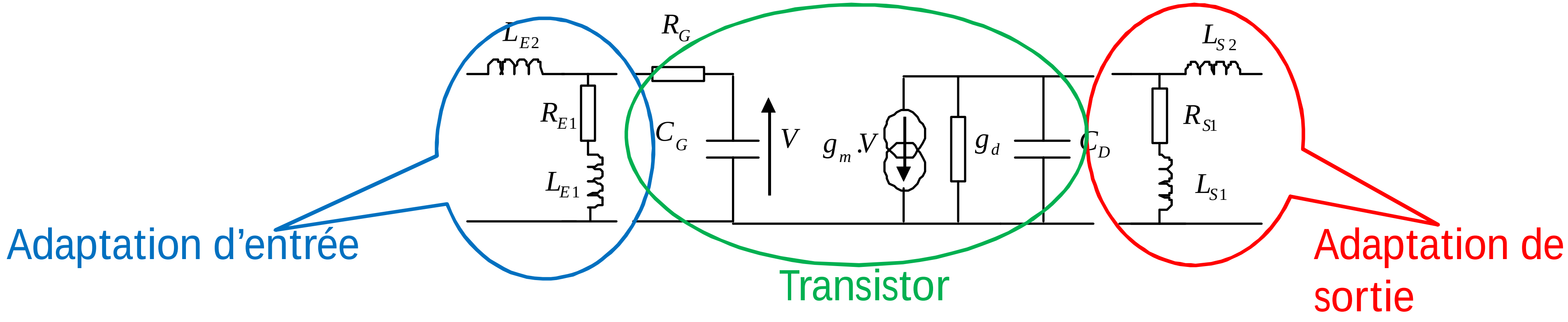


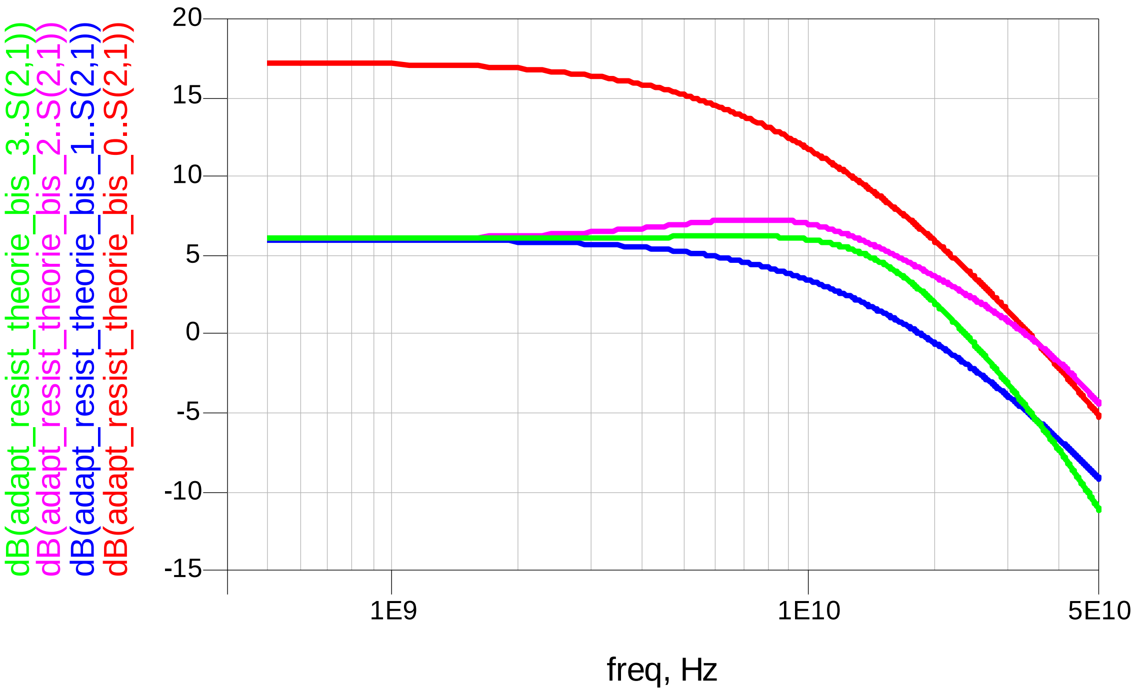
Adaptation large bande, Adaptation résistive

Charge à adapter modélisable par un circuit RC série



Amplificateur à adaptation résistive large bande





Gain basse fréquence

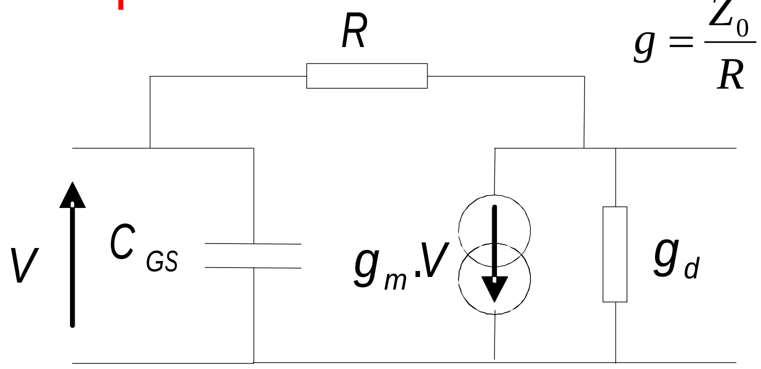
$$S_{21_0} = -\frac{g_m \cdot Z_0}{2}$$

$$\left|S_{21}\right|_0 > 1 \Rightarrow g_m > \frac{2}{Z_0} = 40mSie$$

Avec Z_0=50Ω

Adaptation large bande, contre réaction résistive

Contre réaction parallèle



$$g = \frac{Z_0}{R}$$

$$y_{11} = g + jZ_0 C_{gs} p$$
$$y_{12} = -g$$
$$y_{21} = Z_0 g_m - g$$
$$y_{22} = Z_0 g_d + g$$

y to S

$$S_{11} = \frac{1 + Z_0.g_d - Z_0.g.(g_m + g_d) - Z_0.C_{gs}.p(1 + g + Z_0.g_d)}{1 + Z_0.g_d + g.[2 + Z_0.(g_m + g_d)] + Z_0.C_{gs}.p.(1 + g + Z_0.g_d)}$$

$$S_{22} = \frac{1 - Z_0.g_d - Z_0.g.(g_m + g_d) - Z_0.C_{gs}.p(1 + g + Z_0.g_d)}{1 + Z_0.g_d + g.[2 + Z_0.(g_m + g_d)] + Z_0.C_{gs}.p.(1 + g + Z_0.g_d)}$$

$$S_{21} = \frac{-2.(Z_0.g_m - g)}{1 + Z_0.g_d + g.[2 + Z_0.(g_m + g_d)] + Z_0.C_{gs}.p.(1 + g + Z_0.g_d)}$$

Adaptation BF simultanée entrée sortie possible si $Z_0.g_d << 1$

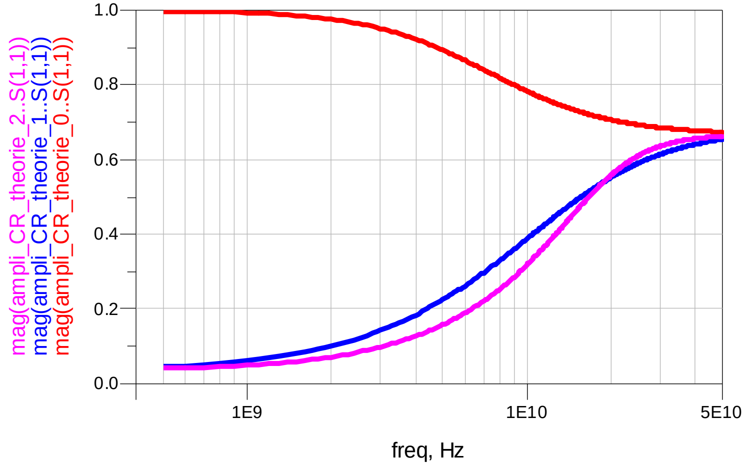
$$\left.\begin{aligned} S_{11} &= 0 \\ S_{22} &= 0 \end{aligned}\right\} \Longrightarrow \boxed{g = \frac{1}{Z_0.(g_m + g_d)} \Rightarrow R = Z_0^2 (g_m + g_d)}$$

Gain basse fréquence: $S_{210} = 1 - Z_0.g_m \Longrightarrow$ Amplification si $g_m.Z_0 > 2$

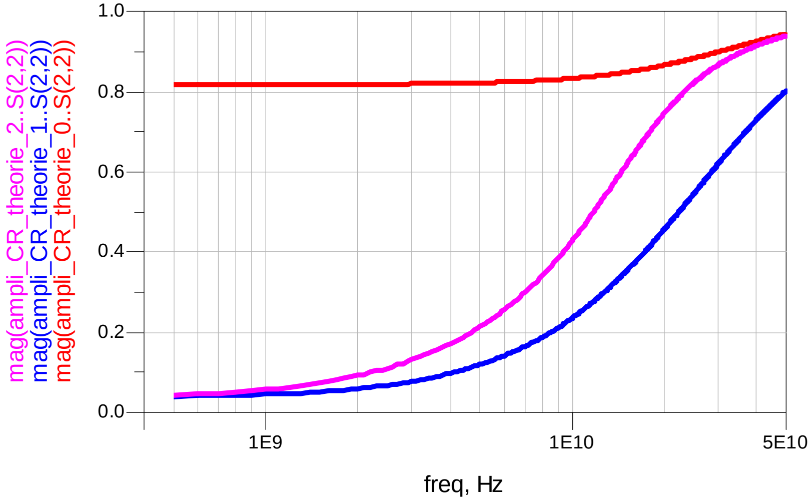
Adaptation large bande, contre réaction résistive

Contre réaction parallèle

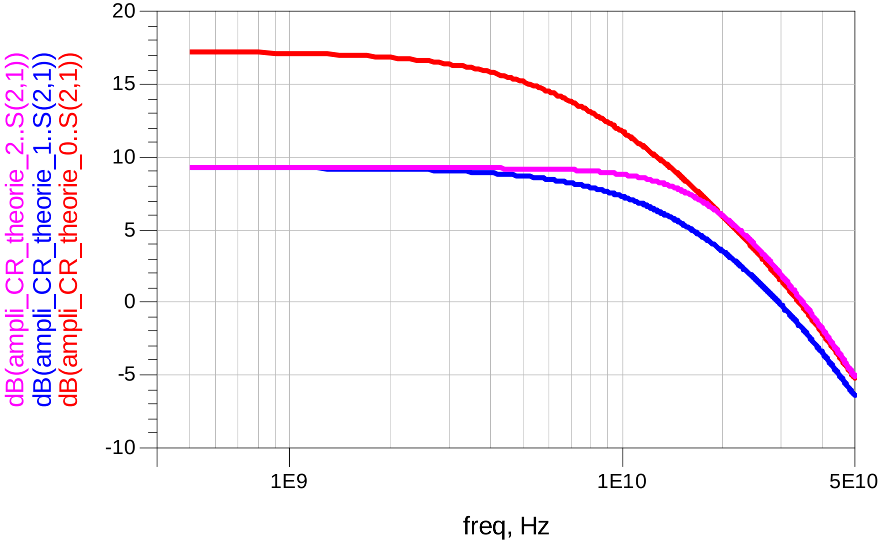
Adaptation d'entrée



Adaptation de sortie



gain



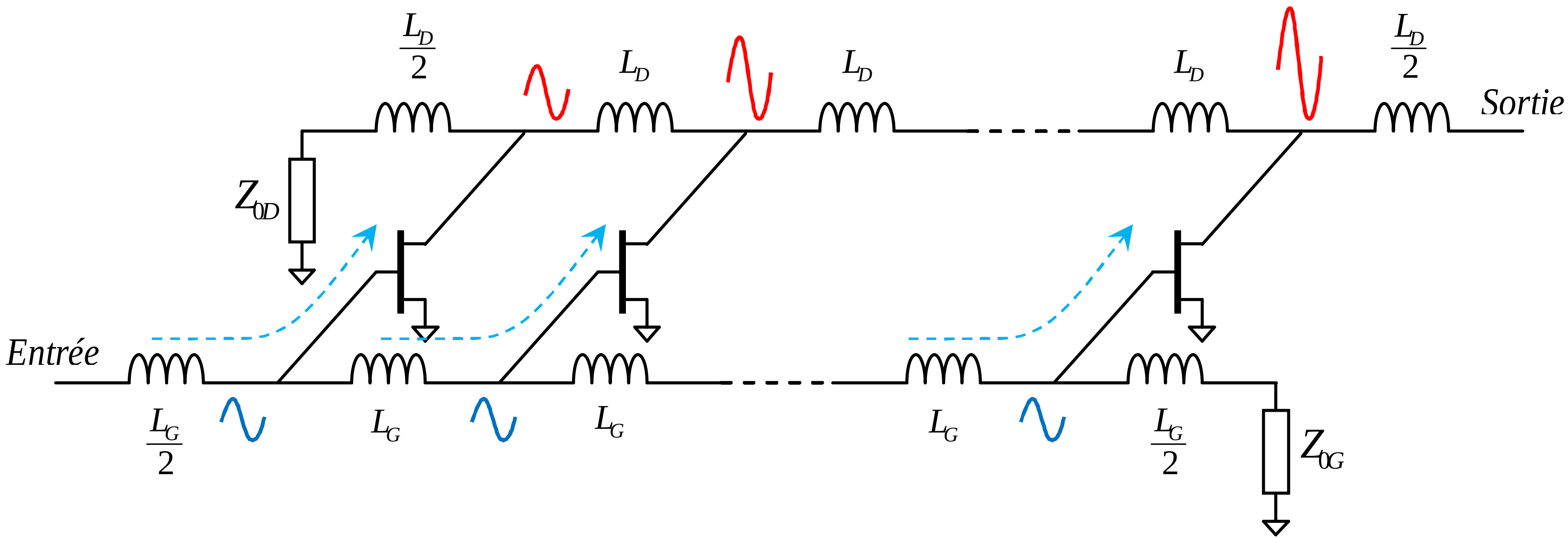
Transistor seul

Contre-réaction résistive

Inductance en série avec R

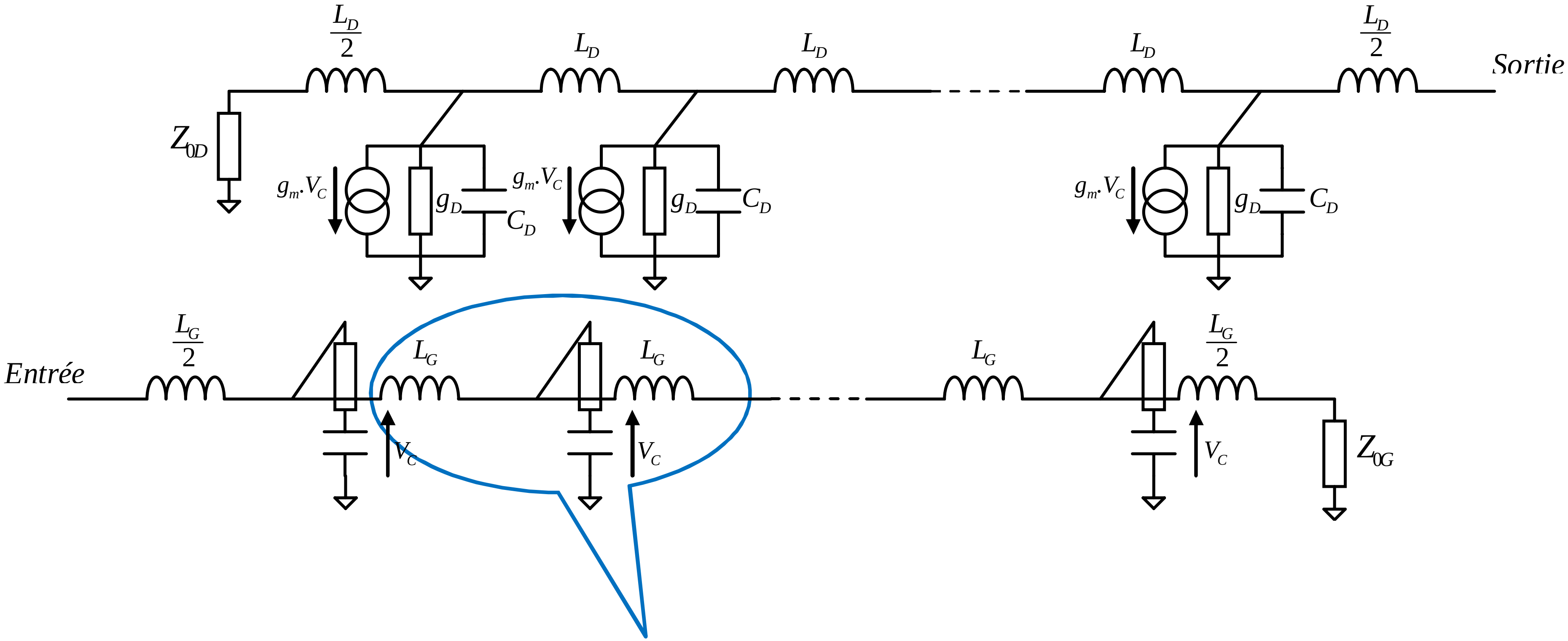
Amplificateur distribué

Couplage actif entre deux lignes de transmission utilisant des transistors



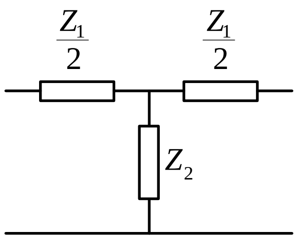
Les lignes peuvent être à ctes localisées (L et C) ou à ctes réparties

Amplificateur distribué, analyse simplifiée (cas TEC unilatéral)



$$Z = \begin{bmatrix} \dfrac{Z_0}{th(\theta)} & \dfrac{Z_0}{sh(\theta)} \\ \dfrac{Z_0}{sh(\theta)} & \dfrac{Z_0}{th(\theta)} \end{bmatrix}$$

Matrice Z d'un tronçon de ligne



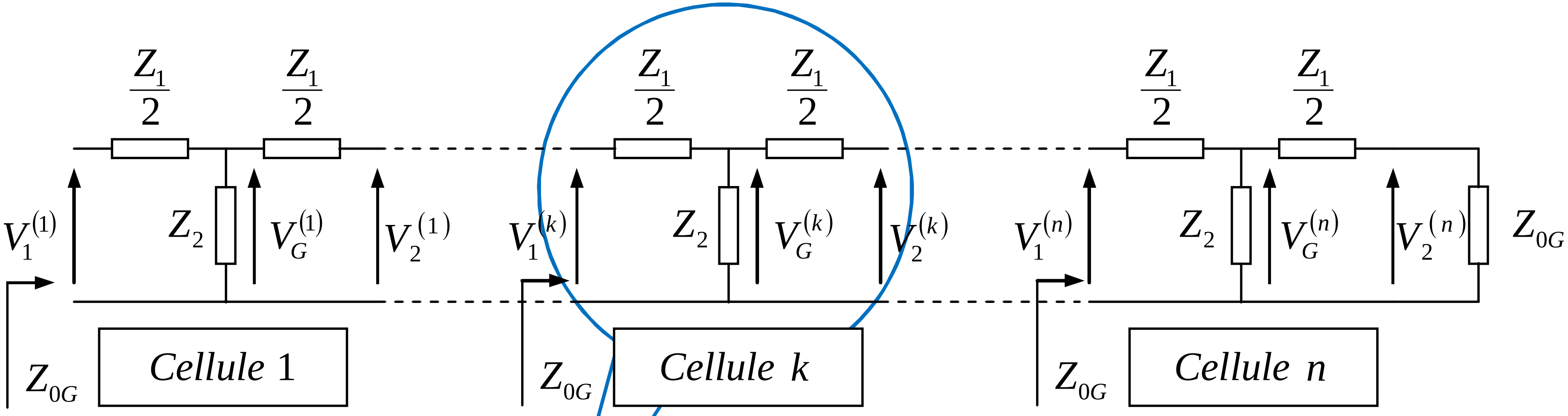
$$Z_0 = \sqrt{Z_1.Z_2}\sqrt{1+\frac{Z_1}{4.Z_2}}$$

$$ch\theta = 1+\frac{Z_1}{2.Z_2}$$

$$sh\theta = \sqrt{\frac{Z_1}{Z_2}}\sqrt{1+\frac{Z_1}{4.Z_2}}$$

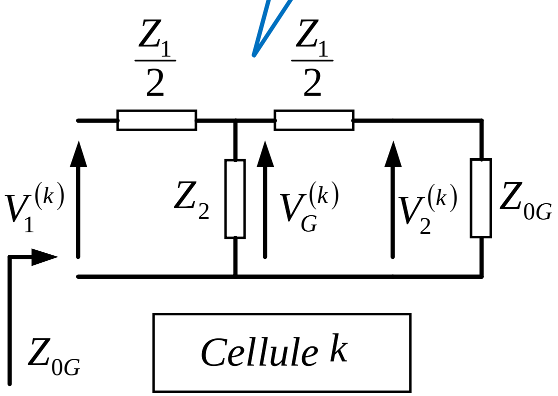
Cellule symétrique en T

Amplificateur distribué, fonctionnement de la ligne de grille



$$Z_1 = j.L_G.\omega$$

$$Z_2 = R_G + \frac{1}{j.C_G.\omega}$$

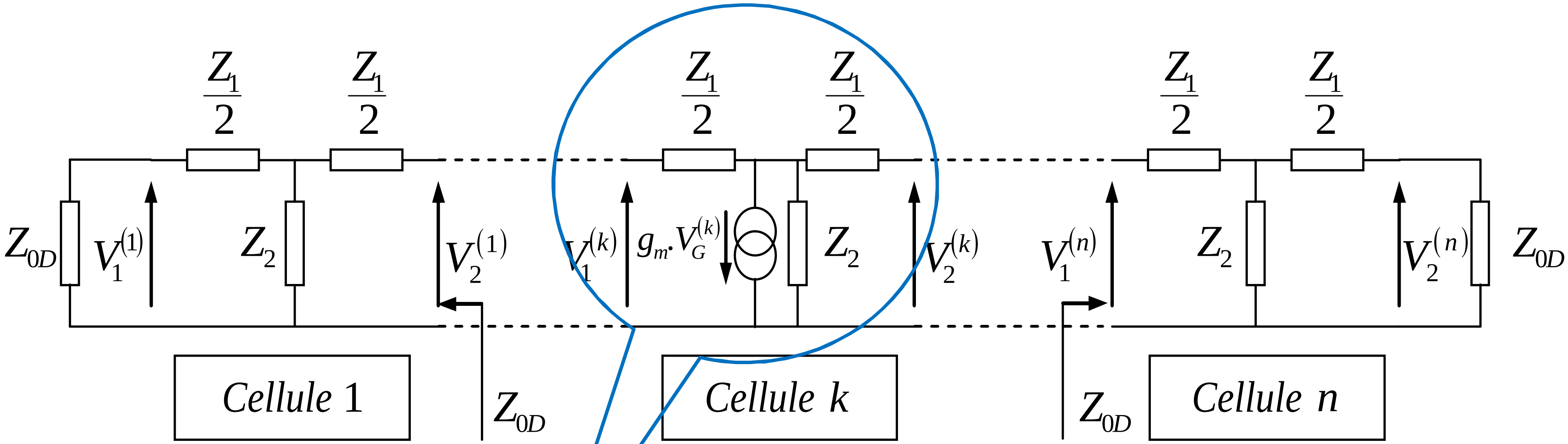


$$\Longrightarrow \quad \boxed{V_G^{(k)} = \frac{e^{\frac{\theta_G}{2}}}{ch\left(\frac{\theta_G}{2}\right)} e^{-k.\theta_G}.V_1^{(1)}}$$

Tension de commande de la grille du transistor k
en fonction de la tension d'entrée de la ligne

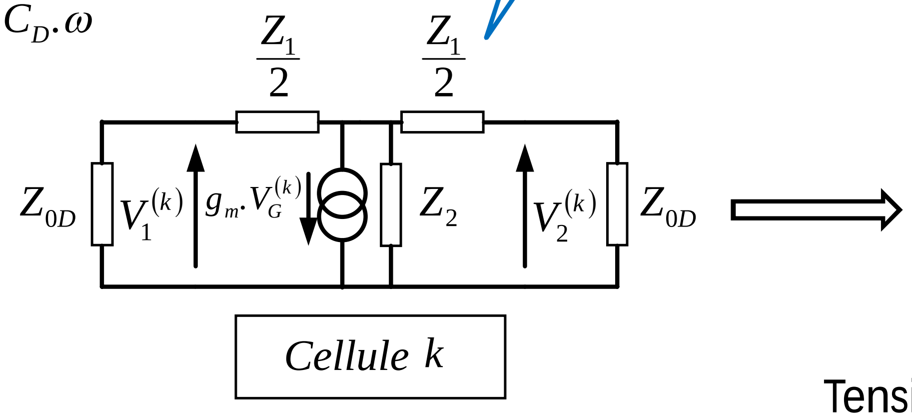
Amplificateur distribué, fonctionnement de la ligne de drain

Calcul de la tension de sortie due à la contribution de la cellule k



$Z_1 = j.L_D.\omega$

$\frac{1}{Z_2} = g_D + j.C_D.\omega$



$$V_2^{(n)} = e^{-(n-k)\theta_D}.V_2^{(k)} = -g_m.Z_{0D}\frac{e^{-\frac{\theta_D}{2}}}{2.ch\left(\frac{\theta_D}{2}\right)}e^{-(n-k)\theta_D}.V_G^{(k)}$$

Tension de sortie de la ligne de drain fonction de la tension commande de la cellule k de la ligne de grille

Amplificateur distribué, gains

Paramètres liés à la propagation le long des lignes $\theta_G = \alpha_G + j\beta_G \qquad \theta_D = \alpha_D + j\beta_D$

$$V_E = V_1^{(1)}$$

$$V_S = \sum_{k=1}^{k=n} V_2^{(n)}$$

$\Rightarrow$ Gain en tension $\Rightarrow$

$$\frac{V_S}{V_E} = -\frac{g_m}{2}.Z_{0D}\frac{sh\left(n\frac{\theta_G-\theta_D}{2}\right)}{ch\left(\frac{\theta_G}{2}\right).ch\left(\frac{\theta_D}{2}\right)sh\left(\frac{\theta_G-\theta_D}{2}\right)}e^{-n\left(\frac{\theta_G+\theta_D}{2}\right)}$$

Gain en puissance

$$\boxed{G_P = \frac{\Re e(Z_{0G})}{\Re e(Z_{0D})}\frac{|g_m|^2|Z_{0D}|^2}{(ch\alpha_G+cos\beta_G)(ch\alpha_D+cos\beta_D)}\frac{\left|sh\left(n\frac{\theta_G-\theta_D}{2}\right)\right|^2}{\left|sh\left(\frac{\theta_G-\theta_D}{2}\right)\right|^2}e^{-n(\alpha_G+\alpha_D)}}$$

Cas des Lignes sans pertes $\Rightarrow$ R_G=0 et g_D=0 $\Rightarrow$ $\alpha_G = \alpha_D = 0$

$$G_P = \frac{g_{m0}^2.R_{0G}.R_{0D}}{(1+cos\beta_G)(1+cos\beta_D)}\left|\frac{sin\left(n\frac{\beta_G-\beta_D}{2}\right)}{sin\left(\frac{\beta_G-\beta_D}{2}\right)}\right|^2$$

Maximum si les vitesses de phases sont égales

$$\beta_G = \beta_D = \beta$$

$$\boxed{G_P = \frac{g_{m0}^2.R_{0G}.R_{0D}}{(1+cos\beta)^2}n^2}$$

Amplificateur distribué, caractéristiques des lignes de grille et drain

Egalité des vitesses de phase + Influence des pertes

$$G_P = \frac{R_{0G}|Z_{0D}|^2|g_m|^2}{R_{0D}} \frac{1}{(ch\alpha_G + \cos\beta)(ch\alpha_D + \cos\beta)sh^2\left(\frac{\alpha_G - \alpha_D}{2}\right)} \left(e^{-n.\alpha_G} - e^{-n.\alpha_D}\right)^2$$

Nombre optimal de cellules $n_{opt} = \frac{ln(\alpha_D) - ln(\alpha_G)}{\alpha_D - \alpha_G}$

Caractéristiques des lignes de grille et de drain

Ligne sans pertes:
caractéristiques analogues entre grille et drain

$$R_{0D} = \sqrt{\frac{L_D}{C_D}}\sqrt{1-\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2} \qquad \omega_0 = \frac{2}{\sqrt{L_D.C_D}}$$

$$\cos\beta_D = 1 - 2\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2$$

$$\sin\beta_D = 2\frac{\omega}{\omega_0}\sqrt{1-\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}$$

$$\omega << \omega_0 \Rightarrow \begin{cases} R_{0D} = \sqrt{\frac{L_D}{C_D}} \\ \cos\beta_D = 1 \\ \sin\beta_D = \beta_D = 2\frac{\omega}{\omega_0} \end{cases}$$

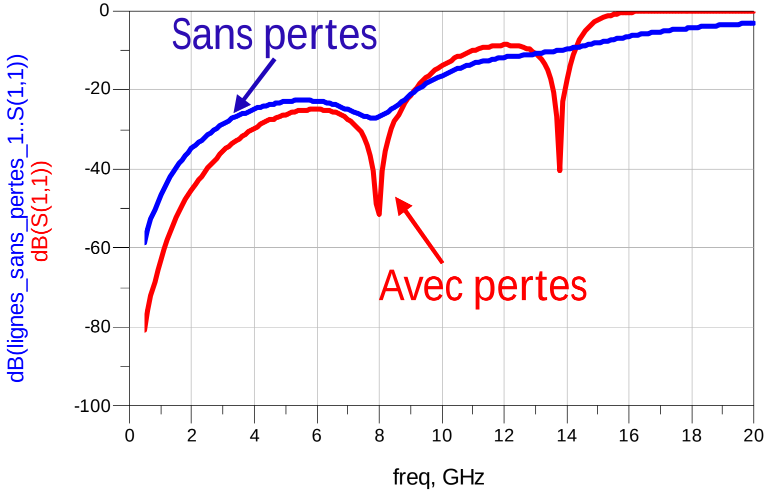
Ligne avec faibles pertes:

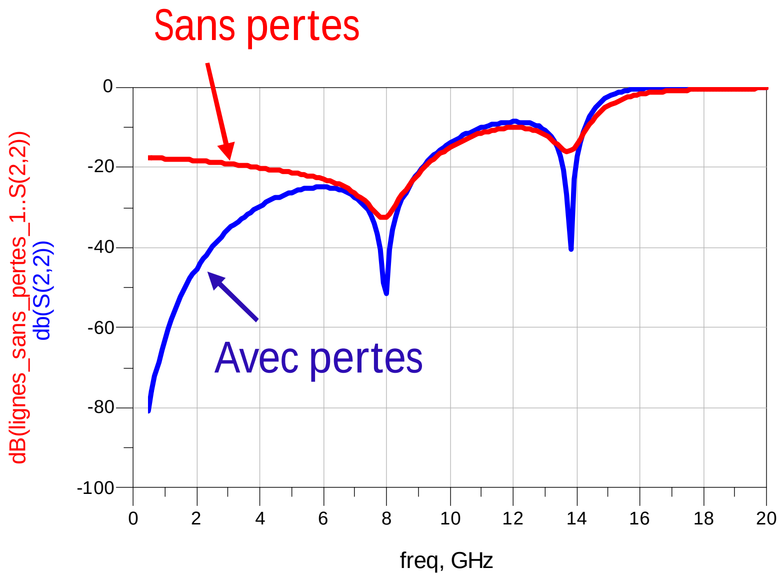
$$\omega << \omega_0 \Rightarrow \begin{cases} R_{0D} = \sqrt{\frac{L_D}{C_D}} \\ ch\theta_D = 1 \\ sh\theta_D = \theta_D = \frac{\omega_D}{\omega_0} + 2.j\frac{\omega}{\omega_0} \end{cases}$$

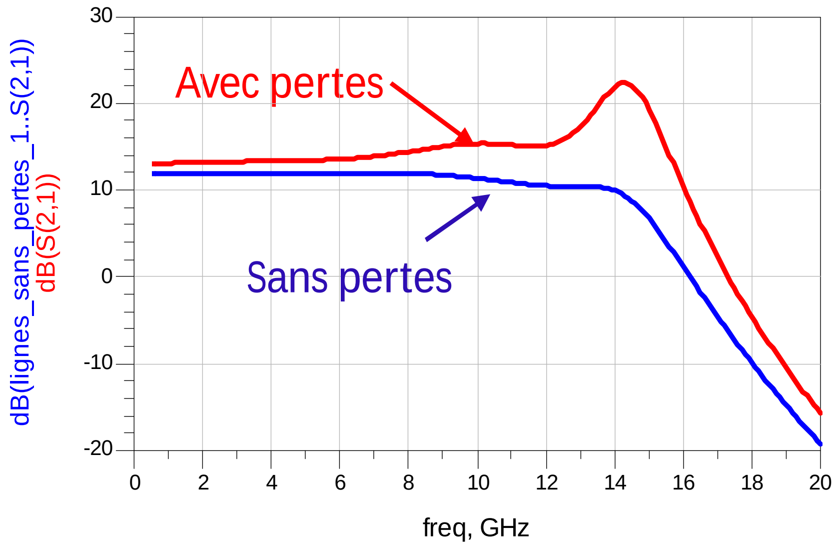
$$\omega << \omega_0 \Rightarrow \begin{cases} R_{0G} = \sqrt{\frac{L_G}{C_G}} \\ ch\theta_G = 1 \\ sh\theta_G = \theta_G = \frac{\omega^2}{\omega_G.\omega_0} + 2.j\frac{\omega}{\omega_0} \end{cases}$$

Ligne de drain — Ligne de grille

Ex : amplificateur distribué à 3 cellules



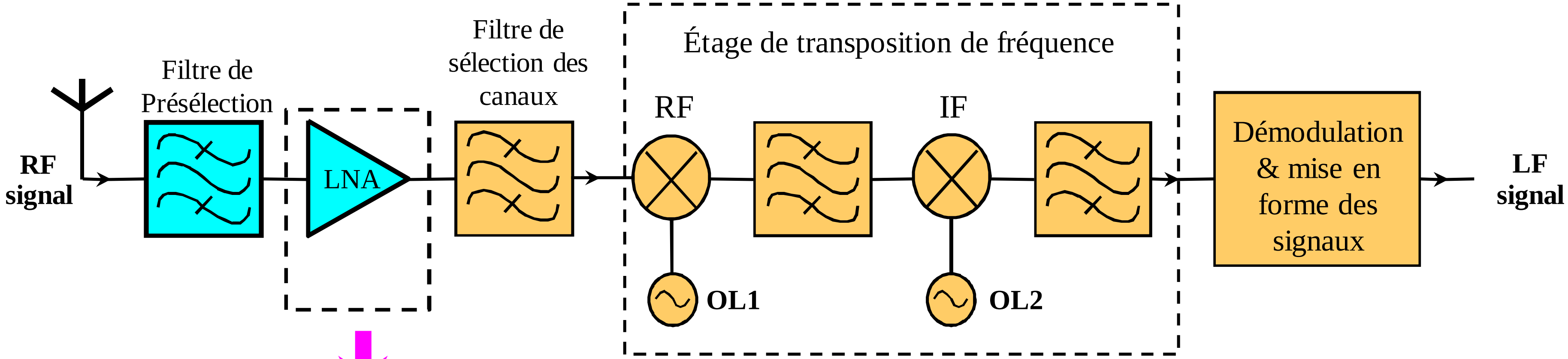




V - Amplificateurs faible bruit

LNA

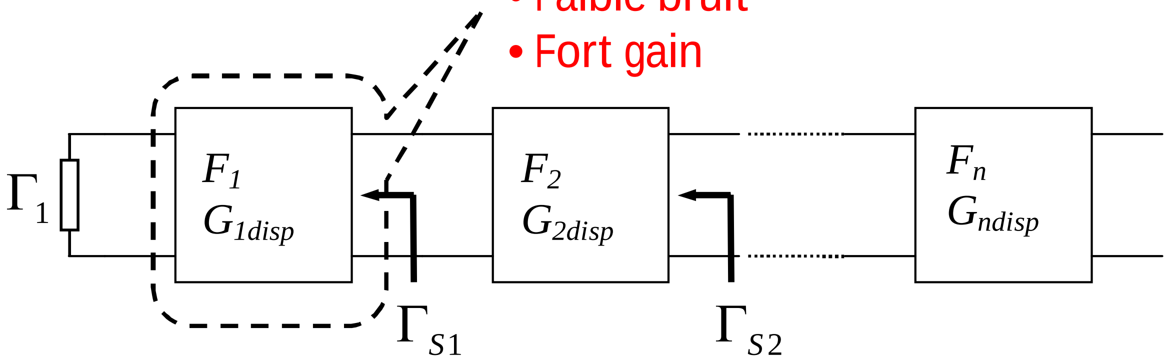
Amplificateur faible bruit



Situé en tête de la chaine de réception ⇨ Impose son facteur de bruit

Importance du premier étage:

- Faible bruit
- Fort gain

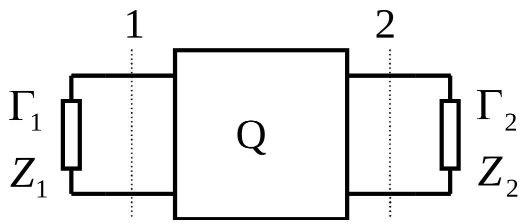


Formule de Friis

$$F_T = F_1 + \frac{F_2 - 1}{G_{1disp}} + \frac{F_3 - 1}{G_{1disp}.G_{2disp}} + ... + \frac{F_n - 1}{G_{1disp}.G_{2disp}.....G_{(n-1)disp}}$$

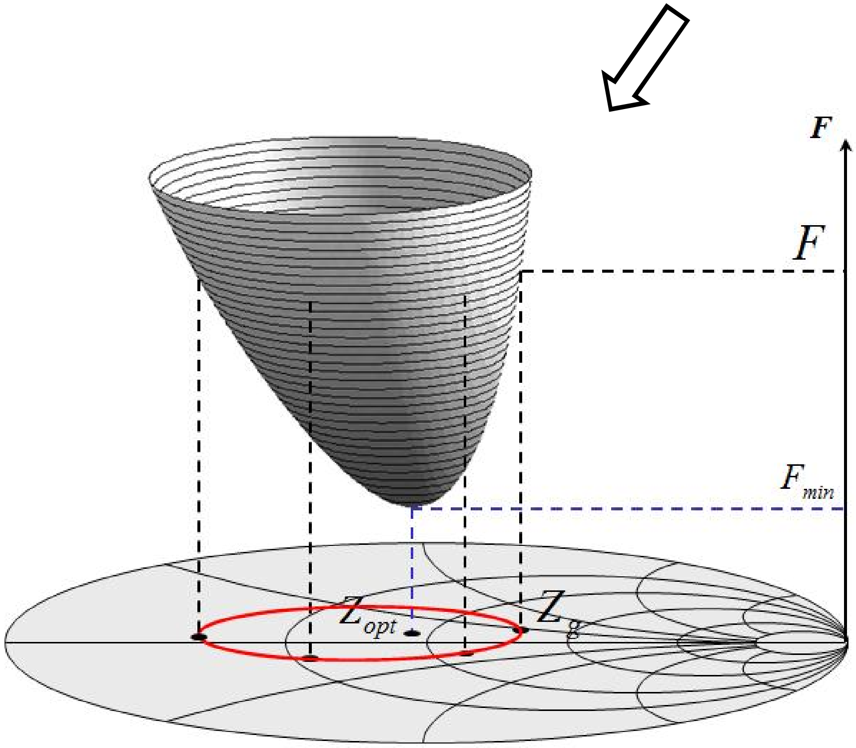
Rappel bruit dans les quadripôles

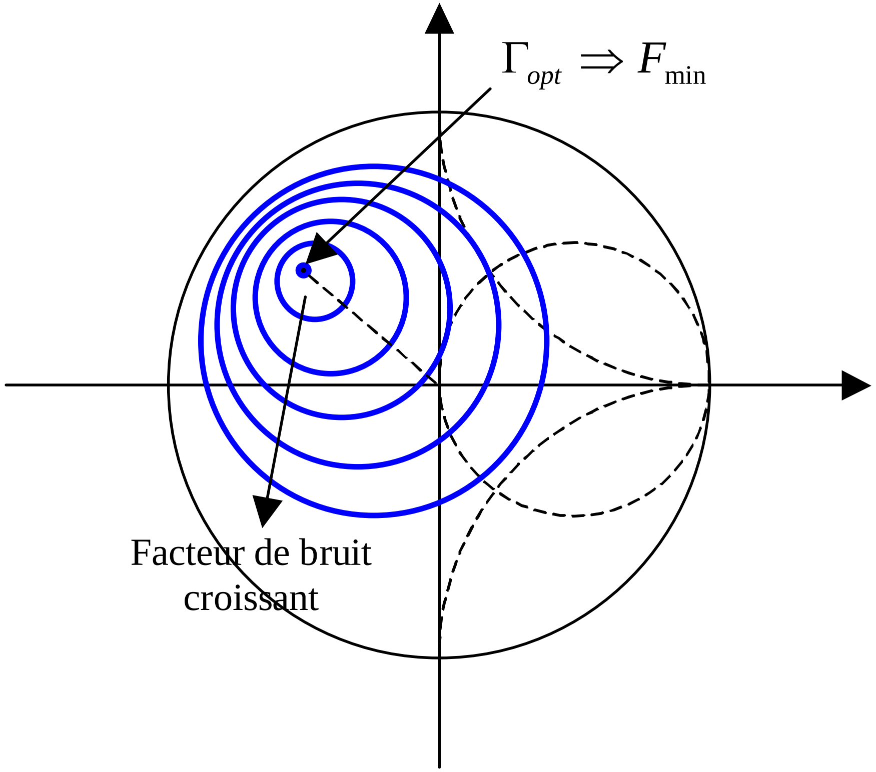
Facteur de bruit en fonction des 4 paramètres de bruit du quadripôle



$$F = F_{\min} + \frac{4R_N}{Z_{01}} \frac{\left|\Gamma_1 - \Gamma_{opt}\right|^2}{\left(1 - \left|\Gamma_1\right|^2\right)\left|1 + \Gamma_{opt}\right|^2}$$

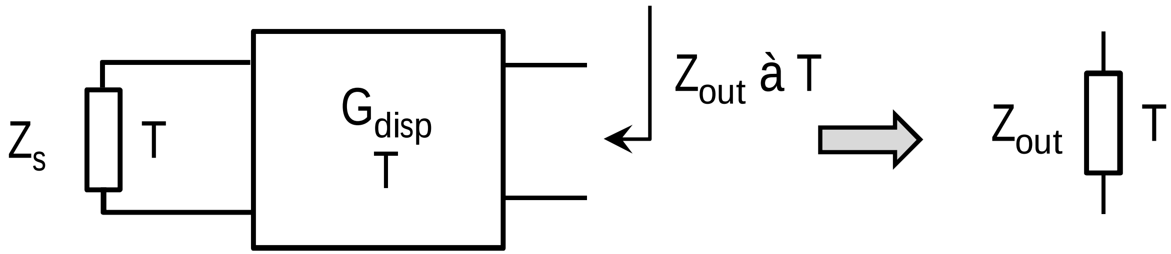
Il existe une impédance optimale à présenter à l'entrée du quadripôle pour avoir le facteur de bruit minimum





Projection de la paraboloïde sur l'abaque de Smith ➔ Cercles à facteur de bruit constant

Facteur de bruit d'un dispositif passif réciproque



Puissance de bruit disponible

$$KT\Delta_f$$

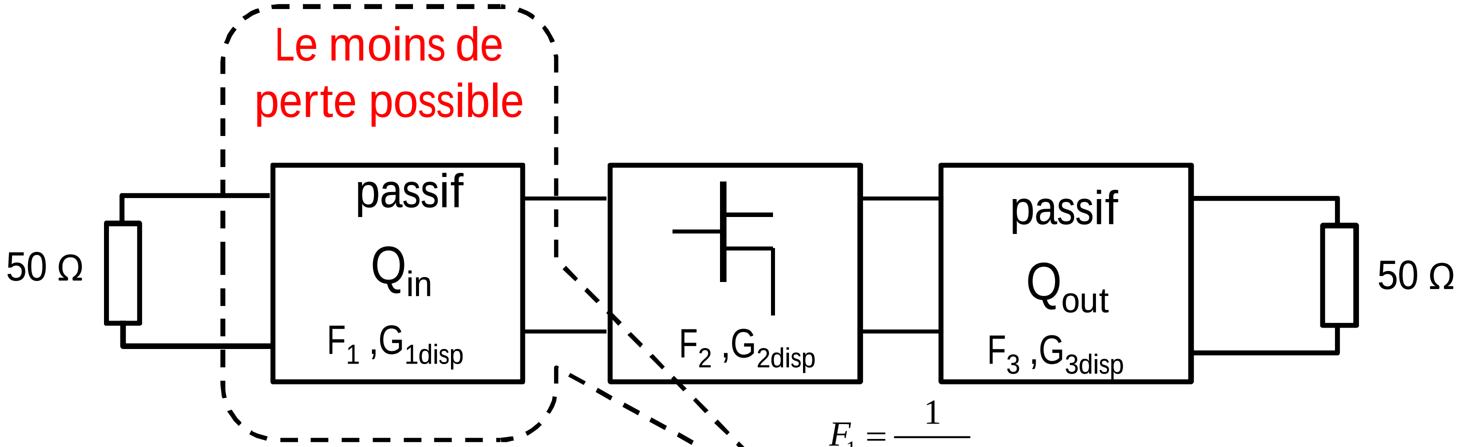
$$KTG_{disp}\Delta_f + N_Q = KT\Delta_f \Longrightarrow N_Q = KT\Delta_f\left(1 - G_{disp}\right)$$

$$F_T = \frac{KTG_{disp}\Delta_f + N_Q}{KTG_{disp}\Delta_f} \Longrightarrow F_T = \frac{1}{G_{disp}}$$

Pour une mesure à $T \neq T_0$ $\Rightarrow$ $F = 1 + \frac{T(F_T - 1)}{T_0}$ $\Rightarrow$ $\boxed{F = 1 + \frac{T}{T_0}\left(\frac{1}{G_{disp}} - 1\right)}$

$$\boxed{F = \frac{1}{G_{disp}} \text{ si } T = T_0}$$

Application au LNA



$$F_1 = \frac{1}{G_{1disp}}$$

$$F_T = F_1 + \frac{F_2 - 1}{G_{1disp}} + \frac{F_3 - 1}{G_{1disp}.G_{2disp}} = \frac{F_2}{G_{1disp}} + \frac{F_3 - 1}{G_{1disp}.G_{2disp}}$$

Il faut que les quadripôles d'adaptations rajoutent le moins de bruit possible

- Q_{in} a une plus grande importance car il est situé en tête

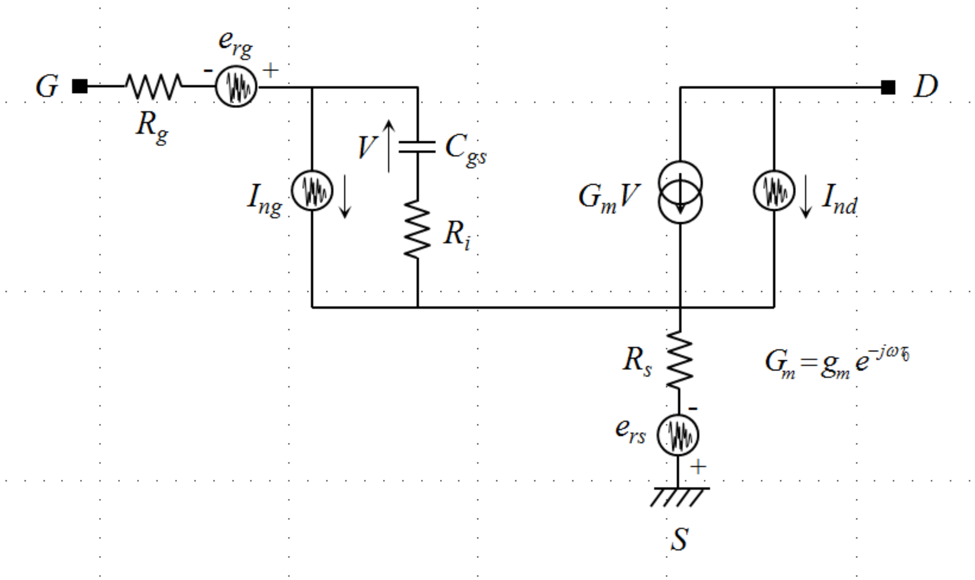
Nécessité de minimiser au maximum les pertes du circuit d'adaptation en entrée

Caractéristique en bruit du transistor

- Caractéristiques intrinsèques du transistor: $\begin{cases} F_{\min} \\ R_N \\ \Gamma_{opt} \end{cases}$ 4 paramètres de bruit

Obtenus à partir de mesures → modélisation → logiciels de CAO

EX : Modèle de Fukui



$$F_{\min} = 1 + k_1 C_{gs} \omega \sqrt{\frac{(R_g + R_s)}{g_m}}$$

$$R_n = \frac{k_2}{g_m^2}$$

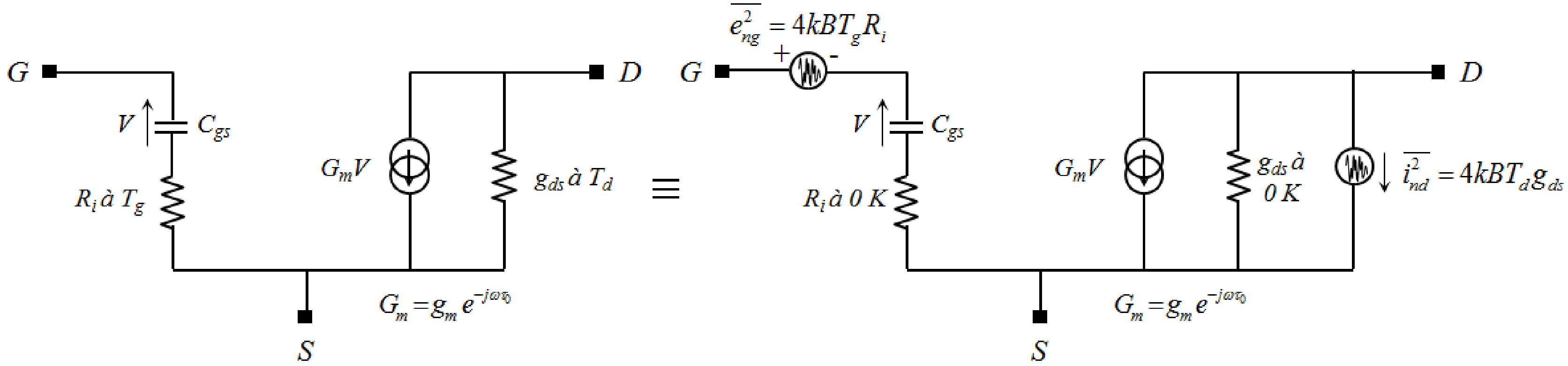
$$R_{opt} = k_3 (R_g + R_s + \frac{1}{4 g_m})$$

$$X_{opt} = \frac{k_4}{f G_{gs}}$$

k_1, k_2, k_3, k_4 constantes empiriques de Fukui

Caractéristique en bruit du transistor

EX : <u>Modèle de Pospieszalski</u>



$$F_{\min} = 1 + \frac{2\omega C_{gs}}{g_m T_0}\sqrt{R_i T_g T_d g_{ds} + \left(\frac{\omega C_{gs} R_i g_{ds} T_d}{g_m}\right)^2 + 2\left(\frac{\omega C_{gs}}{g_m}\right)^2 \frac{T_d g_{ds} R_i}{T_0}}$$

$$R_n = \frac{T_g}{T_0} R_i + \frac{T_d g_{ds}}{T_0 g_m^2}\left(1 + \omega^2 C_{gs}^2 R_i^2\right)$$

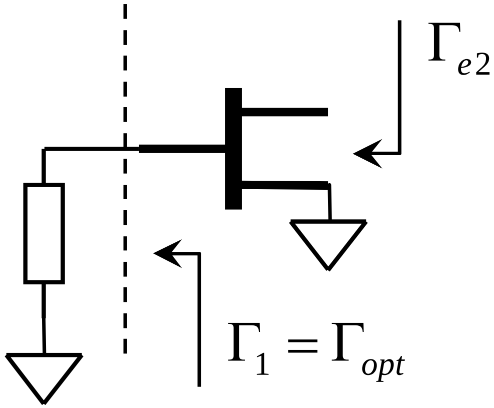
$$X_{opt} = \frac{1}{\omega C_{gs}} \qquad R_{opt} = \sqrt{\frac{g_m^2 R_i T_g}{C_{gs}^2 \omega^2 g_{ds} T_d} + R_i^2}$$

Modèle utilisant comme paramètres deux températures Tg et Td associées respectivement à la résistance de grille et à la conductance de drain

Caractéristique en bruit du transistor

- Gain associé d'un transistor :

C'est le gain en puissance disponible du transistor lorsque l'impédance de source placée en entrée est l'impédance optimale en bruit



$$\Gamma_{e2} = \frac{S_{22} - \Delta_S \Gamma_1}{1 - S_{11}\Gamma_1}$$

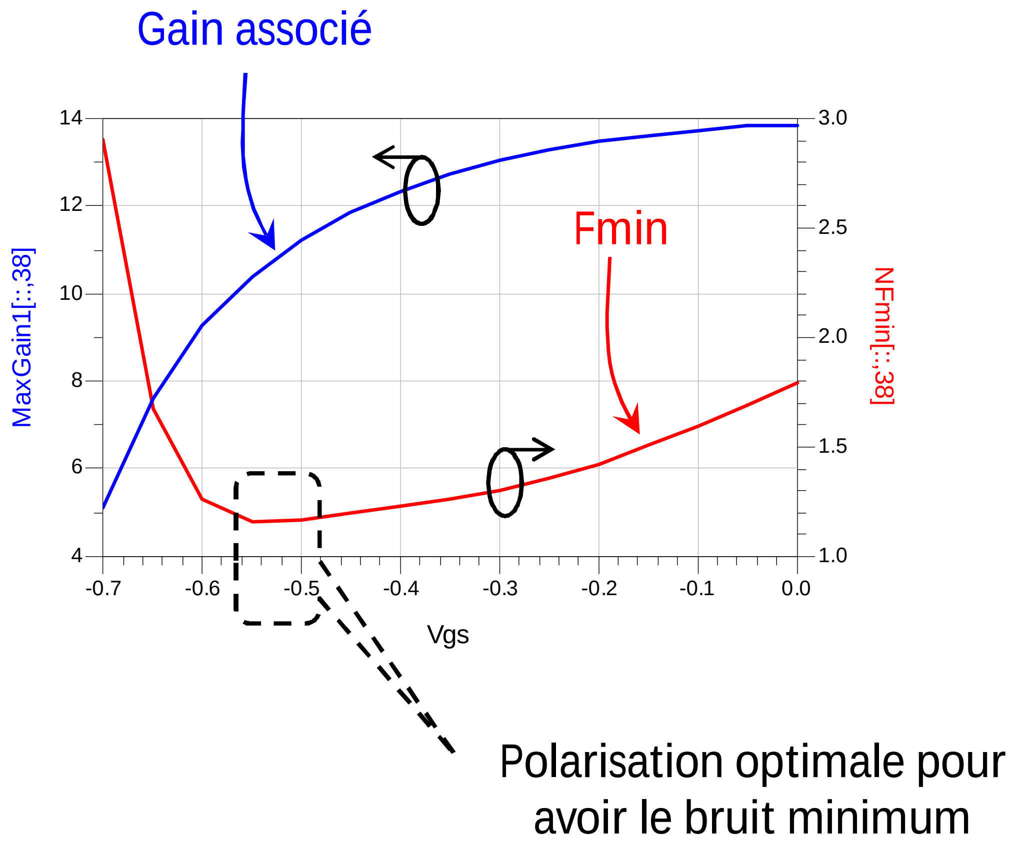
$$G_d = \frac{|S_{21}|^2 \left(1 - |\Gamma_1|^2\right)}{|1 - S_{11}\Gamma_1|^2 \left(1 - |\Gamma_{e2}|^2\right)}$$

$$\Gamma_1 = \Gamma_{opt} \Rightarrow$$

$$\boxed{G_{ass} = \frac{|S_{21}|^2 \left(1 - |\Gamma_{opt}|^2\right)}{|1 - S_{11}\Gamma_{opt}|^2 - |S_{22} - \Delta_S \Gamma_{opt}|^2}}$$

Caractéristique en bruit du transistor

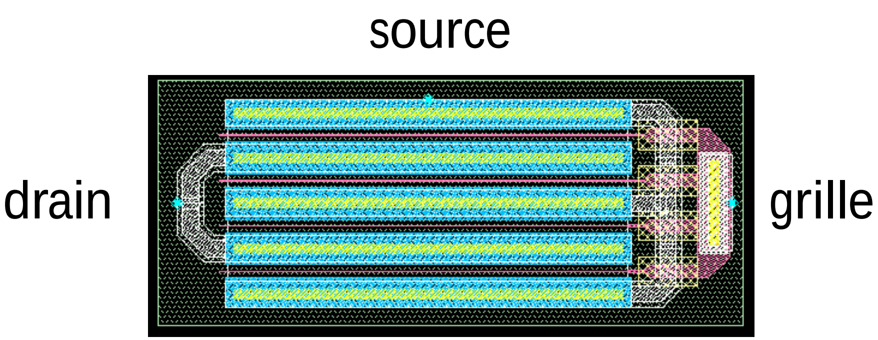
➢ Influence du point de polarisation



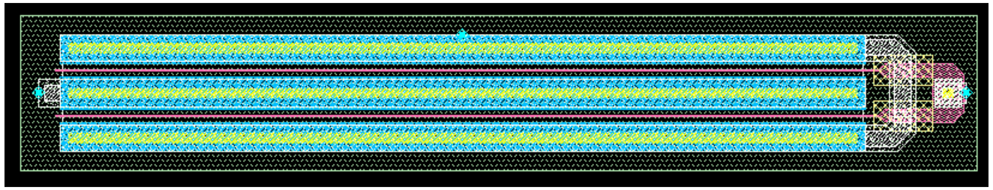
Compromis facteur de bruit-gain associé

Caractéristique en bruit du transistor

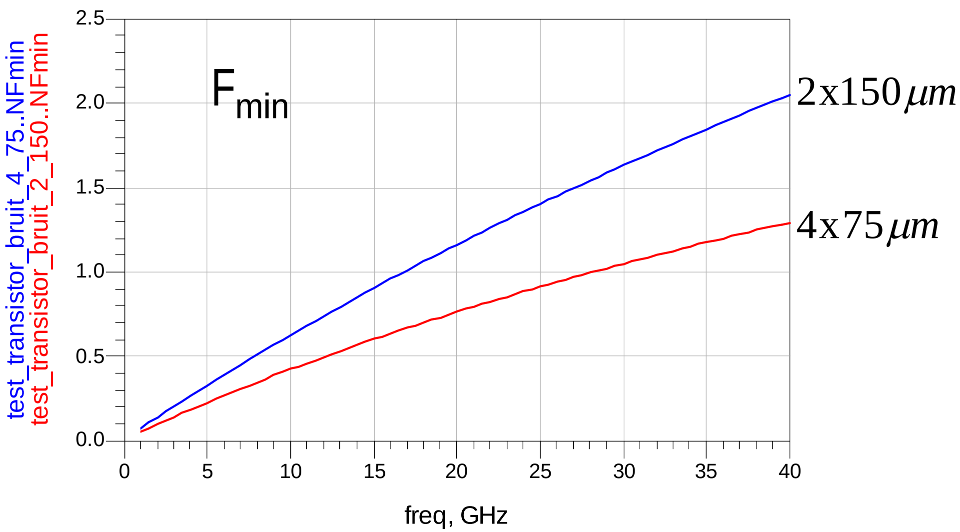
➢ Influence de la taille du transistor



4 doigts de grille de 75µm → 4 x75µm



2 doigts de grille de 150 µm → 2 x 150µm

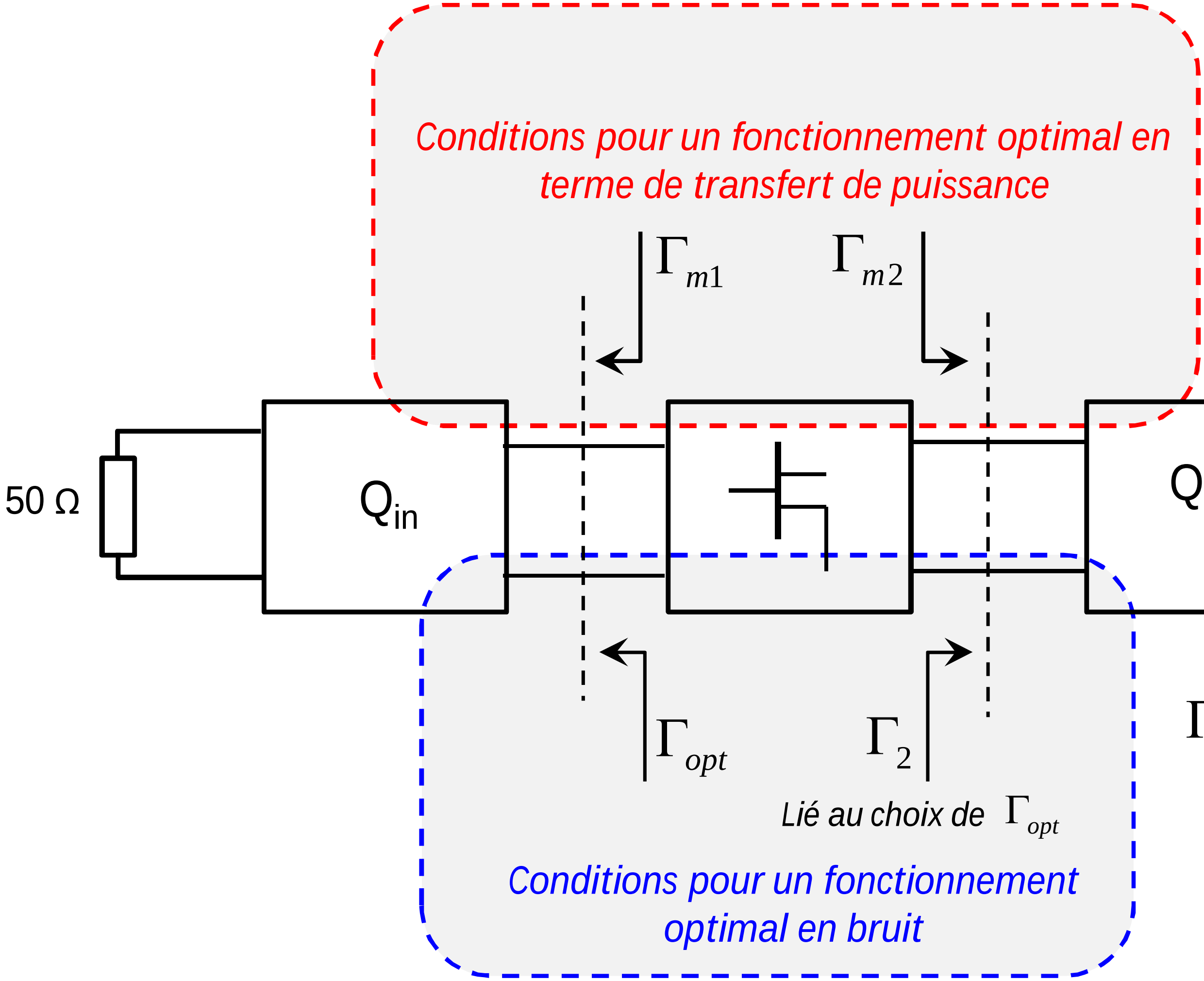


A développement de grille constant :

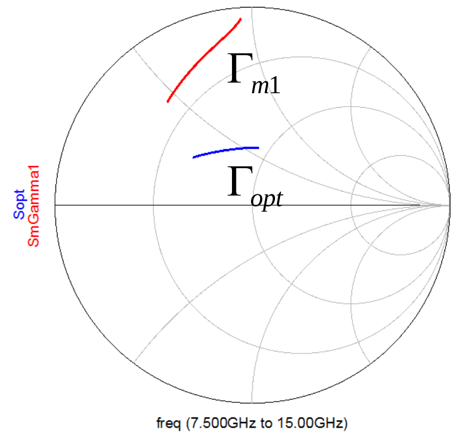
- Réduire la largeur des doigts de grille
- Augmenter le nb de doigts

→ Diminution du F_{min}

LNA – compromis entre puissance et facteur de bruit



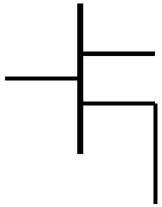
$$\Gamma_2 = \Gamma_{e2}^* = \frac{S_{22}^* - \Delta_S^* \Gamma_{opt}^*}{1 - S_{11}^* \Gamma_{opt}^*}$$



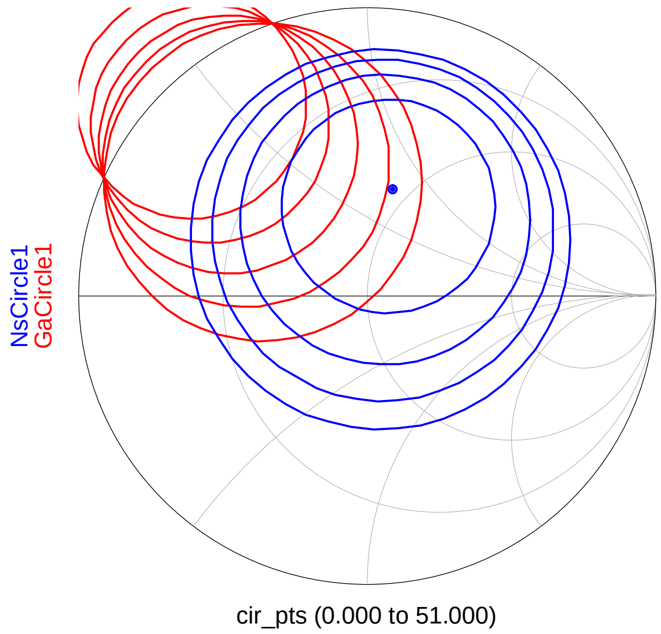
Généralement : $\Gamma_{m1} \neq \Gamma_{opt} \Longrightarrow$ Nécessité d'un compromis

LNA – Stabilité et facteur de bruit

Cercles à gain disponible et facteur de bruit constant



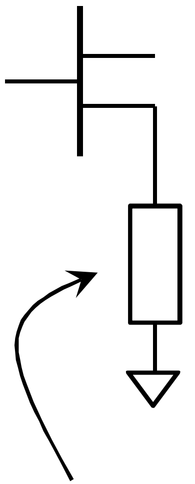
Transistor seul



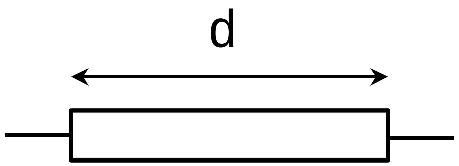
Potentiellement instable

Stabilisation avec réactance série dans la source

LNA – Stabilité et facteur de bruit



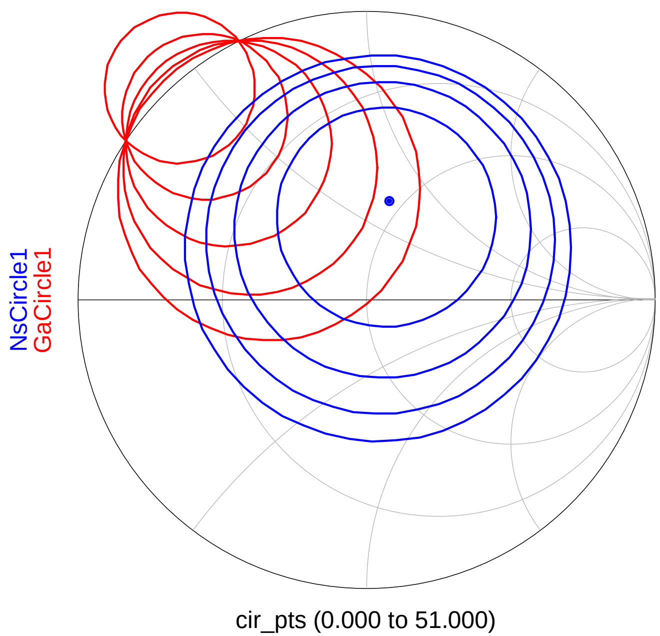
Réactance série sur la source
« inductance de dégénérescence »



$Z_c \approx 100\ \Omega \rightarrow$ effet inductif

Cercles à gain disponible et facteur de bruit constant

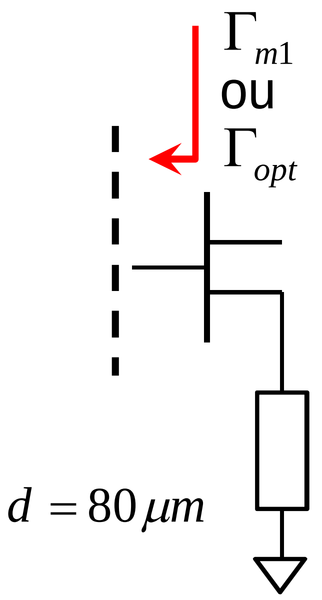
$$d = 40\,\mu m$$

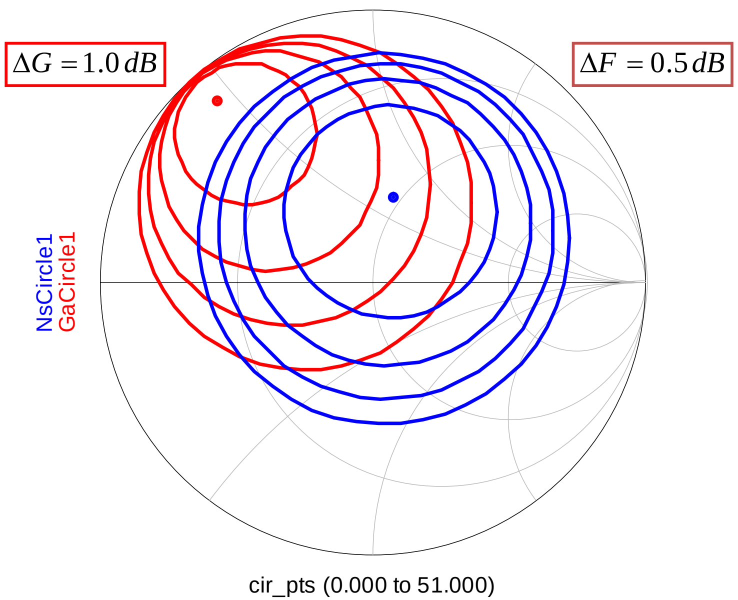


Potentiellement instable

LNA – Stabilité et facteur de bruit

Cercles à gain disponible et facteur de bruit constant





Dans le plan d'entrée du transistor

Lsource
80.000

MaxGain1	StabFact1	NFmin
11.558	1.013	1.496

Γ_{m1}

SmGamma1	SmZ1
0.875 / 130.503	4.021 + j22.926

Sopt	Zopt1
0.321 / 76.185	47.233 + j32.795

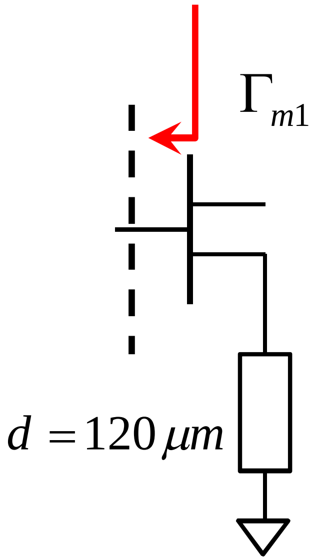
Γ_{opt}

Inconditionnellement stable

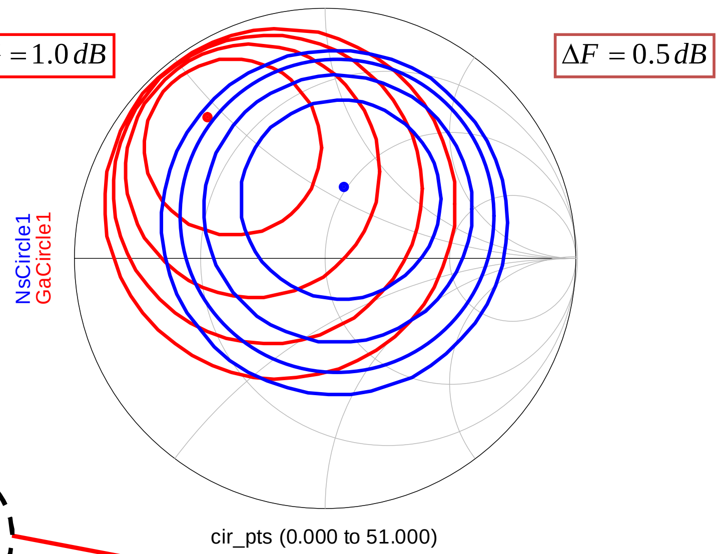
Conditions d'adaptation conjuguée et de bruit minimum éloignées

LNA – compromis entre facteur de bruit et gain

Cercles à gain disponible et facteur de bruit constant



Γ_{m1} *et* Γ_{opt} *se rapprochent*



Diminution du gain maximum

Lsource
120.000

MaxGain1	StabFact1	NFmin
10.049	1.040	1.474

SmGamma1	SmZ1
0.735 / 129.711	9.267 + j22.805

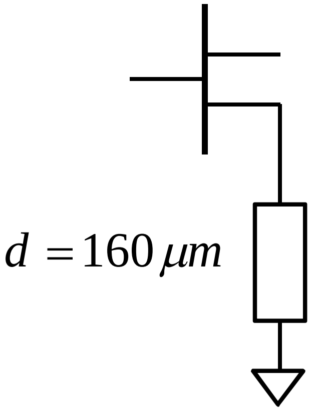
Sopt	Zopt1
0.292 / 75.482	48.720 + j30.095

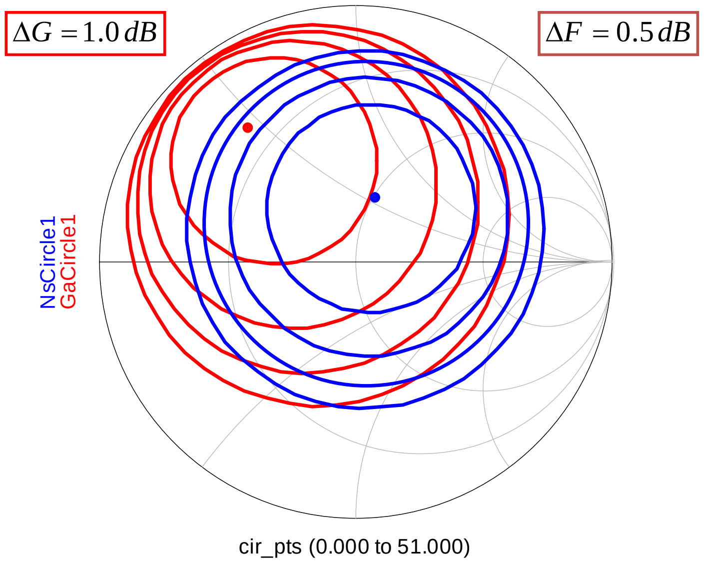
Γ_{m1} rapprochement Γ_{opt}

- Conditions d'adaptation conjuguée et de bruit minimum plus proches
- Diminution du gain

LNA – compromis entre facteur de bruit et gain

Cercles à gain disponible et facteur de bruit constant





Lsource
160.000

MaxGain1	StabFact1	NFmin
9.158	1.043	1.453

SmGamma1	SmZ1
0.669 / 129.075	12.036 + j22.674

Sopt	Zopt1
0.263 / 74.186	50.266 + j27.350

- Inconditionnellement stable
- Conditions d'adaptation conjuguée et de bruit minimum :

→ compromis acceptable

LNA – Choix des impédances

➢ Accès 1 : Compromis entre gain et facteur de bruit

Perte de 0.5 dB sur le gain et 0.2 dB sur le facteur de bruit

$$z_1 = 0.6 + j.0.46$$

$$\Gamma_1 = 0.36 \angle 115°$$

Désadaptation en entrée

$$|\Gamma_E|^2 = 1 - \frac{G_1}{G_{1\max}} = 0.108 \Rightarrow -9.6 \quad dB$$

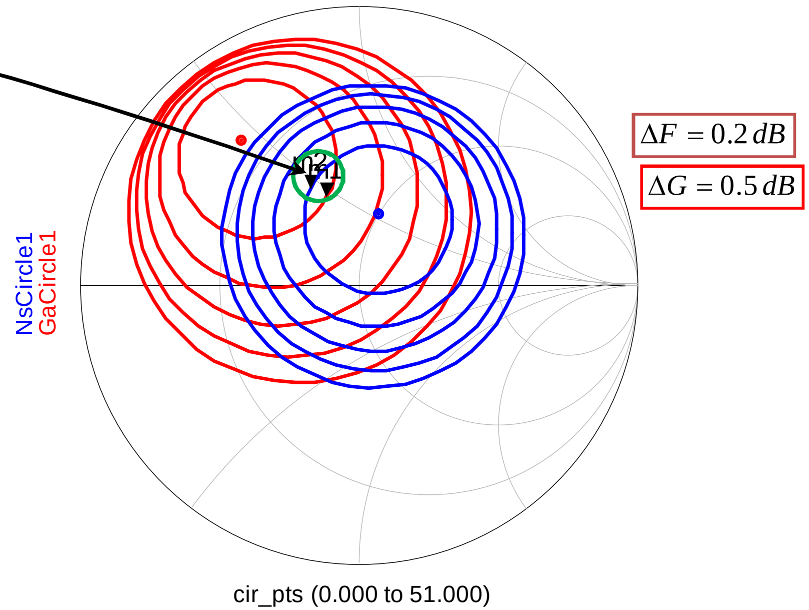
➢ Accès 2 : Transfert de puissance maximal en sortie

$$\Gamma_2 = \Gamma_{e2}^* = \frac{S_{22}^* - \Delta_S^* \Gamma_1^*}{1 - S_{11}^* \Gamma_1^*}$$

$$z_2 = \frac{1+\Gamma_2}{1-\Gamma_2} = 1.0 + j1.1$$

m1
indep(m1)=47
GaCircle1=0.337 / 110.131
gain=8.658235
impedance = Z0 * (0.658 + j0.471)

m2
indep(m2)=22
NsCircle1=0.387 / 116.889
ns figure=1.652743
impedance = Z0 * (0.567 + j0.460)



Lsource
160.000

MaxGain1	StabFact1	NFmin
9.158	1.043	1.453

SmGamma1	SmZ1/50
0.669 / 129.075	0.241 + j0.453

Sopt	Zopt1/50
0.263 / 74.186	1.005 + j0.547

SmGamma2	SmZ2/50
0.693 / 60.570	0.650 + j1.511